Werk

Titel: Zeitschrift für Mathematik und Physik

Verlag: Teubner

Jahr: 1876

Kollektion: mathematica

Signatur: 8 MATH I, 755:21

Werk Id: PPN599415665_0021

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN599415665_0021|LOG_0038

Kleinere Mittheilungen.

XIX. Bemerkung zu der Auflösung der biquadratischen Gleichungen.

In einem Programme der Realschule zu Trier habe ich 1855 eine Abhandlung über die Zerlegung der quadratischen, kubischen und biquadratischen Functionen und die Auflösung der entsprechenden Gleichungen veröffentlicht. Da diese Arbeit jedoch nicht ganz bekannt geworden ist, so glaube ich die Methode, die ich wählte, hier kurz andeuten zu sollen, und beschränke mich der Kürze wegen auf die Functionen vierten Grades.

Wenn man in die Function

$$f(xy) = ax^4 + 4bx^3y + 6cx^2y^2 + 4dxy^3 + ey^4$$

die neuen Veränderlichen ξ, η mittels der Gleichungen

$$x = \alpha\xi + \beta\eta, \quad y = \gamma\xi + \delta\eta$$

setzt, so kann man die Function in eine quadratische mit den Veränderlichen ξ^2, η^2 verwandeln, und es müssen für diesen Zweck die eingesetzten Coefficienten α, β, γ, δ der Doppelgleichung

$$\frac{a\alpha\beta + b(\alpha\delta + \beta\gamma) + c\gamma\delta}{-\gamma\delta} = \frac{b\alpha\beta + c(\alpha\delta + \beta\gamma) + d\gamma\delta}{\frac{1}{2}(\alpha\delta + \beta\gamma)} = \frac{c\alpha\beta + d(\alpha\delta + \beta\gamma) + e\gamma\delta}{-\alpha\beta}$$

Genüge leisten.

Wird der gemeinsame Werth dieser drei Quotienten mit m bezeichnet, so erhält man ein System von drei Gleichungen, nämlich

$$\begin{aligned} a\alpha\beta + b(\alpha\delta + \beta\gamma) + (c+m)\gamma\delta &= 0, \\ b\alpha\beta + (c - \tfrac{1}{2}m)(\alpha\delta + \beta\gamma) + d\gamma\delta &= 0, \\ (c+m)\alpha\beta + d(\alpha\delta + \beta\gamma) + e\gamma\delta &= 0. \end{aligned}$$

Damit diese Gleichungen neben einander bestehen können, muss die Determinante* des Systems Null sein, also die Grösse m aus der Gleichung

* Diese Determinante ist 1856, also ein Jahr nach dem Erscheinen meiner Arbeit, von Herrn Dr. Aronhold in Crelle's Journal, Bd. 52, mitgetheilt worden.

$$\begin{vmatrix} a & b & c+m \\ b & c-\frac{1}{2}m & d \\ c+m & d & e \end{vmatrix} = 0,$$

d. i. aus

$$m^3-(ae-4bd+3c^2)m+2(ace-ad^2-b^2e+2bcd-c^3)=0$$

bestimmt werden.

Nachdem diese Gleichung aufgelöst ist, wird die Umformung der Function erreicht, wenn man für $\frac{\alpha}{\gamma}$ die eine, für $\frac{\beta}{\delta}$ die andere Wurzel von einer der folgenden drei Gleichungen wählt:

$$\begin{aligned}
[ac-b^2-\tfrac{1}{2}am]\,z^2+[ad-bc-bm]\,z+bd-c^2-\tfrac{1}{2}m(c-m)&=0,\\
[ad-bc-bm]\,z^2+[ae-(c+m)^2]\,z+be-cd-dm&=0,\\
[bd-c^2-\tfrac{1}{2}m(c-m)]\,z^2+[be-cd-dm]\,z+ce-d^2-\tfrac{1}{2}em&=0.
\end{aligned}$$

Dadurch entsteht

$$f(xy)=f(\alpha\gamma)\,.\,\xi^4+3m(\alpha\delta-\beta\gamma)\,.\,\xi^2\eta^2+f(\beta\delta)\,.\,\eta^4,$$

und demnach können die linearen Factoren der Function $f(xy)$ und ebenso die Wurzeln der entsprechenden Gleichung durch die Coefficienten a, b, c, d, e dargestellt werden.

