Werk

Titel: Johann Gottlob Kr??gers ... Gedancken von der Algebra nebst, nebst den Primzahlen...

Autor: Kr??ger, Johann Gottlob

Verlag: L??derwald

Ort: Halle

Jahr: 1746

Kollektion: DigiWunschbuch; Mathematica

Werk Id: PPN517650908

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN517650908|LOG_0004

OPAC: http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=517650908

Haller.

O Meßkunst, Zaum der Phantasie,
Wer dir nur folget, irret nie.
Wer ohne dich will gehn, der gleitet.

§. 1.

Geber, ein Araber, hat die Ehre, daß von ihm eine Wissenschaft den Nahmen bekommen hat, für welcher die meisten Gelehrten beynahe wie für einem bösen Geiste ein Creutz zu machen pflegen. Die Ursache, warum sie so erschrecken, wenn die Algebra genennet wird, ist wol hauptsächlich diese, weil sie sich unüberwindliche Schwierigkeiten darinne vorstellen, und gleichwol nicht absehen können, was sie vor Nutzen davon haben. Ich will beyde Einwürfe beantworten, und man hat sich von mir eine desto unparthеylichere Beurtheilung zu versprechen, ie weniger ich mir vorgesetzt habe, der Algebra eine Lobrede zu halten. Es ist dieses desto nöthiger, ie gewisser es ist, daß wol keine Wissenschaft sey, welche von einigen Gelehrten so übermäßig erhoben, und von andern auf eine so unbillige Weise verworfen worden, als eben dieienige, von welcher wir handeln wollen. Ich werde mich bemühen, die Quellen dieser ausschweifenden Urtheile zu entdecken, und ich werde ihren Ursprung ohnfehlbar in den Neigungen des menschlichen Hertzens antreffen. Es ist nichts gewisser, als daß ein Mensch natürlicher Weise nichts höher liebe, als sich selbst; indem sogar die Pflichten gegen andere, die Verbindlichkeit gegen sich selbst zum voraus setzen, seinen eigenen Zustand vollkommener zu machen. Nun bleiben die Gelehrten allemal Menschen, sie mögen sich auch so sehr über die Menschlichlichkeit zu erheben suchen, als sie nur immer wollen. Wird man es ihnen also wohl verdencken können, wenn sie über ihre eigene Einsicht ein Vergnügen empfinden, dessen ein anderer nicht fähig ist. Dieses Vergnügen muß nothwendig desto grösser seyn, ie schwerer es uns geworden ist, die Vollkommenheit zu erhalten, aus welcher es seinen Ursprung genommen hat, und ie weniger andere Menschen diese Vollkommenheit besitzen. Wegen des letzten Umstandes richtet sich der Grad des Vergnügens nach der Grösse der Eitelkeit eines Menschen, eine Kranckheit, welche nach Art der Pocken, sehr wenig Leute verschonet. Wird man sich nun wundern, daß die meisten Algebraisten nicht Worte genug finden können, um ihre Wissenschaft bis an den Himmel

zu

zu erheben, da es ihnen bekannt ist, daß sie etwas wissen, wovon die allermeisten Menschen nicht nur nichts wissen; sondern auch kaum die Fähigkeit haben, etwas davon zu begreiffen. Dieses Vergnügen ist so groß, daß sie sich dadurch reichlich belohnt zu seyn vermeinen, wenn sie schon unendliche Mühe anwenden müssen, dasselbe zu erhalten.

Versenckt in tiefen Traum nachforschender Gedancken,
Schwingt ein erhabner Geist sich aus der Menschheit Schrancken.
Seht den verwirrten Blick, der stets abwesend ist,
Und itzt vielleicht den Raum von der Parabel mißt!
Sein stets gespannter Sinn verzehrt der Jahre Blüthe,
Schlaf, Ruh und Wollust fliehn sein himmlisches Gemüthe.

Der Anblick eines Algebraisten muß also wol eben nicht allzuangenehm seyn. Der gemeine Mann sieht ihn mit mitleidigen Augen an und bildet sich ein, daß es in seinem Kopfe sehr betrübt aussehen müsse. Ja er hält ihn wol gar für wahnwitzig, wenn er vernimmt, daß der Endzweck aller seiner ängstlichen Sorgen und Bemühungen kein andrer sey, als zu finden:

Wie durch unendlicher verborgner
Zahlen Reih',
Ein krummgeflochtner Zug gerecht
zu messen sey.

Mit denen Gelehrten, welche selbst keine Mathematicker sind, hat es in diesem Stücke eben die Beschaffenheit, wie mit dem gemeinen Manne, ja es kan so gar bey ihnen die Verachtung gegen die Algebra noch grösser als bey ienen werden; weil bey ihnen noch der Verdruß hinzukommt, daß sie ihre Unwissenheit bekennen müssen, welches eine Art von Complimenten ist, die ein Gelehrter sehr ungern zu machen pfleget. Denn wenn einer alle göttliche und menschliche Dinge verstehet, wem nichts gefragt werden kan, mit dessen Beantwortung er nicht zum wenigsten eine gantze Stunde einen lauten und fortdaurenden Schall in der Luft hervorzubringen weiß, wenn er Worte gebrauchen kan, die viele andere und er selbst nicht verstehet, und man solte bey dem allen bekennen, daß man ein paar Buchstaben nicht lesen könte, welche doch andere zu lesen wissen; das muß nothwendig gantz unerträglich seyn. Daher haben sie ein sehr bequemes Mittel gefunden, auf einmal aus der gantzen Sache zu kommen, und dieses bestehet darinne, daß sie die Algebra für eine Kleinigkeit ausgeben, an welche man, wegen andrer wichtiger Wahrheiten nicht gedencken

dencken könte, daß sie sie für Grillenfängerey halten, und behaupten, daß sie in der Welt weiter keinen Nutzen hätte, als die Leute im Kopfe verrückt zu machen.

So wol die übermäßige Erhebung als ungebührende Verachtung der *Algebra* haben ihren Ursprung allzuweitgetriebenen Affecten zuzuschreiben, und Urtheile, welche aus dieser Quelle fliessen, werden vor dem Richterstuhle der Vernunft gar selten lauter befunden. Man kan also schon muthmassen, daß es auch hier vernünftig seyn werde, die Mittelstrasse zu halten. Um aber gewiß davon versichert zu seyn: so wollen wir uns bemühen, von denen Vollkommenheiten oder Unvollkommenheiten dieser Wissenschaft den gehörigen Werth zu bestimmen. Meine Bemühung würde vollkommen fruchtlos abgehen müssen, wenn ich nicht vorher von der *Algebra* einen deutlichen Begriff zu geben suchte. Denn ob es gleich unter den Gelehrten schon längstens Mode gewesen, von Sachen zu reden oder zu schreiben, ohne sich im geringsten darüber zu erklären: so muß man doch gestehen, daß die *Mathematicker* noch nicht vor gut befunden haben, diese Mode mit zu machen.

§. 2.

Die *Algebra* ist zwar eine Kunst, mathematische Wahrheiten zu erfinden, doch geschieht nicht, eine jede Erfindung mathematischer Wahrheiten vermittelst der Algebra. Nein, in denen älteren Zeiten sahe man sich genöthiget, einen Satz durch viele an einander hängende Vernunftschlüsse zu erfinden, welchen man ietzo durch algebraische Kunstgriffe viel leichter und so zu sagen spielend herausbringen kan. Dieses hat bey mir eine gewisse Hochachtung gegen die alten **Mathematicker** unserer Vorfahren hervorgebracht, welche macht, daß ich sie, wo nicht höher, doch eben so hoch als die neuern halten muß. Die Gleichheit ist leicht zu erweisen. Die heutigen **Mathematicker** wissen viel mehr als die alten; sie haben aber auch eine viel grössere Bequemlichkeit dieses zu lernen. Die Alten wusten weniger, es gehörte aber auch dazu viel mehr Mühe, dasienige wissen zu können. Wie angenehm ist mir es nicht, daß ich auch hier eine Probe von derienigen Gleichheit antreffe, von welcher ich mir einbilde, daß sie allenthalben in der Welt herrschet. Es behaupten einige Gelehrte, daß die Alten in Ansehung der Wissenschaft wie Kinder gegen uns wären; andere hingegen versichern, daß die neuern Gelehrten gegen die alten nicht anders als Kinder gegen erwachsene Personen betrachtet werden müsten. Denn gesetzt, sagen sie, daß die Einsicht der neuen Gelehrten grösser als der alten ihre ist. Was ist es Wunder? da ein Kind nothwendig wei-

