Historisch-literarische Abtheilung

der

Zeitschrift für Mathematik und Physik

herausgegeben

unter der verantwortlichen Redaction

von

Dr. O. Schlömilch, Dr. E. Kahl

und

Dr. M. Cantor.

XXI. Jahrgang.

LEIPZIG,
Verlag von B. G. Teubner.
1876.

Druck von B. G. Teubner in Dresden.

Inhalt.

I. Abhandlungen.

II. Recensionen.

Geschicht deer Mathematik und Physik.

Arithmetik und Analysis.

Synthetische und analytische Geometrie.

Geodäsie.

Mechanik und Thermodynamik.

Historisch-literarische Abtheilung.

C. G. Reuschle †.

Ein Nekrolog von P. Zech.

Am 22. Mai 1875 starb 62 Jahre alt in Stuttgart ein Mann, dessen Thätigkeit, in engere Kreise gebannt, nicht die Anerkennung gefunden hat, die sie verdiente. Es war C. G. Reuschle, Professor der Mathematik am Stuttgarter Gymnasium. Vermöge seiner umfassenden Bildung — er hatte Philosophie und Theologie studirt, das theologische Examen in Tübingen mit glänzendem Erfolg gemacht, bei Nörrenberg noch ein Jahr Mathematik studirt, dann auf ein Jahr Paris, auf ein zweites Berlin zu gleichem Zwecke besucht — hätte man erwarten sollen, dass ihm ein höheres Lehramt zu Theil werde, als die Professur für Mathematik, Geographie und Physik, die er vom Jahre 1840 bis zu seinem Tode am Stuttgarter Gymnasium bekleidete. „Hätte die Universität,“ schreibt ein Studiengenosse und besonderer Freund von ihm, jetzt Universitätslehrer, „während unserer Studienzeit einen Lehrer der Mathematik besessen, der im Stande gewesen wäre, Reuschle's universellen Geist zu begreifen, ihm zu imponiren und ihn in diejenigen Bahnen zu weisen, welche der künftige Mathematiker von Fach schon frühe einschlagen muss, so wäre Reuschle bei seiner eminenten Begabung in die Lage versetzt worden, gleich nach vollbrachten Studien Arbeiten zu liefern, die ihm den Weg zu jedem akademischen Lehrstuhl geöffnet hätten.“

In den 35 Jahren, während deren er Gymnasiallehrer war, widmete er sich seinem Berufe mit voller Hingabe. Er hatte schon im theologischen Seminar in Urach, einer der vier Vorbildungsanstalten für das Stift in Tübingen, nicht blos mathematische sondern auch grosse und vielbändige geschichtliche und geographische Werke studirt und excerpirt, nicht blos während der vorgeschriebenen Studienzeit, sondern auch — trotz des Lärms der ihn umgebenden Studiengenossen — während der Zeit der Erholung. Mit ganzem Ernst suchte er nun die mathematischen Studien am Gymnasium zu heben, nachdem dieselben lange brach gelegen. Freilich ertönte nun gleich die Klage über Unverständlichkeit und zu weite Erstreckung des Unterrichts und noch nach seinem Tode wurde in dem Nekrolog eines schwäbischen Blattes dieser Vorwurf wiederholt. Der Verfasser dieses war Schüler von Reuschle in der ersten Zeit, die er am Gymnasium lehrte, und glaubt noch heute, dass sein Unterricht nicht über das mögliche Verständniss der Durchschnittsschüler hinausging. Aber freilich um jene Zeit und noch lange war die Mathematik an den württembergischen Gymnasien sehr stiefmütterlich behandelt, und wenn ein Lehrer über das Gewöhnlichste hinausging, so setzte er sich einer Rüge seiner vorgesetzten Behörde aus, und Jedermann, natürlich auch die Schüler, waren dann sich klar, dass er viel zu viel verlange. Insbesondere erregte es Anstoss, dass Reuschle von den verschiedenen Zahlensystemen sprach und Uebungen in Umwandelungen aus dem dekadischen ins dodekadische, dyadische u. s. w. vornahm. Und doch ist für eine humanistische Bildung ein Einblick gerade in diese Verhältnisse von grösstem Werth und für den im Zahlenrechnen geübten Schüler spielend zu erlernen.

Auch in der Geographie begann Reuschle eine für das Gymnasium neue Methode des Unterrichts, bei welchem hauptsächlich das geschichtliche Werden der Städte und Staaten im Verhältniss zur Gestaltung der Erdoberfläche Berücksichtigung fand. Er hat ein Lehrbuch der Geographie in vier Auflagen, ein Handbuch der Geographie und eine illustrirte Geographie herausgegeben.

Obgleich sich Reuschle mit vollem Ernste seinem Amte widmete, fand er doch bei seiner ungemeinen Arbeitskraft Zeit, alle neuen, Epoche machenden Erscheinungen und Entdeckungen auf dem Gebiete der Naturwissenschaften, insbesondere der Physik und Astronomie, zu verfolgen, in sich zu verarbeiten und sein Urtheil darüber abzugeben. Dem Verfasser sind 8 Programme des Gymnasiums, 31 grössere Abhandlungen in Zeitschriften und 13 selbstständige Werke bekannt, die Reuschle während seiner Lehrthätigkeit abfasste. Er stattete gerne an Zeitschriften Berichte ab über den neuesten Stand einzelner Wissenschaften, so an die deutsche Vierteljahrsschrift, an die Jahrbücher der Gegenwart, an das Ausland u. s. w., und liebte es, mit seinem philosophisch durchgebildeten Geiste die Bedeutung der einzelnen Entdeckung für die gesammte Naturanschauung darzulegen. Er verfasste einen Kosmos für Schule und Laien, um das unsterbliche Werk Humboldt's dem Publikum näher zu bringen. Er beschäftigte sich vielfach mit den Verdiensten Kepler's um die Astronomie und schrieb zum 300jährigen Jubiläum seiner Geburt eine Denkschrift, die zu dem Besten gehört, was über Kepler im Verhältniss zu Copernicus und Newton geschrieben worden ist. Er war einer der Ersten oder der Erste, der die hohen Verdienste Kant's um die Naturwissenschaften zur Geltung zu bringen suchte: Verdienste, die jetzt von den ersten naturwissenschaftlichen Schriftstellern mehr und mehr anerkannt werden. Er scheute sich aber auch nicht, gegen falsche Theorien mit aller Wucht seiner Logik aufzutreten. Die Lehre vom Stillstand der Welt, wie sie Clausius und Thomson aufgestellt hatten, verbreitete sich rasch unter dem naturwissenschaftlichen Gelehrten- und Laienpublikum; Reuschle zeigte (Ausland 1872) ihre Unhaltbarkeit, indem er auf den logischen Fehler hinwies, aus endlichen Vorgängen auf ein unendlich Ausgedehntes schliessen zu wollen; er liess sich den Untergang der Erde gefallen, aber nicht den der Welt.

Es ist unmöglich, hier auf alle die verschiedenen Arbeiten Reuschle's hinzuweisen, in denen er durchweg kurz und treffend, gleichgiltig, ob er irgendwo Anstoss errege, sein Urtheil, wie das Studium es ihm gegeben, über das Neueste im wissenschaftlichen Leben abgegeben hat. Aber nicht vergessen darf werden seine Schrift „Philosophie und Naturwissenschaft", welche er dem Andenken an David Fr. Strauss gewidmet hat. Als langjähriger Freund stellt er sich hier auf Seite des Verfassers des „alten und neuen Glaubens", nachdem er ihn vielfach bei seinem naturwissenschaftlichen Studium berathen hatte. Dass Reuschle ganz mit den Grundgedanken der Darwin'schen Lehre einverstanden war, hat er in verschiedenen Abhandlungen ausser der ebengenannten Schrift ausgeführt.

An dieser Stelle tritt die mathematische Wirksamkeit des Verstorbenen in den Vordergrund. Schon im Beginn seiner Gymnasialthätigkeit hatte er ein Lehrbuch der Arithmetik für seine Schüler ausgearbeitet, das sich von allen anderen dadurch unterscheidet, dass im 12. Buche die Elemente der Zahlentheorie aufgenommen sind. Später folgte ihm ein Lehrbuch der Trigonometrie. In Crelle's Journal schrieb er (1843 und 1844) Abhandlungen über die Methode der kleinsten Quadrate, in vorliegender Zeitschrift (Bd. XI) über Dreieckspunkte und über das Deltoid, in Grunert's Archiv (1845) über das Princip des kleinsten Zwanges u. s. w. Sein Hauptwerk aber ist das Resultat einer beinahe zwanzigjährigen Arbeit. Die Untersuchung der Primzahlen und ihrer Perioden hatte ihn schon frühe beschäftigt, mit besonderer Liebe ist dieses Capitel in seiner Arithmetik behandelt. Der *Canon arithmeticus* von Jacobi gab ihm Anlass zu immer weiteren Berechnungen, namentlich als er selbst im Jahre 1850 mit dem „Grossmeister der Mathematik" in Gotha und im Jahre 1856 bei der Naturforscher Versammlung in Wien mit Kummer zusammengetroffen war. Hier wurde der Vorsatz gefasst, Tafeln complexer Primzahlen, welche aus Wurzeln der Einheit gebildet sind, abzufassen. Bei ununterbrochener Beschäftigung damit neben all seinen anderen Arbeiten kam er bis 1870 zu einem Abschlusse, im Jahre 1872 konnte der Druck, den die Akademie der Wissenschaften in Berlin übernommen hatte, beginnen und einen Monat vor dem Tode Reuschle's berichtete Kronecker der Akademie über das fertige Werk: „Die Tafeln enthalten in möglichster Vollständigkeit und in wohlgeordneter Folge die hauptsächlichsten Ergebnisse von vieljährigen umfangreichen und mühsamen Rechnungen, welche Reuschle angestellt hatte, um die Zerlegung der Primzahlen des ersten Tausend in complexe, aus Wurzeln der Einheit gebildete Factoren zu ergründen. Das ganze Werk charakterisirt sich als eine werthvolle Sammlung von Rechnungsresultaten, welche für die Erforschung der Theorie der complexen Zahlen von Wichtigkeit sein können. Der berühmte Fermat'sche Satz gab Kummer vor etwa 30 Jahren die hauptsächlichste Anregung zu jenen von so glücklichem Erfolg gekrönten Untersuchungen, auf denen das Reuschle'sche Werk basirt und deren Weiterbeförderung es zugleich gewidmet ist."

Als Reuschle kurze Zeit vor seinem Tode, der durch eine unglückliche Verletzung eines Fusses herbeigeführt wurde, den Lohn seiner Arbeit in dem fertigen Werke vor sich sah, da schrieb ihm Kummer: „Sie können wohl das Bewusstsein haben, dass Sie durch Ihre mühevolle Arbeit der Wissenschaft einen guten Dienst geleistet, dass Sie sich den Dank der späteren Generationen verdient und ein Werk von bleibendem Werthe ausgeführt haben."

Recensionen.

Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. Boncompagni. Tomo VII. Roma, Tipografia delle scienze matematiche e fisiche 1874.

Von der für die Geschichte der Mathematik so überaus wichtigen Publication des hochverdienten Herausgebers liegt nun bereits der siebente Band abgeschlossen vor uns. Obschon es im Allgemeinen nicht üblich ist, über Zeitschriften ausführlich zu referiren, so wollen wir doch hier eine Ausnahme von der Regel machen und (im Einverständniss mit Herrn Boncompagni) die in dieser Sammlung uns mitgetheilten Arbeiten einer kurzen Besprechung unterziehen. Wie immer, enthält auch dieser Band eine Reihe mit äusserster Sorgfalt zusammengestellter Publicationsverzeichnisse; da deren Einrichtung bereits allgemein bekannt ist, so beschränken wir uns auf die eigentlichen Originalarbeiten, indem wir dem *in extenso* wiedergegebenen Titel sofort das Referat nachfolgen lassen.

1) *Mariano Quercia, Intorno alla vita ed ai lavori scientifici di Guglielmo Giovanni Macquorn Rankine*, S. 1 – 61.

Wir haben hier eine sehr eingehende Biographie des berühmten englischen Mechanikers vor uns, welche zuerst in den „*Atti dell' Ateneo Veneto*" erschienen ist. Das biographische Detail wird nicht vernachlässigt, dabei aber doch ein Hauptgewicht auf sachgemässe Darstellung des wissenschaftlichen Elementes gelegt. Am 5. Juli 1820 zu Edinburgh geboren, gewann Rankine bereits im Alter von 16 und 18 Jahren zwei Prämien für physikalische Arbeiten. Nach Vollendung seiner Studien auf der Hochschule der Vaterstadt betrat er die praktische Laufbahn des Ingenieurs, ohne jedoch der rein wissenschaftlichen Forschung untreu zu werden, wie er denn auch 1854 mit der grossen Medaille für seine thermodynamischen Arbeiten ausgezeichnet wurde. Das Jahr darauf erhielt er die Professur für Mechanik und Ingenieurwissenschaften an der Universität Glasgow, welche er bis zu seinem frühen Tode (24. December 1872) bekleidete.

Sehr ausführlich ist die Darstellung der Verdienste gehalten, welche sich Rankine um die Ausbildung der mechanischen Wärmetheorie erworben hat, und zwar hat dieser Abschnitt eine besondere Wichtigkeit für uns Deutsche, die wir, freilich lediglich durch die Schuld gewisser literarischer Kreise Englands, die Leistungen der Briten auf diesem Gebiete vielleicht nicht ihrem vollen Werthe nach zu würdigen geneigt sind. Auf die sehr ausführlichen Resumés, welche der Verfasser über die einzelnen Abhandlungen Rankine's (besonders auch über sein bekanntestes Werk „*A manual of applied mechanics*“, *London and Glasgow*, 1858) giebt, können wir hier natürlich nicht eingehen. Wenig bekannt dürfte bei uns besonders die philosophisch-historische Inauguralrede „*De concordia inter scientiarum machinalium contemplationem et usum*“ sein, mit welcher der neue Professor sein akademisches Amt antrat.

Durch seine kalorischen Arbeiten ward Rankine auf ein anderes Feld geführt, das ebenfalls direct mit der eigentlichen Molecularphysik zusammenhängt — auf die Elasticitäts- und Festigkeitslehre starrer Körper. Seine Behandlungsweise dieses Gegenstandes wird hier ebenfalls eingehend beschrieben. Er widmete auch der reinen Bewegungstheorie oder Kinematik einen eigenen, originell bearbeiteten Abschnitt in einem später erschienenen Werke: „*A manual of machinery and Millwork*“, 1869, indem er sich an die Principien eines Professor Willis anschloss, dessen Name, obschon er von Herrn Quercia mit dem Beiworte „*eminente*“ belegt wird, bei uns wohl nur in engen Fachkreisen bekannt sein dürfte. Leider ist an dieser Stelle die Darstellung nicht ganz so ausführlich wie sonst, so dass man nicht klar ersehen kann, wie weit Rankine's Geometrie der Mechanismen bereits die neuen Gedanken anticipirt hat, welche Reuleaux' kürzlich erschienenes Buch enthält. Beiläufig sei noch bemerkt, dass Rankine hier auch einen neuen Begriff in die Wissenschaft einführt, nämlich den der „*Counter-Efficiency*“, d. h. den Unterschied zwischen der berechneten und wirklich geleisteten Arbeit einer Maschine.

Auch dasjenige Fach, welches wir jetzt graphische Statik nennen, ist von dem grossen schottischen Forscher bereits cultivirt worden, und jedenfalls ist es als ein Mangel der sonst so sehr dankenswerthen Zusammenstellung von Weyrauch (diese Zeitschr., XIX. Jahrg.) zu bezeichnen, dass Rankine's Name in der Reihe Derjenigen fehlt, welche für Culmann die Stätte bereiten halfen.

Den Schluss der besprochenen Abhandlung bildet eine kurze Analyse derjenigen Arbeiten Rankine's, welche sich auf Hydraulik und Theorie des Schiffbaues beziehen.

2) *D. Bierens de Haan, Notice sur quelques quadrateurs du cercle dans les Pays-Bas*, S. 99—144.

Das Problem der Zirkelquadratur hat in den Niederlanden von jeher eifrige Anhänger gefunden, und es ist daher sehr erwünscht, dass Professor Bierens de Haan seinem früheren Essai über die Logarithmotechnie seiner Landsleute diese neue Untersuchung über ihre Bemühungen um jene uns jetzt so steril erscheinende Frage nachfolgen lässt. Der erste Gelehrte, welcher dabei in Betracht kommt, ist Simon van der Eycke, dessen bezügliches Buch im Jahre 1584 erschien, der sich aber, wie hier gezeigt wird, auch mit anderen wichtigen Problemen, wie mit der Meereslänge, beschäftigte. Sein zuerst gefundener Werth für π ist $3\frac{69}{484}$, wofür er später $2\sqrt{2\sqrt{5}-2}$ * setzt, — diese letztere Zahl ist auch von Raymarus Ursus, dem bekannten Gegner Tycho de Brahe's angegeben worden.

Gegen Simon trat Ludolf van Ceulen auf. Der Verfasser benützt die Gelegenheit, um einige Notizen in der Biographie dieses berühmten Rechners, welche Vorsterman van Oijen (*Bullett.* I. Bd.) gegeben hat, zu rectificiren.** Der entstehende wissenschaftliche Streit scheint dann Ludolf zur Verabfassung seines bekannten Werkchens „*Van den Circel*“, *Delft* 1596, angereizt zu haben, in welchem die nach ihm benannte Ludolphine auf 20 Stellen genau berechnet erscheint. Die noch genauere Berechnung auf 32 Decimalen findet sich zuerst in seinem von der anscheinend sachverständigen Wittwe — Bierens sagt von ihr (S. 111), dass sie „*n'était pas étrangère aux travaux de son mari*“ — edirten posthumen Lehrbuch der Arithmetik und Geometrie. Dieses Buch ward 1615 von Snellius ins Lateinische übertragen. Mit wie unglaublicher Mühe Ludolf sein Ziel erreichen musste, geht aus den von dem Uebersetzer in seinem selbstständigen Werke „*Cyclometricus*“ mitgetheilten Papieren des Ersteren hervor; es bedurfte nämlich zur Gewinnung des zuletzt genannten Näherungswerthes der Discussion eines regelmässigen Vielecks von nicht weniger als 2^{62} Seiten. Von anderen Gelehrten, welche Ludolf's Bestimmung reproducirten und weiter ausführten, werden Huyghens und Lansberg, sowie auch einige ziemlich unbekannte Mathematiker, Praalder und van Nienrode, namhaft gemacht.

Der zweite Gegner Simon's van der Eycke war Adriaan Anthonisz; er setzte der Verhältnisszahl des Ersteren die von ihm gefundene $\frac{355}{113}$ gegenüber, deren Erfindung man so häufig irrthümlich seinem Sohne Adrianus Metius (1571—1635) zugeschrieben findet. Der Grund hiervon ist hauptsächlich der, dass man den Originaltractat des Vaters Adrian für verloren erachtete und auch die Stelle in des Jüngeren „*Manuale Arithmeticae et Geometriae Practicae*“ ignorirte, in welcher der Sohn ausdrücklich Jenem die Priorität wahrt.

*) Diese Zahl ist infolge eines Schreib- oder Druckfehlers unrichtig angegeben.

**) Ueber Ludolf van Ceulen (Colen oder Collen) kann man auch einen Artikel des nämlichen Autors im „*Messenger of mathematics*“ vom Jahre 1873 nachsehen.

Als dritter Opponent erscheint endlich auch ein Vertreter der vornehmen akademischen Welt, Adrianus Romanus. In seiner Vertheidigung des Archimedes bekämpft er gleichmässig den Simon, Raymarus Ursus, Cardinal von Cusa und den bereits von Ludolf scharf mitgenommenen Scaliger. Gegen diesen Letzteren hatten sich aber bereits Vieta und der aus der Geschichte der Kettenbrüche bekannte Cataldi erklärt. Für uns Deutsche bietet dieser Abschnitt wohl nichts Neues, da wir bereits im dritten Bande von Kästner's „Geschichte der Mathematik" eine relativ vollständige Schilderung dieser Polemik besitzen.

Den Schluss der Abhandlung bildet eine kurze Charakterisirung der „Pseudoquadraturen" einiger subalterner Geister, wie Marcelis, Krugk, Soeten, de Graaf, Waeywel und Bovy. Möge es dem Verfasser gefallen, noch weitere historische Bilder aus der niederländischen Mathematik vor uns zu entrollen; denn gerade von den durchaus nicht unbedeutenden Gelehrten zu Ende des vorigen Jahrhunderts, wie van Swinden, Hennert, Pibo Steenstra etc., hat man bei uns meistentheils nur sehr unvollkommen Kenntniss.

Bemerkt sei noch, dass die Arbeit von Glaisher, „*On the quadrature of the circle*", in ihren Resultaten bis auf's Einzelnste mit der eben besprochenen übereinstimmt.

3) *Eugenio Catalan (lettera a D. B. Boncompagni), Intorno ad una iscrizione posta sulla tomba di Ludolf van Ceulen,* S. 141—144.

Catalan meldet hier aus einem im Jahre 1840 an ihn gerichteten Briefe des französischen Gelehrten Lakanal — über welchen im Anhang Einiges mitgetheilt wird —, dass derselbe damals die Ludolf'sche Zahl auf dessen Grabstein zu Leyden eingravirt gefunden habe.

4) Referat von Th. H. Martin über: *Procli Diadochi in primum Euclidis elementorum librum commentarii. Ex recognitione Godofredi Friedlein. Lipsiae in aedibus B. G. Teubneri,* S. 145—151.

Der berühmte Altmeister mathematisch-philologischer Forschung registrirt zunächst die grossen Verdienste, welche sich die Verlagshandlung durch ihre Ausgaben griechischer und römischer Autoren um sein Fach erworben hat. Alsdann bespricht er die eigentliche Bedeutung des Commentars von Proclus und bemerkt mit Recht, dass selbst unter der „Spreu", die sich reichlich vorfinde, „*il y a encore des documents utiles à recueillir en ce qui concerne les spéculations philosophiques, mythologiques et superstitieuses des anciens sur les nombres et les figures*". Nach kurzer Durchmusterung der früheren Editionen wird dann bemerkt, dass Friedlein mit guten Gründen den bisher auf vier Bücher vertheilten Text in ein einziges Buch zusammengezogen habe. Abgesehen von den gedruckten Hilfsmitteln benützte der Verfasser der neuen Herausgabe vor Allem einen Codex der Münchener Hof- und Staatsbibliothek und als Ergänzung eine Reihe von Varianten, welche ihm die allbekannte Liberalität des Fürsten Boncompagni aus zwei vaticanischen Manuscripten zur Verfügung gestellt hatte. Diesen Notizen fügt Martin noch eine Verwahrung bei, welcher zufolge nicht Hultsch, wie man vielleicht aus Friedlein's Vorrede schliessen könnte, sondern er selbst auf gewisse benützte Quellen aufmerksam gemacht hat.

Zum Schluss endlich fällt Martin ein für die ganze Leistung äusserst günstiges Gesammturtheil.

5) *B. Boncompagni, Intorno al comento di Proclo sul primo libro degli elementi di Euclide,* S. 152—165.

Eine mit der gewohnten stupenden Erudition des Herausgebers durchgeführte bibliographische Vergleichung der verschiedenen Originale und Uebersetzungen, in welchen der Commentar des Proclus vorhanden ist. Interessant sind besonders die Angaben über die Riesenausgabe älterer mathematischer Classiker, welche von dem Oxforder Professor Bernard vorbereitet, aber nicht zur Ausführung gebracht wurde.

6) *S. Günther, Storia dello sviluppo della teoria delle frazioni continue fino all'Euler, traduzione del Dr.e Alfonso Sparagna,* S. 213—254.

Wir werden hierauf später bei der ähnlich betitelten Arbeit Favaro's zurückkommen.

7) *F. Woepcke, Intorno ad un metodo per la determinazione approssimativa degl'irrazonali di secondo grado. Brano di lettera a D. B. Boncompagni,* S. 255—262.

In der vorstehend erwähnten Abhandlung war der Verdienste des Bologneser Professors Cataldi Erwähnung gethan worden, der zwei Methoden zur Näherungsberechnung einer Irrationalzahl angegeben hat. Die eine ist die bekannte Kettenbruchentwickelung, wo

$$\sqrt{n} \equiv \sqrt{a^2+b} = a + \cfrac{b}{2a + \cfrac{b}{2a + \cdots}}$$

gesetzt wird; bei der anderen wird eine Reihe von Näherungswerthen durch die Relationen

$$a_1 = a + \frac{b}{2a}, \quad a_2 = a_1 - \frac{a_1^2 - n}{2a_1}, \quad a_3 = a_2 - \frac{a_2^2 - n}{2a_2}$$

berechnet. Woepcke zeigt nun in dem vom Adressaten hier wiedergegebenen Schreiben, dass erstlich diese Methode schon bei Pacioli sich finde, und dass zweitens Libri in seiner Darstellung derselben in seiner „*Histoire des sciences mathématiques en Italie*“ Fehler begangen habe. Fürst Boncompagni theilt dann einige hierauf bezügliche Stellen aus den Werken der genannten Mathematiker im Urtexte mit.

8) *Th. H. Martin (lettre à D. B. Boncompagni), Sur l'époque et l'auteur du prétendu XV^e livre des élements d'Euclide,* S. 263—266.

Martin knüpft an die im vorhergehenden Bande abgedruckte Studie Friedlein's über Hypsicles an und erklärt sich mit dessen Resultaten einverstanden, denen zufolge das fälschlich sogenannte 14. Buch der „ϛοιχεῖα“ von Hypsicles, einem Geometer des zweiten Jahrhunderts v. Chr., verfasst sein soll, während das 15. mit Euclid und Hypsicles gar Nichts zu thun, sondern seinen Platz erst in einer sehr viel späteren Zeit zu erhalten hätte. Der Lehrer des unbekannten Verfassers soll ein im 4. Säculum unserer Zeitrechnung lebender Isidor von Alexandrien gewesen sein. Diesen Lehrer glaubt nun Martin in der Person des Neuplatonikers gleichen Namens zu erkennen, dessen Schüler Damascius sodann mit hoher Wahrscheinlichkeit als der Autor jener Schrift zu bezeichnen sein würde; freilich wäre damit auch die Zeit der Abfassung um zwei Jahrhunderte hinausgeschoben.

Diese Hypothese wird mit der Gelehrsamkeit vertheidigt, welche stets ihren berühmten Urheber charakterisirt hat. Uebrigens unterrichtete, wie es scheint, Isidor den Damascius nur im Allgemeinen; die specielle mathematische Unterweisung scheint Letzterer von dem durch seine Vorrede zu Euclid's Daten bekannten Philosophen Marinus von Tyrus empfangen zu haben.

9) *Aristide Marre, Extrait du Kitâb al Mobârek d'Abu'l Wafa al Djoueïni, transcrit d'après le Ms. 1912 du supplément arabe de la bibliothèque nationale de Paris, et traduit pour la première fois en français,* S. 267—277.