Essen. Dr. HEILERMANN.

XX. Theilbarkeit einer gegebenen Zahl durch eine andere.

Da die Theilbarkeit durch 2 und 5 auf den ersten Blick zu erkennen ist, so haben wir nur die Theilbarkeit durch diejenigen Zahlen zu betrachten, welche in der Einerstelle eine der Ziffern 1, 3, 7, 9 haben. Alle diese Zahlen haben die gemeinsame Eigenschaft, dass sie sich durch Multiplication (mit resp. 1, 7, 3, 9) auf die Form $10\lambda+1$ bringen lassen.

Sei nun a_0 eine gegebene Zahl und u_0 ihre letzte Ziffer, so bilden wir

$$a_1=\frac{a_0-u_0}{10}-\lambda u_0=\frac{a_0-u_0(10\lambda+1)}{10}.$$

Ist nun a_0 durch $(10\lambda+1)$ theilbar, so ist dasselbe mit a_1 der Fall. Bildet man a_2 aus a_1 ebenso, wie a_1 aus a_0, so erhält man immer kleinere Zahlen, da jedesmal eine Stelle wegfällt. Die Formeln lauten successive:

$$a_1=\frac{a_0-u_0(10\lambda+1)}{10},$$

$$a_2=\frac{a_1-u_1(10\lambda+1)}{10}=\frac{a_0-u_0(10\lambda+1)}{10^2}-\frac{u_1(10\lambda+1)}{10},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$a_n=\frac{a_{n-1}-u_{n-1}(10\lambda+1)}{10}=\frac{a_0-u_0(10\lambda+1)}{10^n}-\frac{u_1(10\lambda+1)}{10^{n-1}}-\ldots$$

$$\ldots-\frac{u_{n-1}(10\lambda+1)}{10},$$

worin a_n die erste Zahl ist, die sich nicht mehr verkleinern lässt. Ist $a_n = 0$, so folgt aus der letzten Formel:

$$a_0 = (10\lambda + 1)(u_0 + 10u_1 + 10^2 u_2 + \ldots + 10^{n-1} u_{n-1});$$

d. h.: die Endziffern der Zahlen $a_0, a_1, \ldots$ sind, von rechts nach links geschrieben, die Ziffern des zweiten Factors der durch $(10\lambda + 1)$ theilbaren Zahl. — Beispiele:

$158627 : 31;\ \lambda = 3.$	$410643 : 67$, mit 3 erweitert: $= 1231929 : 201;\ \lambda = 20.$
15862|7	123192|9
21	180
1584|1	12301|2
3	40
158|1	1226|1
3	20
15|5	120|6
15	120
0	0
Also: $158627 = 31.5117.$	$410643 = 67.6129.$

Waren in Mecklenburg. V. Schlegel.

XXI. Ueber die Theilbarkeit der Zahlen.

Nr. 6, Jahrg. 20, dieser Zeitschrift enthielt in einer Recension des Herrn Prof. Dr. Cantor über das bei Georg Weiss in Heidelberg erschienene „Lehrbuch für den Rechenunterricht" von Henrici die Notiz, dass in dem genannten Werke das folgende bemerkenswerthe Kennzeichen für die Theilbarkeit einer Zahl durch 7 gegeben werde:

„Eine Zahl ist durch 7 theilbar, wenn die doppelte letzte Ziffer, von den vorhergehenden Ziffern als Zahl abgezählt, einen Rest ergiebt, der durch 7 theilbar ist."