weiter sehen muß als der Vater, wenn es auf seinen Schultern sitzt. Ich an meinem Theile sehe eben so wenig ab, warum man die heutigen Gelehrten kleiner, als warum man sie grösser machen wolle als die alten. Nein, ie mehr ich es überlege, ie mehr finde ich, daß neue und alte Gelehrte von einerley Grösse sind; doch sehen die neuern weiter, weil sie von den alten getragen werden, und sie müsten in Wahrheit sehr undanckbar seyn; wenn sie ihnen nicht dafür verbunden seyn wollten. Zum wenigsten hat dieses in Ansehung der Mathematick seine vollkommene Richtigkeit. Denn man bedencke nur, wie schwer es gewesen seyn müsse, mathematische Wahrheiten durch lauter Vernunftschlüsse zu erfinden, wie man heut zu Tage in der Weltweisheit zu thun pfleget. Denn man darf eben nicht dencken, daß es so leicht gewesen sey, einen mathematischen Satz durch einen Schluß herauszubringen, als es uns ist, einen auf diese Art abgefassten Beweiß zu begreiffen. Und wem diese Art, philosophische Wahrheiten zu erfinden, so leichte ankömmt, der nehme sich in acht, daß seine erfundene Sätze entweder nicht solche Kleinigkeiten betreffen, welche man ohne dem schon längstens gewust hat, oder die er durch falsche Schlüsse hervorgebracht. Keines von beyden läst sich von denen mathematischen Sätzen der Alten vermuthen, sie sind vorher nicht bekannt gewesen, und daß irrige Vernunftschlüsse dabey gemacht worden, untersteht sich niemand zu behaupten. Es entsteht daher billig die Frage, was das vor Kunstgriffe sind, deren sich die Mathematicker heut zu Tage bedienen, um Wahrheiten zu erfinden, ohne solche weder durch Erfahrung noch mühsame Vernunftschlüsse herauszubringen. Aber eben dieses ist dieienige Frage, welche viel leichter gethan als beantwortet werden kan, das macht, die Algebra findet ihre eigene Kunstgriffe zu erfinden selbst, und ist also einer Spinne ähnlich, welche ihr zwar zartes aber Regelmäßiges Gewebe aus ihr selber hervorgebracht.

Mit Recht vergleicht die muntere Corinne
Den Mathematicker mit einer Spinne.
Er ziehet Linien, sie auch.
Sie machen Circkel alle beyde,
Der Unterschied ist blos allein,
Daß ihre Linien und Circkel in dem Bauch
Die seinigen im Kopf formiret seyn.

Daher läst sich dergleichen freylich nicht besser sehen, als wenn man die Algebra selber erlernet; indessen wollen wir doch hier so viel, als sich überhaupt davon sagen läst, betrachten.

§. 3.

§. 3.

Der Satz, daß aus nichts nichts werde; ist einer von denenienigen, darüber sich das gantze menschliche Geschlecht verglichen hat, und die **Mathematicker** sind viel zu vernünftig, als daß sie ihn in Zweifel ziehen sollten. Daher erfordert nicht nur der Rechenmeister, daß allemal gewisse Zahlen gegeben seyn müssen, wenn man rechnen, das ist, andere vorher unbekannte Zahlen finden soll, sondern der Algebraiste macht es eben so, ob sich gleich seine Erfindungskunst nicht wie ienes seine bloß auf die Zahlen einschrencket; sondern vielmehr auf alle Arten der Grössen erstreckt. Man trift also bey den algebraischen Aufgaben bekannte und unbekannte Grössen an. Da es nun vernünftig ist, Sachen von verschiedener Art mit verschiedenen Namen zu benennen: so hat es denen Algebraisten beliebt, die bekannten Grössen durch die ersten und die unbekannten durch die letzten Buchstaben des Alphabets anzudeuten. Wenn ich z. E. aus der Summe zweyer Zahlen nnd ihrer Differentz die Zahlen selber finden soll, so würde ich die Summe a, die Differentz b, und die beyden unbekannten Zahlen, so ich wissen wollte, x und y nennen. Solchergestalt wissen die Mathematicker allemal, was sie erfinden wollen, und woraus sie es erfinden wollen, dahingegen andere Gelehrten öfters selbst nicht

nicht wissen, was sie wollen. Sie haben eine sehr grosse Begierde, neue Wahrheiten zu entdecken, aber sie wissen nicht, woraus sie sie entdecken sollen, welches mir eben so vorkömmt, als wenn man das Dach eines Hauses verfertigen wollte, ehe das Haus gebauet worden wäre. Können wir also nicht hieraus eine Regel der Vernunftlehre herleiten, welche darinnen bestehet, daß man iederzeit, wenn man etwas erfinden will, wohl überlege, was man eigentlich zu wissen verlangt, und daß man allemal einige bereits bekannte Wahrheiten haben müsse, daraus sich dergleichen herleiten liesse.

§. 4.

Ich habe ein Exempel von a b x y gegeben, und ich weiß gewiß, daß diese armseligen Buchstaben vermögend genug sind, einige Leser dergestalt zu erschrecken, daß sie die übrigen Blätter nicht zu lesen verlangen werden. Weil ich aber zu allem Glücke ein Artzt bin, so will ich versuchen, ob ich so etwas zubereiten kan, welches macht, daß ihnen dieses Schrecken nichts schadet. Ich bin desto mehr dazu verbunden, da meine Absicht ist, in diesen Blättern zu zeigen, daß die Algebra gar wohl auf eine leichtere Art vorgetragen werden könte, als es bisher von den Gelehrten geschehen. Ich hatte dieses in den Anmerckungen, welche ich über die Rechenkunst des Herrn **Baron und Canzlers von Wolffens** geschrieben habe, behauptet, und bin verschiedentlich von auswärtigen Gelehrten an die Erfüllung meines Versprechens vielfältig erinnert worden. Mein Vorsatz ist, dieses gegenwärtig zu thun, nicht aber eine vollständige Algebra zu verfertigen, worzu sehr viel Zeit und Mühe erfordert würde. Nein, ich will nur meine Gedancken eröffnen, wie ich wol glaubte, daß es möglich wäre, den Anfängern die Algebra leichter zu machen, und dieses durch ein paar Exempel erläutern. Vielleicht hat dieses den Nutzen, daß andere Gelehrte, welche mehr Zeit und Geschicklichkeit besitzen, den rühmlichen Endschluß fassen: den Vorhang vor der Algebra hinwegzuziehen, welcher sie so fürchterlich macht. Geschähe dieses, so würden ihre Annehmlichkeiten mehr in die Augen fallen, und sie würde, ihres arabischen Namens ohngeachtet, auch von denenienigen verehret werden, die dieses sonst nicht gethan haben würden, weil es ihnen entweder an der Fähigkeit, Sachen zu begreiffen, oder an der Gedult darzu fehlet. Kranckheiten, welche sehr gemein sind, dafür aber kein sichereres Mittel, als die Erlernung der Algebra vorgeschlagen werden kan.

§. 5.

§. 5.