Der als Astronom und Geometer gleichbedeutende Araber, dessen Name in dem zwischen zwei der ersten französischen Mathematiker neuerdings ausgebrochenen literarischen Streite vielfach genannt wird, beschäftigte sich auch mit Algebra, und es ist gewiss wiederum eine höchst dankenswerthe Gabe, die wir hier durch Herrn Marre's schon oft bewährte Sprachkenntniss erhalten. Nur ist uns in seiner einleitenden Note eine Stelle aufgefallen, die wir berichtigen zu können glauben. Es wird nämlich daselbst erklärt, dass dieser Mathematiker von allen Literarhistorikern ignorirt worden sei, und somit nimmt der Uebersetzer seinen Abu'l Wafa mit dem berühmten Gelehrten dieses Namens als nicht identisch an, was er auch später ausdrücklich bemerkt. Allein dieser Letztere, den wir auch bei unserer obigen Bemerkung im Auge hatten, stammt (man sehe wegen der Details in Hankel's nachgelassenem Werk S. 243 nach) aus der zur Provinz Khorassan gehörigen Stadt Buzgan, und in die gleiche Provinz verlegt Marre auch den Geburtsort seines Autors. Gleiches Geburtsland, gleiche gelehrte Thätigkeit, gleicher Name, — da liegt es doch wohl überaus nahe, beide Persönlichkeiten miteinander zu identificiren, und diese Voraussetzung wollen wir wenigstens bis zur Beibringung von Gegengründen festhalten. Die beiden

Gründe wenigstens, welche am Schlusse des Aufsatzes angedeutet werden, konnten uns nicht vom Gegentheil überzeugen. Denn wenn auch die (im Jahre 979 der Hedschra) verfasste Vorlage des Herrn Uebersetzers dreihundert Jahre nach der Lebenszeit des berühmten Astronomen fällt, so ist das eben doch zugestandenermassen blos eine Copie, und warum sollte zweitens zur näheren Bezeichnung dem Namen eines Mannes nicht einmal der Name der Stadt, das andere Mal derjenige des engeren Districtes beigelegt werden, in welchem jene belegen ist? Zur genauen Feststellung der Identität würde freilich der Nachweis gehören, dass Buzgan in der Landschaft Djouein zu suchen ist.

Was nun die Schrift selbst betrifft, so besteht dieselbe aus drei Problemen, welche auf lineare Gleichungen führen — sogenannten Textgleichungen. Man erhält den Urtext nebst einer wortgetreuen französischen Uebersetzung, und überdies unter der Zeile eine Uebertragung der bekanntlich ganz wörtlichen arabischen Darstellung in unsere jetzige algebraische Zeichensprache.

Interessant ist die auch hier mit Vorliebe angewandte Zerlegung von Brüchen im Sinne der welschen Praktik; so wird einmal die Unbekannte $x = 3\frac{15}{16}$ in die Form

$$3+\tfrac{1}{2}^{\,+\tfrac{1}{2}^{\,+\tfrac{1}{2}^{\,+\tfrac{1}{2}}}}$$

umgegossen.

10) *Cornelio di Simoni, Intorno alla vita ed ai lavori di Andalò di Negro matematico ed astronomo Genovese del secolo decimoquarto e d'altri matematici e cosmografi Genovesi*, S. 313—336.

Der Held dieser Biographie stammt aus der altberühmten Genueser Patrizierfamilie di Negro, welche der Republik eine Reihe tüchtiger Beamten und Feldherren geliefert hat. Die genauen Daten über sein Leben sind nicht bekannt; jedoch macht es der Verfasser wahrscheinlich, dass er um 1260 geboren sein muss, und sein Todesjahr wird ungefähr auf 1340* anzusetzen sein, da er nach Mojon 80 Jahre und darüber erreichte. Dass noch im Jahre 1338 ein Seefahrer gleichen Namens lebte, ist urkundlich festgestellt.

Di Negro vertrat eine Zeit lang seine Vaterstadt als Gesandter am kaiserlichen Hofe zu Trapezunt, und erfreute sich auch, nach seines Freundes und Mitschülers Boccaccio Zeugniss, der besondern Gunst des Königs Hugo IV. von Cypern und Jerusalem. Nach dem Tode des berühmten Physikers Cecco d'Ascoli, dessen wissenschaftliche Laufbahn einen besonders vortheilhaften Vorwurf für eine mathematisch-histo-

* Poggendorff's Handwörterbuch, das nach Libri den Vornamen *Andalone* statt *Andalò* schreibt, giebt als Geburts- und Todesjahr bezüglich 1270 und 1342 an. Das dort gegebene Schriftenverzeichniss ist unzureichend.

rische Monographie bilden würde, bekleidete er auch längere Zeit hindurch die astronomische Professur zu Florenz.

Von den wissenschaftlichen Leistungen di Negro's wird zuerst sein handschriftlich zu Paris erhaltenes Werk *„Introductio ad judicia astrologica“*, alsdann das 1475 zu Ferrara gedruckte *„Opus praestantissimum astrolabii“* erwähnt. Interessante Angaben werden über das sich hier vorfindende Fixstern-Verzeichniss mitgetheilt, welches nach Herrn Simoni's Meinung nicht die zu jener Zeit bereits erreichbare Genauigkeit besitzt. Am höchsten wird von Zeitgenossen und Späteren di Negro's geographische Thätigkeit geschätzt; so berichtet Fregoso, dass derselbe bei seinen ausgedehnten Reisen nie das mathematische Element der Ortsbestimmung vernachlässigt und die Karten der Alten zu verbessern getrachtet habe. Ramusio stellt ihn mit Marko Polo zusammen und über diesen, dem gegenüber er ungefähr die nämliche Stellung einnehmen möchte, wie im Alterthum Ptolemaeus gegen Strabo — natürlich nur relativ.

Die weiteren Bemerkungen der Arbeit besitzen ein vorwiegend geographisches Interesse; als besonders interessant heben wir noch die Notiz über eine dem Jahre 1447 entstammende Weltkarte hervor, welche von einem unbekannten Genueser Kartenzeichner verfertigt wurde und sich zur Zeit in der *Biblioteca nazionale* zu Florenz befindet.

11) *Andalo de Negri (De le vite de matematici libri due di Bernardino Baldi da Urbino abbate di Guastalla MDXCVI, Manoscritto da D. B. Boncompagni)*, S. 337—338.

Herr Boncompagni reproducirt hier mit einigen Zusätzen den auf di Negro bezüglichen Abschnitt aus dem bekannten biographischen Werke des Baldus, welches wir leider noch nicht *in extenso* besitzen.

12) *Boncompagni, Catalogo de'lavori di Andalò di Negro*, S. 339—376.

Dieses äusserst sorgfältig zusammengestellte Verzeichniss führt drei gedruckte und zehn nicht edirte Werke auf, wozu dann noch acht weitere Pièςen hinzutreten, die — an sich nicht näher bekannt — von einzelnen mittelalterlichen Schriftstellern über poetische und mathematische Materien namhaft gemacht werden.

13) *Ferdinando Jacoli, Intorno a due scritti di Raffaele Gualterotti Fiorentino relativi alla apparizione di una nuova stella avvenuta nell'anno 1604*, S. 377—405.

Her Jacoli giebt hier eine eingehende Analyse einer von Rafael Gualterotti* über den neu erschienenen Stern im Schlangenträger verfassten Monographie, betitelt: *„Discorso sopro l'apparizione de la nuova stella“*, — bekanntlich hatten diesem Phänomen auch Kepler und

* Dieser Naturforscher fehlt bei Poggendorff.

Galilei ihre eifrige Theilnahme zugewandt.* Dasselbe besteht aus 20 Capiteln nebst einigen poetischen Beigaben. Deren eine ist für die Geschichte der Astronomie von directer Bedeutung, denn es ergiebt sich daraus, dass nicht, wie man bisher auf Arago's Autorität hin annahm, Gassendi, sondern Gualterotti den ersten Merkurdurchgang beobachtet hat. Auch die Venus glaubte er in der Sonne bemerkt zu haben, aber es kann dies, wie eine Rückwärtsberechnung lehrt, nur ein ungewöhnlich grosser Sonnenfleck gewesen sein, etwa wie bei Averröes.

In einem andern Schriftchen, welches von Herrn Jacoli ebenfalls besprochen wird, findet sich auch die richtige Deutung des sogenannten aschgrauen Mondlichtes. Freilich war darauf vorher schon Leonardo da Vinci gekommen, aber von seiner in den Manuscripten vergrabenen Entdeckung konnte Gualterotti Nichts wissen. Auch Mästlin's und Kepler's Verdienste um die Aufklärung dieses Factums werden dargelegt. In dem bereits genannten Buche „*Scherzi degli spiriti animali*“ macht unser Autor auch die gelegentliche Bemerkung, die Bahn eines geworfenen Körpers müsse eine Parabel sein, während Tartaglia und kurz vorher Rivius über diese Flugbahn noch sehr im Unklaren waren.

Jedenfalls geht aus der fleissigen Arbeit des Verfassers hervor, dass Gualterotti einen ehrenvollen Platz in der Geschichte der inductiven Wissenschaften verdient.

14) *Lettere inedite di Raffaele Gualterotti*, S. 406—415.

Als Anhang zum Vorigen werden hier sechs Briefe Gualterotti's an Galilei und einer an Sartini mitgetheilt, welche sich ausschliesslich auf astronomische Gegenstände beziehen. Aus dem dritten dieser Briefe meint Jacoli entnehmen zu können, dass Gualterotti schon vor Marius einen Nebelfleck observirt habe; indess scheint er uns hier doch etwas zuviel aus dem Texte herauszulesen.

15) *Antonio Favaro, Notizie storiche sulle frazioni continue dal secolo decimoterzo al decimosettimo*, S. 416—589.

Der durch seine schöne Untersuchung über die Geschichte der mechanischen Planimetrie auch in Deutschland auf das Vortheilhafteste bekannte Verfasser unternimmt hier einen interessanten Excurs in die ältere Geschichte der Kettenbruchlehre, wobei es natürlich an den mannichfaltigsten Berührungspunkten mit des Referenten ähnlich betitelter Arbeit nicht fehlen konnte. Insbesondere in dem Gebiete, welches wir als die Vorgeschichte oder als die Periode der unbewussten Anwendung

---

* Soviel Aufsehen in der astronomischen Welt scheint diese Himmelserscheinung nicht gemacht zu haben, wie die 30 Jahre früher aufgetauchte des Sternes in der Cassiopeja. Eine eingehende Uebersicht der über diesen letzteren zusammengeschriebenen Literatur findet man in der mit Unrecht vergessenen „Geschichte der Astronomie“, 1. Band, Chemnitz 1792.

der Kettenbrüche bezeichnen möchten, ist absolute Identität vorhanden, und ebenso für die Anfänge der Geschichte des aufsteigenden Kettenbruches; hierbei bemerkt Herr Favaro (S. 21) mit Recht, dass schon vor Hankel bereits Woepcke auf das Vorkommen dieser Form bei dem Araber Alkalsadî hingewiesen habe. Nebenbei wird auch ein Versehen des Unterzeichneten berichtigt (S. 28), indem das Rechenbuch des Schleupner die eigentlich sogenannte „wälsche Praktik" nicht berücksichtigt. Ein neues Element treffen wir dagegen bei Herrn Favaro durch Hereinziehung der Methoden Pacioli's und Juan Ortega's zur Auswerthung von Wurzelgrössen. Dass aber die ertere in Wirklichkeit hierher gehöre, musste erst bewiesen werden, und so hat denn auch der Verfasser die jenen Beweis leistenden Noten Moret-Blanc's und des Referenten, sowie eine uns nicht bekannt gewordene Programmabhandlung von Matthaei (Liegnitz 1844) mit in Betracht gezogen. Dass jenes Verfahren auch bei Cardan sich finde, hatte bereits Cantor gezeigt, aber Favaro hat dasselbe auch bei einer Reihe anderer italienischer Mathematiker, bei Ghaligai, Lazisio, Tartaglia, Bombelli und Unicorno gefunden.

Der vierte Abschnitt ist Cataldi's Leistungen gewidmet, wobei auf die von Grunert dazu in der bekannten langathmigen Form gegebene Paraphrase doch etwas zu ausführlich eingegangen wird; im fünften wird Schwenter behandelt, und hier ist es ein sehr guter Gedanke des Verfassers, den von Jenem gegebenen Berechnungsschematen der Näherungsbrüche das ganz analoge, im Geiste der combinatorischen Analysis ausgeführte Arrangement Lambert's gegenüberzustellen. Alsdann folgt Albert Girard,* dessen hierher gehörige Bemerkungen von Robert Simson und Plana weiter ausgeführt wurden, — Thatsachen, welche uns entgangen waren. Andererseits können wir als Ergänzung beifügen, dass auch in Deutschland Kunze in seinem trefflichen Lehrbuche der Planimetrie auf jene Stelle bei Girard aufmerksam gemacht und Schlömilch in Grunert's Archiv eine analytische Entwickelung darauf gegründet hat.

Der nächste Abschnitt beschäftigt sich mit Wallis und analysirt genau dessen Verfahren; als gute Documente wissenschaftlichen Fortschrittes werden die das Wallis'sche Problem weiter ausführenden Arbeiten von Euler und Gustav Bauer mit berücksichtigt. Alsdann folgt Huyghens und zuletzt eine kurze Analyse der Abhandlungen, in welchen Euler, Daniel Bernoulli und Lagrange die Integralrech-

* Hierbei ist dem sonst mit der deutschen Sprache sehr wohl vertrauten Verfasser ein kleines Unglück begegnet, denn offenbar wollte die von ihm mit den Worten *„Alberto Girard, morto in ‚Armuth' nel 1633"* (S. 81) übersetzte Klügel'sche Notiz eigentlich etwas Anderes besagen.

nung mit der Theorie der Kettenbrüche in Beziehung setzten; dabei rügt Herr Favaro (S. 107) einen auch von uns angemerkten historischen Irrthum von Hermann Klein in dessen Preisschrift über Geschichte der Mechanik. Saunderson's dagegen wird nicht Erwähnung gethan, und auch bei Daniel Bernoulli, dessen Wirkungszeit bereits ausserhalb der unserer eigenen Arbeit gesteckten Grenzen fiel, hätten wir das Factum anerkannt zu sehen gewünscht, dass bei ihm zuerst die Darstellung des periodischen Kettenbruches

$$\cfrac{1}{a + \cfrac{1}{a + \dots}}$$

in independenter Form sich vorfindet.

Jedenfalls wird man zugestehen müssen, dass von allen Specialdisciplinen, welche man unter der gemeinschaftlichen Bezeichnung der algebraischen Analysis zusammenfasst, die Lehre von den Kettenbrüchen zur Zeit die am Genauesten geschichtlich durchforschte ist.

16) *S. Günther, Paragone di due metodi per la determinazione approssimativa di quantità irrazionali, traduzione del Dr.e Alfonso Sparagna,* S. 590—596.

Ein auf Wunsch des Herrn Herausgebers erfolgter Abdruck einer früher erschienenen Notiz des Referenten, deren Zweck bereits in der vorigen Besprechung angedeutet ist. Angehängt sind derselben einige erklärende Noten Boncompagni's.

Dies mit kurzen Worten eine Gesammtdarstellung des reichen Inhalts, welcher in dem 7. Bande des gewaltigen literarischen Unternehmens enthalten ist. Möge unsere Anzeige das allgemeine Interesse auf jenes hinlenken helfen, damit die Theilnahme der Sachkenner dasselbe noch für lange Zeit in Flor erhalte.

München. Dr. S. Günther.

Bibliotheca Historico-Naturalis, Physico-Chemica et Mathematica oder systematisch geordnete Uebersicht der in Deutschland und dem Auslande auf dem Gebiete der gesammten Naturwissenschaften und der Mathematik neu erschienenen Bücher herausgegeben von Dr. A. Metzger, Professor an der Forstakademie zu Münden. 24. Jahrgang 1874. 2 Hefte. Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht. 8°. 1 Bltt., S. 1—94; 1 Bltt., S. 95—232.

Wenn eine periodische Schrift ihren 24. Jahrgang ausgiebt, so darf man füglich annehmen, dass dieselbe einerseits einem Bedürfniss entspringt und andererseits diesem Bedürfniss auch in bescheidenen Grenzen gerecht wird. Dass das Erste der Fall ist, wollen wir gern zugeben, um so mehr, da eine Jahresbibliographie in dieser Form nur die deutsche Literatur besitzt. In Betreff des zweiten Punktes dagegen müssen wir die Befriedigung des Bedürfnisses, soweit die allgemeine Literatur und speciell Physik, Mathematik und Astronomie in Frage kommt, selbst in bescheidenen Grenzen entschieden als nicht vorhanden bezeichnen — für die beschreibenden Naturwissenschaften, worin der Herr Verfasser Fachmann ist, sowie für Chemie maassen wir uns als Laien kein Urtheil an —. Wir haben schon an anderer Stelle* eine ähnliche Meinung über das vorliegende Buch ausgesprochen, glauben aber auch hier nochmals darauf zurückkommen zu können, da die eben angeführte Zeitschrift in Fachkreisen wohl kaum grosser Verbreitung sich erfreuen dürfte. Einige Beispiele mögen unser hartes Urtheil gerechtfertigt erscheinen lassen.

Herr Metzger führt von mathematischen Zeitschriften folgende auf: 1. Mathematische Annalen, Leipzig; 2. Archiv der Mathematik und Physik, Leipzig (das beiläufig noch immer von dem längst verstorbenen Grunert herausgegeben wird); 3. *Giornale di matematica elementare e computisteria*, *Torino*: 4. Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, Berlin; 5. Journal für die reine und angewandte Mathematik, Berlin; 6. *Mathématiques élémentaires*, *Clermont-Ferrand*; 7. *Rivista di matematica elementare*, *Alessandria*: 8. *Tidskrift för matematik och fysik*, *Upsala*: 9. *Tidsskrift for Mathematik*, *Kjøbenhavn*: 10. Zeitschrift für Mathematik und Physik, Leipzig. Folgende Zeitschriften, welche grösstentheils schon lange Jahre erscheinen, sind ihm also unbekannt geblieben: 1. *Annales (Nouvelles) de mathématiques*, *Paris*; 2. *Annali di matematica pura ed applicata*, *Milano*; 3. *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques*, *Paris*: 4. *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle scienze matematiche e fisiche*, *Roma*; 5. *Časopis pro pestování matematiky a fysiky*, *Prag*: 6. *Correspondance (Nouvelle) Mathématique*, *Mons*: 7. *Giornale di Matematiche ad uso degli studenti delle università italiane*, *Napoli*: 8. *Journal de mathématiques pures et appliquées*, *Paris*: 9. *Matematitscheskii Sbornik*, *Moskau*: 10. *Messenger of mathematics*, *London*; 11. *Periodico di scienze matematiche e naturali*, *Roma*: 12. *Quarterly Journal of pure and applied mathematics*, *London*: 13. Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, Leipzig. Von physikalischen Zeitschriften fehlen ausserdem: 1. *Annales de Chimieet de Physique*, *Paris*; 2. *Il nuovo Cimento, Giornale di fisica ecc.*, *Pisa*: 3. *Journal de physique théorique et appliquée*, *Paris*: 4. Repertorium für Experimentalphysik, München. Noch ärger ist es, wenn man die Zeitschriften der Akademien und gelehrten Gesellschaften vergleicht. Da fehlen z. B. — um nur die schlimmsten Auslassungen zu rügen, da sonst der Umfang dieser Besprechung wohl zu ausgedehnt würde — die *An-*

---

* Neuer Anzeiger für Bibliographie und Bibliothekwissenschaft Jahrg. 1875, Heft 2, Nr. 161, S. 80.

nales scientifiques de l'école normale supérieure, *Paris; l'Annuaire publié par le Bureau des Longitudes*, *Paris; Annuaire de la société philotechnique*, *Paris: Annuario della società dei naturalisti di Modena*, *Modena; Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles*, *La Haye; Atti dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei*, *Roma: Atti della Reale Accademia dei Lincei*, *Roma; Atti dell'Ateneo Veneto*, *Venezia: Bulletin de l'Academie R. de Belgique*, *Bruxelles; Bulletin de la société mathématique de France*, *Paris; Bulletin de la société chimique de Paris*, *Paris: Bulletin de la société philomathique*, *Paris: Bulletin de la société d'Anthropologie*, *Paris: Bulletin de la société des naturalistes de Moscou*, *Moskau: Bullettino della società geografica italiana*, *Roma: Annuario scientifico ed industriale*, *Milano; Bullettino del Volcanismo italiano*, *Roma; Comptes rendus de l'académie des sciences*, *Paris;* Jahreshefte des Vereins für vaterländische Naturkunde in Württemberg, Stuttgart; *Journal des Savans*, *Paris: Memorie della società dei spettroscopisti italiani*, *Palermo; Les Mondes*, *Paris; Monthly notices of the astronomical society*, *London: Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, *London; Proceedings of the R. Institution of Great Britain*, *London: Proceedings of the London mathematical society*, *London; Proceedings of the R. Society of Edinbourgh*, *Edinbourgh: Proceedings of the philosophical Society of Glasgow*, *Glasgow; Processen-Verbaal van de gewone vergaderingen der Kon. Akademie van Wetenschappen*, *Amsterdam; Rendiconti dell' Istituto Lombardo*, *Milano; Rendiconto delle Sessioni dell'Accad. delle Scienze dell' Istituto di Bologna*, *Bologna; Rendiconto dell'Accademia di Napoli*, *Napoli; Rivista Scientifico-Industriale*, *Firenze; Società R. di Napoli*, *Atti dell'Accademia delle scienze fisiche e naturali*, *Napoli: Transactions of the Cambridge philosophical Society*, *Cambridge: Transactions of the R. Society of Edinbourgh*, *Edinbourgh:* Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft in Basel, Basel. Die Liste ist bei Weitem noch nicht vollständig und könnte leicht verdoppelt werden.

Auch von sonstigen fehlenden Büchern will ich einige aufführen. Man vermisst z. B.: *Bachet, Sieur de Mésiriac, Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres 3e., ed. Paris, Gauthier-Villars; Bagutti, Manuale pratico del perito Misuratore, Casale, Casane;* Heis und Eschweiler, Lehrbuch der Geometrie, 2. Theil, Stereometrie, Köln, Du Mont-Schauberg; Klein, Der Vorübergang der Venus vor der Sonnenscheibe, Köln & Leipzig, Mayer; Köstlin, Ueber die Grenzen der Naturwissenschaft, 2. Aufl., Tübingen, Fues; Kunze, Der geometrische Unterricht in der Oberclasse der Volksschule, Brandenburg, Müller; *Marianini, Memorie de Fisica sperimentale, Bologna, Zanichelli: Papillon, Storia d'un raggio di Sole, Milano, Gnocchi* (das französische Original ist aufgeführt); *Pochet, Nouvelle mécanique industrielle, Paris, Dunod: Poncelet, Cours de Mécanique appliquée, Paris, Gauthier-Villars:* Postel, Naturlehre, Langensalza, Schulbuchhandlung; *Rapisardi, Elementi di*

Geometria, *Catania*, *Galàtola*; Zavaglia, *Esperienze intorno al potere calorifico pratico di alcuni combustibili*; *Bologna*, *Genelli*; Cremona, *Elementi di calcolo Grafico*, *Torino*, *Paravia*; Frommhold, Elektrolysis und Elektrokatalysis vom physikalischen und medicinischen Gesichtspunkte, Buda-Pest; *Kutter*, *Le nuove formole sul moto dell'acqua nei canali ecc.*, *Milano*, *Tip. degli Ingegneri*; *Lenormant*, *Les sciences occultes en Asie*, *Paris*, *Maisonneuve*; *Ernouf*, *Denis Papin sa vie et ses oeuvres*, *Paris*, *Hachette*; Peters, Beobachtungen mit dem Bessel'schen Pendelapparate, Hamburg, Mauke; *Riolo*, *Regole pratiche per la scompartizione della superficie dei poligoni e circoli ecc.*, *Palermo*; *Eysseric et Pascal*, *Eléments d'algèbre*, *Paris*, *Delagrave*: *Saint-Robert*, *Mémoires scientifiques*, *T. III*, *Turin*, *Bona* u. s. w. u. s. w. Ich mache mich anheischig, aus den von Herrn Metzger nicht aufgeführten Büchern, soweit dieselben die oben angegebenen Fächer betreffen, mit leichter Mühe ein Heft zusammenzustellen, das in der Ausstattung der *Biblioteca Historico-Naturalis* mindestens halb so stark ist wie der ganze Jahrgang 1874. Wie sehr es Herrn Metzger mit der Vollständigkeit Ernst ist, geht wohl daraus hervor, dass meine obenerwähnte Notiz im Februar d. J., also zu einer Zeit erschien, wo jedenfalls ein grosser Theil meiner Berichtigungen für das 2. Heft, das erst vor Kurzem ausgegeben wurde, noch zu verwerthen waren. Es ist Nichts benutzt worden. Was soll man aber von einer Bibliographie sagen, die Boncompagni's *Bullettino* nicht kennt, dessen Genauigkeit und relative Vollständigkeit Herr Metzger sich zum Muster nehmen sollte.

Die Arbeit soll auch systematisch sein. Hier ist das System: 1. Vermischte mathematische Schriften; 2. Niedere Mathematik; 3. Höhere Mathematik; 4. Tafeln; 5. Darstellende Geometrie und geometrisches Zeichnen; 6. Praktische Geometrie; 7. Mechanik!! Und das wird noch nicht einmal innegehalten. Arbeiten über denselben Gegenstand, ja Ausgaben ein und derselben Schrift in verschiedenen Sprachen werden bald unter diese, bald unter jene Rubrik subsumirt. Was hat z. B. *Caverni*, *Problemi naturali di Galileo Galilei* unter „Vermischte mathematische Schriften" zu suchen? Das Buch gehört gar nicht unter Mathematik, sondern unter „Geschichte der Naturwissenschaften". *Briot*, *Algèbre*, findet man unter „Niedere Mathematik", die holländische Uebersetzung unter „Höhere Mathematik"; die geometrischen Rechenaufgaben von Kehr stehen unter „Mathematische Tafeln"; *Kiaes*, *traité élémentaire de géométrie descriptive*, steht unter „Niedere Mathematik", statt unter „Darstellende Geometrie". Ob *Kimber*, *Mathematical course for the university of London*, wohl wirklich die niedere Mathematik behandelt, zu welcher Rubrik es nämlich gesetzt ist? Solche *qui pro quo* liessen sich leicht vermehren.

Am Schlusse befindet sich ein alphabetisches Verzeichniss. Darin sind verschiedene Männer desselben Namens friedlich als identisch behandelt worden. So sind unter Burckhardt zwei Männer confundirt, ebenso unter Cotta, unter Fuchs, unter Grove, unter Hansen unter Hesse, unter Kraus. Unter Mayer sind vier Personen zusammengezogen, und die Anordnung der Werke so glücklich, dass Nr. 1 und 5 einer Person, die drei anderen den übrigen drei zugehören u. s. w. Es ist damit wohl genug. Ob frühere Jahrgänge, ehe sie von Herrn Metzger redigirt wurden, auch in ähnlicher Art gearbeitet sind, weiss ich nicht; jedenfalls sollte der Verleger so schnell als möglich sich nach einem bibliographisch besser geschulten und in den zu bearbeitenden Fächern genauer bekannten Herausgeber umsehen. Wie soll auch ein Professor der Naturgeschichte auch der Mathematik und Astronomie sammt Physik und Chemie noch die nöthige Aufmerksamkeit zuwenden können. Der Erfolg lehrt, was daraus wird. Trotz alledem kann man, um eine Uebersicht über die gesammten Schriften über Mathematik zu erhalten, die *Bibliotheca* nicht entbehren. Mit Boncompagni's *Bullettino*, der Polytechnischen Bibliothek und dem Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik lässt sich wenigstens eine annähernde Vollständigkeit erreichen, obwohl auch so noch Manches zu wünschen übrig bleibt.

Thorn, Juli 1875. M. Curtze.

Elemente des graphischen Calculs von Luigi Cremona. Autorisirte deutsche Ausgabe, unter Mitwirkung des Verfassers übertragen von Maximilian Curtze. Leipzig 1875. 105 S. mit 131 in den Text gedruckten Holzschnitten.