Der Beweis ist leicht. Wir übergehen denselben, weil er nur einen ganz speciellen Fall der Aufgabe betrifft: für eine beliebige Primzahl p einen Factor n zu finden derart, dass, wenn man mit demselben die letzten s Stellen der vorgelegten Zahl Z multiplicirt und das Product von der durch die übrigen Ziffern dargestellten Zahl abzieht, die Theilbarkeit des Restes die der ursprünglichen Zahl bedinge.

Sei Z_r die Zahl, welche nach Abstrich der s letzten Ziffern übrig bleibt, z_s die durch diese s Ziffern gegebene Zahl, so wird also vorausgesetzt

1) $$Z_r - n z_s \equiv 0 \pmod{p}$$

und behauptet

2) $$10^s . Z_r + z_s \equiv 0 \ (mod\, p).$$

Zieht man 1) nach Multiplication mit 10^s von 2) ab, so bleibt

$$z_s + 10^s n . z_s \equiv 0 \ (mod\, p)$$

oder

3) $$z_s (1 + 10^s n) \equiv 0 \ (mod\, p).$$

Wäre z_s nicht relativ prim zu p, etwa $= \delta . p$, so ginge p in der Zahl z_s auf; man kann alsdann die s letzten Stellen ganz unberücksichtigt lassen. Nehmen wir also z_s relativ prim zu p und dividiren 3) durch z_s: die Congruenz wird jetzt

4) $$1 + 10^s n \equiv 0 \ (mod\, p).$$

Dieselbe hat offenbar für $p = 2$ oder $= 5$ keine Lösung, diese Werthe sollen daher für die Folge ausgeschlossen werden. Vergleicht man 4) mit

$$1 + 10^{s-1} m \equiv 0 \ (mod\, p),$$

so ergiebt sich durch Subtraction die neue Congruenz

$$n . 10^s - m . 10^{s-1} \equiv 0 \ (mod\, p).$$

Hierin darf man infolge der für p geltenden Beschränkung mit 10^{s-1} dividiren und erhält

5) $$n . 10 - m \equiv 0 \ (mod\, p).$$

Ist nun m berechnet, so genügen der zugehörigen Congruenz die Werthe von der Form $pk + m$. Die Primzahl p kann am Ende nur eine der Ziffern 1, 3, 7 oder 9 haben. Diese werden durch Multiplication mit den Zahlen 0 bis 10 in Zahlen übergeführt, welche an letzter Stelle wieder 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 oder 9 haben. Mag daher m heissen, wie es wolle: man ist jederzeit in der Lage, einen Factor k zu finden, welcher $p . k + m$ zu einem Vielfachen von 10 macht: $= 10q$. Somit hat nach Einsetzung von $10q$ für m 5) das Aussehen

$$n . 10 - 10q \equiv 0 \ (mod\, p),$$

d. i.

$$n - q \equiv 0 \ (mod\, p),$$

und n gehört zu den Zahlen $p . k_1 + q$.

Man ist durch dieses Verhalten des Factors für z_s zu demjenigen von z_{s-1} in den Stand gesetzt, aus dem Multiplicator für die letzte Stelle einer vorgelegten Zahl alle übrigen zu ermitteln. Folglich wird man sich auf die Behandlung der Congruenz

6) $$10n + 1 \equiv 0 \ (mod\, p)$$

beschränken dürfen. Bezeichnet aber nach Gauss $[\alpha, \beta, \gamma, \delta, \ldots]$ den Ausdruck für die Factoren, welche auftreten, wenn man die Vielfachen von p in 10, von 10 in p, vom Rest in 10 u. s. w. bestimmt, bis man zum Rest 1 gelangt, so ist die Wurzel von 6)

$$n \equiv [\beta, \gamma, \delta, \ldots] \ (mod\, p).$$

Stellen wir z. B. die Berechnung für $p = 47$ an, so ist

$$\begin{aligned} 10 &= 0.47 + 10, & \alpha &= 0, \\ 47 &= 4.10 + 7, & \beta &= 4, \\ 10 &= 1.7 \;\; + 3, & \gamma &= 1, \\ 7 &= 2.3 \;\; + 1, & \delta &= 2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [4, 1, 2] &= 4\,[1, 2] + [2] \\ &= 4.(1.2 + 1) + 2 \\ &= 12 + 2 \\ &= 14. \end{aligned}$$