In der Rechenkunst sind allemal gewisse Zahlen gegeben, aus welchen andere gefunden werden. Wir finden also in der Rechenkunst eine besondere Wahrheit, aber in der Algebra soll ein allgemeiner Satz gefunden werden: Ein Satz, der sich auf einige Zahlen von einer gewissen Art oder auf alle Grössen von einer gewissen Art erstreckt. Z. E. wenn ich sage: die Summe zweyer Zahlen ist 14, ihr Unterschied, das ist, die Zahl, welche herauskömmt, wenn man die kleinere von der grösseren abziehet, ist 2, es fragt sich: was dieses vor Zahlen sind, welche zusammen addiret 14, und von einander abgezogen, 2 ausmachen? Man antwortet: Diese beyden Zahlen sind 6 und 8, so ist dieses eine arithmetische Frage und arithmetische Auflösung derselben. Hingegen wenn man gefragt hätte: Wie soll man aus der Summe zweyer Zahlen und ihrem Unterschied die Zahlen selber finden? Und man antwortet darauf: es müsse die halbe Differentz zu der halben Summe addiret werden, wenn die gröste von den beyden Zahlen herauskommen solle; so ist dieses eine algebraische Aufgabe und Auflösung. Jedermann siehet, daß hier die Summe der beyden Zahlen eben nicht 14 und ihre Differentz 2 seyn müsse, sondern daß auch eine andere Summe und eine andere Differentz

ange=

angenommen werden könne, das ist: daß der Ausdruck allgemein sey. Da man nun bey so gestallten Sachen keinen Grund hat, eine Zahl für der andern zu erwählen: so siehet man sich genöthiget, einen Ausdruck zu gebrauchen, welcher gantz allgemein ist, und worunter man sich alle mögliche Summen vorstellen kan. Hierzu sind die Buchstaben vollkommen bequem, und ich kan mir z. E. bey dem Buchstaben a einbilden, daß er die Summe zweyer Zahlen vorstellt, es mögen diese Zahlen groß oder klein seyn. Hat man also nicht Ursache genug gehabt, die Buchstaben als allgemeine Zeichen der Grössen zu erwählen, und können sie einem wol so fürchterlich vorkommen, wenn man es recht bedenckt, was sie zu bedeuten haben. Denn ein Exempel mit Zahlen ist allemal ein besonderer Fall, von dem man vermöge der Regeln der Vernunftlehre auf einen allgemeinen Satz keinen Schluß machen kan. Die Rechnungen mit Zahlen vergleichen sich denen Experimenten in der Naturlehre. Diese geben uns eine wahrscheinliche Muthmassung auf einen allgemeinen Satz, und diese Wahrscheinlichkeit wird desto grösser, ie öfter das Experiment angestellt wird, dergestalt, daß bey einer sehr öftern Wiederholung der allgemeine Satz beynahe völlig gewiß wird. Werden aber nicht viele Proben angestellt, so kön-

nen

nen wir doch bisweilen in Irrthum verleitet werden. Denn setzet, man fragte iemanden, um wie viel die Hälfte, das Drittel und Viertel einer Zahl grösser sey, als die Zahl selbst? Er wollte es mit einer Zahl versuchen, und fiele gerade auf die Zahl 24, deren Hälfte 12, das Drittel 8 und das Viertel 6 ist, welches zusammen 26 und also um 2 mehr als die Zahl 24 ausmacht, so würde er daraus den Schluß machen, daß die Hälfte, das Drittel und Viertel einer ieden Zahl um 2 grösser sey, als die Zahl selbst, welches doch falsch ist. Die Algebra hingegen zeigt: daß dieses bey der Zahl 24 gantz allein eintreffe.

§. 6.

Gleichwie nun hieraus erhellet, daß die Mathematicker Grund haben, sich in der Algebra der Buchstaben zu bedienen, indem ein eintziges a geschickt ist, ihnen den Gedancken von tausend ia unendlichen Zahlen, die in einer gewissen Absicht von einerley Beschaffenheit sind, beyzubringen, so kan auch dergleichen Ausdruck bisweilen ausser der Mathematick, wenn von allgemeinen Sätzen die Rede ist, gebraucht werden. Dieses gehet hauptsächlich in der Ontologie an. Aber man muß sich in acht nehmen, daß man es da nicht gebraucht, wo der Ausdruck mit Worten deutlicher als der mit Buchstaben ist. Denn einige bilden sich ein, daß es noch einmal so gelehrt lasse, wenn man so viel möglich alle Erklärungen und Beweise mit einem A B C D auszieret, welches ich doch niemals billigen kan, wenn dadurch sonst klare Sachen dunckel gemacht werden. Denn man wird sich sehr irren, wenn man sich einbilden wollte, es erhielte ein philosophischer Beweiß dadurch eine viel grössere Gewißheit, und sey den mathematischen Wahrheiten gleich zu schätzen, weil er mit vielen A B C D ausstaffiret ist. Nein, dergleichen Beweise gleichen einer krancken Person, welche nichts desto weniger kranck verbleibet, ob sie schon ihr Gesichte mit einem Flore verhüllet hat, welcher macht, daß es schwerer fällt, ihre elende Gesichtsbildung zu entdecken. Mit den Buchstaben in der Algebra hat es eine gantz andere Beschaffenheit; sie machen uns unsere Vorstellungen leichter, als sie gewesen seyn würden, wenn wir sie mit Worten ausgedrückt hätten, und setzen uns daher in den Stand, neue Wahrheiten zu erfinden. Denn, lasset uns nur gestehen, daß unser Verstand zu schwach sey, sich viele Sachen auf einmal vorzustellen, und daß dieses desto weniger angehe, wenn wir kein Bild in der Einbildungskraft haben. Die Buchstaben in der Algebra heben beyde Schwierigkeiten, sie geben der Einbildungskraft ein Bild, indem wir mit unsern Augen den allerkürtzesten Ausdruck unserer Gedancken auf dem Papiere erblicken, und sie überheben uns der Mühe, viele Sachen auf einmal zu gedencken, weil wir immer nur nöthig haben, uns den letzten Ausdruck oder nebst demselben einen noch vorhergegangenen vorzustellen.

§. 7.

Sind die Buchstaben und Zeichen der Algebraisten von einem so grossen Nutzen, warum bedienet man sich nicht entweder derselbigen, oder anderer ausser der Mathematick? Man sieht eben nicht ab, daß dieses unmöglich sey, aber man sieht auch nicht, wie es zu Stande zu bringen wäre. Daher hat der Herr von Leibnitz eine allgemeine Zeichenkunst zwar gewünscht, aber nicht gegeben, und wir möchten dergleichen wol nicht so bald zu sehen bekommen, da es in der That keine leichte Sache ist, so schön es auch wäre, wenn man dergleichen hätte. Denn man bilde sich ein, daß ein Artzt zu den Patienten käme, er fragte ihn um alle Umstände seiner Kranckheit, welche zu wissen nöthig wären, hierauf nähme er einen Bogen Papier, setzte ein a b x y darauf, und brächte durch einiges Nachdencken endlich die Artzney heraus, welche die Kranckheit so gewiß heben müste, als 2 mal 2 4 ist. Dieses würde ein Artzt seyn, von welchem man sagen könte, daß er denen Algebraisten

sten ähnlich wäre. Ich glaube nicht, daß man es iemals dahin bringen werde, denn man müste in der Artzneygelahrheit eben die Gewißheit und Deutlichkeit der Begriffe wie in der Mathematick haben, wenn dieses angehen sollte; und dieses ist uns Menschen bey Begriffen von eintzelnen Dingen, dabey unzählig viel Merckmahle sind, nicht möglich. Am allerersten müste es sich mit der Ontologie thun lassen, darinnen die Begriffe sehr allgemein sind, und folglich aus wenig Merckmahlen bestehen. Ich habe es einmal versucht, aber nicht zu Stande gebracht. Dem ohngeachtet hat mir meine Mühe nicht gereuet, weil sie mir darzu gedienet hat, daß ich die Quellen dieser Schwierigkeiten habe entdecken und zugleich finden können, warum vieles in der Ontologie vielmehr so, als anders ist.

§. 8.

Man darf nicht dencken, daß es ausser der Algebra keine andere Zeichen der Gedancken als Worte gebe. Nein, man hat derselben eine sehr grosse Anzahl; nur das ist schlimm, daß sie nicht so wie in der Algebra zum Erfinden gebraucht werden können, sondern sie dienen nur, entweder unsere Gedancken zu verstecken, oder sie kurtz auszudrucken, oder aber der Einbildungskraft besser als mit Worten zu statten zu kommen. Zu der erstern Art gehören die geheimen Schriften, welche mit willkührlichen Zeichen geschrieben sind, die aber dem ohngeachtet durch einige Regeln, die sonderlich die Endungen der meisten Wörter einer Sprache betreffen, und durch angewendeten Fleiß entdecket werden können. Hieher gehören auch die Ausdrücke der Chymisten und sonderlich der Goldmacher, die man in ihren Schriften antrift, da sie z. E. durch einen **Triangel** das Feuer, durch einen **Todtenkopf** dasienige, was bey einer chymischen Operation zurücke bleibet, und durch einen im Sarge liegenden Körper die Fäulniß einer Materie verstehen, die Sonne bedeutet bey ihnen das **Gold** und der **Mond** das **Silber**, wovon man die chymischen Schriften des **Basilii Valentini** nachlesen kan, darinnen sich das gantze Geheimniß, Gold zu machen, in Kupfer gestochen befindet. Es wäre der Mühe werth, sich um die Erklärung aller dieser Figuren zu bekümmern, wenn man zwey Sachen gewiß wüste, davon die erste diese ist: ob der **Basilius Valentinus** habe Gold machen können? und die andere, ob alles darzu gehörige in seinem Buche anzutreffen wäre.