Die Leser dieser Zeitschrift sind durch die Beiträge, welche Dr. Jacob Weyrauch dem XIX. Bande in Gestalt seines Aufsatzes „Die graphische Statik", diesem Bande in Gestalt seines, unseren Bemerkungen unmittelbar vorhergehenden ausführlichen Referates zugewandt hat, mit dem Inhalt und dem Zweck jener neuen Disciplin soweit bekannt, dass sie den eigentlichen Quellenwerken sich zuwenden müssen, um noch genauer einzudringen. Ein Hilfsmittel, dessen die graphische Statik sich bedient, ist der graphische Calcul, und seiner Auseinandersetzung ist das Büchlein gewidmet, über welches wir hier mit wenigen Worten berichten. Es genügt fast, den Namen des Verfassers zu nennen, um zu wissen, dass aus der Feder eines Cremona Nichts hervorgeht, welches nicht durch Klarheit, verbunden mit höchster Eleganz, sich auszeichnet, und diese Eigenschaften, welche allen seinen Schriften gemeinsam sind, treten auch in der neuesten ebenmässig hervor. Der Uebersetzer ist gleichfalls dem deutschen Publikum wie durch eigene Arbeiten auf dem Felde der Geschichte der Mathematik, so auch durch gelungene Uebertragungen aus dem Italienischen hinreichend bekannt. Auch er lässt seine alte Sprachgewandtheit auf jeder Seite erkennen. Dem entsprechend liest sich das Büchlein angenehm und leicht, und würde dies in noch höherem Grade, wenn nicht leider ziemlich viele Druckfehler sinnentstellend wirkten, welche man erst überwinden muss. Die neun aufeinanderfolgenden Capitel führen die besonderen Ueberschriften: 1. Princip der Zeichen in der Geometrie; 2. Graphische Addition; 3. Multiplication; 4. Potenzen; 5. Wurzelausziehung; 6. Auflösung der numerischen Gleichungen; 7. Verwandlung ebener Figuren; 8. Schwerpunkt; 9. Rectification eines Kreisbogens. Man sieht, es sind Gegenstände, welche nicht sämmtlich in durchaus erzwungenem Zusammenhange stehen; aber die Methode ist überall die gleiche graphische, überall voraussetzungslos bis zu den niedersten Elementarkenntnissen, entsprechend dem Leserkreise, für welchen die Schrift entstanden ist: in Italien die jugendlichen Zöglinge der *Scuole d'Applicazione* und der *Istituti Tecnici*, in Deutschland, wie der Uebersetzer hofft, die Schüler von Realgymnasien und Gewerbeschulen.

Cantor.

Antonio Favaro: Saggio di cronografia dei matematici dell' antichità (A. 600 *a. C.* — A. 400 *d. C.*) *Padova* 1875.

Der unseren Lesern aus einer der vorhergehenden Besprechungen dieses Heftes als Mitarbeiter an dem *Bullettino Boncompagni* bekannte Professor in Padua hat uns durch die Zusendung einer kleinen Abhandlung erfreut, über welche hier berichtet werden soll. Es handelt sich um eine Uebersicht der Mathematiker im weitesten Sinne des Wortes eines ganzen Jahrtausend, nämlich derjenigen unserem Fache verwandten Schriftsteller, deren Namen sich durch Verdienst oder Zufall bis heute erhalten haben, während ihre Lebenszeit zwischen 600 v. Chr. bis 400 n. Chr. fällt. Herr Favaro beabsichtigte nicht entfernt, eine Geschichte dieser Männer zu geben. Das auf 14 Spalten gedruckte, 225 Namen enthaltende Verzeichniss soll, alphabetisch geordnet und die Träger der Namen in gedrängtester Kürze kennzeichnend, nur den Zweck erfüllen, das Nachschlagen soweit zu erleichtern, dass man sich dort vergewissern kann, ob der gesuchte Name Aufnahme gefunden hat. Hauptsache ist die tabellarische Zusammenstellung, welche Herr Favaro, soviel wir wissen, zuerst in der Art versucht hat, dass er die graphische Darstellung zur Anwendung brachte. Hundert horizontale Parallellinien zerlegen das Jahrtausend, über welches die Männer, deren Aufeinanderfolge veranschaulicht werden soll, vertheilt sind, in ebensoviele Jahrzehnte, und nun stehen auf jeder Linie nebeneinander die Namen der Männer, welche gerade diesem Zeitpunkte angehören.

Der Gedanke ist gewiss interessant, wenn auch die praktische Ausführung manche Schwierigkeit bereitet. Wir reden nicht blos von den

Druckfehlern, welche den Versuch, der uns vorliegt, entstellen, und an welchen, wie der Verfasser selbst uns klagt, die nothwendige Raschheit der Ausführung die Schuld trägt, da das Schriftchen, als Glückwunsch zu einem Familienfeste entstanden, an einem bestimmten Tage im Drucke vollendet sein musste. Dass Sosigenes z. B. mehr als zehn Zeilen tiefer, also ein Jahrhundert später als Julius Cäsar steht, für welchen er, wie das Inhaltsverzeichniss richtig angiebt, den Kalender berechnete, dass Apollonius von Pergä im Inhaltsverzeichnisse selbstverständlich vorkommend auf der Tabelle ganz wegblieb, das sind Mängel, welchen ein wiederholter Abdruck abhelfen kann. Auch über die Lebenszeit dieses oder jenes Mathematikers, über welche wir von Herrn Favaro weit verschiedene Ansichten haben, wollen wir hier nicht streiten, wo wir nur von seinen Grundgedanken zu reden haben. Aber wir fragen: wann hat ein Mann gelebt, da sein Name doch nur auf einer Zeile stehen darf? Soll sein Geburtsjahr, sein Todesjahr, sein mittleres etwa 35. Lebensjahr, soll das Datum seines Hauptwerkes mit seinem Namen verbunden werden? Aber selbst unter der Voraussetzung, dass man der einmal gewählten Grundlage unverbrüchlich treu bleibe, unter der weiteren noch schwierigeren Voraussetzung, dass alle diese Daten auf den Tag genau bekannt wären, was nicht einmal in den letztverflossenen 500 Jahren, geschweige denn in dem von Herrn Favaro diesmal behandelten Jahrtausend der Fall ist, liessen gegen jede dieser Annahmen sich mannichfache Einwendungen erheben, deren Auffindung wir unseren Lesern überlassen dürfen. Das ist eine Schwierigkeit, der kein wiederholter Abdruck vollständig Abhilfe gewähren kann.

Wir möchten trotzdem nicht anstehen, die Uebersichtlichkeit des graphischen Verfahrens bei allen nicht abzuleugnenden Mängeln zu rühmen. Wir glauben, dass, von Einzelheiten abgesehen und Alles nur im Grossen betrachtet, die Gruppirung des Herrn Favaro einen Einblick in das Nacheinander und damit in die Abhängigkeit einer Zeit von der andern leicht ermöglicht und fester dem Gedächtnisse einprägt, als dieses wohl sonst der Fall ist.

Cantor.

Bibliographie

vom 1. October bis 30. November 1875.

Periodische Schriften.

Denkschriften der kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien. Math.-naturw. Cl. 34. Bd. Wien, Gerold. 27 Mk.

Bericht über die Verhandlungen der vierten allgem. Conferenz der europäischen Gradmessung, erstattet von C. Bruhns und A. Hirsch. Berlin, G. Reimer. 8 Mk.

Preisschriften, gekrönt und herausgegeben von der Jablonowski'schen Gesellschaft in Leipzig. Nr. 18. Leipzig, Hirzel. 1 Mk. 20 Pf.

Journal für reine und angewandte Mathematik, begr. v. Crelle, fortges. v. W. Borchardt. 81. Bd., 1. Heft. Berlin, G. Reimer. pro cmpl. 12 Mk.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, herausgeg. v. C. Ohrtmann, F. Müller und A. Wangerin. 5. Bd. Jahrg 1873, Heft 3. Berlin, G. Reimer. 4 Mk. 60 Pf.

Peters, C. F. W., Generalregister der Bände 61—80 der Astronomischen Nachrichten. Leipzig, Mauke. 20 Mk.

Fortschritte auf dem Gebiete der Physik. Nr. II, 1874—1875. Leipzig, Mayer. 2 Mk. 40 Pf.

Reine Mathematik.

Suter, H., Geschichte der mathematischen Wissenschaften. 2. Theil, 2. Hälfte. Zürich, Orell, Füssli & Comp. 8 Mk.

Allé, M., Beitrag zur Theorie der Functionen von drei Veränderlichen. (Akad.) Wien, Gerold. 40 Pf.

Kowalevski, S. v., Zur Theorie der partiellen Differentialgleichungen. (Dissert.) Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht. 1 Mk.

Gegenbauer, L., Ueber einige bestimmte Integrale. (Akad.) Wien, Gerold. 30 Pf.

Wangerin, A., Reduction der Potentialgleichung für gewisse Rotationskörper auf eine gewöhnliche Differentialgleichung. (Jablonowski'sche Gesellsch. XVIII.) Leipzig, Hirzel. 1 Mk. 20 Pf.

Semmler, F., Reduction der Bewegung eines schweren um einen festen Punkt seiner Axe rotirenden Rotationskörpers auf die elliptischen Transcendenten. (Dissert.) Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht. 1 Mk.

Navier, L., Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung; deutsch von Th. Wittstein. 2 Bde. 4 Aufl. Hannover, Hahn. 12 Mk.

Clebsch, A., Vorlesungen über Geometrie, herausgeg v. F. Lindemann. 1. Bd. 1. Theil. Leipzig, Teubner. 11 Mk. 20 Pf.

Fiedler, W., Die darstellende Geometrie in organischer Verbindung mit der Geometrie der Lage. 2. Aufl. Leipzig, Teubner. 18 Mk.

Hankel, H., Die Elemente der projectivischen Geometrie in synthetischer Behandlung. Leipzig, Teubner. 7 Mk.

Steiner's, J., Vorlesungen über synthetische Geometrie. 1. Thl.: Die Theorie der Kegelschnitte in elementarer Darstellung. 2. Aufl. Leipzig, Teubner. 6 Mk.

Nagel, v., Zweiter Anhang zur ebenen Geometrie. 2. Aufl. Ulm, Wohler. 80 Pf.

Heis & Eschweiler, Lehrbuch der Geometrie. 6. Aufl. 1. Thl. Cöln, Du Mont-Schauberg. 2 Mk. 80 Pf.

Schlegel, V., System der Raumlehre; nach den Principien der Grassmann'schen Ausdehnungslehre und als Einleitung in dieselbe. 2. Thl. Leipzig, Teubner. 7 Mk.

Angewandte Mathematik.

Schürmann, F., Unterricht in der Projectionslehre. Iserlohn, Bädeker. 2 Mk. 75 Pf.

Klingenfeld, A., Lehrbuch der darstellenden Geometrie. 3. Bd. Nürnberg, Korn. 3 Mk.

Largiadèr, Ph., Praktische Geometrie. 3. Aufl. Zürich, Schulthess. 1 Mk. 80 Pf.

Cantor, M., Die römischen Agrimensoren und ihre Stellung in der Geschichte der Feldmesskunst. Leipzig, Teubner. 6 Mk.

Schreiber, P., Das Flächennivellement mit Aneroidbarometern, ausgeführt auf fünf Sectionen der kleinen Generalstabskarte des Königreichs Sachsen. Leipzig, Felix. 3 Mk.

Finger, J., Zur elastischen Nachwirkung des tordirten Stahldrahtes. (Akad.) Wien, Gerold. 20 Pf.

Bessel, F. W., Abhandlungen, herausgeg. von R. Engelmann. 1. Bd. Leipzig, Engelmann. 18 Mk.

Lamp, E., Der scheinbare Ort des Polarsterns *α Ursae min.* (Dissert.) Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht. 1 Mk.

Stark, E., Ueber die Bahnbestimmung des Planeten Hecate (100). II. (Akad.) Wien, Gerold. 50 Pf.

Lohse, O., Beobachtungen, angestellt auf der Sternwarte zu Bothkamp. 3. Heft. Leipzig, Engelmann. 10 Mk.

Melde, F., Theorie und Praxis der astronomischen Zeitbestimmung. Tübingen, Laupp. 12 Mk.

Hygini astronomica. Ex codicibus collatis, rec. B. Bunte. Leipzig, Weigel. 4 Mk.

Heis, E., Zodiacallicht-Beobachtungen in den letzten 29 Jahren (1847 bis 1875). Cöln, Du Mont-Schauberg. 2 Mk.

Riemann, B., Schwere, Elektricität und Magnetismus. Bearb. v. Hattendorff. Hannover, Rümpler. 8 Mk.

Physik und Meteorologie.

Cornelius, C., Zur Molecularphysik. Halle, Schmidt. 2 Mk.

Dvorak, V., Ueber die akustische Anziehung und Abstossung. (Akad.) Wien, Gerold. 50 Pf.

Kirchhoff, G., Untersuchungen über das Sonnenspectrum und die Spectren der chemischen Elemente. 2. Thl. 3. Abdr. Berlin, Dümmler. 4 Mk.

Mach, E. und J. Merten, Bemerkungen über die Aenderung der Lichtgeschwindigkeit im Quarz durch Druck. (Akad.) Wien, Gerold. 30 Pf.

Lommel, E., Ueber die Interferenz des gebeugten Lichtes. Erlangen, Besold. 2 Mk.

Lippich, F., Ueber die behauptete Abhängigkeit der Lichtwellenlänge von der Intensität. (Akad.) Wien, Gerold. 30 Pf.

Mach, E. und Rosicky, Ueber eine neue Form der Fresnel-Arago'schen Interferenzversuche mit polarisirtem Licht. (Akad.) Wien, Gerold. 30 Pf.

Plank, J., Versuche über das Wärmeleitungsvermögen von Gasgemengen. (Akad.) Wien, Gerold. 30 Pf.

Puschl, C., Ueber den Einfluss von Druck und Zug auf die thermischen Ausdehnungscoefficienten der Körper. (Akad.) Wien, Gerold. 20 Pf.

Riecke, E., Ueber die elektrischen Elementargesetze. Göttingen, Dieterich. 1 Mk. 60 Pf.

Hankel, W., Elektrische Untersuchungen. 12. Abh.: Ueber die thermoelektrischen Eigenschaften von Gyps, Diopsid, Orthoklas, Albit und Periklin. (Sächs. Gesellsch.) Leipzig, Hirzel. 2 Mk.

Dellingshausen, N., Die rationellen Formeln der Chemie, auf Grundlage der mechanischen Wärmetheorie entwickelt. 1. Thl. Heidelberg, Winter. 4 Mk. 80 Pf.

Fig. 1.

T	TB	T	TB	T
T B	B	T B	B	T B
T	T B	T	T B	T
T B	B	T B	B	T B
T	TB	T	TB	T

Fig. 2, a u. b.

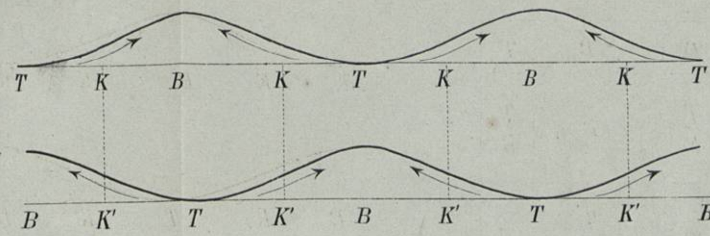


Fig. 3, a u. b.

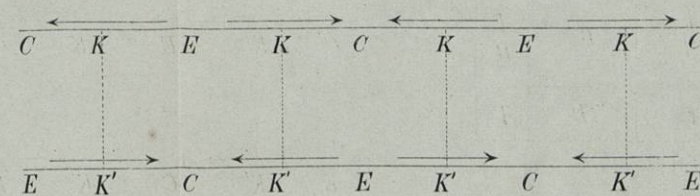


Fig. 4.

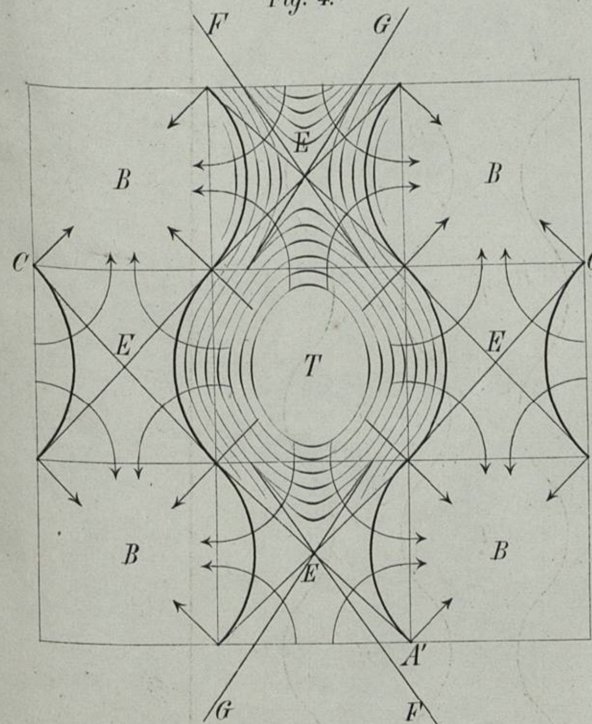
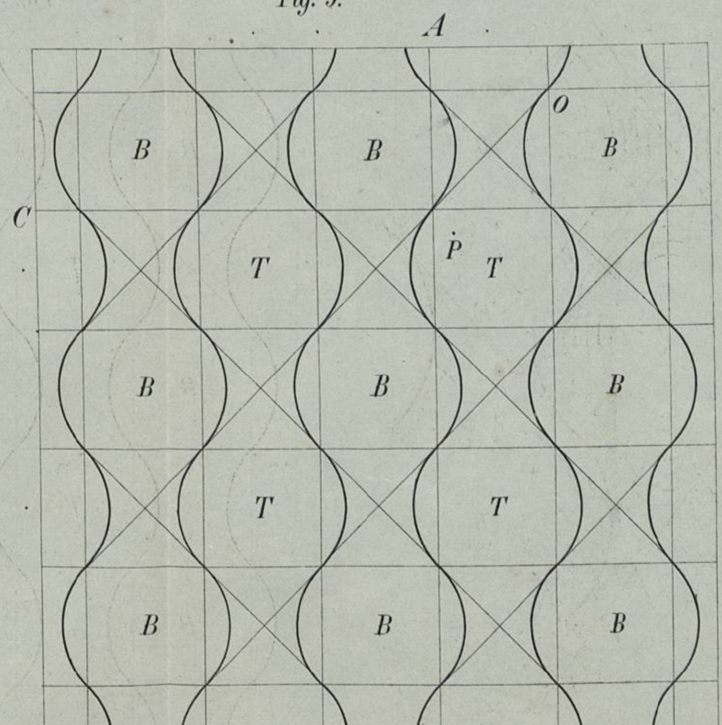


Fig. 5.



Georg Heise, Dresden.

Historisch-literarische Abtheilung.

Recensionen.

Geschichte unserer Zahlzeichen und Entwickelung der Ansichten über dieselbe, von Prof. P. TREUTLEIN. Beilage zu dem Programm des grossherzogl. Gymnasiums zu Karlsruhe. Karlsruhe 1875.

Seit den dreissiger Jahren unseres Jahrhunderts währt der bereits hundert Jahre zuvor ausgebrochene, wegen Mangels neuen Materials aber wieder vertagte Streit bezüglich der Entstehung und Uebermittelung unseres dekadischen Zahlensystems. Ohne dass auch nur entfernt von einem selbst vorläufigen Abschlusse dieses Kampfes die Rede sein könnte, ist es sogar schwierig, sich über den momentanen Stand desselben ein Urtheil zu bilden, und zwar besteht diese Schwierigkeit der Orientirung nicht blos für den Laien, sondern auch für Denjenigen, welcher sich mit mathematisch-historischen Fragen anderer Natur beschäftigt. Die Absicht des Verfassers, diesem Uebelstande abzuhelfen und auf möglichst engem Raume eine kritische Zusammenstellung der bedeutendsten Resultate zu liefern, welche die unermüdliche Thätigkeit der verschiedensten Gelehrten ergeben hat, wird deshalb von allen Freunden der geschichtlich-mathematischen Forschung nur freudig begrüsst werden können, denn kein solcher wird leugnen, dass man es hier, wie wir an einem andern Orte (Nekrolog von Friedlein i. d. Augsb. Allg. Ztg., 4. Juli 1875) sagten, mit einem Fundamentalproblem zu thun hat, dessen definitive Erledigung auch auf eine Menge anderer Objecte vom grössten Einfluss sein würde. Und zu dieser Erledigung kann Herrn Treutlein's Schrift immerhin als ein wichtiger vorbereitender Schritt gelten, indem für jeden Fachgenossen die zunächst in Angriff zu nehmenden Punkte aus derselben zu entnehmen sind. Sehen wir uns nun die Arbeit selbst genauer an.

Dieselbe zerfällt, abgesehen von einer kurzen, über das Wesen der Streitfrage und die benützten Quellen Bericht erstattenden Einleitung in vier Abtheilungen mit folgenden Specialüberschriften: I. Die letzten sechs

Jahrhunderte (13—23); II. Die Boëthius-Frage (23—43); III. Die Araber (43—68); IV. Die Inder (69—90). Dann folgt noch ein Blatt Anmerkungen und zum Schluss eine Tafel, welche in 35 Columnen die verschiedenen Zifferformen aller Länder und Zeiten zur Anschauung bringt, begleitet von einem kurzen Commentar.

Diese Art, seine Aufgabe sich zurechtzulegen, motivirt der Verfasser eingangs durch die Bemerkung, dass das an sich natürlichste Eintheilungsprincip, das synchronistische, für seine Zwecke mancherlei Unzukömmlichkeiten mit sich gebracht haben würde, und dass er deswegen auch statt einer chronologisch aufsteigenden Darstellung der Thatsachen eine niedergehende gewählt habe, welche, von der Gegenwart ausgehend, die allmälige Herausbildung des *status quo* schildert. In der That wird man zugestehen müssen, dass die Uebersichtlichkeit der Erzählung durch diese Anordnung nur gewinnen konnte.

Im ersten Abschnitte wird, nachdem zuerst gewisse sinnlose Hypothesen über die Entstehung unserer Ziffern ihre kurze Aburtheilung gefunden haben, die Rechenkunst der früheren Neuzeit und des Mittelalters besprochen und erläutert, wann und von wem zuerst im Occident die uns jetzt so geläufig gewordene Ziffernbezeichnung und Ziffernrechnung gebraucht wurde, wobei selbstverständlich auf Leonardo der Hauptnachdruck gelegt erscheint. In diesem ersten Capitel, dem die umfassende Arbeit von Wildermuth als Grundlage dient, soll an die den eigentlichen Vorwurf des Werkchens bildende Frage noch nicht herangetreten, es soll vielmehr erst die Basis für ihre Discussion gewonnen werden.

Dagegen führt Capitel II gleich *in medias res.* Herr Treutlein berichtet uns, wie als der erste der bekannte Geschichtschreiber der Astronomie, Weidler aus Wittenberg, gestützt auf die von ihm so zu sagen entdeckte hochberühmte Altdorfer (jetzt Erlanger) Handschrift, den römisch-griechischen Ursprung der Zahlzeichen gegen Wallis verfochten habe, wie dann Mannert auf seine Seite trat, wie aber der gelehrte Zwist von den Zeitgenossen unbeachtet blieb und einschlief, bis ihm dann M. Chasles' Publicationen neues Leben verliehen.

Die berühmte Stelle in der Geometrie des Boëthius führt auf die Fundamentalfrage, ob dieselbe ein echtes oder unterschobenes Werk sei; getreu seinem Referirstandpunkte spricht sich der Verfasser über diesen Punkt nicht aus, verspricht aber eine Fortsetzung seiner Studie im angedeuteten Sinne. Allein so weit muss er doch in die Sache eingehen, dass er die Folgen skizzirt, welche sich aus der einen oder andern Auffassung ergeben und bekanntlich von der einschneidendsten Wirkung für die Geschichte der Arithmetik sind.

Der Verfasser verfährt hier mit strenger Unparteilichkeit, denn obwohl er, wie uns gewisse Anzeichen vermuthen lassen, persönlich auf

Cantor's Seite steht, so registrirt er doch genau die Bestrebungen Friedlein's; derselbe suchte die Vermuthungen Cantor's, welcher auch in einer Reihe anderer mittelalterlicher Schriften Spuren des Columnenrechnens zu bemerken glaubte, durchweg als unbegründet hinzustellen,* und man wird ihm in manchen Punkten Recht geben müssen. Allein wenn derselbe hierin, wie Herr Treutlein meint, auch durchweg Recht behalten sollte, so bleibt dies gleichwohl ohne Belang für die Frage der Echtheit, in welcher uns Friedlein's Standpunkt doch ein zu einseitig philologischer scheint.

Im Anschluss an die geistreichen Deutungen, welche Chasles von den Hieroglyphen des Boëthius gegeben hat, wird das Wesen des Columnenrechnens und besonders des Dividirens ausführlich beleuchtet und durch Beispiele versinnlicht; hierauf folgt eine Darstellung der Rechnungsregeln Gerbert's und seiner Schüler (Bernelin etc.), wobei natürlich die Streitfrage bezüglich der eigentlichen Quellen der Gerbert'schen Mathematik nicht umgangen werden kann. Zum Schluss wird der Behauptung französischer Gelehrter gedacht, nicht in der arabischen Arithmetik, sondern im Abacus wurzle unsere heutige Rechenkunst, und die Besprechung dieser von anderer Seite nicht unterstützten Hypothese bildet den naturgemässen Uebergang zum dritten Capitel.

Dasselbe ist selbstverständlich im Wesentlichen nichts Anderes, als ein Auszug aus den gewaltigen Materialsammlungen von Woepcke. Derselbe hat bezüglich der berühmten Gobarziffern, welchen er eine selbstständige Gobarrechnung anreihen zu müssen geglaubt hat, die Nichtigkeit der von Sacy, Humboldt und Gerhardt aufgestellten Ansichten zwingend dargethan und zuerst mit Entschiedenheit den charakteristischen Unterschied zwischen ostarabischen und westarabischen (maghrebinischen oder Gobar-) Ziffern betont. An dies Resumé schliesst sich eine concise Beschreibung der arabischen Logistik und hieran eine sehr verdienstliche Sichtung der Consequenzen, welche sich aus Woepcke's Forschungen für die Vertheidiger und Gegner der „*Geometria Boëthii*" herleiten lassen. Hier wagt es der Verfasser auch, in etwas bestimmterer Weise seine eigene Ueberzeugung durchblicken zu lassen; seine Bemerkung, dass die für die Einführung des Stellenwerthes „nothwendige Erfindung der Null das Ganze dem Ei des Columbus wohl vergleichbar macht" (S. 64), scheint uns wirklich den Nagel auf den Kopf zu treffen. Endlich wird auch die „Frage nach dem geschichtlichen Zusammenhange zwischen arabischem und abacistischem Rechnen" mit

---

* Man kann hinzufügen, dass Cantor ganz neuerlich (im 2. Hefte des vor. Jahrgangs) darauf hingewiesen hat, wie seinen Ansichten durch die von Hankel bei Gall Morel eingezogenen Erkundigungen ein Stück Boden entzogen worden sei, auf welchen er selbst sich freilich nie gestützt hatte.

Rücksicht auf die Ausführungen von Gerhardt, Chasles, Friedlein einer- und Arneth, Cantor, Martin und Woepcke andererseits so erschöpfend besprochen, als dies auf dem kleinen Raume von vier Octavseiten geschehen konnte.

Seinem Princip des retrograden Aufsteigens getreu, gelangt der Verfasser schliesslich zu den Indern. Die Ueberzeugung, dass auf dieses Volk in letzter Instanz die Anfänge unseres heutigen Rechnungssystems zurückzuführen seien, hatte sich seit Beginn des XIX. Jahrhunderts allen Kennern aufgedrängt; die Art und Weise der Transferirung desselben nach Westen aber harrte der Klarstellung und bot für Conjecturen ein reiches Feld. Dieselben finden sämmtlich in unserer Schrift ihre Stelle; dann wird, wieder an der Hand Woepcke'scher Darlegungen, der Nachweis zu führen versucht, dass sich das alte Sanskritvolk bereits im Besitze eines durchgebildeten Zehner-Positionssystems befand, welches den ungeheuerlichsten Extravaganzen arithmetischer Phantasterei Genüge zu leisten vermochte.* Den Schluss des Capitels und damit des Büchleins selbst bildet die Charakterisirung der Erklärungsversuche, welche Woepcke für die schon erwähnte Verschiedenheit der maghrebinischen und der von ihm mit Bestimmtheit als arabisch-indisch bezeichneten östlichen Ziffern gegeben hat, — Vermuthungen, welche aller Wahrscheinlichkeit nach das Richtige treffen.