Die Werthe von n sind also enthalten in der Form $47k + 34$. Prüfen wir hiernach die Zahl 10392687 bezüglich ihrer Theilbarkeit durch 47:

$$\begin{array}{r} 1039268{,}7 \\ \underline{98} \\ 10391{,}7{,}0 \\ \underline{98} \\ 1029{,}3 \\ \underline{42} \\ 98{,}7 \\ \underline{98} \\ 0 \end{array}$$

10392687 ist sonach theilbar durch 47, was die Division bestätigt.

Um den Factor für die beiden letzten Stellen zu finden, wählt man $k = 8 : 47.8 + 14 = 390$; 39 ist der gesuchte Werth, und die allgemeine Form des Multiplicators $47k_1 + 39$. Es können auch negative Werthe auftreten, wenn die k negativ genommen werden. Man hat natürlich die Producte der so gefundenen Factoren an entsprechender Stelle zu addiren.

Primzahlen.	Factoren für die letzte Ziffer.	Factoren für die beiden letzten Ziffern.	Factoren für die drei letzten Ziffern.	Factoren für die vier letzten Ziffern.
3.	$+2, +5, +11$ $-1, -4, -10$	$+2 \ldots$ $-2 \ldots$	ebenso wie vorher	ebenso wie vorher
7.	$+2, +9$ $-5, -12$	$+3$ $-4, -11$	$+1, +8$ -6	$+5, +12$ $-2, -9$
11.	$+1, +12$	$-1, -12$	wie in der ersten Reihe	wie in der zweiten Reihe
13.	$+9$ -4	-3	$+1$ -12	$+4$ -9
17.	$+5$ -12	$+9$ -8	$+6$ -11	$+4$ -13
19.	-2	-4	$+11$ -8	$+3$

Primzahlen.	Factoren für die letzte Ziffer.	Factoren für die beiden letzten Ziffern.	Factoren für die drei letzten Ziffern.	Factoren für die vier letzten Ziffern.
23.	− 7	− 3	+ 2	− 9
29.	− 3	− 9	+ 2	+ 6
31.	+ 3	− 9	− 4	+ 12
37.	+ 11		− 1	+ 11
41.	+ 4	+ 25		− 10
43.	− 13	+ 3	− 4	− 9
47.	+ 14	− 8	+ 18	− 17
53.	− 16	+ 9	− 15	+ 25
59.	− 6			+ 2
61.	+ 6	+ 25		− 15
67.		+ 2		− 4
71.	+ 7	+ 22	− 12	
73.	− 22			+ 1
79.	− 8	+ 15		+ 12
83.	− 25		− 21	
89.	− 9	+ 8	− 17	+ 25
97.	+ 29			

Obige Tabelle enthält die Hauptfactoren für die Primzahlen bis 100. Der Werth −1 bei der 3 führt ersichtlich auf das bekannte Kennzeichen zurück. Auch für die 11 lässt sich der Zusammenhang mit der Schulregel erkennen. Wichtig sind besonders die Stellen, welche ± 1 zum Factor haben. So kann man bei 7 und 13 die drei, bei 73 die vier letzten Ziffern ohne Weiteres von der nach ihrer Abstreichung restirenden Zahl abziehen, bei 37 ähnlich die drei letzten Ziffern addiren u. s. w.

Dresden. P. Otte, Realschuloberlehrer.