§. 9.

Unter die Zeichen, deren man sich bedienet, um seine Gedancken kurtz auszudrucken, gehören die **Abbreviaturen**, darinnen man sonderlich in **Engelland** und **China** sehr

geschickt

geschickt ist. Die Astronomischen Zeichen, welche wir im Calender antreffen, sind eben von dieser Art, und man könte noch die medicinischen darzu setzen, welche in den Recepten gebraucht werden. Mit dergleichen Zeichen ist es eben so beschaffen, wie mit den verschiedenen Arten zu zählen. Man muß viel im Kopfe behalten, wenn man sich kurtz, und wenig, wenn man sich weitläuftig ausdrückt, daher dienen sie fast zu nichts anders, als Raum oder Zeit zu ersparen, und wenn man keines von beyden nöthig hat, so ist es allemal besser, ein Paar Worte mehr zu setzen, und dem Leser in einer Minute begreiflich zu machen, was er sonst kaum in einer Stunde errathen haben würde.

§. 10.

Die dritte Art derer Zeichen, welche ausser der Mathematick üblich ist, ist diejenige, da man denen Empfindungen und der Einbildungskraft auf eine vortheilhafte Art zu Hülfe zu kommen sucht, und diese haben vor denen vorigen einen mercklichen Vorzug. Dahin gehöret die Abzeichnung derer Täntze, uud die Noten in der Music, nebst denen Zeichen des Generalbasses. Denn bey den Noten zu bleiben, so wird man im Generalbaß entweder durch Erblickung einer eintzigen Note, oder ein bis zwey Ziffern in den Stand gesetzt, den Schall von vier Tonen augenblicklich hervorzu- bringen und zugleich die Dauer derselben zu bestimmen, welches in der That was vortreffliches ist, und meines Erachtens haben wir ausser der Algebra nirgends schöne- nere Proben der Zeichenkunst, als in der Music und insonderheit bey dem General- basse.

§. 11.

Nachdem wir gesehen haben, was die Buchstaben in der Algebra zu bedeuten haben, so werden wir betrachten müssen, was vor Veränderungen sich mit ihnen vornehmen lassen. Es kan ohnmöglich schwer fallen, dieses auszumachen, wenn wir bedencken, daß die Buchstaben nichts anders als Grössen, oder welches eben so viel ist, undeterminirte Zahlen sind. Nun lassen sich mit den Zahlen nicht mehr als viererley Veränderungen vornehmen (§. 49. der Anmerckungen über die **Rechenkunst**) und daraus sind die vier Rechnungsarten, das **Addiren**, **Subtrahiren**, **Multipliciren** und **Dividiren** entstanden; derowegen können auch mit den Buchstaben in der Algebra nicht mehr als vier Veränderungen vorgenommen werden, welche entweder vermöge der **Addition** oder **Subtraction** oder **Multiplication** oder **Division** geschehen müssen. So leicht und so wenig zusammengesetzt sind die ersten Anfangsgründe einer

ner Wissenschaft, welche doch nach iedermanns Meinung die allerschwereste ist.

§. 12.

Weil sich alles in der Algebra auf die vier Rechnungsarten gründet, und ich mir hier vorgesetzt habe zu zeigen, wie die Algebra auf eine leichte und begreifliche Art und Weise vorgetragen werden könne, so werde ich nothwendig mit der Buchstabenrechnung den Anfang machen müssen Ehe aber dieses geschehen kan, so ist vorher zu mercken, daß alle Grössen, welche durch die Buchstaben angedeutet werden, von einer doppelten Art sind. Es sind entweder würckliche Grössen oder verneinende Grössen (quantitates positivæ vel negativæ.). Was würckliche Grössen sind, ist iedermann bekannt, und man kan davon meine Anmerckungen über die Rechenkunst nachsehen, worauf ich mich nebst der teutschen Arithmetick und Geometrie des **Herrn Cantzler von Wolfens** überhaupt beziehe, und zum voraus setze, daß dieses einem ieden bekannt seyn müsse, indem diese Sachen bey denen, welche die Algebra zu erlernen gedencken, nothwendig zum Grunde gelegt werden müssen. Denn ohngeachtet sehr viele Sätze der Arithmetick und Geometrie, die sonst unter die ersten Grundwahrheiten gehören, vermittelst der Algebra können gefunden werden, so hat man sich doch dabey sehr in acht zu nehmen, daß kein Circul im Beweisen begangen wird. Daher thut man besser, daß man die so genannte Mathesin puram erst recht zu begreiffen sucht, ehe man sich an die algebraischen Heiligthümer waget. Denn es ist der Natur unserer Seele gemäß, von den leichten zu den schwerererern, und von besondern zu allgemeinen Begriffen in die Höhe zu steigen. Insonderheit sind dieienigen Aufgaben in der Rechenkunst, welche von den Brüchen handeln, in der Algebra von einem sehr grossen Nutzen, und viele finden deswegen unüberwindliche Schwierigkeiten, weil sie entweder in den Bruchrechnungen nicht erfahren sind, oder nicht wissen, wie sie in der Algebra wieder angebracht werden müssen.

§. 13.

Weil ich nicht nöthig habe, von den Grössen überhaupt, oder auch von derjenigen Art derselben, welche ich eine würckliche Grösse (quantitatem positivam) genennet habe, eine weitläuftige Beschreibung zu geben: so werde ich nur suchen, die verneinende Grösse (quantitatem negativam) begreiflich zu machen. Eine verneinende Grösse ist eine solche, die weniger als nichts ist, und besitzt eben so wie die würckliche das Hauptkennzeichen einer Grösse, welches darinnen bestehet, daß sie vermehret und vermindert werden kan. Man stelle sich einen Menschen

schen vor, welcher tausend Thaler besitzt, und 3000 Thaler schuldig ist. Ich frage, wie viel er im Vermögen habe? Man wird sagen: Er hat nichts. Aber dieses ist falsch. Denn wenn er tausend Thaler hätte, und tausend schuldig wäre, so hätte er nichts. Wenn er aber 1000 Thaler besitzt, und 3000 Thaler schuldig ist; so hat er 2000 Thaler weniger als nichts. Und dieses ist eine verneinende Grösse. Hätte er 1000 Thaler, und wäre 5000 schuldig: so hätte er 4000 Thaler weniger als nichts. Und also sieht man, daß sich die verneinenden Grössen eben so wie die würcklichen, vermehren und vermindern lassen. Das Zeichen der verneinenden Grössen ist —, das Zeichen der würcklichen aber +. Wo gar kein Zeichen stehet, wird allemal eine würckliche Grösse verstanden.

§. 14.

Nun können wir urtheilen, wie man Buchstaben zusammen **addiren** müsse. Denn da alle Grössen entweder würckliche oder verneinende Grössen sind: so entspringen daraus die folgenden drey möglichen Fälle. Entweder wir addiren eine würckliche Grösse zu einer würcklichen, oder eine verneinende zu einer verneinenden, oder endlich eine würckliche zu einer verneinenden. Wir wollen alle drey Fälle untersuchen.

I. Wenn eine würckliche Grösse zu einer würcklichen addiret wird, so geschieht es wie in der Rechenkunst, wo wir ebenfalls lauter würckliche Grössen zu addiren pflegen.

1) Z. E. Man addire $3a + 5b$
zu $4a + 3b$
so ist die Summe $7a + 8b$

2) Man addire $6a + 4b + c + 2x$
zu $4a + b + c + 4y$
so ist die Summe $10a + 5b + 2c + 2x + 4y$

II. Eben so ist es mit den verneinenden Grössen beschaffen: man addiret sie gleichfalls wie in der Rechenkunst gebräuchlich ist, und dieses ist eben so wenig zu verwundern, als daß 200 Rthl. Schulden und 300 Rthl. Schulden zusammen 500 Rthl. Schulden ausmachen.