Wie man aus unserer Zusammenstellung ersehen wird, hat der Verfasser von sämmtlichen für das grosse Problem irgend beizuziehenden Fragen genügende Rechenschaft gegeben und mit Aufbietung einer beträchtlichen Literaturkenntniss den Boden für weitere Nachforschungen geebnet. Weniger als mit dem Inhalte der Brochure können wir uns mit ihrer Form einverstanden erklären; die in den einzelnen Capiteln behandelten Materien lassen hier und da die rechte Cohärenz vermissen und der Satzbau lässt zu wünschen übrig; indess verkennen wir keineswegs, dass die dem Verfasser aufgezwungene Form des Schulprogramms diese Mängel bedingt, denn hier kam es darauf an, auf möglichst engem Raume möglichst viel Stoff zusammenzudrängen, und so entstanden die langathmigen Perioden. Alles in Allem begrüssen wir die uns gebotene Leistung auf's Freudigste und möchten wünschen, dass das Schriftchen in erweiterter Gestalt und vielleicht auch mit geringerer Beschränkung subjectiver Ansichten bald eine zweite Auflage als selbstständiges Buch erlebe.

---

* Auch auf Hankel's Anzweiflung der Existenz eines solchen Systems wird Bezug genommen. Hier scheint die an sich gerechtfertigte Abneigung, welche der verdiente Mathematiker gegen Hypothesen jeder Art in oft etwas gar zu prononcirter Weise hervortreten liess, ihn doch entschieden zu weit geführt zu haben.

Für eine solche mögen hier noch einige Bemerkungen folgen; wir stellen eine Anzahl von Wahrnehmungen zusammen, welche sich uns bei der Lecture aufgedrängt haben.

Gelegentlich der abgeschmackten Hypothesen von A. Müller und Rauch wäre zu erwähnen, dass eine der Idee nach ähnliche Theorie bereits von dem Literarhistoriker Reimann im ersten Viertel des vorigen Säculums formulirt, aber todtgeschwiegen wurde (S. 16). — Die sogenannte Division „über sich" ist nicht hinreichend klar auseinandergesetzt (S. 17). Bezüglich der Einführung des Begriffes und Namens „Million" verdienen auch die Angaben von Baltzer und Vorsterman van Oyen Berücksichtigung (S. 17). — Für den Betrieb des Rechnens auf höheren Lehranstalten im XVIII. Jahrhundert ist die von Bartholomaei (Nachtragsheft zu dieser Zeitschrift) so ausführlich geschilderte Methode des Jenenser Professors Weigel höchst bemerkenswerth (S. 18). — Dass die meisten Schriften zwischen 1650 und 1700 lateinisch abgefasst seien, wird sich wohl nicht behaupten lassen (S. 18.) — Bezüglich des Auftretens der Ziffern bei Inschriften etc. enthält der 1. Band von Kästner's „Geschichte der Mathematik" eine beachtenswerthe Notiz (S. 21). Für den Namen des englischen Uebersetzers findet sich hier die wohl richtigste Schreibart „Atelhart" (S. 22). — Dagegen, dass Leonardo Fibonacci ein Kaufmann gewesen sei, haben sich in jüngster Zeit gewichtige Bedenken erhoben (S. 22). — Wir zweifeln, wie bereits erwähnt, nicht im Mindesten daran, dass Vorderindien die Heimath des Stellenwerth-Principes ist; es scheint uns aber doch bei der Begründung dieser Thatsache zuviel Gewicht auf die allerdings auch von Woepcke hervorgehobene Fähigkeit jenes Volkes gelegt, sehr grosse Zahlen zu bilden und auszusprechen, und würden keine anderen Gründe vorliegen, so behielte Hankel mit seiner Zurückhaltung am Ende Recht. Denn im Grunde unterscheidet diese Zahlenarchitektonik, wie sie am Prägnantesten in dem fingirten Verlobungsexamen des Buddha hervortritt, sich ganz und gar nicht von der im „Arenarius" des Archimedes entwickelten Methode; dass aber diese mit Stellenwerth und dekadischem System Nichts zu thun hat, dürfte Nesselmann überzeugend nachgewiesen haben (S. 81 flgg.). — Der dreimal vorkommende Name Colebrooke findet sich an zwei Stellen unrichtig geschrieben, was einen Anfänger zu Irrungen verleiten könnte (S. 81 und 86).

Eine einzige Stelle noch giebt es, welche uns einer wesentlichen Verbesserung zu bedürfen scheint. Wir meinen die Darstellung der abacistischen Division (S. 30), über welche der Sachkenner freilich leicht hinweggeht, welche aber dem mit der Sache noch nicht Vertrauten entschieden nicht klar genug gehalten ist; wenigstens ist es sehr die Frage, ob ein Solcher eine andere Division als die im Paradigma enthaltene selbst abacistisch ausführen kann, wenn er die hier gegebene Darstellung gelesen. In diesem Punkte empfehlen wir für eine etwaige zweite Auflage erhöhte Ausführlichkeit; auch berücksichtigt Herr Treutlein hier, gegen seine sonstige Gewohnheit, etwas zu ausschliesslich eine specielle Auffassung.

München. Dr. S. Günther.

Der „Liber mathematicalis" des heil. Bernward im Domschatze zu Hildesheim, von H. Düker. Hildesheim 1875.

Die Hildesheimer Dombibliothek besitzt unter ihren Handschriften auch eine mathematische, welche von Alters her den Namen des „*liber mathematicalis*" trägt und von der Tradition auf den um Wissenschaft und Kunst gleichhoch verdienten Bischof Bernward zurückgeführt wird. Ueber diesen Codex fanden sich in manchen Localschriften gelegentliche Notizen; vom eigentlich wissenschaftlichen Standpunkte aus war derselbe dagegen bisher ganz unbeachtet geblieben. Um so mehr verdient das Bestreben des Verfassers Anerkennung, in vorliegender Monographie eine historisch-kritische Untersuchung dieses interessanten Manuscripts zu liefern; fügen wir gleich hinzu, dass er seinen Zweck wirklich erreicht hat und zu bemerkenswerthen Resultaten gelangt ist.

Der Verfasser giebt zunächst eine sehr genaue bibliographische Beschreibung der Handschrift und legt sich dann vier Fragen vor: Hat St. Bernward den Inhalt selbstständig verfasst, hat er die vorliegende Schrift mit eigener Hand gefertigt, hat er dieselbe, wie die Sage behauptet, seinem dem Kaiser Otto III. ertheilten arithmetischen Unterricht zu Grunde gelegt, und hat er schliesslich den Codex seiner „Lieblingsstiftung", dem Michaeliskloster, vermacht? Diese Fragen werden beantwortet.

Die erste erledigt sich leicht, denn der Inhalt ist kein selbstständiger, es ist nichts Anderes, als die freilich mehrfach verstümmelte Arithmetik des Boëthius. Was die zweite anlangt, so glaubt der Verfasser allerdings die Ansicht Lappenberg's, als habe Bernward den kaiserlichen Prinzen überhaupt nicht unterrichtet, zurückweisen zu können; allein ein Buch wie den schwierigen Boëthius habe er bei diesem Elementarunterricht gewiss nicht angewandt. Auch selbst geschrieben kann er ihn kaum haben, denn einmal ist es höchst unwahrscheinlich, dass der vielbeschäftigte Bischof, nachdem er sich durch mannichfaltige Connexionen das seltene Original endlich verschafft, zu solchen mehr manuellen Arbeiten Zeit gefunden habe, und andererseits sprechen dagegen directe Handschrift-Vergleichungen; wohl aber hat er aller Wahrscheinlichkeit nach den Act des Copirens selbstständig überwacht und wohl auch durch Correcturen eigenhändig nachgeholfen. Schliesslich liegt kein Grund vor, auf die vierte der oben aufgeworfenen Fragen eine andere als bejahende Antwort zu geben.

Nach dieser Einleitung liefert Herr Düker eine äusserst sorgfältige Zusammenstellung der Abweichungen, welche der Hildesheimer Codex den anderen bekannten und von Friedlein seiner bekannten Ausgabe zu Grunde gelegten Handschriften gegenüber bietet; durch eine Reihe von Belegstellen sucht er den für die Texteskritik natürlich hochwichtigen Nachweis zu erbringen, dass zwischen ersterem und diesen nicht der mindeste Zusammenhang aufgefunden werden könne. Bezüglich des Ursprunges des sonach isolirt dastehenden Manuscripts stellt er die nicht unwahrscheinliche Hypothese auf, Gerbert habe in seinem Bobbio den betreffenden Urcodex aufgefunden und ihn seinem Freunde Bernward zum Abschreiben überlassen.

Wie es sich mit den einzelnen namhaft gemachten Varianten verhält, werden spätere Bearbeiter des Boëthius zu entscheiden haben. Nur möchten wir bemerken, dass der Verfasser vielleicht hier und da gar zu scrupulös auftritt, wie z. B. da, wo er in dem doch auch sonst vielfach vorkommenden „*considerate*" statt „*consideratae*" gleich einen grammatischen Fehler erblickt. Auch der Vorwurf, welchen er (S. 10) gegen Friedlein erhebt, derselbe habe „bei seinem Texte gar keine feste Norm befolgt", scheint uns nicht gerecht; denn so vielfach auch im Allgemeinen die Arbeiten des leider verstorbenen Forschers mit Widerspruch zu kämpfen hatten — seinem Editionsverfahren hat man stets volle Anerkennung gezollt, und auch die vom Verfasser namhaft gemachten Beispiele scheinen zur Erschütterung dieses Urtheils nicht genügend.

Zum Schluss erhalten wir eine vollständige, mit eigenen Bemerkungen ausgestattete Inhaltsübersicht der Arithmetik des Boëthius. Das Werk von Thimus, welches der Verfasser zur Erklärung gewisser pythagoräischer Anklänge heranzieht, scheint von mathematisch-historischer Seite noch nicht in dem Grade gewürdigt worden zu sein, als es Herrn Düker's Angaben zufolge verdienen dürfte.

Geschichtliche Monographien von der Art, wie wir hier eine kennen gelernt haben, sind uns hochnöthig, um in das Dunkel mittelalterlicher Mathematik mehr Licht zu bringen.

München. Dr. S. Günther.

Kurzer Abriss der Geschichte der elektrischen Telegraphie, von K. E. Zetzsche. Gr. 8⁰. 72 S. mit 51 in den Text gedruckten Holzschnitten. 1874. Berlin, Julius Springer. Preis 3 Mk.

In dieser Arbeit des um die Geschichte der Telegraphie bereits vielfach verdienten Verfassers liegt uns ein kurzgefasster Ueberblick über die Entwickelung der elektrischen Telegraphie vor, welcher sich an die von der deutschen Telegraphenverwaltung auf der Wiener Weltausstellung vom Jahre 1873 veranstaltete geschichtliche Ausstellung von Apparaten und Gegenständen der Telegraphie anschliesst.

Das kleine Buch ist durch wiederholte Umarbeitungen und Ergänzungen aus Artikeln entstanden, welche der Verfasser seinerzeit über diesen Theil der Weltausstellung in der Ausstellungszeitung, dann in erweiterter Form im *Journal télégraphique* veröffentlicht hatte. Schon diese Darstellungen hatten in den Kreisen, welche sich für das Telegraphenwesen näher interessiren, allgemeine Anerkennung gefunden; diese Anerkennung ist durch den Abdruck dieser Arbeiten in mehreren ausländischen Telegraphenzeitschriften und im Amtsblatte der deutschen Reichs-Telegraphenverwaltung genügend dargethan worden.

Die in dem Abrisse der Geschichte der Telegraphie vorliegende, vielfach vermehrte und durch zahlreiche, sehr treffliche Abbildungen unterstützte Bearbeitung der vorher erwähnten Artikel erscheint nach Inhalt und Form für ein grösseres Publikum bestimmt zu sein und verdient auch bei der hohen Bedeutung, welche die Telegraphie für die gesammte Entwickelung des wirthschaftlichen, politischen und wissenschaftlichen Lebens erhalten hat, die allgemeine Aufmerksamkeit auf sich zu ziehen.

Unzweifelhaft leuchtet aus der gesammten Arbeit das verdienstliche Streben hervor, den Antheil der deutschen Nation (im weiteren Sinne genommen) an der Entwickelung der Telegraphie ins rechte Licht zu stellen und dabei besonders den Leistungen von Werner Siemens und seiner Firma die gebührende Anerkennung zu verschaffen.

Es ist dies um so mehr anzuerkennen, als in neuerer Zeit wiederholt, zumal von Engländern, auch hier der Versuch gemacht worden ist, Deutschlands Verdienste zu schmälern. Dabei hat jedoch der Verfasser nirgends in ungebührlicher Hervorhebung unseres geistigen Nationaleigenthums den Leistungen anderer Völker die gerechte Anerkennung versagt, sondern überall hat er unparteiisch auf Grund eingehender Quellenstudien, zumal der Patente, zweifelhafte Prioritätsansprüche entschieden.

Wenn diese Arbeit ihrer Bestimmung und ihrem Umfange nach auch nicht als eine erschöpfende und abschliessende Darstellung anzusehen ist, so kann dieselbe doch auch deshalb einen wohlberechtigten Anspruch auf allgemeine Berücksichtigung erheben, weil es zur Zeit überhaupt noch keine zusammenhängende Geschichte der Telegraphie giebt; die früheren Versuche auf diesem Gebiete, welche sich in den historischen Capiteln der grösseren Werke über elektrische Telegraphie finden, sind nicht nur sehr lückenhaft, sondern enthalten zum Theil nicht unwesentliche Irrthümer.

Auf den ersten Seiten behandelt der Verfasser zunächst die Vorversuche, welche sich ungefähr bis zum Jahre 1839 erstrecken. Es werden die ersten Experimente von Simmering, Schilling, Gauss und Weber und die Nadeltelegraphen von Cooke und Wheatstone besprochen. Hierauf wendet sich die Darstellung zu den Zeigertelegraphen und schildert ausführlich den noch heute zumal für Privatleitungen vielfach benutzten Siemens'schen Inductions-Zeigertelegraphen und den Kramer'schen Zeigertelegraphen. Kurz erwähnt werden im Anschluss hieran die mit diesen Systemen verwandten frühesten Versuche zur Herstellung von Typendruck-Telegraphen

Nur beiläufig erwähnt sind die Copirtelegraphen, da an deren Entwickelung, wenn man von dem Hipp'schen elektromechanischen Apparate absieht, Deutschland keinen wesentlichen Antheil hat. Dies ist vielleicht die einzige fühlbare Lücke des Werkes, da es, wenigstens mir, nicht unwahrscheinlich erscheint, dass man dieses Princip früher oder später doch noch einmal hervorholen und versuchen wird, dasselbe in brauchbareren Formen, als denen von Caselli, d'Arlincourt und Meyer, in die Praxis einzuführen. Die Möglichkeit, auch Zeichnungen, Schriftzüge etc. auf telegraphischem Wege übertragen zu können, besitzt doch jedenfalls so hervorragende Vorzüge, dass man diesen Gedanken so leicht nicht fallen lassen wird.

Hierauf wendet sich der Verfasser zu den elektromechanischen und elektrochemischen Schreibtelegraphen, die ja noch heute die verbreitetste Form sind. Nach Erwähnung der ersten Doppelstift-Apparate von Stöhrer wird man mit dem auf demselben Princip beruhenden Jaite'schen Fernschreiber in der von Gurlt herrührenden Construction bekannt gemacht. Dieser Jaite'sche Apparat soll bekanntlich die Vorzüge des Hughes'schen Typendruck-Telegraphen mit denen des Morse-Apparates vereinen, ohne dabei des so lästigen Synchronismus der Apparate an der Abgangs- und Empfangsstation zu bedürfen. Von den Relais sind ausführlicher das in Wien zum ersten Male ausgestellte Siemens'sche aperiodische Submarine-Relais und das Abkürzungsrelais von Hefner-Alteneck erwähnt.

Unter dem Gesammtnamen „Zeichengeber" sind einige Schlüssel für Morseschrift und besonders die von Siemens & Halske ausgestellten interessanten Dosenschriftgeber von Hefner-Alteneck für Morseschrift und der principiell verwandte Kettenschriftgeber für Steinheilschrift (zwei Punktreihen) beschrieben. An diese schliesst sich der als „Schnelldrucker" bezeichnete Siemens'sche Typendruck-Telegraph, welcher mit ungemein wenig Strömen, im Durchschnitt drei bis vier, die Einstellung des Typenrades bewerkstelligt, darauf das Drucken vornimmt und dann das Typenrad auf den Nullpunkt zurückführt. Es ist dieser neueste Apparat in wesentlichen Dingen dem Hughes'schen Typendrucker überlegen, zumal aber deshalb, weil er des Synchronismus der beiden miteinander arbeitenden Apparate nicht bedarf. Nach Erwähnung einiger Translationsvorrichtungen und der deutschen Methoden für Gegensprechen wird der vierfache Apparat von Meyer vorgeführt und über den Bauer'schen Illimittelegraphen die Mittheilung im officiellen Ausstellungsberichte reproducirt. Beide Apparate sind Vorrichtungen, welche eine intensivere Ausnutzung der Leitung zum Zwecke haben; sie erfordern aber leider Synchronismus der Abgabe- und Empfangsapparate und es fragt sich daher, ob diese Systeme in der Praxis dauernde Anwendung finden werden. Den Schluss des Buches bilden kurze Notizen über Galvanoscope, Wecker, die Siemens'schen Blockapparate, Blitzableiter und Aehnliches.

Entsprechend den grossen Lücken, welche die Ausstellung für Geschichte der Telegraphie einer Nation an sich tragen musste, sind auch in der vorliegenden Arbeit manche Gebiete nur sehr flüchtig berührt, von denen Jeder gewiss gern Ausführlicheres gelesen hätte; besonders die Stellung des epochemachenden Hughes'schen Apparates und die Entwickelung der submarinen Telegraphie mit ihren eigenartigen Schwierigkeiten hätten wir gern etwas eingehender erörtert gesehen.

Der ganzen Entstehung des Buches nach ist dies aber sehr wohl verständlich und ebenso, dass es sich hier vorzugsweise um eine Geschichte der Construction der Manipulationsapparate handelt, während die übrigen Capitel der Telegraphie, welche doch ebenfalls ihre Geschichte haben, nur beiläufig erwähnt sind. — Wir wünschen von dem Verfasser recht bald eine umfassende pragmatische Geschichte der Telegraphie zu erhalten. Dadurch würde gewiss auch ein, in der Natur des behandelten Stoffes liegender Uebelstand solcher Darstellungen weniger auffällig werden, die nothwendigerweise zahlreichen Beschreibungen von Apparaten könnten dann durch andere Auseinandersetzungen unterbrochen werden und würden infolge dessen weniger leicht ermüdend auf den Leser wirken.

Die Darstellung ist an allen Stellen sehr klar und sachgemäss kurz, die äussere Ausstattung des Buches vortrefflich. Ein Theil der Figuren ist dem im gleichen Verlage erschienenen Dub'schen Werke entnommen; einzelne aber sind in vorzüglicher Weise ganz neu hergestellt.

Wir glauben nach dem Angeführten Allen, die sich für die Entwickelung der Telegraphie bis in ihre neuesten Stadien interessiren, das Zetzsche'sche Buch auf das Wärmste empfehlen zu können.

Chemnitz. RICHARD RÜHLMANN.

Die Entwickelung der automatischen Telegraphie, von Dr. Karl Eduard Zetzsche. G. 8⁰. 65 S. mit 41 in den Text gedruckten Holzschnitten. Berlin 1875, Julius Springer. Preis 2 Mark.

Dieses Schriftchen kann recht wohl als eine Ergänzung des vorher besprochenen angesehen werden. Die automatische Telegraphie umfasst alle diejenigen Telegraphirvorrichtungen, bei welchen den Telegraphenleitungen die Ströme durch besondere Vorrichtungen selbstthätig zugeführt werden. Bekanntlich sind die Versuche in dieser Richtung nahezu ebenso alt, als die elektrische Telegraphie selbst. Schon Morse goss metallene Typen für Punkte und Zwischenräume, die er unter dem Contacthebel (Taster) seines Apparates auf einer Schiene vorüberführte und auf diese Weise die langen und kurzen Stromschlüsse bewirkte, aus denen sich seine telegraphischen Zeichen zusammensetzten.

Nach ausführlicher Beschreibung dieser ersten Spuren werden die automatischen Telegraphirvorrichtungen von Bain (1846) und die ersten derartigen Apparate von Siemens & Halske (1853) besprochen. Diese Einrichtungen, sowie die von Wheatstone (1858), Allan (1860), Chauvassaigne und Lambrigot (1867) beruhen alle darauf, dass durch einen besondern Vorbereitungsapparat (meist eine Stanzvorrichtung) das Telegramm auf einem Streifen vorbereitet wird. Bei dem Hindurchführen des Streifens durch den Zeichengeber werden die elektrischen Ströme durch die auf dem Streifen befindlichen Zeichen in geeigneter Weise geschlossen und geöffnet und dadurch das Telegraphiren selbstthätig bewirkt.

Da das Vorbereiten der Streifen von mehreren Arbeitern bewirkt werden kann und die Streifen mit grosser Geschwindigkeit mechanisch durch den Apparat geführt werden, so kann mit Hilfe des Automaten die einzelne Linie viel umfassender ausgenutzt werden. Dies ist aber gerade jetzt, wo die Tragstangen bereits mit Drähten überlastet sind und man ernstlich daran denkt, die oberirdischen Leitungen durch kostspieligere unterirdische zu ersetzen, von grosser volkswirthschaftlicher Bedeutung.

Auch der schon im vorher besprochenen Buche erwähnte Jaite'sche Fernschreiber findet hier nochmals Erwähnung.

Siemens & Halske griffen in neuerer Zeit (1868) nochmals zum durchlochten Streifen zurück und erleichterten durch ihren Tastenschriftlocher die Vorbereitung der Streifen ungemein.

Dieser letzterwähnte Apparat mit seiner Claviatur ist wohl als Vorläufer der Tastenapparate anzusehen, durch welche späterhin die Construction des Siemens'schen Kettenschriftgebers und des Dosenschriftgebers für Morseschrift von v. Hefner-Alteneck (1872) veranlasst worden ist.

Als das Vollkommenste auf diesem Gebiete ist endlich wohl der 1873 von Siemens construirte Typendruck-Telegraph anzusehen, der mit dem Namen „Schnelldrucker“ bezeichnet wird. Dieser Apparat besitzt den grossen Vorzug, dass der Schnelldrucker und der mit ihm arbeitende Zeichengeber in ihren Bewegungen voneinander unabhängig sind; besonders dadurch ist diese Einrichtung dem sonst sehr leistungsfähigen Hughes'schen Apparate weit überlegen, weil zwei Apparate dieser Art nicht ohne Synchronismus zusammen arbeiten können.

Der grosse Vorzug, den die Automaten vor den Handapparaten haben, ist recht deutlich aus einem Beispiele zu ersehen, welches Zetzsche am Schlusse seines Heftes giebt; wir wollen dasselbe ausführlicher hier abdrucken.

„Bei Eröffnung des letzten amerikanischen Congresses wurde die 11130 Wörter zählende Rede des Präsidenten Grant von der *Western Union Telegraph Company* von Washington nach Newyork auf Morse-Apparaten gesendet, und zwar auf acht Drähten zugleich, wobei am Ende jedes Drahtes ein Beamter arbeitete; zur Beförderung dieser Rede waren dabei 70 Minuten erforderlich, es wurden also im Durchschnitte stündlich 1192 Worte auf einem Drahte befördert. Die *Automatic Telegraph Company* wollte nun ihrerseits ermitteln, in welcher Zeit sie diese Rede auf ihren automatischen Telegraphen hätte befördern können, welche im Versendungsapparate den mittels eines Tastenlochers gelochten Streifen verwenden, auf der Empfangsstation dagegen die farbige Morseschrift elektrochemisch auf einem Papierstreifen entstehen lassen. Vor Zeugen wurde daher dieselbe Rede auf einem einzigen Drahte, welcher die etwa 450 Kilometer voneinander entfernten Städte Washington und Newyork miteinander verband, abtelegraphirt, und zwar wurden zur blossen telegraphischen Beförderung 45,5 Minuten verbraucht, während die Beförderungszeit einschliesslich der zum Niederschreiben erforderlichen Zeit 69 Minuten betrug. Dabei arbeiteten im Ganzen 25 Personen, nämlich in Washington: 1 Morse-Telegraphist und 10 Personen, welche die Streifen lochten; in Newyork aber arbeiteten: ein Morse-Telegraphist und 13 Schreiber, von denen jedoch 2 bis 3 eine Zeit lang unbeschäftigt blieben, so dass man noch einige Minuten hätte gewinnen können.“

Aus dem hier kurz Angeführten ist zu ersehen, dass diese Zetzsche'sche „Entwickelung der automatischen Telegraphie“ eine sehr passende Ergänzung zu seinem „Kurzen Abriss der Geschichte der elektrischen Telegraphie“ bildet. Da alle Vorzüge, welche wir von dem erstbesprochenen Buche gerühmt haben, auch hier zutreffend sind, so empfehlen wir dieses Heftchen ebenfalls angelegentlichst.

Chemnitz. RICHARD RÜHLMANN.

Notice sur la vie et les travaux de Rodolphe Frédéric Alfred Clebsch, par M. Paul Mansion, Professeur à l'université de Gand. Extrait du Bulletino di Bibliografia etc. Tome VIII, Mars. Rome 1875.

Wenn es eines Beweises dafür bedürfte, wie schmerzlich der frühe Tod des Mannes, den die Ueberschrift des Aufsatzes von Prof. Mansion nennt, von den Mathematikern aller Länder betrauert worden ist und noch betrauert wird, so wäre dieser Beweis schon durch die grosse Zahl der Nachrufe zu erbringen, welche dem Verstorbenen gewidmet worden sind. Wohl einer der letzten in ihrer zeitlichen Erscheinungsfolge ist der uns heute als Sonderabdruck aus dem sogenannten *Bulletino Boncompagni* vorliegende. Die Natur der Sache und der geringe Umfang der Abhandlung von 64 Quartseiten bringen es mit sich, dass wir es nur mit einer gewissenhaften Wiederholung des auch in anderen Nekrologen vorhandenen Stoffes in knappester Form zu thun haben. Als unterscheidend und dankenswerth möchten hervorzuheben sein eine Anmerkung über sämmtliche Nachrufe für Clebsch (S. 3—5) und ein vollständiges Verzeichniss der Arbeiten von Clebsch (S. 14 bis zum Schlusse), welches, 180 Nummern umfassend, sogar genauer ist, als das im VII. Bande der Mathematischen Annalen, indem es in seinen Nummern 7, 68, 70, 86, 93 und in Nr. 107—177 Arbeiten angiebt, von welchen die ersteren in dem deutschen Verzeichnisse ganz fehlen, während die letzteren in die wenigen Worte zusammengefasst erscheinen: „Einzelne Referate in den Bänden der Fortschritte der Physik, dem 1. und 2. Bande der Fortschritte der Mathematik, in Hoffmann's Zeitschrift für mathematischen u. s. w. Unterricht.“

Cantor.

Die **Sammlung des Pappus von Alexandrien**, von C. J. Gerhardt. Eisleben 1875.