Preisaufgaben

der Fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft in Leipzig.

(Mathematisch-naturwissenschaftliche Section.)

1. Für das Jahr 1876.

Trotz der meisterhaften Arbeiten Leverrier's über die Bewegung des Merkur kann die Theorie dieses Planeten noch nicht als endgiltig abgeschlossen betrachtet werden. Die Gesellschaft wünscht eine ausführliche

Untersuchung der die Bewegung des Merkur bestimmenden Kräfte,

mit Rücksicht auf die von Laplace (in der *Mécanique céleste*), von Leverrier (in den *Annales de l'Observatoire* und den *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*), von Hansen (in den Berichten der königl. sächs. Gesellsch. d. W. vom 15. April 1863) und von Wilhelm Weber (vergl. Zöllner über die Natur der Cometen, S. 333) angedeuteten Einwirkungen. Ausser der vollständigen Berechnung der Störungen ist eine Vergleichung mit den Beobachtungen unerlässlich, um zu zeigen, bis zu welchem Grade der Genauigkeit sich die eingehenden Constanten bestimmen lassen. Die Construction von Tafeln zur Ortsberechnung behält sich die Gesellschaft vor zum Gegenstand einer spätern Preisbewerbung zu machen. Preis 700 Mark.

2. Für das Jahr 1877.

Der nach Encke benannte und von diesem Astronomen während des Zeitraumes von 1819—1848 sorgfältig untersuchte Comet I, 1819, hat in seiner Bewegung Anomalieen gezeigt, welche zu ihrer Erklärung auf die Hypothese eines widerstehenden Mittels geführt haben. Da indessen eine genauere Untersuchung der Bahn nur über einen beschränkten Theil des Zeitraumes vorliegt, über welchen die Beobachtungen (seit 1786) sich erstrecken, so ist eine vollständige Neubearbeitung der Bahn des Encke'schen Cometen um so mehr wünschenswerth, als die bisher untersuchten Bewegungen anderer periodischen Cometen keinen analogen widerstehenden Einfluss verrathen haben. Die Gesellschaft wünscht eine solche vollständige Neubearbeitung herbeizuführen und stellt deshalb die Aufgabe:

die Bewegung des Encke'schen Cometen mit Berücksichtigung aller störenden Kräfte, welche von Einfluss sein können, vorläufig wenigstens innerhalb des seit dem Jahre 1848 verflossenen Zeitraums zu untersuchen.

Die ergänzende Bearbeitung für die frühere Zeit behält sich die Gesellschaft vor, eventuell zum Gegenstand einer spätern Preisbewerbung zu machen. Preis 700 Mark.

3. Für das Jahr 1878.

Die Entwickelung des reciproken Werthes der Entfernung r zweier Punkte spielt in astronomischen und physikalischen Problemen eine hervorragende Rolle. In der Theorie der Transformation der elliptischen Functionen wird die zuerst von Cauchy entdeckte Gleichung bewiesen

$$\frac{a}{r}\left\{1+2e^{-\pi\left(\frac{a}{r}\right)^2}+2e^{-\pi\left(\frac{2a}{r}\right)^2}+e^{-\pi\left(\frac{3a}{r}\right)^2}+e^{-\pi\left(\frac{4a}{r}\right)^2}+\ldots\right\}$$
$$=1+2e^{-\pi\left(\frac{r}{a}\right)^2}+2e^{-\pi\left(\frac{2r}{a}\right)^2}+2e^{-\pi\left(\frac{3r}{a}\right)^2}+2e^{-\pi\left(\frac{4r}{a}\right)^2}+\ldots,$$

in welcher mit Rücksicht auf die zu erzielende Genauigkeit die positive willkürliche Constante a so gross gewählt werden kann, dass die Exponentialgrösse $e^{-\pi\left(\frac{a}{r}\right)^2}$ vernachlässigt werden darf. Alsdann hat man

$$\frac{a}{r}=1+2e^{-\pi\left(\frac{r}{a}\right)^2}+2e^{-4\pi\left(\frac{r}{a}\right)^2}+2e^{-9\pi\left(\frac{r}{a}\right)^2}+\ldots,$$

eine Reihenentwickelung von ungemein rascher Convergenz. Es steht zu erwarten, dass eine auf die vorstehende Formel gegründete Entwickelung der Störungsfunction in dem Problem der drei Körper sich für die numerische Rechnung als vortheilhaft erweisen werde.