1) Z. E. Man addire $-3a - 5b$
zu $-4a - 3b$
so ist die Summe $-7a - 8b$

2) Man addire $-6a - 4b - c - 2x$
zu $-4a - b - c - 4y$
so ist die Summe $-10a - 5b - 2c - 2x - 4y$

III. Der

III. Der dritte Fall, wenn man verneinende und würckliche Grössen zusammen addiren soll, oder welches gleich viel ist, wenn die Zeichen der Buchstaben verschieden sind, erfordert, daß man von der grössern Zahl die kleinere abziehe, und zu dem, was übrig bleibet, das Zeichen der grössern setze.

1) Z. E. Man addire $-2a+5b$
zu $+3a-4b$

so ist die Summe $+a+b$

Denn wenn 2a fehlen, und 3a sind würcklich vorhanden, so wird dadurch der Fehler nicht nur aufgehoben, sondern es bleibt auch noch ein würckliches a übrig, und eben so klar ist es, daß ein b übrig bleiben müsse, wenn 5b vorhanden sind, und 4b mangeln.

2) Man addire $-6a+b+4c+5d$
zu $+2a-4b-4c-2y$

so ist die Summe $-4a-3b+5d-2y$

Denn wenn 2a würcklich vorhanden sind, und 6a fehlen, so fehlen nunmehr nur noch 4a, das ist nach der algebraischen Sprache so viel als $-4a$. Wenn ein b vorhanden ist, und kömmt ein Mangel von 4b dazu, so ist der Mangel nunmehro nur noch 3b oder man bekömmt — 3b. Wenn 4c fehlen und 4c sind vorhanden, so fehlt eben so viel, als da ist, man behält also nichts, und da man nichts davon hat, wenn man nichts schreibt: so läst man die Summe von + 4c und — 4c gar weg. Dazu + 5d und zu — 2y nichts zu addiren ist, so bleiben sie, was sie waren, nemlich + 5d und — 2y.

Hieraus kan man alle zusammengesetzte Fälle beurtheilen. Folgendes Exempel kan zur Uebung dienen.

$$\begin{array}{r} a + 2b - 3c - 5d \\ 3a - 2b + 6c + 2d \\ \hline 4a + 3c - 3d \end{array}$$

§. 15.

Ich werde künftig um der Kürtze willen an statt der würcklichen Grössen allemal das Zeichen +, und an statt der verneinenden das Zeichen — setzen. Wenn man Grössen von einander subtrahiret: so subtrahiret man entweder + von + oder — von — oder + von — oder — von +, und da die Zahl, welche man abziehet, derjenigen, von welcher man sie abziehet, entweder

der gleich oder ungleich ist; und wenn sie ihr ungleich ist, entweder grösser oder kleiner ist: so entstehen überhaupt 12 mögliche Fälle.

I. Wenn die Grössen, so man von einander subtrahiret, gleich sind.

II. Wenn die abzuziehende Zahl kleiner ist als dieienige, davon die Subtraction geschehen soll.

III. Wenn die abzuziehende Zahl grösser ist als dieienige, davon man sie abziehen soll: so können in iedem von diesen Fällen die gedachten vier möglichen Verbindungen der Zeichen vorkommen, welches überhaupt 12 mögliche Fälle ausmacht. Welche wir untersuchen wollen.

I. Wenn einerley Zeichen sind, und man soll das kleinere von dem grössern abziehen, so verrichtet man die Subtraction wie mit den Ziffern.

Z. E. 1) von $16a+4b+8d+e+3f+5g$
soll subtr. werden $4a+3b+5d+e+3f+4x$

so ist der Rest $12a+b+3d+5g-4x$

Daß $4a$ abgezogen von $16a$, $3b$ von $4b$ und $5d$ von $8d$ subtrahirt, übrig lassen $12a+b+3d$, hat gar keine Schwierigkeit. Wenn man e von e und

und 3f von 3f abzieht, so kan nichts übrig bleiben, weil man eben so viel hinwegnimmt, als vorhanden war. Von 5g war nichts zu subtrahiren, derowegen bleiben sie 5g, und 4x sollten von nichts subtrahirt werden, also bleiben auch diese 4x.

$$\begin{array}{lllllll} 2) & -16a & -4b & -8d & -e & -3f & -5g \\ & -4a & -3b & -5d & -e & -3f & -4x \\ \hline \text{Rest} & -12a & -b & -3d & & & -5g+4x \end{array}$$

Um dieses zu verstehen, ist zu mercken, daß eine verneinende Grösse subtrahiren, eben so viel sey, als etwas würckliches setzen. Denn bildet euch ein: ich wäre 100 Rthl. schuldig, und ihr wolltet mir diese Schuld hinwegnehmen, würdet ihr mir nicht 100 Rthl. geben müssen? Und kan uns wol eine Sache befremden, die sich auf eine bekannte Regel der Grammatick gründet. Denn wer weiß nicht, daß zwey Verneinungen beiahen. Wenn ich aber eine verneinende Grösse hinwegnehmen will, so leugne ich ia in der That die Abwesenheit einer Grösse. Heist dieses aber wol etwas anders, als daß ich behaupte, es sey eine würckliche Grösse vorhanden. Hieraus erhellet also, daß —4a abziehen eben so

viel

viel heisse; als 4a setzen. Wenn mir nun 16a fehlen, und es werden mir 4 gegeben, so fehlen mir nunmehro nur noch 12a. Wer sieht also nicht, daß — 12a übrig bleiben müsse, wenn — 4a von — 16a abgezogen wird. Wenn — e von — e subtrahiret werden soll: so soll ich den Mangel von einem e hinweg nehmen, das heist; ich soll ein e setzen, da mir nun gerade ein e fehlt, so ist klar, daß nichts übrig bleiben könne. Und eben so ist es beschaffen, wenn — 3f von — 3f abgezogen werden soll. Von — 5g ist nichts abzuziehen, daher bleibt es unverändert — 5g. Hingegen — 4x soll ich von nichts abziehen. Da nun ein — abziehen eben so viel ist, als etwas setzen, so werden 4 würckliche x zu nichts gesetzt, und man begreift also, warum hier die — 4x in + 4x verwandelt worden sind.

II. Wenn einerley Zeichen sind, und man soll das grössere von dem kleineren subtrahiren, so ziehet man das kleinere von dem grösseren ab, und setzet zu dem was übrig bleibet, das Zeichen — wenn die Grössen +, und + wenn sie — haben.

Z. E. 1) $4a + 3b + 5d + e + 3f + 4x$
$16a + 4b + 8d + e + 3f + 5g$

Rest $- 12a - b - 3d - 5g + 4x$

Denn wenn 4a vorhanden sind, und ich soll 16a davon wegnehmen, so gebe ich die vorhandenen 4a, und alsdenn fehlen noch 12a, welche ebenfalls weggenommen werden sollen. Die Grössen aber, welche fehlen, sind verneinende Grössen, und bekommen also das Zeichen —. Wenn ein e vorhanden ist, und ich soll ein e davon wegnehmen, so kan nichts übrig bleiben, eben so ist es, wenn ich 3f von 3f abziehen soll. Von + 4x soll nichts hinweggenommen werden, daher bleiben sie unverändert + 4x. Hingegen wenn ich + 5g von nichts hinwegnehmen soll, so bekomme ich 5g weniger als nichts, das ist, mathematisch von der Sache zu sprechen, — 5g.

2) $- 4a - 3b - 5d - e - 3f - 4x$
$- 16a - 4b - 8d - e - 3f - 5g$

Rest $+ 12a + b + 3d + 5g - 4x$

— 16a subtrahiren, heist so viel, als 16a würcklich setzen. Denn was ist es anders, wenn ich den Mangel hinwegnehme, als daß ich denselben

durch

durch eine würckliche Grösse ersetze. Wenn mir nun 4a fehlen, und ich nehme den Mangel von 16a hinweg, so müssen mir nothwendig 12 würckliche a übrig bleiben. Derowegen läst —16a, wenn es von —4a abgezogen wird, + 12a übrig. Wenn ich —e von —e subtrahiren soll, so soll ich den Mangel von einem e wegnehmen, da mir nun gerade ein e fehlet, so kan nichts übrig bleiben. —5g soll ich von nichts wegnehmen, da nun wiederum ein — hinwegnehmen nichts anders ist, als etwas würckliches setzen, so werden die —5g, welche abgezogen werden sollten, in + 5g verwandelt. Weil endlich von —4x nichts abzuziehen ist, so bleiben sie unverändert —4x.