Im Jahre 1871 erschien in Halle bei H. W. Schmidt ein Band von etwa 24 Druckbogen unter dem Titel: „Der Sammlung des Pappus von Alexandrien siebentes und achtes Buch, griechisch und deutsch herausgegeben von C. J. Gerhardt“. Es war, mit Ausnahme einiger früher durch Camerer und durch Vincent veröffentlichten Bruchstücke, eine erstmalige Herausgabe des Originaltextes dieser beiden Bücher. Leider trat dieser Text als vollständiges Mädchen aus der Fremde auf, wie man es selbst in unseren passlosen Zeiten auf wissenschaftlichem Gebiete nicht liebt. Keine Vorrede gab Kunde, woher der Text entstamme, gab Rechenschaft über dessen Zuverlässigkeit, meldete von etwaigen Vergleichungen verschiedener Codices, wenn nicht die ganz gelegentliche Erwähnung zweier Pariser und einer Mailänder Handschrift in zwei Anmerkungen eine solche Vorrede ersetzen sollten. Endlich fand sich nirgends eine Rechtfertigung dafür, warum gerade diese beiden Bücher, das siebente und achte, zur Herausgabe bestimmt worden waren, warum die übrigen Bücher einer gleichen Behandlung nicht unterzogen wurden. Herr Gerhardt mag wohl selbst das Gefühl empfangen haben, dass die hier gerügten Mängel, welche auch gleich beim Erscheinen seines Bandes hier und da von der Kritik namhaft gemacht worden waren, in der That der Abhilfe bedurften, und das uns vorliegende Programm von 15 Quartseiten dürfte jenem Gefühle seinen Ursprung verdanken. Herr Gerhardt sagt es zwar nicht ausdrücklich, aber uns und mit uns wohl den meisten Lesern erscheint die neue Veröffentlichung als die vor vier Jahren vergessene Vorrede, wenn auch die Ausführlichkeit und Deutlichkeit, deren andere Schriftsteller auf verwandten Gebieten sich befleissigen, heute nicht minder als damals vermisst wird. So sagt uns Herr Gerhardt, dass seine Textausgabe des 7. und 8. Buches sich wesentlich auf einen Wolfenbüttler Codex gründe, aber er sagt uns nicht, dass dieser Codex in der reichen Handschriftensammlung der Wolfenbüttler Bibliothek die Signatur 7 *Gud. gr. fol.* trägt, dass er von Kundigen dem XV. Jahrhundert zugewiesen wird. Der Verfasser giebt uns zu verstehen, dass er auch zweier Pariser Handschriften und einer in der Berliner Bibliothek befindlichen Abschrift eines Codex sich bediente, aber wieder vermissen wir jegliche nähere Bezeichnung und Beschreibung, bleiben wir durchaus im Unklaren, ob jene Berliner Abschrift etwa von dem Mailänder *Codex Ambrosianus* 266 herrührt, der auf S. 300 der Ausgabe von 1871 genannt ist. Nur darüber ist es jetzt möglich klar zu sehen, weshalb Hr. Gerhardt sich damals auf die Herausgabe des 7. und 8. Buches beschränkte. Er vermuthet nämlich (S. 5), „dass die Sammlung des Pappus ursprünglich nur aus drei Büchern bestand, aus dem gegenwärtig dritten, vierten (welche ein Ganzes bildeten) und dem siebenten und achten, und dass alles Uebrige damit in Verbindung gebracht ist.“ Wahrscheinlich hielt er es doch für ein zu kühnes Wagniss, diese den Text um ein starkes Dritttheil verkürzende Annahme zur Grundlage einer Ausgabe des Pappus zu machen, während er Unrechtes nicht einmengen wollte, und so veröffentlichte er nur die beiden Bücher, welche unmittelbar zusammenhängen und deren Verfasser auch nach seiner Meinung unzweifelhaft Pappus von Alexandrien war.

Ein französischer Schriftsteller Montaigne hat einmal gesagt: „*Il n'y a pas d'opinion aussi ridicule, qu'il ne se soit trouvé un philosophe pour la soutenir.*“ Den Vorwurf der Lächerlichkeit verwahren wir uns bei ernsten Bemühungen redlichen Forschens uns aneignen zu wollen, aber dass keine Ansicht so absonderlich ist, dass sie nicht von irgend einem Gelehrten ausgesprochen worden wäre, das können wir Montaigne wirklich nachsagen. Was an Rettung verlorener Charaktere, an Vernichtung erhaltener Schriften versucht worden ist und theilweise noch versucht wird, das geht ins Unglaubliche, und die Meinungsäusserung, über welche wir an dieser Stelle berichten, nimmt für uns wenigstens die Bezeichnung der Unglaublichkeit im vollsten Masse in Anspruch. Sehen wir zu, was Herr Gerhardt mit den einzelnen Büchern anfängt.

„Von den beiden ersten Büchern ist nur ein Bruchstück, das Ende des zweiten Buches, aufgefunden worden. Es ist darin von Arithmetik die Rede, und man hat daraus geschlossen, dass die beiden ersten Bücher überhaupt arithmetischen Inhalts waren. Dieses Bruchstück enthält Vorschriften, wie die Multiplication von Zahlen, die Vielfache und Potenzen von 10 sind, auf eine kürzere Weise dadurch bewirkt werden kann, dass man sie auf die Multiplication der entsprechenden Einheiten zurückführt, und als Anwendung davon wird gezeigt, dass, wenn man die Buchstaben der Wörter eines Hexameters in ihrer Zahlbedeutung nimmt und nach diesen Regeln miteinander multiplicirt, dasselbe Product sich ergiebt, als wenn man sie in ihrer Reihenfolge auf gewöhnliche Weise multiplicirt. Es wird dabei auf eine Schrift des Apollonius, wahrscheinlich des grossen Geometers, verwiesen, die nicht mehr vorhanden ist und von der man auch sonst keine Kenntniss hat, worin derselbe die hier mitgetheilten Sätze geometrisch, mit Hilfe von geraden Linien, wie die griechischen Mathematiker die Arithmetik zu behandeln pflegten, dargethan hatte. Diese Beweise werden hier nicht wiederholt, zuweilen nur angedeutet: grösstentheils werden die Sätze durch bestimmte Zahlenbeispiele erläutert. Demnach scheint das in diesem Bruchstück Mitgetheilte mehr eine praktische Tendenz zu haben, und wenn man daraus einen Schluss auf den Inhalt der beiden ersten Bücher überhaupt zu machen berechtigt ist, so dürften diese beiden ersten Bücher mit dem sonstigen Streben des Pappus in keiner Harmonie stehen und ihm abzusprechen sein.“ An einer spätern Stelle fügt der Verfasser hinzu, es sei „nicht unwahrscheinlich, dass die beiden ersten Bücher die Arithmetik Theon's von Alexandrien enthielten, von dem berichtet wird, dass er ein solches Werk geschrieben hatte“.

Referent ist nun der Ansicht, dass jeder Schluss auf den Inhalt der beiden ersten Bücher aus dem vorhandenen Fragmente durchaus übereilt wäre. Die Sammlung des Pappus — mag man sogar nur soviel davon für echt halten, wie Herr Gerhardt es thut — ist so vollständig zusammenhangslos von Buch zu Buch, dass, wenn ein Rückschluss aus dem Fragmente über das Multiplicationsverfahren des Apollonius überhaupt gestattet ist, derselbe sich nicht weiter zu erstrecken hat, als über das zweite Buch.* Damit ist zugleich der logistische, also keineswegs arithmetische Charakter dieses Buches gewonnen, ist gewonnen die Unmög-

* Man denke sich z. B. das 7. Buch des Pappus verloren, den Schluss des 8. Buches erhalten. Lässt dasselbe einen Rückschluss auf jenes zu? Gewiss nicht.

lichkeit, es mit der Arithmetik des Theon zu identificiren, welche uns nur von Suidas, so weit unsere Erinnerung reicht, erwähnt wird, wo er von Theon uns sagt: ἔγραψε Μαθηματικά, Ἀριθμητικά, ... καὶ Εἰς τὸν μικρὸν Ἀστρόλαβον [muthmasslich verschrieben statt Ἀστρόνομον] ὑπόμνημα. Wohl hat Theon über Rechenkunst sich verbreitet, aber er that dies bekanntlich in seinem Commentar zum Almagest, aus welchem Nesselmann (Algebra der Griechen S. 139 flgg.) einen Auszug veröffentlicht hat; in der Arithmetik war dafür kein Platz. Aber wir wissen auch ausdrücklich, dass Pappus über Rechenkunst in Anlehnung an den Almagest geschrieben hat, dass also der Gegenstand ihm Nichts weniger als fern lag. Suidas nennt uns von ihm: Εἰς τὰ τέσσαρα βιβλία τῆς Πτολεμαίου μεγάλης Συντάξεως ὑπόμνημα, und Eutokius von Askalon weiss, dass in diesem Commentar die Ausziehung der Quadratwurzeln gelehrt worden ist. (Vergl. die Schrift des Referenten „Die römischen Agrimensoren" S. 56.) Wenn also eine Zusammengehörigkeit mit der übrigen Sammlung des Pappus geleugnet werden wollte, wozu wir uns allerdings nicht verstehen möchten, so braucht keineswegs nach einem andern Verfasser gefahndet zu werden, so könnte hier ein Stück aus einem andern Werke des Pappus erhalten sein. Aber wie bemerkt, uns können die praktischen Zahlenbeispiele in einem Bruchstücke des zweiten Buches nicht die Nöthigung auferlegen, jenes Buch aus der Sammlung zu entfernen, in deren 3. Buche gleichfalls praktische Zahlenbeispiele der verschiedenen Medietäten vorkommen, wie sie in reicher Auswahl den griechischen Mathematikern dienten.

Nun meint freilich Herr Gerhardt weiter: „Nach unserem Dafürhalten war das gegenwärtige dritte Buch das erste der Sammlung des Pappus, dafür spricht auch die Fassung der Einleitung desselben. Es bildete ursprünglich mit dem vierten ein Ganzes; der Codex, von dem in der Berliner Bibliothek eine Abschrift vorhanden ist, giebt beide Bücher im Zusammenhang, ohne das Ende des dritten oder den Anfang des vierten zu bemerken. Scheidet man aus dem dritten die Sätze 43 bis 58 (nach der Uebersetzung Commandin's) als einen spätern Zusatz aus, so wird der Inhalt beider Bücher homogen."

Wir möchten auf den Inhalt der Bücher hier nicht eingehen, weil wir uns eine Schilderung desselben für die Anzeige des inzwischen in unsere Hände gelangten 1. Bandes der Pappus-Ausgabe von Hultsch aufsparen, welche wir im nächsten Hefte zu bringen gedenken. Wir haben nur dem Zusammenhang des 3. und 4. Buches in der Berliner Abschrift entgegenzuhalten, dass die Lehrsätze in jenen beiden Büchern doch wohl nicht durchgezählt sein dürften, dass vielmehr, wie anderwärts, so auch in dieser Abschrift, im 4. Buche wieder eine neue Zählung mit Satz 1 beginnen wird. Was aber die Fassung der Einleitung in das 3. Buch angeht, so ist sie um kein Haar anders, als die Einleitungen in das 5., in das 6., in das 7. und in das 8. Buch. Man ist somit berechtigt, mit Hultsch an eine verlorene Einleitung zum 4. Buche zu denken, nicht aber aus dem Vorhandensein einer solchen zum 3. Buche so weitgehende Folgerungen zu ziehen.

Freilich soll nun das 5. und 6. Buch gar nicht von Pappus herrühren. Das 5. Buch gehört ihm nicht an, weil in der Mitte desselben eine Stelle vorkommt, in welcher der synthetische Nachweis von Sätzen versprochen wird, welche bereits von den Alten analytisch behandelt worden seien, und zwar ein verständlicherer (σαφέστερον) und kürzerer (συντομώτερον). Der Verfasser meint: „So schrieb Pappus nicht, im Gegentheil, er liebte die analytische Methode der Alten.“ Muss er deshalb auch eine bestimmte Anwendung derselben geliebt haben, welche irgend ein Schriftsteller vor ihm machte? Ist es unmöglich, dass Pappus jedem Beweisverfahren huldigte, welches für den gegebenen Fall Strenge mit Eleganz vereinigte, jedes Beweisverfahren ablehnte, welches dieser Eigenschaften entbehrte?

Und nun gar der Grund, weshalb das 6. Buch aus der Sammlung des Pappus auszuscheiden habe! Die Ueberschrift lautet nämlich ungefähr, in diesem 6. Buche der Sammlung des Pappus seien Lösungen der Schwierigkeiten des kleinen Astronomen enthalten. Zu diesem, d. h. zu den Schriften, die als Einführung in die Astronomie dienten und deren Verfasser Theodosius, Euklides, Autolykus, Aristarchus, Hypsikles, Menelaus waren, bildete das 6. Buch einen Commentar. „Ein solcher wird aber dem Theon von Alexandrien zugeschrieben.“ Wir haben oben die Stelle des Suidas angeführt, in welcher dieses geschieht. Aber kann darin genügender Anhalt geboten sein, um fünf Zeilen weiter unten ohne jeden verstärkenden Grund den Satz auszusprechen: „Das 6. Buch ist der verloren geglaubte Commentar Theon's zum μικρὸς ἀστρόνομος.“ Oder sollte das Verwerfen des 5. und 6. Buches gemeinschaftlich über jeden Zweifel durch die Bemerkung erhoben werden: „Das 7. Buch zeigt den Charakter des dritten; es verbreitet sich über den Inhalt der Schriften, die, um die analytische Methode der Geometer der klassischen Zeit kennen zu lernen, zu lesen sind. Ebenso ist es mit dem Inhalt des 8. Buches, das die Mechanik betrifft.“ Wo in aller Welt ist denn als Charakter des 3. Buches das angegeben, was Herr Gerhardt hier hineinlegt? Giebt es, wenn ein Zusammenhang denn doch gesucht werden soll, nicht einen weit naturgemässeren zwischen dem verworfenen 6. und dem 7. Buche? Beginnt doch in der Uebersetzung des Commandinus jenes mit den Worten: *Multi eorum, qui astronomicum locum pertractant, cum propositiones negligenter intelligant, alia quidem apponunt tamquam necessaria; alia vero ut non necessaria praetermittunt*, dieses sodann mit der Erklärung: *Locus, qui vocatur* ἀναλυόμενος, *hoc est resolutus, o Hermodore fili, ut summatim dicam propria quaedam est materia post communium elemen-*

torum constitutionem, iis parata, qui in geometricis sibi comparare volunt vim, ac facultatem inveniendi problemata, quae ipsis proponuntur: atque huius tantummodo utilitatis gratia inventa est, und hierin ist ein gewisser Parallelismus der Form wohl erkennbar.

Wir können demnach der Hypothese des Verfassers keinen andern Werth beilegen, als den der Neuheit, da in der That allen bisherigen Untersuchungen über Pappus und sämmtlichen Handschriften die Voraussetzung zu Grunde lag, seine Sammlungen hätten sich in acht Bücher vertheilt. Wir geben gern zu, dass in einem Sammelwerke leichter als in einem einheitlichen Ganzen Lücken entstehen, Einschaltungen vorkommen können. Auch bei der Sammlung des Pappus dürfte es an Beidem nicht fehlen. Aber immerhin, glauben wir, darf man nicht das Kind mit dem Bade ausschütten, darf man nicht ohne jegliche äussere Bestätigung, vielmehr der Ueberlieferung geradezu ins Antlitz schlagend, Dinge, welche seit Jahrhunderten einem Verfasser zugeschrieben sind, demselben plötzlich rauben wollen. Man darf vor Allem nicht das umgekehrte Verfahren jenes Redacteurs einschlagen, über welchen Schmock in den Journalisten sich beklagt, er habe nur die Brillanten stehen lassen. Man darf um einer subjectiven Meinung willen nicht gerade die Brillanten wegstreichen.

Wir haben soweit allerdings nur über die erste Hälfte des Eislebner Programms von 1875 uns verbreitet. Die zweite Hälfte besteht aus dem griechischen Texte und der deutschen Uebersetzung eines Abschnittes aus dem 4. Buche, des Abschnittes von der Quadratrix, in welchem — und hier stimmen wir mit Herrn Gerhardt überein — Pappus sich als Mathematiker auf der ganzen Höhe seiner Wissenschaft zeigt.

Cantor.

Anleitung zu Vermessungen in Feld und Wald, insbesondere für das Bedürfniss von Forst- und Landwirthen bearbeitet von Dr. C. Bohn, Professor an der königl. bayr. Central-Forstlehranstalt zu Aschaffenburg. Berlin 1876, Verlag von Wiegandt, Hempel & Parey. XII. 320, mit 179 in den Text gedruckten Holzschnitten.

Inhalt und Leserkreis, das sind die beiden Componenten, als deren diagonales Ergebniss ein Lehrbuch den beurtheilenden Blicken sich bietet, und welche niemals ausser Augen gelassen sein wollen, wenn die Kritik sich mit dem an die Oeffentlichkeit gelangten Werke beschäftigt. Es ist darum kein unbilliges Verlangen, welches der Verfasser des uns vorliegenden Buches stellt, wenn er in den Schlussworten seiner Vorrede dem Wunsche: „Möge das Buch sich nützlich erweisen und Freunde erwerben in dem Kreise, für welchen es vorzugsweise geschrieben ist" die mahnende Bitte hinzufügt: „und möge der Fachmann bei etwaiger Beurtheilung berücksichtigen, zu welchem Zwecke es verfasst wurde." Wir glauben dieser Bitte am Gerechtesten zu werden, wenn wir gleichfalls der Vorrede entnehmen, welcher Kreis es ist, zu dem der Verfasser zu reden wünscht: „Als Leser sind zunächst Forst- und Landwirthe gedacht, welche Feldvermessungen zu ihren Zwecken bedürfen. Aber auch für andere Berufskreise, namentlich für den militärischen, soll das Buch sich brauchbar erweisen und noch als erstes Lehrbuch der Vermessung für den künftigen Ingenieur dienen können."

Legen wir uns nun die Frage vor, welche Anforderungen wir an ein Werkchen von der so bestimmten Natur stellen dürfen, so scheinen uns dieselben wesentlich dreifacher Natur zu sein. Wir wollen nicht zu wenig geboten, wir wollen auch nicht zu viel, wir wollen das Gebotene fasslich dargestellt. In allen drei Beziehungen hat uns wenigstens das vom Verfasser innegehaltene Mass, wie die gewählte Form durchweg befriedigt. Von den einfachsten Aufgaben an, lösbar mit den einfachsten Vorrichtungen, steigern sich bis zum Schlusse des Buches Forderungen und Leistungen, ohne jemals mehr mathematischen Apparat, als die niedrigsten Theile der Trigonometrie und der Algebra vorauszusetzen, aber auch ohne in Ungründlichkeit zu verfallen. Wo Feinheiten des Calculs nicht vorgetragen werden können, ist wenigstens deren Resultat nicht verschwiegen, und der Leser darf demselben, soweit wir das Buch zu prüfen im Stande waren, Vertrauen schenken. In der Form sagt unserem Geschmacke ganz besonders zu, dass der Verfasser die irgend nöthigen geometrischen oder physikalischen Vorkenntnisse nicht etwa, wie man es häufig findet, als Gesammteinleitung vorangestellt hat, sondern dass sie von Fall zu Fall erörtert werden, wo sie gerade erstmalig zur Anwendung gelangen. Was das Buch dadurch an Symmetrie einbüsst, gewinnt es reichlich an didaktischer Brauchbarkeit. In ähnlicher Weise behagen uns die vielfach eingestreuten, in aller Ausführlichkeit behandelten Zahlenbeispiele, an welchen der Schüler sich bis zu einem gewissen Grade die keineswegs gleichgiltige äussere Anordnung solcher Rechnungen aneignen kann. Wir glauben demnach dem kleinen Lehrbuche eine günstige Aufnahme in den betreffenden Kreisen wünschen und, soweit unser Urtheil dringen mag, nach Kräften fördern zu dürfen.

CANTOR.

Notiz.

Durch genaue Information haben wir die Gewissheit erlangt, dass die im 1. Hefte dieses Jahrganges (hist.-lit. Abtheilung S. 14) gerügte Incorrectheit, „*morto in Armuth*", nicht Herrn Prof. Favaro zur Last gelegt werden kann, sondern erst bei einem nachträglichen Zusatz, welchen der Verfasser zu controliren nicht mehr in der Lage war, sich eingeschlichen hat.

Dr. S. GÜNTHER.

Bibliographie

vom 1. December 1875 bis 31. Januar 1876.

Periodische Schriften.

Mémoires de l'Académie impériale des sciences de St. Petersbourg. 7. *série, tome* 22, *No.* 5, 6 *et* 7; *tome* 23, *Nr.* 1. Leipzig, Voss. 19 Mk.

Mélanges mathématiques et astronomiques de l'acad. de St. Petersbourg. Tome V, livr. 2. Ebendas. 1 Mk. 40 Pf.

Mélanges physiques et chimiques de l'acad. de St. Petersbourg. Tome IX, livr. 3. Ebendas. 1 Mk. 70 Pf.

Bibliotheca historico naturalis, physico-chemica et mathematica, ed. A. Metzger. 25. Jahrg., 1. Heft, Januar — Juni 1875. Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht. 1 Mk.

Astronomisch-geodätische Arbeiten des k. k. militär.-geogr. Instituts. 2. u. 3. Bd. Wien, Gerold. 10 Mk.

Nautisches Jahrbuch für das Jahr 1878, herausgeg. von C. Bremiker. Berlin, G. Reimer. 1 Mk. 50 Pf.

Repertorium für Meteorologie, redig. von H. Wild. 4. Bd., 2. Heft. Leipzig, Voss. 7 Mk. 50 Pf.

Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, herausgegeben von V. Hoffmann. Jahrg. VII, Heft 1. Leipzig, Teubner. pro compl. 10 Mk. 80 Pf.

Zeitschrift der österreich. Gesellschaft für Meteorologie, herausgeg. von C. Jelinek und C. Hann. 11. Bd., Nr. 1. Wien, Braumüller. pro compl. 10 Mk.

Annalen der Physik und Chemie, herausgeg. von C. Poggendorff. Ergänzungsbd. 7, Stück 3. Leipzig, Barth. 4 Mk.

Tageblatt der 48. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte (Herbst 1875 in Graz). Graz, Leuschner & Lubensky. 5 Mk. 60 Pf.

Abhandlungen der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. 20. Bd. v. J. 1875. Göttingen, Dieterich. 22 Mk.

Reine Mathematik.

Enneper, A., Elliptische Functionen, Theorie und Geschichte. Halle, Nebert. 16 Mk.

Treutlein, P., Geschichte unserer Zahlzeichen und Entwickelung der Ansichten über dieselbe. Carlsruhe, Müller & Gräff. 1 Mk. 60 Pf.

Klingenfeld, F. A., Lehrbuch der darstellenden Geometrie. 3. Band. Nürnberg, Korn. 3 Mk.

Streissler, J., Elemente der darstellenden Geometrie. Brünn, Winiker. 4 Mk.

Faa di Bruno, Théorie des formes binaires. Turin u. Leipzig, Brockhaus. 15 Mk.

Schottky, F., Ueber die conforme Abbildung mehrfach zusammenhängender Flächen. Breslau, Köbner. 1 Mk. 20 Pf.

Boltzmann, L., Zur Integration der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung. (Akad.) Wien, Gerold. 30 Pf.

Sohncke, L., Die unbegrenzten regelmässigen Punktsysteme als Grundlage einer Theorie der Krystallstructur. Carlsruhe, Braun. 1 Mk. 60 Pf.

Petrick, L., Multiplicationstabellen, geprüft m. d. Thomas'schen Rechenmaschine. 1. Lief.: 1—1000. Berlin, Nauck. 3 Mk.

Angewandte Mathematik.

Berger, E., Ueber den Einfluss der Erdrotation auf den freien Fall der Körper und die Flugbahnen der Projectile. Coburg, Karlowa. 80 Pf.

Miller-Hauenfels, A. v., Die Gesetze der Kometen, abgeleitet aus dem Gravitationsgesetze. Graz, Leuschner & Lubensky. 3 Mk. 50 Pf.

Rühlmann, R., Handbuch der mechanischen Wärmetheorie. 2. Lief. Braunschweig, Vieweg. 8 Mk.

Carpenter & Nasmyth, Der Mond, betrachtet als Planet, Welt und Trabant. Leipzig, Voss. 22 Mk.

Weisbach's Ingenieur- und Maschinenmechanik. 3. Thl. 1. Abth., 1. u. 2. Lief. Braunschweig, Vieweg. 4 Mk.

Physik und Meteorologie.

Beetz, W., Leitfaden der Physik. 5. Aufl. Berlin, Nauck'sche Buchhandlung. 3 Mk.

Knoblauch, Ueber die Reflexion der Wärmestrahlen von geneigten diathermanen Platten. Halle, Schmidt. 60 Pf.

Lommel, E., Ueber die Interferenz des gebeugten Lichtes. 2. Mitthlg. Erlangen, Besold. 30 Pf.

Groth, P., Physikalische Krystallographie. Leipzig, Engelmann. 16 Mk.

Wüllner, A., Lehrbuch der Experimentalphysik. 4. Bd., 3. Aufl. Leipzig, Teubner. 14 Mk.

Klinkerfues, W., Theorie des Bifilarhygrometers mit gleichtheiliger Procentscala. Göttingen, Peppmüller. 60 Pf.

Tyndall, J., Das Licht. Sechs Vorlesungen, herausgeg. von G. Wiedemann. Braunschweig, Vieweg. 6 Mk.

Boltzmann, L., Bemerkungen über die Wärmeleitung in Gasen. (Akad.) Wien, Gerold. 30 Pf.

Odstrcil, J., Einige Versuche über magnetische Wirkungen rotirender körperlicher Leiter. (Akad.) Wien, Gerold. 20 Pf.

Boltzmann, L., Ueber das Wärmegleichgewicht von Gasen, auf welche äussere Kräfte wirken. (Akad.) Wien, Gerold. 50 Pf.

Mathematisches Abhandlungsregister.

1875.

Erste Hälfte: 1. Januar bis 30. Juni.

A.

Analytische Geometrie der Ebene.

1. Ueber rationale ebene Curven vierter Ordnung, deren Doppelpunktstangenten Inflexionstangenten sind. Emil Weyr. Wien. Akad.-Ber. LXVII, 286.
2. Quelques théorèmes de géométrie suivis d'une étude géométrique des propriétés de la strophoide. Maleyx. N. ann. math. XXXIII, 404, 468.
3. Sur l'enveloppe d'un système de courbes planes. Laisant. N. ann. math. XXXIII, 571.
4. Sur l'enveloppe d'une droite de longueur constante entre deux lignes rectangulaires. Bourget. N. ann. math. XXXIII, 446. — Haton de la Goupillière ibid. 534.
5. Déterminer une courbe plane d'après une équation donnée entre l'arc et l'ordonnée du centre de gravité de l'arc. Tourrettes. N. ann. math. XXXIII, 99.

Analytische Geometrie des Raumes.

6. De la détermination, sous forme intégrable, des équations des courbes dont le rayon de courbure et le rayon de torsion sont liés par une relation donnée quelconque. Molins. Journ. mathém. XXXIX, 425.
7. Sur les trajectoires orthogonales des génératrices rectilignes d'un paraboloïde hyperbolique quelconque. Crosnier. N. ann. math. XXXIII, 417.
8. Distance d'un point à une droite. Lannoy. N. ann. math. XXXIII, 240.
9. Sur un théorème relatif à la théorie des enveloppes. Laurent. N. ann. math. XXXIII, 273.
10. Sur le tore et la sphère bitangente. Monniot. N. ann. math. XXXIII, 383.
11. Lieu du point de contact d'une sphère de rayon constant et restant tangente à une droite donnée avec un cylindre de révolution. Fouret. N. ann. math. XXXIII, 202.
12. Sur la théorie des courbes dans l'espace à n dimensions. C. Jordan. Compt. rend. LXXIX, 795.
13. Généralisation du théorème d'Euler sur la courbure des surfaces dans l'espace à $m+k$ dimensions. C. Jordan. Compt rend. LXXIX, 909.

Vergl. Cubatur.

Astronomie.