Die Gesellschaft wünscht eine unter dem angedeuteten Gesichtspunkte ausgeführte Bearbeitung des Störungsproblems zu erhalten.

Indem sie dem Bearbeiter die Wahl des besondern Falles überlässt, in welchem die numerische Anwendbarkeit des Verfahrens gezeigt werden soll, setzt sie voraus, dass das gewählte Beispiel hinlänglichen Umfang und Wichtigkeit besitze, um die Tragweite der vorgeschlagenen Methode und ihr Verhältniss zu den bisher angewandten hervortreten zu lassen. Preis 700 Mark.

4. Für das Jahr 1879.

Durch die in den Abhandlungen der königl. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften von W. Hankel veröffentlichten Untersuchungen ist nachgewiesen worden, dass die Thermoelektricität nicht nur auf den hemimorphen Krystallen auftritt, sondern eine an allen Krystallen wahrzunehmende Eigenschaft ist, soweit deren krystallinische Structur und materielle Beschaffenheit überhaupt ein Entstehen und Anhäufen der Elektricität bis zu einer durch unsere Instrumente nachweisbaren Stärke gestatten. Die erwähnten Abhandlungen umfassen ausser den hemimorphen Krystallen des Boracites und Quarzes die symmetrisch gebildeten Krystalle des Idokrases, Apophyllits, Kalkspathes, Berylls, Topases, Schwerspathes, Aragonites, Gypses, Diopsids, Orthoklases, Albits und Periklins, und lehren nicht nur die Vertheilung der Elektricität auf den in den verschiedenen Formen vollkommen ausgebildeten, sondern auch auf den durch Anwachsen und sonstige Hindernisse in ihrer Entwickelung gehemmten Individuen, sowie auf den durch Bruch oder Anschlagen der Durchgänge künstlich erzeugten Begrenzungsflächen kennen. Es scheinen nun unter allen zwischen der Wärme und der Elektricität beobachteten Beziehungen die thermoelektrischen Erscheinungen am geeignetsten, eine nähere Kenntniss des Zusammenhanges zwischen den genannten beiden Agentien zu ermöglichen, und es wird daher von der Fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft für das Jahr 1879 als Preisaufgabe gestellt:

> Auf streng physikalische Versuche gestützter Nachweis der Entstehung der auf Krystallen bei steigender und sinkender Temperatur hervortretenden Elektricität (Thermoelektricität, Pyroelektricität, Krystallelektricität) und der durch Bildungshemmnisse oder äussere Verletzungen derselben in der normalen Vertheilung entstehenden Aenderungen.

Preis 700 Mark.

Die anonym einzureichenden Bewerbungsschriften sind, wo nicht die Gesellschaft im besondern Falle ausdrücklich den Gebrauch einer andern Sprache gestattet, in deutscher, lateinischer oder französischer Sprache zu verfassen, müssen deutlich geschrieben und paginirt, ferner mit einem Motto versehen und von einem versiegelten Couvert begleitet sein, das auf der Aussenseite das Motto der Arbeit trägt, inwendig den Namen und Wohnort des Verfassers angiebt. Die Zeit der Einsendung endet mit dem 30. November des angegebenen Jahres und die Zusendung ist an den Secretär der Gesellschaft (für das Jahr 1876 Geh. Hofrath Prof. Dr. Hankel) zu richten. Die Resultate der Prüfung der eingegangenen Schriften werden durch die Leipziger Zeitung im März oder April des folgenden Jahres bekannt gemacht.