III. Wenn die Zeichen verschieden sind, so addiret die Grössen, die ihr von einander abziehen sollet, und zu der Summe setzet das Zeichen derienigen Grösse, von welcher die Subtraction geschehen sollte.

Z. E. $+16a+4b+8d+e+3f+5g$

$-4a-3b-5d-e-3f-4x$

Rest $+20a+7b+13d+2e+6f+5g+4x$

16a sind vorhanden, der Mangel von 4a wird noch dazu hinweggenommen,

men, derowegen kommen zu den vorhandenen 16a noch 4a hinzu, und diese machen zusammen 20a aus. So ist es auch mit den übrigen, als wenn ein — e hinweggenommen werden soll, und es ist schon ein + e da: so muß dieses zusammen + 2e ausmachen. Von + 5g soll nichts abgezogen werden, daher bleibt es + 5g, und da von nichts — 4x abgezogen werden sollen, so werden sie in + 4x verwandelt.

2) $-16a-4b-8d-e-3f-5g$
$+4a+3b+5d+e+3f+4x$

Rest $-20a-7b-13d-2e-6f-5g-4x$

16a fehlen, 4a sollen noch hinweggenommen werden. Folglich fehlen 20a oder man bekömmt — 20a u. s. w. Von — 5g ist nichts zu subtrahiren, und also bleibt es, da hingegen + 4x, wenn sie von nichts subtrahiret werden, 4x weniger als nichts, das ist — 4x ausmachen.

3) $+4a+3b+5d+e+3f+4x$
$-16a-4b-8d-e-3f-5g$

Rest $+20a+7b+13d+2e+6f+5g+4x$

Denn 4a sind vorhanden, und da der Mangel von 16a noch hinweggenommen werden soll: so werden zu diesen

diesen 4a noch 16a hinzugesetzt, welches zusammen 20a ausmacht, u. s. w. — 5g sollen von nichts abgezogen werden, das ist, man soll zu nichts noch 5g hinzusetzen, welches + 5g ausmacht, und da von + 4x nichts subtrahirt werden soll, so bleibt es unverändert.

$$
\begin{array}{rl}
4) & -4a-3b-5d-e-3f-4x \\
 & +16a+4b+8d+e+3f+5g \\
\hline
\text{Rest} & -20a-7b-13d-2e-6f-5g-4x
\end{array}
$$

4a fehlen und 16a sollen noch hinweggenommen werden, werden also nicht 20a fehlen müssen? Das übrige läst sich aus den vorhergehenden abnehmen.

Dieses sind alle mögliche Fälle. Folgendes Exempel kan zur Uebung dienen.

$$
\begin{array}{l}
9b+15c-7d+8e-f \\
6b+20c-9d-9e+7f \\
\hline
3b-5c+2d+17e+8f
\end{array}
$$

3b + 12c + 2d + 8f

§. 14.

Bey der **Multiplication** kommen drey Fälle vor. Man multipliciret entweder + mit +, oder — mit —, oder endlich + mit —. Im übrigen verrichtet man die Multiplitiplication wie in Zahlen, nur ist zu mercken, daß einerley Zeichen im Product +, verschiedene aber — geben. Last uns setzen, + hiesse affirmo, und — nego; so hiesse + mit + multipliciren, affirmo me affirmasse. Derowegen ist + × + = +. Wenn — mit — multiplicirt werden soll: so heist dieses: einen Mangel leugnen, oder negare se negasse. Wer aber leugnet, daß er geleugnet habe, der bejahet. Wird also —, wenn es durch — multiplicirt wird, wol etwas anders, als + ausmachen können? Wenn man + durch — multiplicirt, so nimmt man einen Mangel etliche mal. Wer wollte aber zweifeln, daß ein vervielfältigter Mangel ein Mangel sey? oder grammaticalisch davon zu sprechen, so heisset + mit — multipliciren: affirmare se negasse. Wer aber behauptet, daß er geleugnet habe, der leugnet. Derowegen ist + × — = —.

Hieraus kan man folgendes Exempel beurtheilen:

$$\begin{array}{r} +\,a + b - d \\ +\,a - b - d \\ \hline -ad - bd + dd \\ -ab - bb + bd \qquad \\ +\,aa + ab - ad \qquad\qquad \\ \hline aa - bb - 2ad - \cancel{bd} + dd \end{array}$$

§. 15.

Die vierte und letzte Rechnungsart ist die **Division**. Nichts ist leichter, als sich davon einen Begriff zu machen, wenn man dasjenige, was vorher von der Multiplication gesagt worden, recht eingesehen hat. Man dividiret auch hier entweder + durch + oder — durch —, oder + durch — oder — durch +. In allen diesen Fällen hat die Regel statt: Einerley Zeichen geben in Quotienten +, verschiedene aber —.

Will man die Probe machen, so multiplicire man den Divisorem mit den Quotienten. Es wird weiter nichts erfordert, den Grund dieser Regel einzusehen, als der Satz aus der Rechenkunst: daß der andre Factor herauskommen müsse, wenn man mit dem einen in das Factum dividiret. Wenn ich nun — a mit + b multiplicire, so kömmt — ab heraus (§. 14.). Dieses ist das Factum. Wenn ich also dieses Factum — ab durch den einen Factorem + b dividire: so muß nothwendig der andre Factor — a herauskommen. Hingegen wenn ich eben dieses Factum — ab durch — a dividire, so muß der andre Factor — b herauskommen. Gleichwie nun hieraus erhellet, daß verschiedene Zeichen bey der Division — in den Quotienten geben, so ist leicht zu erachten, daß einerley Zeichen in Quotienten + geben müssen. Denn wenn man + durch + dividiret: so nimmt man einen Theil einer würcklichen Grösse, ein Theil aber einer würcklichen Grösse, ist eine würckliche Grösse. Dividiret man aber — durch —, so leugnet man einen Theil einer verneinenden Grösse. Die Abwesenheit aber einer Grösse leugnen, heist so viel, als dieselbe setzen. Derowegen muß —, wenn es durch — dividiret wird, im Quotienten + geben. Also erhellet auch die Richtigkeit des andern Theils der angeführten Regel: daß + multipliciret mit + oder — multiplicirt mit — in Quotienten jederzeit + gebe. Folgendes Exempel kan zur Uebung dienen.

$$
\begin{array}{rl}
 & aa-bb-2ad+dd\ (a+b-d \\
a-b-d) & aa-ab-ad \\ \hline
 & +ab-bb-ad+dd \\
a-b-d) & +ab-bb-bd \\ \hline
 & +bd-ad+dd \\
a-b-d) & -ad+bd+dd \\ \hline
 & 0
\end{array}
$$

Wir wollen die Probe machen, und den Quotienten $a+b-d$ mit $a-b-d$ multipliciren: so muß der Dividendus $aa-bb-2ad+dd$ wieder herauskommen.

$$\begin{array}{r} a+b-d \\ a-b-d \\ \hline -ad-bd+dd \\ -ab-bb+bd \quad \\ +aa+ab-ad \qquad \\ \hline aa-bb-2ad+dd \end{array}$$

§. 16.