14. A method of computing absolute perturbations. G. W. Hill. Astr. Nachr. LXXXIII, 201.
15. Mémoire sur les inégalités séculaires des grands axes des orbites des planètes. E. Mathieu. Compt. rend. LXXIX, 1045.
16. Sur la théorie analytique des satellites de Jupiter. Souillart. Compt. rend. LXXIX, 943.
17. Ueber die Berechnung der Bahnen heller an vielen Orten beobachteter Meteore. Galle. Astr. Nachr LXXXIII, 321.
18. Ueber die Abhängigkeit der täglichen Variation des Barometerstandes von der Rotation der Sonne. Hornstein. Wien. Akad.-Ber. LXVII, 385.

Attraction.

19. Sur l'attraction proportionelle à la distance. Chevilliet. N. ann. math. XXXIII, 97.

B.

Ballistik.

20. Sur deux propriétés de la courbe balistique, quel que soit l'exposant de la puissance de la vitesse à laquelle est proportionelle la résistance du milieu. Resal. Compt rend. LXXIX, 1217.
21. Recherches sur les effets de la poudre dans les armes à feu. Sarrau. Compt. rend. LXXIX, 504.
22. Rapport sur le mémoire de M. Sarrau. Resal. Compt. rend. LXXIX, 1472.

Bernoulli'sche Function.

23. Sur la fonction de Jacob Bernoulli. Hermite. Crelle LXXIX, 339.

Bestimmte Integrale.

24. Exemple de paralogisme dans le calcul des intégrales définies. Realis. N. ann. math. XXXIII, 546.
25. Sur l'intégrale $\int\limits_0^\pi dx.\varphi\left(\frac{sin x^2}{1+2a.cos x+a^2}\right)$. Liouville. Journ. mathém. XXXIX, 55.
26. Sur l'intégrale $\int\limits_0^\alpha x^{-p}(1-x)^{p-1}\,dx$. Moreau. N. ann. math. XXXIII, 106.
27. Ueber einige bestimmte Integrale. Gegenbauer. Wien. Akad.-Ber. LXVII, 202.
28. Réduction d'une intégrale définie. Besge. Journ. mathém. XXXIX, 423.
29. Valeur et interprétation géométrique d'une intégrale double. Moreau. N. ann. math. XXXIII, 154.

Vergl. Functionen 66, 67. Kettenbrüche. Quadratur 188.

Binomischer Lehrsatz.

30. Démonstration de la formule du binôme au moyen de la différentiation. Catalan. N. ann. math. XXXIII, 59.

Brennpunkte.

Vergl. Kegelschnitte 108, 109, 110. Oberflächen zweiter Ordnung 164.

C.

Cartographie.

31. Ueber conforme Projection. Veltmann. Astr. Nachr. LXXXIII, 225. [Vergl. Bd. XIV, Nr. 157.]

Combinatorik.

32. Permutations rectilignes de $2q$ lettres égales deux à deux, quand deux lettres consécutives sont toujours distinctes. Vachette. N. ann. math. XXXIII, 549.
33. Combinaisons complètes. Niewenglowski. N. ann. math. XXXIII, 285.

Cubatur.

34. Volumes de révolution. Dubost. N. ann. math. XXXIII, 250.

D.

Determinanten.

Vergl. Gleichungen 100. Quadratische Formen 183.

Determinanten in geometrischer Anwendung.

35. Anwendung der Determinantentheorie auf die Geometrie des Maasses. Frobenius. Crelle LXXIX, 185.
36. Tétraèdre dont les six arètes sont tangentes à une même sphère. Dostor. N. ann. math. XXXII, 563.
37. Ueber algebraische Flächen, die zu einander apolar sind. Reye. Crelle LXXIX, 159.
38. Étude d'un système de rayons. Painvin. Journ. mathém. XXXIX, 57.

Vergl. Oberflächen zweiter Ordnung 163, 164. Quadratur 191. Sphärik 200, 203.

Differentialgleichungen.

39. Sur la première méthode donnée par Jacobi pour l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre. Darboux. Compt. rend. LXXIX, 1488.
40. Integration der linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung, deren Coefficienten lineare Functionen der unabhängigen Veränderlichen sind. Winckler. Wien. Akad.-Ber. LXVII, 143.
41. Sur quelques équations différentielles linéaires. Hermite. Crelle LXXIX, 324.
42. Cas particulier d'intégration de l'équation $f(x,y)\,dx+\varphi(x,y)\,dy=0$. Harkema. N. ann. math. XXXIII, 545.

Vergl. Analytische Geometrie des Raumes 6. Mechanik 135, 138. Oberflächen 155.

E.

Elasticität.

43. Sur les lois du mouvement vibratoire des diapasons. Mercadier. Compt. rend. LXXIX, 1001, 1069.

Elektrodynamik.

44. Théorème de l'électrodynamique, affranchie de toute hypothèse relative à l'action mutuelle de deux éléments de courants. L. Cordier. Compt. rend. LXXIX, 984.
45. Sur un nouveau mémoire de M. Helmholtz. Bertrand. Compt. rend. LXXIX, 337. [Vergl. Bd. XX, Nr. 398.]
46. Sur l'action de deux éléments de courant. Bertrand. Compt rend. LXXIX, 141.
47. Fortgesetzte Bemerkungen über astatische Magnete. Du Bois-Reymond. Berl. Akad.-Ber. 1874, 767.
48. Zur Theorie der Legung und Untersuchung submariner Telegraphenleitungen. Siemens. Berl. Akad.-Ber. 1874, 795.
49. Ueber ein allgemeines Theorem zur Berechnung der Wirkung magnetisirender Spiralen. v. Waltenhofen. Wien. Akad.-Ber. LXVII, 417.
50. Sur la distribution de l'électricité à la surface des corps conducteurs. Moutier. N. ann. math. XXXIII, 51, 65.
51. Ueber constante elektrische Strömung. Heine. Berl. Akad.-Ber. 1874, 186.
52. Ueber die constante elektrische Strömung in ebenen Platten. Heine. Crelle LXXIX, 1.

Ellipse.

53. Construction der einem Kreise eingeschriebenen Ellipse, von welcher der Mittelpunkt und eine Tangente gegeben sind. Niemtschik. Wien. Akad.-Ber. LXVIII, 377.
54. Sur la conique qui passe par un point donné dans le plan d'une ellipse et par les pieds des quatre normales à l'ellipse menées par ce point. Brisse. N. ann. math. XXXIII, 88.
55. Trouver l'enveloppe de la corde commune à une ellipse et à son cercle osculateur. Doucet. N. ann. math. XXXIII, 334. — Lemoine ibid. 533. [Vergl. Bd. XX, Nr. 98.]
56. Sur deux ellipses de même centre ayant une aire égale. Moret-Blanc. N. ann. math. XXXIII, 201. — Bourget ibid. 293.

Vergl. Normalen 150. Parabel 177.

Ellipsoid.

57. Lieu de l'arête d'un dièdre qui doit rencontrer deux droites fixes pendant que les faces du dièdre restent tangentes à un ellipsoïde donné. Genty. N. ann. math. XXXIII, 109.

Elliptische Transcendenten.

58. Sur la méthode d'intégration de Mr. Tchebichef. Zolotareff. Journ. math. XXXIX, 161.
59. Ueber Curven, deren Bogen ein elliptisches Integral erster Gattung ist. Kiepert. Crelle LXXIX, 304.
60. Sur une formule de transformation des fonctions elliptiques. Brioschi. Compt. rend. LXXIX, 1065.
61. Sur quelques applications au courbes du second degré du théorème d'Abel relatif aux fonctions elliptiques. Léauté. Compt. rend. LXXIX, 93, 602.

Exponentialgrösse.

62. Remarques sur la théorie des exponentielles. Laurent. N. ann. math. XXXIII, 5.
63. Ueber einige Grenzwerthe. Unferdinger. Wien. Akad.-Ber. LXVII, 355.
64. $\frac{e}{2m+2} < e - \left(1+\frac{1}{m}\right)^m < \frac{e}{2m+1}$. Moreau. N. ann. math. XXXIII, 61.

Vergl. Integration (unbestimmte) 105.

F.

Functionen.

65. Versuch einer Classification der willkürlichen Functionen reeller Argumente nach ihren Aenderungen in den kleinsten Intervallen. P. du Bois-Reymond. Crelle LXXIX, 21.
66. Allgemeine Lehrsätze über den Giltigkeitsbereich der Integralformeln, die zur Darstellung willkürlicher Functionen dienen. P. du Bois-Reymond. Crelle LXXIX, 38.
67. Ueber eine veränderte Form der Bedingung für die Integrirbarkeit der Functionen. P. du Bois-Reymond. Crelle LXXIX, 259.
68. Ueber eine gewisse algebraische Function und deren Anwendung. Unferdinger. Wien. Akad.-Ber. LXVII, 363.
69. $a^{2m+3} < \frac{a(a+1)(2a+1)(3a^2+3a+1)^m}{2 \cdot 3^m} < (a+1)^{2m+3}$ pour des valeurs entières et positives de a et de m. Moreau. N. ann math. XXXIII, 155.
70. Sur les fonctions qui diffèrent le moins possible de zéro. Tchebichef. Journ. mathém. XXXIX, 319.

Vergl. Bernoulli'sche Function. Binomischer Lehrsatz. Elliptische Transcendenten. Exponentialgrössen. Kettenbrüche. Kugelfunctionen. Mittelwerthe. Quadratische Formen. Reihen. Ultraelliptische Transcendenten.

G.

Geodäsie.

71. Ueber den sphäroidischen Schlussfehler geometrischer Nivellementspolygone. Zachariae. Astr. Nachr. LXXXII, 73. — Oudemans ibid. LXXXIII, 21. [Vergl. Bd. XX, Nr. 412.]
72. Ueber den Einfluss localer Lothablenkungen auf das Nivellement. Baeyer. Astr. Nachr. LXXXIV, 1.
73. Ueber die Ablenkung des Loths in der Höhe und den dadurch herbeigeführten Fehler geometrischer Nivellements. Haupt. Astr. Nachr. LXXXIV, 49.
74. Ueber gewisse Fehlerquellen, welche die elektrischen Operationen bei telegraphischen Längenbestimmungen beeinflussen können. Seeliger. Astr. Nachr. LXXXII, 221, 305. — Albrecht ebenda 257.

Geometrie (descriptive).

75. Sur l'enseignement des arts graphiques. De la Gournerie. Journ. math. XXXIX, 113.

Geometrie (höhere).

76. Exposition de la méthode des équipollences. Bellavitis. N. ann. math. XXXIII, 58, 138, 189, 220, 257. [Vergl. Bd. XX, Nr. 121.]
77. Théorème sur le quadrilatère démontré par la méthode des équipollences. Niewenglowski. N. ann. math. XXXIII, 537.
78. Erzeugnisse, Elementarsysteme und Charakteristiken von cubischen Raumcurven. Sturm. Crelle LXXIX, 99.
79. Sur le déplacement fini quelconque d'une figure de forme invariable. Brisse. Journ. mathém. XXXIX, 221. [Vergl. Bd. XVII, Nr. 71.]
80. Sur les séries de triangles semblables. Chasles. Compt. rend. LXXIX, 877, 1427. [Vergl. Bd. XX, Nr. 420.]
81. Ueber eine reciproke Verwandtschaft des zweiten Grades. Milinowski. Crelle LXXIX, 140.

Vergl. Determinanten in geometrischer Anwendung 37. Oberflächen 154, 156.

Geschichte der Mathematik.

82. Sur une nouvelle edition à desirer des Veteres Mathematici. Chasles. Compt. rend. LXXIX, 1147.
83. Zur Geschichte des Arbeitbegriffes. Mach. Wien. Akad.-Ber. LXVIII, 479.

84. L'énoncé du principe de la théorie du timbre est dû à Monge. Resal. Compt. rend. LXXIX, 821.
85. J. V. Poncelet et deux de ses ouvrages. De Comberousse. N. ann. math. XXXIII, 174.
86. Otto Hesse. Borchardt. Crelle LXXIX, 345.
87. Todesanzeige von Director J. B. Donati in Florenz. Parlatore. Astr. Nachr. LXXXII, 257.
88. Todesanzeige von Prof. G. Schweizer in Moskau, † 6. Juli 1873. Astr. Nachr. LXXXII, 97.
89. Todesanzeige von Prof. T. Chevallier in Durham, † 4. November 1873. Plummer. Astr. Nachr. LXXXII, 369.
90. Todesanzeige von Director Hansen in Gotha, † 28. März 1874. Peters. Astr. Nachr. LXXXIII, 225.

Gleichungen.

91. Reflexions sur l'évenement scientifique d'une formule publiée par Wronski en 1812, et démontrée par M. Cayley en 1873. A. Transon. N. ann. math. XXXIII, 161. [Vergl. Bd. XX, Nr. 142.]
92. Sur la somme des puissances positives des racines d'une équation. Niewenglowski. N. ann. math. XXXIII, 537.
93. Sur une formule nouvelle permettant d'obtenir, par approximations successives, les racines d'une équation dont toutes les racines sont réelles. Laguerre. Compt. rend. LXXIX, 522, 996.
94. Séparations des racines des équations à une inconnue. Maleyx. N. ann. math. XXXIII, 385. [Vergl. Bd. XVIII, Nr. 247.]
95. Beweis eines Satzes über das Vorkommen complexer Wurzeln in einer algebraischen Gleichung. Kolbe. Wien. Akad.-Ber. LXVII, 188.
96. Du cas où l'on peut résoudre l'équation du second degré par approximations successives. De Saint-Germain. N. ann. math. XXXIII, 401.
97. Résolution de l'équation du troisième degré à l'aide d'un système articulé. Saint-Loup. Compt. rend. LXXIX, 1323.
98. Sur l'équation $\frac{9 . \sin x}{5+4 . \cos x}=x$. Brocard. N. ann. math. XXXIII, 238.
99. Ueber die Jacobi'sche Auflösung eines Systems von Normalgleichungen mit drei Unbekannten. Seeliger. Astr. Nachr. LXXXII, 249.
100. Sur la méthode d'élimination de Bezout. Painvin. N. ann. math. XXXIII, 278, 447.

H.

Hydrodynamik.

101. Sur le mouvement sous-horizontal des liquides. Decharme. Compt. rend. LXXIX, 462.

Hyperbel.

102. Construction de l'hyperbole équilatère connaissant le centre, une tangente et un point. Moreau. N. ann. math. XXXIII, 206.
103. Lieu des centres des hyperboles équilatères assujetties à passer par un point donné et à toucher en deux points un cercle donné. Heurtault. N. ann. math. XXXIII, 93.

Hyperboloid.

104. Propriété de l'hyperboloïde à une nappe. Gambey. N. ann. math. XXXIII, 39. — Moret-Blanc ibid. 292.

I.

Imaginäres.

Vergl. Gleichungen 95. Integration (unbestimmte) 105. Zahlentheorie 211.

Integration (unbestimmte).

105. Sur quelques intégrales d'Euler trouvées au moyen de la décomposition d'exponentielles imaginaires. Liouville. Journ. mathém. XXXIX, 189. — Besge ibid. 192.
106. Ueber den Werth einiger Integrale. Stern. Crelle LXXIX, 263.
107. Sur l'intégrale $\int (\cos x)^{2m+1}\, dx$. Realis. N. ann. math. XXXIII, 83.

K.

Kegelschnitte.

108. Sur la détermination des foyers dans les lignes du second degré et dans les surfaces de révolution. Lemonnier. N. ann. math. XXXIII, 318.

109. Lieu des foyers des coniques tangentes en un point donné à une droite donnée et ayant une extrémité de l'axe focal en un point donné. Rousset. N. ann. math. XXXIII, 297.
110. Si trois coniques ont deux à deux un foyer commun, leurs cordes communes concourent trois à trois. Koehler. N. ann. math. XXXIII, 487.
111. Propriétés d'une conique et de deux tangentes fixes. Marquet. N. ann. math. XXXIII, 347.
112. Trouver le lieu d'un point tel que le triangle formé par les tangentes issues de ce point à une conique et par la corde de contact ait une aire constante. Moret-Blanc. N. ann. math. XXXIII, 244.
113. Coniques qui ont leur sommets sur quatre droites données. Koehler. N. ann. math. XXXIII, 438.
114. Sur les coniques bitangentes à une autre conique. Lefébure de Fourcy. N. ann. math. XXXIII, 513.
115. Ueber die Construction der einander eingeschriebenen Linien zweiter Ordnung. Niemtschik. Wien. Akad.-Ber. LXVII, 295; LXVIII, 505.
116. Intersection de deux coniques ayant un axe réel commun. Lefébure de Fourcy. N. ann. math. XXXIII, 49, 105.

Vergl. Ellipse. Elliptische Transcendenten 61. Hyperbel. Kreis. Parabel.

Kettenbrüche.

117. Sur les valeurs limites des intégrales. Tchebichef. Journ. mathém. XXXIX, 157.

Kreis.

118. Sur le calcul de π par la méthode des isopérimètres. André. N. ann. math. XXXIII, 128.
119. Enveloppe d'un cercle passant par un point fixe et vu sous un angle constant d'un autre point fixe. Givelet. N. ann. math. XXXIII, 301.
120. Lieu des centres des cercles inscrits à des triangles inscrits eux-mêmes dans le même cercle et ayant tous deux côtés parallèles. Henrique y Diaz. N. ann. math. XXXIII, 31.
121. Enveloppe de l'axe radical de deux cercles dont un fixe et l'autre tangent à un cercle fixe lui-même. Lez. N. ann. math XXXIII, 349.
122. Propriétés de deux cercles passant par un point et restant tangents à une même droite donnée. Moret-Blanc. N. ann. math. XXXIII, 156. — Gérono ibid. 158.
123. Lieu géométrique provenant de deux circonférences qui se coupent et d'une sécante tirée par l'un des points communs. Beaujeux. N. ann. math. XXXIII, 33.
124. Du triangle formé en joignant les points de contact des trois cercles exinscrits à un triangle donné avec les côtés prolongés. Gambey. N. ann. math. XXXIII, 43. — Launoy ibid 480.

Kreistheilung.

125. Construction du polygone de 17 cotés. Schroeter. N. ann. math. XXXIII, 456.

Krümmung.

126. Détermination des relations analytiques qui existent entre les éléments de courbure des deux nappes de la développée d'une surface. Mannheim. Compt. rend. LXXIX, 1328.
127. Der mittlere Krümmungsradius und die mittlere Krümmung in einem bestimmten Punkte einer Fläche. Unferdinger. Wien. Akad.-Ber. LXVII, 361.
128. Sur les rayons de courbure des courbes planes. Laisant. N. ann. math. XXXIII, 367.

Vergl. Analytische Geometrie des Raumes 6, 13.

Kugelfunctionen.

129. Ueber die Functionen X_n^m. Gegenbauer. Wien. Akad.-Ber. LXVIII, 357.

Vergl. Bestimmte Integrale 27. Reihen 194.

M.

Maxima und Minima.

130. D'un maximum dans la théorie du choc trouvé par Huyghens. Picart. N. ann. math. XXXIII, 212.

131. Sur le produit maximum ou minimum de deux cordes de cercle qui se coupent sous un angle donné. Brillouin. N. ann. math. XXXIII, 25.
132. Dans un paraboloïde hyperbolique la génératrice de chaque système qui passe par le sommet est celle sur laquelle les génératrices de l'autre système interceptent les segments les plus petits. Jamet. N. ann. math. XXXIII, 205.

Mechanik.

133. Sur la stabilité de l'équilibre d'un corps pesant posé sur un appui courbe. C. Jordan. Compt. rend. LXXIX, 1197, 1400.
134. Sur la stabilité de l'équilibre. Laurent. N. ann. math. XXXIII, 130.
135. Sur les équations différentielles canoniques de la Mécanique. E. Mathieu. Journ. mathém. XXXIX, 265.
136. Sur un nouveau principe de mécanique relatif aux mouvements stationnaires. Clausius. Journ. mathém. XXXIX, 193.
137. Note relative au viriel de M. Clausius. F. Lucas. Compt. rend. LXXIX, 103.
138. Sur une transformation des équations de la mécanique céleste. Allégret. Compt. rend. LXXIX, 656.
139. Betrachtung der allgemeinen Bewegungsform starrer Körper vom Gesichtspunkte einer Gyralbewegung. Finger. Wien. Akad.-Ber. LXVIII, 317.
140. Mouvement de rotation compliquée d'un anneau. Hioux. N. ann. math. XXXIII, 507.
141. Sur un point matériel assujetti à demeurer sur une sphère donnée et attiré proportionellement à la distance par des centres fixes. Gambey. N. ann. math. XXXIII, 46. — Launoy ibid. 482.
142. Mouvement d'un point sur une développante de cercle. H. D. N. ann. math. XXXIII, 443.
143. Sur deux lois simples de la résistance vive des solides. Boussinesq. Compt. rend. LXXIX, 1324, 1407.
144. Sur le mouvement d'un mobile dans une atmosphère dont la résistance est proportionelle au cube de la vitesse. Guebhard. N. ann. math. XXXIII, 436.
145. Essai d'une classification des engrenages. Liguine. N. ann. math. XXXIII, 497.
146. Théorie de la transmission de mouvement par câbles. Resal. Compt. rend. LXXIX, 421.
147. Sur les conditions de résistance des chaudières cylindriques. Resal. Compt. rend. LXXIX, 726.

Vergl. Analytische Geometrie des Raumes 9. Attraction. Balistik Elasticität. Elektrodynamik. Geschichte der Mathematik 83, 84. Hydrodynamik. Maxima und Minima 130. Optik. Pendel. Reihen 193.

Mittelwerthe.

148. Ueber die Berechnung der Coefficienten einer periodischen Function aus gegebenen Mittelwerthen der Function. Krüger. Astr. Nachr. LXXXII, 333.

Vergl. Exponentialgrössen 64. Functionen 69.

N.

Normalen.

149. Courbes planes pour lesquels la projection de la normale sur le rayon vecteur est constante. Harkema. N. ann math. XXXIII, 483.
150. Lieu du point de rencontre de certaines normales d'une ellipse. Poujade. N. ann. math. XXXIII, 247. — Brisse ibid. 249.
151. Sur les pieds des normales menées d'un point donné à la courbe $y^m = m a x^p$. Lemelle. N. ann. math. XXXIII, 392.
152. Sur le lieu des normales à une surface du second ordre parallèles à un même plan. Bourguet. N. ann. math. XXXIII, 447.
153. Trouver une surface par ses normales. Pellet. N. ann. math. XXXIII, 440.

Vergl. Ellipse 54.

O.

Oberflächen.

154. Sur certains groupes de surfaces, algébriques ou transcendantes, définis par deux caractéristiques. Fouret. Compt. rend. LXXIX, 467, 689. [Vergl. Bd. XX, Nr. 416.]

155. Réponse aux observations de M. Combescure. Aoust. Compt. rend. LXXIX, 32. [Vergl. Bd. XX, Nr. 338]
156. Démonstration nouvelle des propriétés de l'indicatrice d'une surface. Poincaré. N. ann. math. XXXIII, 449.
157. Sur les surfaces osculatrices. Spottiswoode. Compt. rend. LXXIX, 24, 105.
158. Sur les surfaces orthogonales Catalan. Compt. rend. LXXIX, 28.
159. Sur la loxodromie d'une surface de révolution quelconque. Laisant. N. ann. math. XXXIII, 573.
160. Bestimmung von Tangenten an die Selbstschattengrenze von Rotationsflächen. Staudigl. Wien. Akad.-Ber. LXVIII, 228.
161. Sur les surfaces isothermes paraboloïdales. Lamé. Journ. mathém. XXXIX, 307.
162. Sur la surface $zy^2+Bxy+Cx^2+Dy+Ex+F=0$. Brocard. N. ann. math. XXXIII, 424.
Vergl. Determinanten in geometrischer Anwendung 37, 38. Krümmung 126, 127. Normalen 153.

Oberflächen zweiter Ordnung.

163. Axes, plans cycliques etc. dans les surfaces du second ordre. Painvin. N. ann. math. XXXIII, 113.
164. Foyers et directrices des surfaces du second ordre. Crosnier. N. ann. math. XXXIII, 266.
165. Sections circulaires des surfaces du second ordre. Crosnier N. ann. math. XXXIII, 12.
166. Sur les surfaces du second ordre tangentes à une surface donnée du second ordre en deux points pareillement donnés. Brisse. N. ann. math. XXXIII, 18. — Genouille ibid. 21.
167. Propriété d'un faisceau de surfaces du second degré ayant même intersection. Moret-Blanc. N. ann. math. XXXIII, 431.
Vergl. Ellipsoid. Hyperboloid. Normalen 152. Paraboloid. Potential. Sphärik.

Optik.

168. Die Grenzbedingungen der Spiegelung und Brechung für den Hauptschnitt bewegter Mittel. Ketteler. Berl. Akad.-Ber. 1874, 32.
169. Ueber den Zusammenhang zwischen Absorption und Brechung des Lichtes. Puschl. Wien. Akad.-Ber. LXVII, 8.
170. Ueber die Mitbewegung des Lichtes in bewegten Mitteln. Puschl. Wien. Akad.-Ber. LXVIII, 446.
171. Sur quelques constructions géométriques applicables aux miroirs et aux lentilles. Lissajous. Compt. rend. LXXIX, 1049.
172. Zur Theorie der anomalen Dispersion. Helmholtz. Berl. Akad.-Ber. 1874, 667.
173. Ueber das Intensitätsverhältniss und den Gangunterschied der bei der Beugung auftretenden senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisirten Strahlen. Ditscheiner. Wien. Akad.-Ber. LXVII, 205.
174. Ueber die Stefan'schen Nebenringe am Newton'schen Farbenglas und einige verwandte Interferenzerscheinungen. Mach. Wien. Akad.-Ber. LXVII, 371.
175. Zur Theorie der Thalbot'schen Streifen. Dvořák. Wien. Akad.-Ber. LXVII, 89.

P.

Parabel.

176. Sur trois paraboles passant par les sommets d'un triangle. Fouret. N. ann. math. XXXIII, 496. [Vergl. Bd. XX, Nr. 275.]
177. Sur les ellipses bitangentes à une parabole fixe. Launoy. N. ann. math. XXXIII, 425.

Paraboloid.

178. Lieu des sommets des paraboloïdes hyperboliques passant par deux droites non dans un même plan. Dewulf. N. ann. math. XXXIII, 444.
Vergl. Analytische Geometrie des Raumes 7. Maxima und Minima 132.

Pendel.

179. Ein von Kaiser herrührender Beweis für das Princip des Foucault'schen Pendelversuches. Oudemans. Astr. Nachr. LXXXIII, 19.

Planimetrie.

180. Sur la décomposition de polygones en triangles. Lionnet. N. ann. math. XXXIII, 331.
181. Sur les bissectrices des angles d'un triangle. André. N. ann. math. XXXIII, 10.
Vergl. Zahlentheorie 222.

Potential.

182. Zur Theorie der Potentialflächen unter besonderer Rücksicht auf Körper, die von Flächen der zweiten Ordnung begrenzt sind. Stahl. Crelle LXXIX, 265.

Q.

Quadratische Formen.

183. Sur la théorie algébrique des formes quadratiques. Darboux. Journ. math. XXXIX, 347.
184. Sur les formes bilinéaires. C. Jordan. Journ. mathém. XXXIX, 35.
185. Sur la reduction et la transformation des systèmes quadratiques. C. Jordan. Journ. mathém. XXXIX, 397.
186. Ueber Schaaren von quadratischen Formen. Kronecker. Berl. Akad.-Ber. 1874, 59, 149, 206, 397.
187. Sur la réduction des formes quadratiques ternaires. Hermite. Crelle LXXIX, 17. [Vergl. Bd. XIX, Nr. 383.]

Quadratur.

188. Sur les quadratures approximatives. Tchebichef. Journ. mathém. XXXIX, 19.
189. Méthode pour construire avec autant d'approximation qu'on voudra un triangle équivalent à un secteur donné. Collignon. N. ann. math XXXIII, 389.
190. Sur l'aire d'une courbe décrite au moyen du roulement d'une conique sur une droite. Bourguet. N. ann. math. XXXIII, 538. [Vergl. Bd. XX, Nr. 292.]
191. Expression en déterminant de la surface d'un quadrilatère en valeur des coordonnées de ses quatre sommets consécutifs. Dostor. N. ann. math. XXXIII, 559.
Vergl. Ellipse 56. Kegelschnitte 112.