Die gekrönten Bewerbungsschriften werden Eigenthum der Gesellschaft.

---

v. **Dambrowsky, Emanuel,** Vermessungs-Revisor und Ingenieur, Theorie und Anleitung zur praktischen Ausführung und rationellen Inhalts-Berechnung bei den Erdbauten, besonders der Eisenbahnen. Mit 11 lithograph. Tafeln. gr. 8. [113 S.] Geh. n. ℳ 4. —

Frischauf, Dr. **J.,** Professor an der Universität zu Graz, Elemente der absoluten Geometrie. [XI u. 142 S.] gr. 8. geh. n. ℳ 3. 40.

Günther, Dr. **Siegmund,** vermischte Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften. Mit in den Text gedruckten Holzschnitten und 4 lithographirten Tafeln. gr. 8. [VIII u. 352 S.] Geh. n. ℳ 9. —

Hesse, Otto, Vorlesungen über analytische Geometrie des Raumes insbesondere über Oberflächen zweiter Ordnung. Revidirt und mit Zusätzen versehen von Dr. **O. Gundelfinger,** a. o. Professor an der Universität zu Tübingen. Dritte Auflage. [XVI u. 546 S.] gr. 8. geh. n. ℳ 13. —

Jeep, W., Ingenieur und Director der städtischen Baugewerke- und Maschinenbau-Schule der Stadt Sulza, die Verwendung des Eisens beim Hochbau. Mit über 800 Holzschnitten und 14 lithographirten Tafeln. 1.—4. Lieferung. gr. 8. Jede Lieferung n. ℳ 2. 80. Erscheint in 6 Lieferungen à ℳ 2. 80.

Kirchhoff, Dr. **Gustav,** Professor in Berlin, Vorlesungen über mathematische Physik. Mechanik. Dritte Lieferung (Schluss der Mechanik). gr. 8. [X u. S. 309—466.] Geh. n. ℳ 4. —

Repertorium der literarischen Arbeiten aus dem Gebiete der reinen und angewandten Mathematik. „Originalberichte der Verfasser", gesammelt und herausgegeben von Dr. **Leo Koenigsberger** und Dr. **Gustav Zeuner.** I. Band 1. Heft [S. 1—128.] gr. 8. geh. n. ℳ 2. 40.

Riemann's, Bernhard, gesammelte mathematische Werke und wissenschaftlicher Nachlass. Herausgegeben unter Mitwirkung von **R. Dedekind** und **H. Weber.** [VIII u. 526 S.] Lex.-8. geh. n. ℳ 16. —

Röthig, Dr. **Oskar,** Oberlehrer an der Friedrichs-Werder'schen Gewerbeschule in Berlin, die Probleme der Brechung und Reflexion. [VIII u. 112 S.] gr. 8. geh. n. M. 2. 80.

Scherling, Ch., Professor am Catharineum in Lübeck, Grundzüge der axonometrischen und schiefen Parallel-Projection. Ein Ergänzungsheft zu jedem Lehrbuch der gewöhnlichen orthogonalen Projection für Realschulen. Mit 5 lithograph. Figurentafeln. [24 S.] 4. geh. n. ℳ 1. —

Steiner's, Jacob, Vorlesungen über synthetische Geometrie. Zweiter Theil. Auch unter dem Titel: Die Theorie der Kegelschnitte, gestützt auf projectivische Eigenschaften. Auf Grund von Universitätsvorträgen und mit Benutzung hinterlassener Manuscripte Jacob Steiner's bearbeitet von Dr. **Heinrich Schröter,** Professor der Mathematik an der Universität zu Breslau. Zweite Auflage. Mit 106 Holzschnitten im Text. [XVI u. 535 S.] gr. 8. geh. n. ℳ 14. —