Alles was vorzunehmen ist, wenn man eine algebraische Aufgabe auflösen will, läst sich bey drey Worten behalten. Diese sind Benennung, Gleichung und Ausführung (denominatio, æquatio & reductio). Von der Benennung haben wir bereits gehandelt, indem ich gesagt habe; man solle die bekannten Grössen mit den ersten und die unbekannten durch die letzten Buchstaben des Alphabets anzeigen. Dieses ist die gemeinste Art der Benennung, welcher man sich zu bedienen pflegt. Man darf aber nicht dencken, daß es die eintzige sey. Nein, man kan bisweilen die Benennung auf eine sinnreiche Art einrichten, die den Nutzen hat, daß wir eher zu der Erkäntniß der unbekannten Grössen gelangen, als sonsten geschehen seyn würde. Damit dieses deutlicher werde, so wollen wir setzen, man sollte aus der Summe zweyer Zahlen und ihrem Producte die Zahlen selber finden. In diesem Falle sind uns zwey Zahlen bekannt, wir wissen nemlich, was herauskömmt, wenn man die Zahlen, welche wir zu wissen verlangen, zusammen addiret, wir wissen auch, was herauskömmt, wenn man sie mit einander multipliciret. Da nun solchergestallt die Summe und das Product bekannte Grössen sind: so hätte man die Summe a und das Product b nennen können, die beyden unbekannten Zahlen aber, aus denen diese Summe und dieses Product entstanden ist, hätten x und y heissen müssen. Nichts ist gewisser, als daß diese Benennung so beschaffen seyn würde, daß man dabey seinen Zweck erreichen, und die beyden unbekannten Zahlen würde haben finden können. Indessen kan dieses doch bey einer andern Benennung noch auf eine kürzere, leichtere und bequemere Art geschehen. Denn wenn man die Summe a, das Product b und die halbe Differentz derer beyden unbekannten Zahlen, welche gleichfalls unbekannt ist, x nennet; so kan man folgenden arithmetischen Satz dabey anbringen: Wenn man zu der halben Summe zweyer Zahlen die halbe Differentz addiret, so kömmt die gröste, und wenn man von der halben Summe die halbe Differentz abziehet, so kommt die kleinere von ihnen heraus. Nun ist die Summe a und die halbe Differentz x genennet worden: wer sieht also nicht, daß man die grosse Zahl durch

$\frac{1}{2}$ a

$\frac{1}{2}a+x$ und die kleinere durch $\frac{1}{2}a-x$ andeuten könne. Das macht, es giebt mehrere Wege zu der Wahrheit zu gelangen. Einige sind weitläuftig, und andere kurtz, einige angenehm, andere beschwerlich, einige mühsam und andere bequem. Wie glücklich ist nicht ein Gelehrter, welcher jederzeit den leichtesten, bequemsten und angenehmsten Weg nach den Tempel der Wahrheit findet, und wie Auslachens würdig sind nicht diejenigen, die es für rühmlicher halten, durch einen grossen Umschweif, welcher sie in Dornen, Hecken und Morast führet, dahin zu gelangen, ohnerachtet sie die gerade Strasse vor Augen haben.

§. 17.

Das andere Stück, worauf man zu sehen hat, wenn man eine algebraische Aufgabe auflösen will, ist, daß man sich um eine **Gleichung** bekümmere. Was ist aber eine Gleichung? Nichts anders, als daß man eine Grösse mit zwey Nahmen zu belegen sucht, welche beyde Ausdrücke gleichgültig sind, und dadurch man in den Stand gesetzt wird, das bekannte und unbekannte in eine Verbindung zu setzen. Die Wahrheit vergleicht sich einer gewissen Art der Bilder, welche gantz etwas anders vorstellen, wenn man sie aus einem andern Gesichtspuncte ansiehet, ohnerachtet sie beständig dieselbigen verbleiben. Ist dieses nicht die Ursache, daß die Urtheile der Menschen so sehr verschieden sind, und daß eben dieselbige Sache diesem häßlich, ienem schön, diesem erschrecklich und ienem angenehm, diesem unvollkommen und ienem vollkommen erscheinet? Sähen sie die Sachen nicht blos von einer Seite an, so würden ihre Urtheile öfters gantz anders beschaffen seyn; aber so bedienen sie sich gar gewisser Gläser, die alles entweder zu groß oder zu klein vorstellen.

Den schönen Bau der Welt sieht leider iedermann
Durch seiner Leidenschaft verkehrtes Fernglas an,
Das alles, nur nicht sich verkleinert und entfernet,
Dadurch man sich allein, nur sich vergrössern lernet.

Die Algebraisten sind davon ausgenommen, denn diese wollen nicht nur mit ihren Augen sehen, sondern sie betrachten auch dieienigen Sachen, die sie kennen lernen wollen, von allen Seiten und aus allen Gesichtspuncten, um von ihrem Werthe ein unpartheyisches Urtheil fällen zu können. Ihre Gleichungen sind die deutlichsten Beweisthümer davon. Ein Exempel wird die Sache deutlicher machen. Man setze, es sollten aus der Summe zweyer Zahlen und ihrer

ihrer Differentz die Zahlen selber gefunden werden, die Summe wäre $=a$ die Differentz $=b$, die kleine Zahl $=x$, und die grosse $=y$: so darf man nach geschehener Benennung nur ein wenig nachdencken, um eine Gleichung zu finden. Denn wenn man erwägt: daß die Summe zweyer Zahlen entstehe, wenn man die Zahlen zusammen addiret, wenn man ferner bedenckt, daß die Summe a und die beyden Zahlen x und y heissen: so wird man nicht zweifeln, daß $a=x+y$. Dieses ist also eine Gleichung. Es ist darinnen a, das ist etwas bekanntes mit $x+y$ das ist mit etwas unbekannten in einen Zusammenhang gebracht worden. Folgt also nicht daraus, daß man iederzeit, wenn etwas zu erfinden ist, solche Wahrheiten wissen müsse, die mit denen, welche man zu wissen verlangt, in einer Verbindung stehen. Es ist aber wohl zu mercken, daß man iederzeit so viele Gleichungen haben müsse, als unbekannte Grössen vorhanden sind. In unserm Exempel sind zwey unbekannte Grössen x und y, daher müssen wir auch zwey Gleichungen haben. Die eine haben wir gefunden, last uns versuchen, ob wir auch die andere finden können. Es ist uns die Differentz zweyer Zahlen gegeben, und wir haben solche b genennet. Nun entstehet die Differentz, wenn man die kleinere Zahl von der grössern abzieht.

y ist

y ist die grössere, und x die kleinere Zahl. Derowegen ist $b=y-x$. Und dieses ist die andere Gleichung die wir hier nöthig haben.

§. 18.

Wenn man so viele Gleichungen hat, als unbekannte Grössen vorhanden sind, so wird die Reduction oder Buchstabenrechnung angestellt, vermittelst welcher man es dahin zu bringen sucht, endlich eine solche Gleichung zu finden, darinnen auf der einen Seite lauter bekannte, auf der andern aber nur eine unbekannte Grösse stehen bleibet. Denn wenn dieses geschehen ist, so hat man die unbekannte Grösse durch lauter bekannte erklärt, und da man von den bekannten Grössen deutliche Begriffe hat, so hat man dergleichen auch nunmehro von der unbekannten. Es ist also klar, daß die Rechnung nicht eher zu Ende gebracht sey, als bis man auf der einen Seite lauter bekanntes, und auf der andern lauter unbekanntes hat. So lange aber bekanntes und unbekanntes mit einander vermengt ist, muß man versuchen, dieses von einander zu trennen, und da entsteht billig die Frage: wie solches anzufangen sey? Meistentheils bestehet das Kunststück darinne, daß man die Grössen, welche durch Addition mit einander verbunden sind, durch die Subtraction, die durch Subtraction verbunden sind, durch Addition, die durch Multiplication ver-

verbunden sind, durch die **Division**, und die durch **Division** verbunden sind, durch die **Multiplication** von einander zu bringen sucht Wovon sich der Grund gar leichte aus den arithmetischen Grundsätzen: Wenn gleiches und gleiches addiret, subtrahiret, multipliciret und dividiret wird, so muß gleiches herauskommen, herleiten läst. Oder man erhebt die Grössen einer Gleichung zu einerley Dignität, oder man ziehet aus den Grössen der Gleichung einerley Wurtzel aus. Denn wenn man gleiche Grössen zu einerley Dignitäten erhebt, oder aus ihnen einerley Wurtzel auszieht, so muß ebenfalls vermöge der angeführten arithmetischen Grundsätze gleiches herauskommen, wie sich durch die Exempel bald deutlicher zeigen wird.

§. 19.

Aus dem, was hier gesagt worden ist, erhellet, daß die Reduction den Zusammenhang zwischen denen bekannten und unbekannten Warheiten gebe. Sie ist so zu sagen die Brücke, deren wir uns nothwendig bedienen müssen, weil die Natur keinen Sprung thut. Und solchergestallt kan man sie als den Beweiß von dem gefundenen Lehrsatze ansehen. Hierauf beruhet das allermeiste, wenn man eine Wissenschaft, und folglich auch die Algebra auf eine leichte und iedermann begreifliche Art vortragen will.