R.

Rectification.

192. Longueur d'un arc de hélice. Pellissier. N. ann. math. XXXIII, 294.
Vergl. Kreis 118.

Reihen.

193. Loi des séries de Wronski; sa phoronomie. A. Transon. N. ann. math. XXXIII, 305.
194. Sur les séries dont le terme général dépend de deux angles et qui servent à exprimer des fonctions arbitraires entre des limites données. Darboux. Journ. mathém. XXXIX, 1.
195. Développement d'une fonction suivant les puissances ascendantes entières et positives d'une autre fonction. Picart. N. ann. math. XXXIII, 69.
196. Exemple d'une série changeant de valeur par un nouveau groupement des termes. Catalan. N. ann. math. XXXIII, 60.
197. Développement en série de *arcsinx* au moyen de la formule de Maclaurin. Chevilliet. N. ann. math. XXXIII, 209.
198. Ueber die Multiplicationsregel für zwei unendliche Reihen. Mertens. Crelle LXXIX, 182.
199. Identité entre deux séries finies. Laisant. N. ann. math. XXXIII, 395.
Vergl. Binomischer Lehrsatz. Taylor'sche Reihe. Zahlentheorie 212.

S.

Sphärik.

200. Propriété d'une courbe sphérique quelconque. Moret-Blanc. N. ann. math. XXXIII, 338.
201. Sur le quadrilatère sphérique. De Rufz de Lavison. N. ann. math. XXXIII, 343.
202. Sur les hexagones sphériques. Brocard. N. ann. math. XXXIII, 337.
203. Rayon de la sphère circonscrite au tétraèdre en valeur des arêtes. Dostor. N. ann. math. XXXIII, 523.
Vergl. Analytische Geometrie des Raumes 10, 11. Mechanik 141.

Substitutionen.

204. Sur la limite du degré des groupes primitifs qui contiennent une substitution donnée. C. Jordan. Crelle LXXIX, 248.
205. Sur deux points de la theorie des substitutions. C. Jordan. Compt. rend. LXXIX, 1149.

T.

Taylor'sche Reihe.

206. Nouvelle démonstration du théorème de Taylor. Koenig. N. ann. math. XXXIII, 270.
207. Série de Taylor. Picart. N. ann. math. XXXIII, 15, 353.

Trigonometrie.

208. Conséquence géométrique de l'équation $1.2.3 = 1 + 2 + 3$. Brocard. N. ann. math. XXXIII, 63.

Vergl. Maxima und Minima 131.

U.

Ultraelliptische Transcendenten.

209. New demonstration of the reduction of hyperelliptic integrals to the normal form. Malet. Crelle LXXIX, 176.

W.

Wahrscheinlichkeitsrechnung.

210. Ueber die Berechnung der wahrscheinlichsten Werthe solcher Unbekannten, zwischen welchen Bedingungsgleichungen bestehen. Seidel. Astr. Nachr. LXXXIV, 193.

Z.

Zahlentheorie.

211. Ueber diejenigen Primzahlen λ, für welche die Classenzahl der aus λ^{ten} Einheitswurzeln gebildeten complexen Zahlen durch λ theilbar ist. Kummer. Berl. Akad.-Ber. 1874, 239.
212. Zur Theorie der Euler'schen Zahlen. Stern. Crelle LXXIX, 67.
213. Caractères de divisibilité. Lubin. N. ann. math. XXXIII, 528.
214. Lois nouvelles des puissances des nombres. De Coninck. N. ann. math. XXXIII, 568.
215. Propriétés nouvelles des fractions décimales périodiques. De Coninck. N. ann. math. XXXIII, 569.
216. Trouver le plus petit nombre possible qui satisfasse à 9 conditions arithmologiques. Brisse. N. ann. math. XXXIII, 34.
217. Sur une formule d'arithmétique. André. N. ann. math. XXXIII, 185.
218. Sur quelques fonctions numériques. Bougaïeff. N. ann. math. XXXIII, 381.
219. Propositions relatives à la théorie des nombres. Catalan. N. ann. math. XXXIII, 518.
220. Le carré d'une somme de 3 carrés est somme de 3 carrés. Le Besgue. N. ann. math. XXXIII, 111. — Chabanel ibid. 112.
221. Sur les résidus cubiques. Pepin. Compt. rend. LXXIX, 1403.
222. Triangles dont les côtés sont en nombres entiers. Moreau. N. ann. math. XXXIII, 296.
223. Sur un problème d'analyse indéterminée relatif au tétraèdre. Chabanel. N. ann. math. XXXIII, 289.
224. Problème arithmétique ayant rapport au trièdre trirectangle. Chabanel. N. ann. math. XXXIII, 340.

Vergl. Kreistheilung. Quadratische Formen.

Historisch-literarische Abtheilung.

Mathematisch-historische Miscellen.

Von Dr. Siegmund Günther in München.

I. Die geometrischen Progressionen bei den Arabern.

Ueber die elementare Reihenlehre der Araber sind wir im Ganzen wenig unterrichtet. Die Summe der Quadrate der natürlichen Zahlen mochten sie aus des Archimedes Abhandlung über die Spirale kennen gelernt haben; dass sie auch die Cubensumme zu bilden und sogar die bezüglichen Aufgaben mannigfach zu variiren verstanden, wissen wir aus Wöpcke's ausführlichen Monographien[1]. Aber speciell über ihre Kenntniss der geometrischen Reihen sind wir wenig aufgeklärt. Dass ihnen dies Capitel nicht unbekannt geblieben sein kann, war ja von Anfang an zweifellos, denn sowohl in der indischen wie in der griechischen Mathematik, aus deren Vereinigung ja die arabische Wissenschaft hervorging, hatte dasselbe einen Platz gefunden. Bereits in den kinematischen Paradoxen der Eleaten* spielte die geometrische Progression eine Rolle, Archimedes hat sich im Arenarius auf dieselbe berufen und mehrere interessante Sätze[3] angegeben, bei Bhascara Acharya endlich wird dieselbe als etwas längst Bekanntes mitbehandelt[4]. Von den Arabern aber kannte man bislang anscheinend keinen directen Beleg für ihre Beschäftigung mit diesem Gegenstande, und da uns nun ganz neuerlich von philologischer Seite ein solcher geboten wird, so erschien es angezeigt, das mathematische Publikum auf diese interessante Notiz aufmerksam zu machen; ganz abgesehen davon, dass die Zeitschrift, welcher wir das Folgende grossentheils entnehmen, in unseren Fachkreisen nur sehr wenig gelesen werden dürfte, empfahl es sich auch, die für den Mathematiker wichtigen Punkte herauszuheben und in ihrer geschichtlichen Bedeutung zu charakterisiren.

---

* Wir verweisen anlässlich dieses interessanten Durchgangspunktes menschlicher Erkenntniss auf eine ziemlich unbekannte (selbst bei Poggendorff unerwähnt gebliebene) Specialschrift[2] eines verdienten deutschen Gelehrten.

Als einer der geistreichsten arabischen Mathematiker muss der dem elften Jahrhundert unserer Zeitrechnung angehörige Abu'l-Rîhân-Mohammed-ben-Ahmed Al Bîrûnî — gewöhnlich kurzweg Albiruni genannt — angesehen werden. Sein bedeutendstes Werk ist eine ausführliche Beschreibung einer ausgedehnten wissenschaftlichen Reise, welche er zur Zeit der grossen mosleminischen Invasion in Indien machte; dieses Reisewerk beschäftigt sich zwar der Stellung des Autors zufolge vorzüglich mit den astronomischen und mathematischen Kenntnissen des Nachbarvolkes, bewährt aber auch sonst allenthalben eine freisinnige Rücksichtnahme auf alle politischen und socialen Verhältnisse des merkwürdigen Landes. Fürst Boncompagni hat in einer eingehenden Analyse jenes Reiseberichtes die dem mathematischen Historiker besonders wichtigen Partien desselben verarbeitet[5], und hiermit müssen wir einstweilen zufrieden sein, da eine von den orientalistischen Choragen Frankreichs in Aussicht genommene Gesammtausgabe, welche zum grossen Theile an Franz Wöpcke übertragen war, durch den frühen Tod dieses Letzteren in's Stocken gerathen ist[6]. So sind wir leider im Unklaren darüber, ob sich Albiruni zu denjenigen Betrachtungen, über welche nunmehr Bericht erstattet werden soll, ebenfalls auf dieser Indienfahrt die Anregung geholt habe; bedenkt man aber, dass diese Betrachtungen zunächst an das gewöhnliche Schachbrett anknüpfen, und dass dies ganz unzweifelhaft eine indische Erfindung ist*, so wird man unserer Vermuthung wenigstens einige Wahrscheinlichkeit nicht absprechen können, dass wir es hier mit ursprünglich indischen, wenn auch der Form nach arabisch umgemodelten Geistesproducten zu thun haben.

Es hat vor Kurzem Sachau[7] darauf hingewiesen, dass Albiruni in seinem chronologischen Werke — *Alâthâr Albâkiya* — die Zahl zu berechnen gelehrt habe, welche in dem Erfindungsmythus des Schachspiels die Summe der auf alle 64 Felder vertheilten Weizenkörner ausdrücke. Allerdings hätten schon Gildemeister[8] und Barbier de Meynard[9] diese Zahl angemerkt, allein diese letztere Angabe sei keineswegs einwurfsfrei. Sachau liefert demnach zunächst den gereinigten Text der betreffenden Stelle, welche die gesuchte Zahl gleich

$$x = \left(((16^2)^2)^2\right)^2 - 1 = 16^{16} - 1$$

setzt**. Dass diese Zahl in der That die richtige ist, leuchtet ein, denn man hat nach der Summenformel der geometrischen Progressionen

* Des Schachs, wenn auch gerade nicht dieses Problems, thut der Bericht in der That Erwähnung.

** Höchst merkwürdig ist wohl auch der von Sachau hervorgehobene Umstand, dass Albiruni, „um Fehler im Schreiben zu vermeiden", seine Zahlen in dreifacher Weise schreibt, nämlich einmal direct im indischen Positionssystem,

$$x = \frac{2^{64}-1}{2-1} = 2^{4 \cdot 16} - 1 = (2^4)^{16} - 1,$$

wie behauptet. Wie aber wurde, da den Arabern die hier angewandte Regel nicht geläufig gewesen zu sein scheint, dieser Werth von x gefunden?

Hierzu dienen zwei Theoreme, die allgemein so zu formuliren wären:

I. Es sei y die Ordnungszahl irgend eines Feldes; dann wird behauptet, bei der bekannten Belegung kämen auf das Feld von der Ordnungszahl $(2y-1)$ gerade $y_1^{(y)2}$ Körner, wenn $y_1^{(y)}$ die Anzahl der auf das Feld y gelegten Körner darstellt.

Dem ist in der That so, denn der Regel zufolge enthält das y^{te} Feld $y_1^{(y)} = 2^{y-1}$ Körner, also das $(2y-1)^{\text{te}}$ 2^{2y-2}; es ist aber

$$2^{2y-2} = (2^{y-1})^2 = y_1^{(y)2}.$$

So kommen auf das fünfte Feld 16 Körner, auf das neunte also $16^2 = 256$.

II. Die Zahl der auf einem Felde befindlichen Kerner ist

$$y_1^{(y)} = y_1^{(1)} + y_1^{(2)} + y_1^{(3)} + \ldots + y_1^{(y-1)} + 1;$$

denn es ist

$$1 + 2 + 4 + \ldots + 2^{y-2} = \sum_{i=1}^{i=y-2} y_1^{(i)} = 2^{y-1} - 1 + 1 = y_1^{(y)},$$

wie aus dem ersten Satze hervorgeht.

Mit Zugrundelegung beider Lemmen kann dann die Zahl x offenbar so ermittelt werden: Nach Satz I enthält nun Feld $5 - 2^4 = 16$, Feld $17 - 2^{16} = (16^2)^2$, Feld $33 - 2^{32} = 16^8 = \left((16^2)^2\right)^2$ Körner, und da ein supponirtes 65. Feld vom 33. ebenso weit absteht, wie dieses selbst vom ersten, so wäre

$$y_1^{(65)} = (y_1^{(33)})^2 = \left(\left((16^2)^2\right)^2\right)^2.$$

Nunmehr tritt Satz II in Kraft; es ist

$$y_1^{(65)} = y_1^{(1)} + y_1^{(2)} + \ldots + y_1^{(64)} + 1$$

oder, da die rechte Seite den Werth $(x+1)$ hat,

$$x = \left(\left((16^2)^2\right)^2\right)^2 - 1.$$

Dies ist der oben angegebene Werth.

Gelegentlich thut dann **Albiruni** noch einiger weiteren Eigenschaften der geometrischen Reihen Erwähnung, welche uns die algebraische

---

dann im Sexagesimalsystem und schliesslich mit arabischen, zur Zahlbezeichnung dienenden Buchstaben. So ist unser obiges x gleich

$$18'446,744'073,709'551,615$$

$$= 30.30.27.9.5.3.50.40.31.0.15 \equiv 15.60^0 + 31.60^2 + 40.60^3 + 50.60^4 + 3.60^5 + 5.60^6 + 9.60^7 + 27.60^8 + 30.60^9 + 30.60^{10}$$

= اح دد زود مز خع طهه او اه.

Die mittlere Schreibart erinnert offenbar lebhaft an das babylonische Verfahren.

Zeichensprache in ein einziges Theorem zusammenzuziehen gestattet. Dasselbe lautet:

Ist in der geometrischen Progression

$$a,\ af,\ af^2, \ldots af^m$$

m eine gerade Zahl, so ist das Product aus Anfangs- und Endglied gleich dem Quadrate des Mittelgliedes, im entgegengesetzten Falle gleich dem Producte der beiden Mittelglieder.

Dem entsprechen für $m = 2n$, resp. $m = 2n - 1$ die beiden Relationen

$$a \,.\, af^{2n} = (af^n)^2, \quad a \,.\, af^{2n-1} = af^{n-1} \,.\, af^n.$$

Recapituliren wir diese Mittheilungen Sachau's, so drängt sich uns die Gewissheit auf, dass den Arabern zu Albiruni's Zeit die einfache Summenformel, wie sie in der Lilavati vorgetragen wird, noch nicht bekannt oder doch wenigstens in Fleisch und Blut übergegangen gewesen sein kann. Im Gegentheil, hier nehmen wir eine offenkundige Einwirkung griechischer Ueberlieferungen wahr, wie sie uns in gleicher Stärke bei den Arabern nur selten entgegentritt. Man vergleiche, um die Richtigkeit dieser Bemerkungen zu übersehen, mit Albiruni's Kunstgriffen das generelle Theorem, welches Nesselmann[10] aus dem Detail der archimedischen Sandrechnung gezogen und folgendermassen formulirt hat: „Wenn mehrere Zahlen von der Einheit an in geometrischer Pregression stehen, so wird jedes Product von irgend zwei Gliedern dieser Progression derselben Progression angehören, indem es so weit von dem grösseren Factor entfernt ist, als der kleinere Factor von der Einheit; und der Abstand des Productes von der Einheit wird um 1 kleiner sein, als die Summe der Abstände der beiden Factoren von der Einheit." Dass diesem Satze die Vorschriften des Albiruni sich ohne Weiteres als einfache Corollare einfügen, erhellt unverzüglich, und wir sehen uns so vor einer geschichtlichen Thatsache, welcher eine weit über die sachliche Vorlage hinausgehende Tragweite zukommt.

1) *Wöpcke, Passages rélatifs à des sommations de cubes extraits de manuscrits arabes inédits*, Zwei Abhandl. *Rome 1863, 1864.*
2) Gerling, Ueber Zeno des Eleaten Paradoxen über die Bewegung, Marburg 1846.
3) Nesselmann, Die Algebra der Griechen, Berlin 1842, S. 122 flgg.
4) Hankel, Zur Geschichte der Mathematik im Alterthum und Mittelalter, Leipzig 1874; S. 192.
5) *Boncompagni, Intorno all' opera d'Albiruni sull' India, Bullettino Tomo II;* S. 153 flgg.
6) *Ibid.* S. 202.
7) Sachau, Algebraisches über das Schach bei Bîrunî, Zeitschr. d. morgenländ. Gesellschaft 29. Band, S. 148 flgg.
8) *Gildemeister, Scriptorum Arabum de rebus indicis loci et opuscula, Bonnae 1838;* S. 142.

9) *Barbier de Meynard, Maçoudi, les prairies d'or, Paris 1861, Tome I,* S. 160.

10) Nesselmann, S. 124.

II. Die magischen Quadrate bei Gauss.

In einem kürzlich der Oeffentlichkeit übergebenen Werke[1] haben wir die Entwickelungsgeschichte der sogenannten Zauberquadrate zu schildern versucht. Da aber eine ganz vollständige Durcharbeitung des massenhaft vorhandenen Materials von Anfang an ein Ding der Unmöglichkeit schien, so empfahl sich für das betreffende Capitel der bescheidenere Titel: „Historische Studien über die magischen Quadrate"; wirklich hat sich uns seitdem bereits eine und die andere Lücke fühlbar gemacht. Vor Allem aber scheint ein gewisses uns entgangenes Factum wichtig genug, in gesonderter Darstellung hier eine nachträgliche Stelle zu finden*.

Unter'm 12. März 1842 sendet Schumacher an Gauss nachstehendes von seinem Assistenten Clausen ausgearbeitetes Diagramm:

$$\begin{matrix} A4 & B1 & C2 & D3 \\ C1 & D4 & A3 & B2 \\ D2 & C3 & B4 & A1 \\ B3 & A2 & D1 & C4 \end{matrix}$$

und bemerkt[2] dazu: „Es ist eine Art magisches Quadrat. Man schreibt auf n Zettel A und bei A die natürlichen Zahlen von 1 bis n, ebenso auf n Zettel B und die natürlichen Zahlen von 1 bis n und so fort, bis man n Buchstaben hat. Aus diesen nn Zetteln soll ein Quadrat gelegt werden, mit der Bedingung, dass sowohl in jeder horizontalen, als verticalen Reihe alle Buchstaben und alle Zahlen vorkommen. Für $n=2$ ist dies unmöglich, für $n=3$ leicht, und ich glaubte früher von Ihnen verstanden zu haben, dass es auch für $n=4$ unmöglich sei, muss mich aber geirrt haben, da Clausen mir beifolgende Auflösung brachte. Darf ich fragen, wenn sonst die Untersuchung Ihnen keine Mühe macht, für welche Werthe von n (das nur eine ganze Zahl sein kann) es unmöglich ist?"**

Mit dem gewöhnlich ihn charakterisirenden Scharfblick erkennt Gauss sofort[4], dass Clausen seine Bedingungen zu enge gestellt habe. Nicht blos die Colonnen und Zeilen, sondern auch die Diagonalen müss-

---

* Wir verdanken die Hinweisung auf jene Thatsache einer brieflichen Mittheilung von Herrn Prof. Stern in Göttingen.

** Da von ungeradzelligen Quadraten dieser Art später in der Correspondenz nicht mehr die Rede ist, so stellen wir das Thatsächliche darüber noch kurz mit folgenden Worten fest. Sobald man von der Forderung absieht, dass auch die Diagonalen in Betracht gezogen werden, so kann man jedes gerad- oder ungeradzellige magische Quadrat mit Doppelelementen so herstellen, dass man die Buch-ten mit hereingezogen werden; dann sei allerdings Clausen's Figur nicht mehr richtig, allein sie liesse sich leicht verbessern. Habe man aber einmal Ein solches Diagramm, so seien aus diesem Urschema ohne Weiteres 575 andere ableitbar, und zudem liefere ein willkürliches Ersetzen der Buchstaben A, B, C, D durch 0.4, 1.4, 2.4, 3.4 ein magisches Quadrat im vulgären Sinne. So bekommt man nach Gauss für $A=0$, $B=4$, $C=8$, $D=12$ das folgende Duplicat:

$A4$	$B1$	$C2$	$D3$	4	5	10	15
$C3$	$D2$	$A1$	$B4$	11	14	1	8
$D1$	$C4$	$B3$	$A2$	13	12	7	2
$B2$	$A3$	$D4$	$C1$	6	3	16	9.

Gauss erinnert auch noch an Mollweide's Behandlung des Gegenstandes, bricht dann aber ab[5]: „Mir fehlt es an Zeit, darüber jetzt Nachforschungen zu machen.“ Man sieht aus den wenigen hier mitgetheilten Worten, wie richtig und umfassend Gauss sofort einen ihm sonst fernliegenden Gegenstand erfasst hat. Nur Eines nimmt uns etwas Wunder, dass nämlich der strenge Mathematiker seinem Freunde Schumacher ein Versehen nachsieht, was sonst durchaus seine Art nicht ist. Wenn Jener nämlich (s. o.) meint, für $n=3$ sei die Construction des Quadrates leicht, so hat er doch offenbar den beschränkten Begriff Clausen's im Auge, während in dem streng richtigen Gauss'schen Sinne ein neunzelliges Quadrat mit Doppelelementen einfach unmöglich ist. Es erscheint uns überhaupt, soweit eine nur oberflächliche Untersuchung der Frage uns zu einem Urtheil berechtigt, noch keineswegs gewiss, ob solche (Gauss'sche) Quadrate allgemeinster Natur von $(2m+1)^2$ Zellen überhaupt hergestellt werden können.

Verweilen wir noch einen Augenblick bei der sachlichen Seite des Gegenstandes, so stellt sich uns klar heraus, dass Gauss zur Bildung der magischen Quadrate eines Kunstgriffes sich bedient, welcher an sich nicht gerade neu ist, vielmehr schon von De la Hire[6], Sauveur[7] und besonders von Euler angewandt war. Allein die Ersteren legten blos auf den Zweck einen Werth, das schematische Quadrat mit Doppelelementen, welches für Gauss im Vordergrunde steht, diente ihnen lediglich als Mittel, und da das von ihnen angestrebte Ziel auch erreicht werden

---

staben sowohl als die Zahlen in Form einer doppelt-orthosymmetrischen Determinante[3] von entgegengesetztem Sinne anschreibt, z. B.

$A1$	$B2$	$C3$	$D4$	$E5$	$F6$
$F2$	$A3$	$B4$	$C5$	$D6$	$E1$
$E3$	$F4$	$A5$	$B6$	$C1$	$D2$
$D4$	$E5$	$F6$	$A1$	$B2$	$C3$
$C5$	$D6$	$E1$	$F2$	$A3$	$B4$
$B6$	$C1$	$D2$	$E3$	$F4$	$A5$

$A1$	$B2$	$C3$	$D4$	$E5$
$B5$	$C1$	$D2$	$E3$	$A4$
$C4$	$D5$	$E1$	$A2$	$B3$
$D3$	$E4$	$A5$	$B1$	$C2$
$E2$	$A3$	$B4$	$C5$	$D1$.

konnte, wenn in den Diagonalen das nämliche Element mehrmals auftrat, so kümmerten sie sich nicht um jene verschärfte Forderung. In gewissem Sinne war auch bei Euler von dieser letzteren keine Rede, doch werden wir zu den Leistungen dieses Mannes uns erst durch weitere Verfolgung des Gauss-Schumacher'schen Briefwechsels hinführen lassen.

Zunächst antwortet Schumacher auf die ihm von Gauss ertheilte Belehrung mit folgenden Worten[8]: „Vielen Dank für Ihre Belehrungen über die Quadrate mit doppelten Elementen. Eine Frau v. Rosenkranz in Kopenhagen beschäftigte sich damit, und ich meine, dass Sie 1826 bei meiner Durchreise durch Göttingen mir Fälle genannt hätten, bei denen das Problem unmöglich sei, namentlich meinte ich dies für $n = 4$, aber ich kann mich sehr gut irren. Ist $n = 2$ denn der einzige unmögliche Fall?“ Hierauf scheint Gauss nicht weiter eingegangen zu sein: auch später, als sein Correspondent wieder auf die Sache zurückkommt, sieht man sich vergeblich nach einer Erwiederung um.

Wir spielen hier auf einen Passus in Schumacher's Brief vom 10. August 1842 an, welcher so lautet[9]: „Clausen ist noch hier und wird erst in 14 Tagen reisen. Er hat unterdessen über die magischen Quadrate mit doppelten Charakteren gearbeitet, deren Sie sich wohl aus unserer Correspondenz vor etwa einem halben Jahre erinnern (z. B. aus 9 kleinen, mit $a1$, $a2$, $a3$, $b1$, $b2$, $b3$, $c1$, $c2$, $c3$ bezeichneten Quadraten ein Quadrat zusammenzusetzen, in dem jede Horizontal- oder Verticalreihe alle Buchstaben und alle Zahlen, aber keinen Charakter mehr wie einmal enthält), und kann beweisen, dass dies für 6 (6 Buchstaben und 6 Zahlen) unmöglich ist, ebenso wie für 2. Er bringt für 6 alle möglichen Fälle auf 17 Grundformen, deren Discussion die Unmöglichkeit ergiebt. Sie haben mir früher auch eine Zahl genannt, bei der es nicht möglich war; dies wird auch 6, und nicht 4, wie ich irrthümlich glaubte, gewesen sein. Ich meine, es war 1817, bei meiner Durchreise nach München. Clausen vermuthet, dass es für jede Zahl von der Form $4n+2$ unmöglich sei, kann es aber noch nicht beweisen, und glaubt auch nicht, dass ihm überhaupt der Beweis gelingen wird, da nach seiner Meinung die Auflösung dieser Aufgabe mit der Theorie der Combinationen und deren Anwendung auf die analytische Auflösung der algebraischen Gleichungen sehr nahe zusammenhängt. Der Beweis der vermutheten Unmöglichkeit für 10, so geführt wie er ihn für 6 geführt hat, würde, wie er sagt, vielleicht für menschliche Kräfte unausführbar sein.“

Als Clausen sich in diesem Sinne seinem Chef gegenüber äusserte, hatte er offenbar von der oben angezogenen Abhandlung Leonhard Euler's[10] keine Kenntniss. Denn der Zweck jener Arbeit war der Formulirung des Autors zufolge dieser: „*Cette question rouloit sur une assemblée de* 36 *Officiers de six différens grades, qu'il s'agissoit de ranger* *dans un quarré, de manière que sur chaque ligne tant horizontale que verticale il se trouve six officiers tant de différens caractères que de Régimens différens.*“ Vergleicht man mit dieser Forderung diejenige Clausen's, so drängt sich uns sofort eine höchst eigenthümliche Wahrnehmung auf, diejenige nämlich, dass beide Geometer eine Bedingung stillschweigend unterdrückt haben. Wenn nicht auch verlangt wird, dass in beiden Diagonalreihen durchweg auch verschiedene Charaktere angetroffen werden sollen, dann ist ja die Aufgabe ganz unmittelbar vermittelst des Arrangements lösbar, welches wir in der Randnote angegeben haben; man sieht, wie Recht Gauss hatte, die Aufstellung Clausen's als eine zu enge zu bezeichnen. Nimmt man aber an, dass Clausen, wie vor ihm Euler, das Hereinziehen der Diagonalen für etwas Selbstverständliches hielt, dann dürfte allerdings die Bemerkung des Letzteren, das Problem scheine ihm — ohne dass er recht wisse, warum — keine Lösung zuzulassen, sehr berechtigt sein, und es wäre sehr zu wünschen, dass Clausen's anscheinend erschöpfender Beweis der Oeffentlichkeit übergeben würde. Vermuthlich hat derselbe auch darin das Richtige getroffen, dass er einen nahen Zusammenhang zwischen seiner Aufgabe und der allgemeinen Theorie der algebraischen Gleichungen zu diagnosticiren vermeint; denn die Betrachtungen, welche Euler an seinen gelegentlichen Einfall anknüpft und über welche uns in unserer Monographie[11] aus Gründen der Raumersparniss nur sehr summarisch zu referiren möglich war, scheinen mit dem Thema der sogenannten Substitutionenlehre in directer Beziehung zu stehen.