Denn

Denn wir mögen die Beweise der Mathematicker oder die algebraischen Rechnungen betrachten: so werden wir finden, daß sie nichts anders sind, als ein Haufen aneinander hängender Vernunftschlüsse. Es sind aber aneinanderhängende Vernunftschlüsse solche, da die Schlußrede des vorhergehenden zugleich einen Fordersatz zu den folgenden abgiebt. Je mehr ich es daher überlege, ie mehr finde ich, daß es vernünftig sey, die Fertigkeiten des Verstandes eben so wie die Fertigkeiten der Bewegungen des Leibes zu erhalten. Ein Kind weiß anfangs nicht, wie es gehen soll, nach und nach bekömmt es einen Trieb darzu, dieser macht, daß es einige Versuche anstellt, sie gerathen aber meistentheils unglücklich, und es wird durch das Fallen überführt, daß es seine Sachen nicht recht gemacht habe. Es sucht daher inskünftige dergleichen zu vermeiden, und andere Bewegungen vorzunehmen, bis es endlich, doch nicht ohne Furcht zu fallen, gehen lernet. Durch viele Uebung aber wird es dahin gebracht, daß man zugleich gewisse und geschwindere Schritte thun lernet, ia endlich macht eben diese Uebung, daß ein Mensch die gefährlichst scheinenden Sprünge gantz glücklich verrichten kan. So ist es gerade auch mit dem Verstande beschaffen. Wir kommen gantz nagelneu in die Welt, und wissen von nichts was darinnen

innen vorgehet, ohnerachtet uns Plato versichert, daß wir vor 36000 Jahren schon einmahl darinnen gewesen sind. Nach und nach bekommen wir durch die Sinne Begriffe, welche immer klärer werden. Hierauf fangen wir an, diese Begriffe unter einander zu vergleichen, und bringen dadurch Urtheile hervor. Ja endlich bekommen wir die Geschicklichkeit, aus zweyen Urtheilen, die einander gewisser massen ähnlich sind, ein drittes zu finden, das uns vorher nicht bekannt war, das heist, wir fangen an Schlüsse zu machen. Viele Fehler lernen uns die Regeln, nach welchen sie gemacht werden müssen, kennen, ohne daß wir diese Regeln sagen könten. Aber auch dabey bleibt man nicht stehen, sondern man fängt an Schlüsse unter einander zusammen zu hängen, und wenn man dieses thut, so beweist man dadurch, daß man eine Vernunft habe. Wer sieht also nicht, daß es die Vernunft sey, vermittelst welcher die Wahrheiten wie die Glieder an einer Kette an einander gehenckt werden. Bey den meisten Menschen ist diese Kette sehr kurtz, bey den Gelehrten sollte sie von rechtswegen länger seyn, aber wenn man die Wahrheit sagen soll, so besitzen sehr viele von ihnen zwar eine grosse Menge solcher kleinen Ketten, aber sie wissen nicht, wie sie sie an einander fügen sollen. Das macht, man bedenckt

nicht,

nicht, daß die ersten Schritte, welche man nach dem Tempel der Weisheit thut, sehr langsam und mit vielem Bedachte verrichtet werden müssen, bis man nach und nach geschwinder gehen lernet, und endlich die Geschicklichkeit bekömmt, gar einen gelehrten Läufer abzugeben. Die geschicktesten unserer Führer sind meistentheils von der letztern Art. Wollen wir uns also wundern, wenn wir ihnen nicht folgen können, oder allenfalls ihre Fußstapfen nur von weiten erblicken, ohne zu begreiffen, wie sie dieselben gemacht haben. Sie lassen in ihren Beweisen viele Schlüsse aussen, und setzen vieles zum voraus, welches dem, der sie verstehen soll, zu wissen nothwendig ist, sie bedencken aber nicht, daß ein Kind einem Läuffer nicht folgen könne, wenn es nicht vorher alle die Uebungen angestellet hat, die er hat machen müssen, ehe er diese Fertigkeit erhalten hat. Denn das ist einmal vor allemal ausgemacht, daß man sich bey einem Beweise alle ausgelassene Sätze und Schlüsse gedencken müsse, wenn man überführt seyn will. Setzt sie mir nun ein Verfasser vor Augen, so darf ich sie nur lesen, sind sie aber ausgelassen, so muß ich ihren Mangel durch eigenes Nachdencken ersetzen. Wir haben eine Probe von einer so danckeln Art des Vortrages an den Schriften des berühmten **Newtons**. Seine Erfindungen

sind

vortrefflich, aber sie sind auf eine so kurtze Art erwiesen, daß man nicht ohne grosse Mühe davon überführet werden kan. Ihm selbst war alles vollkommen deutlich, aber es fiel ihm verdrießlich, es andern eben so deutlich zu machen. Denn wenn dieses ein Gelehrter thun will, so muß er eben die Beschwerlichkeiten dabey übernehmen, welche ein junger und im Laufen geübter Mensch haben würde, wenn er von einem Orte zum andern niemals anders, als mit kurtzen und langsamen Schritten, nach Art der kleinen Kinder, gehen sollte. Einige Gelehrte scheinen dieses eingesehen zu haben, und dieses hat sie auf den Entschluß gebracht, niemals anders, als mit kindischen Schritten zu gehen, aber sie müssen sich auch dabey nicht nur dieses gefallen lassen, daß sie auf diese Weise nicht weit fortkommen, sondern, daß sie auch von allen, welche etwas fertiger gehen können, ausgelacht werden. Dieses sind diejenigen, welche es für nöthig halten, alle Kleinigkeiten durch einen Vernunftschluß zu beweisen, und die das quicunque, atqui, ergo, zu ihrem Wahlspruche erwählt haben. Wer kan sich z. E. wohl des Lachens enthalten, wenn man aus dem Begriffe des Einheitzens mit vieler Gelehrsamkeit die drey Sätze herleiten wollte: Zum Einheitzen wird ein Ofen erfordert. Man muß Holtz hineinlegen, und das Holtz anzünden. Gleichwol haben wir in der That Schriften, darinnen dergleichen unbegreifliche Wahrheiten erwiesen sind. Es wird also auch wol hier am vernünftigsten seyn, die Mittelstrasse zu halten. Einen gelehrten Luftspringer, welcher ein paar Dutzend Vernunftschlüsse auf einmal glücklich überhüpfen kan, bewundre ich, und mit einem gelehrten Kinde, das nur Schritt vor Schritt gehet, habe ich Mitleiden; könte es aber in der That geschwinder gehen, als es thut, so verdient es ausgelacht zu werden. Die meisten gelehrten Luftspringer sind unglücklich, nur die Mathematicker nehmen selten Schaden. Aber das ist es eben, was die Algebra so schwer macht. Man trifft darinnen Conclusionen ohne Prämissen an, welche gewöhnlicher Weise nicht citirt werden, ia man findet Sätze, zu deren Erkäntniß man nicht anders, als durch mehrere Schlüsse gelangen kan, welche gleichwol nicht vorhanden sind. Dadurch werden die algebraischen Rechnungen kurtz, zugleich aber auch ungeübten Lesern beschwerlich gemacht. Man erblickt öfters auf einer Seite so viel, was sonsten in einem gantzen Buche kaum Platz haben würde, aber man muß auch ein gantzes Buch durch seinen Kopf gehen lassen, ehe man diese Seite begreifen kan. Dieses ist also das vornehmste Kunststück, worauf die Erleichterung der Algebra beruhet. Wir wollen an einigen Exempeln die Probe machen.

§. 20.

Aufgabe.

Es ist uns bekannt die Summe zweyer Zahlen oder Grössen und ihr Unterscheid, wir sollen die Grössen selber finden.

Auflösung.

1) Benennung.

Es sey die Summe $= a$ Die kleine Grösse $= x$

Der Unterschied $= b$ die grosse $= y$

2) Gleichung.

$a = x + y$ (§. 17.) $b = y - x$

3) Ausführung.

n. 1.

$a = x + y$ (n. 2.)
$x = x$ (Wolff. Ar. §. 20.)

Derowegen ist $a - x = y$ (§. 25. Arithm.)

n. 2.

$b = y - x$ (n. 2.)
$x = x$ (Wolff. Ar. §. 20.)

Derowegen $b + x = y$ (§. 24. Arithm.)