1) Günther, Vermischte Untersuchungen über die Geschichte der mathematischen Wissenschaften, Leipzig 1876; S. 188 flgg.
2) Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und H. C. Schumacher, herausgegeben von C. F. A. Peters, 4. Band, Altona 1862; S. 61.
3) Günther, Lehrbuch der Determinantentheorie, Erlangen 1875; S. 93.
4) Briefwechsel, S. 63.
5) *Ibid.* S. 64.
6) Günther, Verm. Unters.; S. 241 flgg.
7) *Ibid.* S. 213 flgg.
8) Briefwechsel, S. 65.
9) *Ibid.* S. 80 flgg.
10) *Euler, Recherches sur une nouvelle espèce de quarrés magiques, Verhandelingen door het Genootschap de Vlissingen, Negende Deel,* S. 85 flgg.
11) Günther, Verm. Unters., S. 253 flgg.

Recensionen.

Geschichte der mathematischen Wissenschaften, von Dr. HEINRICH SUTER. 1. Theil: Von den ältesten Zeiten bis Ende des XVI. Jahrhunderts; 2. Theil: Vom Anfange des XVII. bis Ende des XVIII. Jahrhunderts. Zürich 1873, 1875. Mit 4 lithographirten Tafeln. VI, 169 S.; VI, 380 S.

Der 1. Band vorliegenden Werkes ist bereits vor drei Jahren erschienen und ist in literarischen Blättern mehrfach besprochen worden, so von Hankel im 5. Bande des *Bullettino Boncompagni* (S. 297 flgg.), von Curtze im Jahrbuch für die Fortschritte der Mathematik für 1872 (S. 24 flgg.), von Stern im 73er Jahrgange der Göttinger Anzeigen (S. 1976 flgg.). Alle diese Beurtheilungen sachkundiger Männer stimmen in dem Urtheile überein, dass dieser erste Theil völlig verfehlt sei und in keiner Weise den an eine „Geschichte der Mathematik" zu stellenden Anforderungen entspreche; wir selbst würden dieses ersten Abschnittes bei unserer Besprechung gar nicht gedacht haben, wenn nicht eine lächerlich lobhudelnde Recension des Werkes in den „Blättern für literarische Unterhaltung" uns gewissermassen dazu nöthigte, die obenerwähnten Urtheile als durchaus berechtigt anzuerkennen. Als der Verfasser an die Abfassung seines Werkes ging, hatte er offenbar von den immensen Schwierigkeiten einer solchen Leistung noch keine Ahnung; wir geben zu, dass er ein ganz kundiger Mathematiker schon damals war, aber jedenfalls fehlten ihm noch alle Vorbedingungen, um die ältere Wissenschaft in ihrer Eigenart richtig zu verstehen, sonst hätte ihm z. B. nicht die komische Verwechselung der *sectio aurea* mit der harmonischen Theilung (S. 153) passiren können. Wir zweifeln keinen Augenblick, dass Herr Suter allgemach selbst zu der von uns hier ausgesprochenen Ueberzeugung durchgedrungen ist und dass ihm als wahrheitsliebendem Manne jenes incompetente Urtheil einer belletristischen Zeitschrift unangenehm war, wie er sich denn auch durch dasselbe glücklicherweise nicht abhalten liess, mit Ernst an die Besserung seines Buches zu gehen.

Denn das dürfen wir unverhohlen gleich am Beginn unserer eigentlichen Besprechung constatiren: Der 2. Theil des Suter'schen Geschichtswerkes ist eine ganz unvergleichlich bessere Leistung als jener erste, mit dem Schleier der Vergessenheit zu verhüllende. Dort nämlich war von wirklichen Quellenstudien noch nicht das Geringste zu verspüren, hier hat der Verfasser offenbar schon einen recht respectablen Anfang mit solchen gemacht. Wenn die Geschichte der Wissenschaft ihren alleinigen Zweck darin hätte, von den Schöpfungen einzelner hervorragender Männer umfassende Kunde zu geben, dann dürfte Suter's Zweck als völlig erreicht angesehen werden; denn die Werke von Cartesius, Newton, Leibnitz, Jacob und Johann Bernoulli, Euler, Fagnano und Lagrange sind von ihm offenbar eingehend studirt worden, und die zum Theil umfänglichen Excerpte, welche daraus mitgetheilt werden, behaupten ihren natürlichen Werth. Freilich wird sich auf der andern Seite nicht leugnen lassen, dass über dem Bestreben, die wichtigsten und einschneidendsten Reformen recht vollkommen vorzuführen, gar mancher andere, für die Gesammtentwickelung der Mathematik wahrlich nicht belanglose Gegenstand zu kurz gekommen ist, um so mehr, als der Verfasser das fleissige Quellenstudium, welches er den Elaboraten der Koryphäen gewidmet, auf die Arbeiten untergeordneter oder doch von ihm für subalterner erachteter Persönlichkeiten auszudehnen nicht für gut fand und so theilweise nicht umhin konnte, die irrigen Anschauungen älterer Historiker zu reproduciren. — Wir werden nunmehr den Inhalt des 2. Bandes in kurzem Umriss skizziren und die hier kurz charakterisirten Bemerkungen, wie sie sich *pro* und *contra* bei der Lecture des Buches uns aufdrängten, näher zu begründen suchen.

Der Verfasser beginnt mit der Darstellung der Erfindungsgeschichte der Decimalbrüche und Logarithmen, bespricht Stevin, Napier und Briggs, und geht dann zur Geometrie über, wo er den *methodus indivisibilium* Cavallieri's, die Schwerpunktsregeln Guldin's und die kinematische Tangentenmethode Roberval's berührt. Es folgen Fermat, Desargues und Pascal, Mydorge und Gregor a. S. Vincentio, so dass man denn in freilich sehr raschen Sprüngen von der Schwelle des XVI. Jahrhunderts bis in dessen späte Mitte sich geführt sieht. Der 2. Abschnitt geht, wie schon bemerkt, auf die Erfindung der Coordinatengeometrie durch Descartes recht ausführlich ein; die Charakterzeichnung dieses merkwürdigen Mannes und seiner originellen, oft irrigen Anschauungen ist recht treffend. Sowohl bei seiner Einleitung, als auch besonders hier hat sich Herr Suter mit offenbarer Vorliebe angeschlossen an Chasles' berühmten „*Aperçu historique*“, und so kommt es denn auch, dass die von Letzterem als Nachfolger des Cartesius in den Vordergrund gestellten französischen und holländischen Geometer in seiner Darstellung die Italiener etwas zurückdrängen. Der 3. Abschnitt ist der angewandten Mathematik gewidmet; Tycho, Kepler, auf dessen *Mysterium cosmographicum*“ doch ein relativ zu grosses Gewicht gelegt ist, Galilei, Stevin, der Marchese del Monte, Mersenne, Huyghens und zum Schluss Snellius als Vertreter der wissenschaftlichen Optik finden hier ihre Stelle. Mit dem 4. Abschnitte beginnt die Erfindungsgeschichte der Infinitesimalrechnung — ohne Frage der beste Theil des ganzen Buches, weil hier, wie wir schon oben andeuteten, am meisten Quellen- und Sachkenntniss zu Tage tritt. Nachdem Barrow und Wallis kurz besprochen sind, wendet sich der Verfasser zu Isaak Newton selbst. Für den grossen Briten besitzt der Verfasser eine entschiedene Vorliebe und so widmet er ihm nicht weniger als 28 Seiten (über 6 Procent des ganzen Werkes). Bei der hohen, in Deutschland stellenweise nicht ganz gewürdigten Bedeutung Newton's kann man sich mit diesem Beginnen des Verfassers recht wohl einverstanden erklären, um so mehr, da einige recht charakteristische Stellen aus seinen Werken in directer Uebertragung dem Leser vor Augen gestellt werden; der Fluxionencalcul hat hier eine übersichtlichere Darstellung gefunden, als in irgend einer andern uns sonst bekannt gewordenen Arbeit. Ziemlich das gleiche Urtheil dürfen wir wohl auch über die von Leibnitz selbst handelnden Seiten aussprechen; den Verdiensten der beiden Nebenbuhler an sich ist sonach Gerechtigkeit widerfahren. Was dagegen die ebenfalls sehr weitläufige Schilderung des berüchtigten Prioritätsstreites anlangt, so können wir derselben gleiches Lob nicht widerfahren lassen. Eine solche Schilderung müsste nämlich entweder direct aus den Quellen chöpfen und den gelegentlichen Aeusserungen eines Oldenburg, Keill, Nieuwentijt, Fatio etc. sorgsamst nachspüren — dass dabei viel Neues herauskommen würde, können wir angesichts der sofort zu besprechenden neueren Untersuchungen kaum glauben —, oder sie müsste ein concises Resumé über den Gesammtstand der diese Fragen behandelnden modernen Literatur geben. Das hat nun Herr Suter auch im Sinne gehabt, allein es entgingen ihm gerade die wichtigsten Abhandlungen, so Cantor's Aufsatz in Sybel's Hist. Zeitschrift und Giesel's inhaltsreiches Schulprogramm (von Delitzsch). Er scheint nur Gerhardt, Weissenborn und Sloman zu kennen, nicht aber zu wissen, mit wie einstimmigem Misstrauen die deutsche Kritik sämmtlichen Publikationen dieses Letzteren entgegengetreten ist.

Das 5. Capitel behandelt zuerst die Leistungen derjenigen englischen Mathematiker, welche in des Meisters Fusstapfen traten, um dann rasch zu den Brüdern Bernoulli zu gelangen. Den berühmten Schweizern wendet sich eine erklärliche nationale Vorliebe des Autors zu, die sich in einer sorgsamen Charakterisirung der wichtigen, durch sie eingeleiteten Neuerungen manifestirt. Man darf sagen, dass der ganze Abschnitt ihretwegen da ist, denn diejenigen Gelehrten, welche dabei gelegentlich Erwähnung finden mussten, wie Cotes, de Moivre, de l'Hôpital, bilden doch mehr die Staffage des Gesammtbildes. Indess soll diese

Bemerkung durchaus nicht als Vorwurf gelten. Der 6. Abschnitt handelt von der Mechanik; dass sich der Verfasser, wie aus seinen eigenen Andeutungen hervorgeht, hierbei mehrfach an Dühring gehalten hat, gereicht dem Werke entschieden nicht zum Nachtheil. Gefreut hat uns die Erwähnung und Würdigung des geistreichen Borelli*. Der optische Anhang dieses Theiles musste denn doch so kurz ausfallen, dass seine Berechtigung überhaupt zweifelhaft erscheint.

Mit der 7. Abtheilung tritt der Verfasser in die eigentliche Glanzperiode der mathematischen Renaissance-Zeit und damit auch in die gelungenste Partie seines Werkes ein. Die Differenz- und recurrenten Reihen, die elementare Functionslehre überhaupt werden klar in ihrer allmäligen Entwickelung dargelegt, die Darstellung des Euler-d'Alembert'schen Zwistes betreffs der Logarithmen negativer Grössen ist sehr vollständig gegeben. Das Gleiche gilt von der Geschichte der endlichen Differenzenrechnung, der Principien der Infinitesimalrechnung, von den Theoremen Fagnano's, von der Vorgeschichte der elliptischen Functionen** (incl. die Landen'sche Transformation) und von den Gamma-Grössen. Auch die Fortschritte in der Lehre von den Differentialgleichungen stellen sich uns recht übersichtlich dar; bei den partiellen Differentialgleichungen wird auch ihrer physikalischen Anwendung und der durch sie in die Analysis eingegangenen discontinuirlichen Curven gedacht. Fügen wir noch bei, dass auch die Anfangsgeschichte der Variationsrechnung mit Beziehung auf die Monographien von Gräfe und Todhunter eine ausführliche und allenthalben durch Beispiele gestützte Darstellung erfahren hat, so können wir unser Referat über dieses (räumlich weitaus prädominirende) Capitel mit einem sehr günstigen Gesammturtheil abschliessen. — Gegen diesen Paragraphen bleibt freilich der von der Geometrie des XVIII. Jahrhunderts handelnde Nachfolger gar sehr im Rückstande. Die Lehre von den algebraischen Gleichungen ist im Allgemeinen entsprechend dargestellt, während die Zahlentheorie lückenhafter und auch, wie nachher zu zeigen, nicht fehlerlos gearbeitet ist. Recht nett und mit Quellenkenntniss ist dagegen der historische Abriss der Wahrscheinlichkeitsrechnung durchgeführt, und da auch der kurze Schlussabschnitt über theoretische Mechanik nichts Wesentliches vermissen lässt, so kann die Lecture dos zweiten Theiles mit einem im Ganzen befriedigenden Totaleindruck endigen.

---

* Wir möchten bei dieser Gelegenheit die Historiker auf den schönen Aufsatz des Freiherrn v. Zach über Borelli im 3. Bande der „Zeitschr. f. Astronomie u. verw. Wissensch.“ (S. 379 flgg.) aufmerksam machen, der wohl nur sehr wenig bekannt ist.

** Bei dieser Gelegenheit hätte allerdings einer der ausgezeichnetsten Vorläufer Legendre's, der Schotte Maclaurin, nicht unerwähnt bleiben sollen; vergl. die schöne Schrift von Felix Müller: Studien über Maclaurin's geometrische Darstellung elliptischer Integrale, Berlin 1875.

Eine Reihe von Versehen und irrthümlichen Auffassungen, die wir jetzt namhaft machen wollen, bringt allerdings da und dort eine Störung hervor. — S. 1 ist davon die Rede, dass Kepler die abgekürzte Multiplication gekannt haben soll. Liess sich denn das nicht durch einen Blick ins Original verificiren? Das Gleiche gilt von S. 43: Galilei soll in seinen letzten Jahren auf den Gedanken dieser Verwendung des Pendels (zu Uhren) gefallen sein. — S. 2 ist die unglückselige Verwechselung der Neper'schen mit den natürlichen Logarithmen wieder auf's Tapet gebracht. — S. 11 hätte doch von Desargues' origineller und für die damalige Zeit grossartiger Formulirung des Parallelenaxioms die Rede sein müssen. — S. 10 ist der Fermat'sche Lehrsatz unrichtig dargestellt, S. 339 dagegen correct. — S. 14 ist Torriccelli auf's Entschiedenste gegen seine französischen Zeitgenossen zurückgesetzt, wie u. A. aus Jacoli's Monographie im 8. Bande des *Bullettino Boncompagni* resultirt. — S. 18 ist Chasles' Ausspruch von der Coordinatengeometrie als „*proles sine matre creata*“ wiedergegeben; weiss der Verf. Nichts von den „*latitudines*“ des Oresme und von den durch Baltzer hervorgehobenen Verdiensten Fermat's? — S. 37 ist Ubaldi's Todesjahr unbestimmt gelassen, während man doch das Jahr 1607 als solches kennt (Poggendorff's Handwörterbuch, 2. Theil, Spalte 193). — Die Biographie Newton's auf S. 54 ist unrichtig abgefasst, und auch die „öftere Geisteszerrüttung“, die S. 55 erwähnt wird, war wohl nur eine Phantasie Biot's. Bei der Skizzirung der Newton'schen Leistungen vermisst man höchst ungern das bekannte „Parallelogramm“. — S. 168 ist davon die Rede, dass nach Leibnitz's und der Bernoulli's Ableben „keine gewichtigen Autoritäten“ mehr gegen Newton's Weltsystem Opposition machten; wozu zählt der Verf. Cassini und Euler? — S. 339 ist von Waring's „*Meditationes algebraicae*“ die Rede, warum nicht auch von dem interessanten Theorem dieses Mathematikers? — S. 340 ist das Reciprocitätsgesetz auf Legendre zurückgeführt; wir wollen diese Thatsache dem Verf. nicht zum Vorwurf anrechnen, da sie nun einmal so in allen Lehrbüchern steht, allein die geschichtliche Wahrheit verlangt, wie das von Kronecker ganz unzweifelhaft dargethan worden ist, die Anerkennung Leonhard Euler's als des eigentlichen Erfinders dieses Fundamentalsatzes der neueren Zahlenlehre. — Als störenden Schreib- oder Druckfehler registriren wir S. 367: „Bullfinger“ statt „Bilfinger“; der Mangel eines Registers wird sich beim Gebrauch sehr fühlbar machen.

Styl und Darstellungsweise haben sich im zweiten Bande entschieden gegenüber dem ersten gehoben. Einzelne Sonderbarkeiten wären aber jedenfalls besser weggeblieben; so hat (S. 150) Huyghens die Pendeluhren gewiss nicht „entdeckt“, denn sonst müssten sie vorher irgendwie schon dagewesen sein, und wie irgendwelche literarische Thätigkeit einen „bemühenden“ Eindruck machen soll (S. 94), ist auch nicht abzusehen.

Im Allgemeinen aber muss zugestanden werden, dass sich das Buch leicht und fliessend lesen lässt.

Ein Werk, wie es Suter beabsichtigt, ist für unsere Studirenden, nachdem Arneth's Grundriss ganz vergriffen, ein ganz dringendes Bedürfniss; das geht so weit, dass der Referent in Darboux-Hoüel's „Bulletin" angesichts der Sachlage sich sogar über den damals allein erschienenen 1. Band des neuen Buches freuen zu müssen glaubte. Der Ansicht sind wir nun nicht, weil gar kein Unterricht denn doch immer besser sein möchte als ein schlechter; beim 2. Theile aber müssen wir zugestehen, dass er zwar keine „Geschichte der Mathematik" im höheren Sinne, wohl aber ein recht brauchbares Lehrbuch des historischen Entwickelungsganges einiger der wichtigsten mathematischen Disciplinen darstellt. Alles in Allem wünschen wir dem Werke eine zweite Ausgabe (resp. eine dritte); es wird dann dem Verf. möglich sein, durch umfassendere Berücksichtigung der nichtanalytischen Fächer und durchgreifende Revision der Data den 2. Band zu einer ganz entsprechenden Leistung zu erheben, beim 1. Bande dagegen durch eine totale Umarbeitung die schlimme Scharte der beiden ersten Auflagen auszuwetzen.

München. Dr. S. Günther.

Pappi Alexandrini Collectionis quae supersunt e libris manu scriptis edidit latina interpretatione et commentariis instruxit Fridericus Hultsch. Volumen I. Insunt librorum II, III, IV, V reliquiae. Berolini apud Weidmannos 1875. *XXIV*, 471.

Pappus von Alexandrien, so nahm man bis vor wenigen Jahren allgemein an, lebte als Zeitgenosse seines Landsmannes Theon am Ende des 4. Jahrhunderts. Auch heute noch dürfte unter Mathematikern kaum bekannt sein, dass eine davon verschiedene Annahme Vertheidigung gefunden hat, und Referent selbst wurde erst durch eine briefliche Mittheilung von Herrn Hultsch auf eine Notiz von Usener (Neues Rheinisches Museum, Jahrg. 1873, Bd. XXVIII, S. 403) aufmerksam gemacht, der zufolge Pappus schon am Ende des 3. Jahrhunderts gelebt haben soll. Es lohnt sich wohl, die beiden Angaben und die für dieselben geltend gemachten Gründe einer Prüfung zu unterziehen. Der Mann und was wir an seinen Werken besitzen, ist bedeutend genug, um der Frage Wichtigkeit beizulegen, ob man ihn um ein ganzes Jahrhundert in der Geschichte der Mathematik hinaufzurücken habe, ob nicht.

Die verbreitetere Meinung stützt sich auf Suidas, den Lexikographen aus dem 10. Jahrhundert, welcher in seinem aus ähnlichen älteren Werken zusammengeschriebenen Nachschlagebuche, einer Art von Conversationslexikon der damaligen Zeit, an zwei verschiedenen Stellen fast gleichlautend sich äussert. Unter Theon heisst es, er sei Zeitgenosse des Pappus, der, wie er, in Alexandrien zu Hause gewesen sei, und Beide hätten unter der Regierung des älteren Theodosius gelebt. Unter Pappus heisst es, er habe unter der Regierung des älteren Theodosius gelebt, zur Zeit, als auch der Philosoph Theon in seiner Blüthe stand, welcher über den Canon des Ptolemaeus schrieb. Die Werke des Pappus seien eine Erdbeschreibung, ein Commentar zu den vier Büchern der grossen Zusammenstellung des Ptolemaeus, ferner über die libyschen Flüsse und über Traumdeutung. Diese Angaben erscheinen um so unzweideutiger, als die Lebenszeit des Theon von Alexandrien auch auf anderer Grundlage gesichert jedenfalls das Jahr 372 als Jahr schriftstellerischer Thätigkeit in sich schliesst.

Die entgegenstehende Meinung stützt sich gleichfalls auf einen Gewährsmann aus dem 10. Jahrhundert. In der Leydener Bibliothek findet sich eine als Nr. 78 signirte, in den Jahren 913—920 angefertigte Handschrift der theonischen Handtafeln, welche am Rande der Regentenliste verschiedene literargeschichtliche Glossen aus der Zeit der ersten Niederschrift besitzt. So steht neben der Regierung des Diokletian die Bemerkung: „ἐπὶ τούτου ὁ Πάπος ἔγραψεν". Nun regierte Diokletian 284 bis 305, folglich wäre Pappus, wenn er wirklich unter diesem Kaiser seine Schriften verfasste, nach formell gleichfalls unzweideutiger Aussage in dieselbe Periode hinaufzurücken.

Wir bekennen, dass uns von vornherein die so vorgeschlagene Veränderung in der Lebenszeit des Pappus wenig zusagte. Im Allgemeinen hat Suidas sich guter Quellen bedient, und hier steht ihm irgend ein ungenannter Schreibkünstler gegenüber, dessen Glaubwürdigkeit wir nur dann abzuwägen im Stande wären, wenn uns seine sämmtlichen Randbemerkungen zur Prüfung vorlägen. Es kommt hinzu, dass in jener Glosse der Name des Pappus selbst fälschlich nur mit einem π geschrieben ist. Es kommt hinzu, dass im Ganzen das Jahrhundert, welches mit 350 etwa beginnt, einer commentirenden Thätigkeit eher den Ursprung zu geben vermochte, als das Jahrhundert, welches um eben diese Zeit abschliesst. Erläuterungen zu schreiben passt vollständig für das Jahrhundert der Völkerwanderung und des endgiltigen Sieges des Christenthums über die bestehende Religion. Wenn der mächtig sich heranwälzende Strom der Barbaren den weltlichen Besitz bedroht, wenn die alten Götter aus ihren Tempeln verdrängt werden, da erwacht im Rückstosse die Neigung, das von den Vätern Ererbte nur um so heiliger zu achten, zu bewahren.

Das war, wie gesagt, unser erstes Gefühl. Bei näherer Ueberlegung traten indess auch manche Gründe hervor, welche für die neue, beziehungsweise die erneuerte Ansicht sprachen. Herr Usener selbst, welcher seine Mittheilung unter die Rubrik „Vergessenes" fasste, hat nämlich nicht unterlassen, anzugeben, dass die gleiche Bemerkung bereits in einem 1735 veröffentlichten Buche vorkomme*. Von zwei einander entgegenstehenden Berichten über eine Jahreszahl muss nothwendig mindestens eine falsch sein. Ein Irrthum des Suidas lässt sich nun mit Usener so erklären, dass bei dessen Gewährsmann die beiden Schriftsteller Pappus und Theon von Alexandrien ihrer Heimath, ihrer verwandten literarischen Thätigkeit wegen unmittelbar hintereinander aufgeführt wurden, woraus Suidas auf eine gar nicht angegebene, noch überhaupt stattfindende Gleichzeitigkeit schloss. Für einen Irrthum des Glossators der Leydener Handschrift dagegen ist vorläufig kein Erklärungsgrund vorhanden. Dessen Schreibfehler *Πάπος* könnte hinwiederum seine Entschuldigung darin finden, dass in der Mitte des Namens die Zeile abbricht und derselbe deshalb in *Πά* und *πος* abgetheilt erscheint, wobei ein π abhanden gekommen sein mag, für welches in der ersten Zeile kein Platz mehr war. Am bestechendsten endlich wirkte auf uns der Umstand, dass es für uns auch früher immer eine auffallende Erscheinung gebildet hatte, dass zwei Gelehrte wie Pappus und Theon, die beide an demselben Sitze mathematischer Wissenschaft in Alexandrien schulbildende Thätigkeit entfalteten, ein Jeder für sich einen Commentar zu einem und demselben Werke, nämlich zu dem Almagest, geschrieben haben sollen, während ihre Lebenszeit die gleiche war. Das liesse sich höchstens dann denken, wenn Pappus und Theon Gegner, mindestens Nebenbuhler waren, deren Einer den Andern zu bekämpfen sich bestrebte; aber von einem solchen Gegensatze ist nirgends die Rede. Diese Schwierigkeit ist hinweggeräumt, sobald wir Pappus um ein Jahrhundert früher als Theon ansetzen.

Wir möchten daher allerdings noch nicht unbedingt als Vertreter der Meinung uns angesehen wissen, nach welcher Pappus in der That unter Diokletian lebte; aber wir neigen doch soweit zu ihr hin, dass wir mit Spannung der Begründung entgegensehen, welche Herr Hultsch seinerzeit in dem 3. Bande seiner Pappusausgabe ihr verleihen wird, da wir wohl keine unerlaubte Indiscretion begehen, wenn wir, auf unsern Briefwechsel mit ihm gestützt, ihn als dieser Ansicht gewonnen bezeichnen.

Eine gewisse Frist werden wir Herrn Hultsch freilich gewähren müssen, bis jener 3. Band in unsere Hände gelangen kann, wenn auch hoffentlich keine so lange, als die Zeitigung des 1. Bandes erforderte, zu welchem die Vorarbeiten bis zum Jahre 1864 zurückreichen. Gut Ding will Weile haben, und ein gutes Ding hat Herr Hultsch wahrlich vollbracht. Wir nehmen keinen Anstand, schon heute seine Pappusausgabe als einen so hervorragenden Gewinn für die Wissenschaft zu bezeichnen, wie ihr derselbe nur sehr selten zu Theil zu werden pflegt.

---

* *Van der Hagen, Observationes in Theonis fastos Graecos priores,* Amsterdam 1735 nach Usener's Citat.

Nicht einmal die Veröffentlichung des Urtextes der geometrischen Schriften des Heron durch denselben Herausgeber, so wichtig sie für die Geschichte der Mathematik war, so lohnend ihr Studium insbesondere für den Referenten sich erwiesen hat, möchten wir in gleiche Linie stellen. Dort war es nur ein mehr oder weniger reiner Text, welcher dem Leser geboten wurde, aber er reichte zum Verständniss kaum aus, wenn man nicht eingehende Studien auch anderer griechischer und nachgriechischer Schriften damit verband. Man musste neben der Mühe des Uebersetzens der nicht selten ungleich grösseren Mühe des Vergleichens mit anderen Werken sich unterziehen, wollte man aus jenen Schriften den Nutzen schöpfen, welchen sie gewahren konnten. In der Pappusausgabe hat Herr Hultsch seinen Nachfolgern die Aneignung des darin enthaltenen Stoffes in ganz anderem Maasse erleichtert. Er hat erstmalig den Text aus der ältesten und, man kann fast sagen, einzigen Handschrift des Pappus entnommen; er hat eine lateinische Uebertragung beigegeben, in welcher weit mehr als eine wortgetreue Uebersetzung sich kundgiebt, indem Lücken mehrfach ausgefüllt, Verweisungen auf andere Schriften durch Angabe der gemeinten Stellen ergänzt sind; er hat endlich noch an nicht wenigen Orten kleine, aber wichtige Anmerkungen unten beigefügt, über andere Punkte, welche in Kürze nicht zu ermitteln waren, ausgiebigere Auseinandersetzungen für einen Anhang sich versparend, der einen Bestandtheil des 3. Bandes bilden soll; genug der Leistungen, um unserem schon gefällten Urtheile eine feste Grundlage zu bieten, um auch zum Danke gegen die Berliner Akademie und das preussische Staatsministerium zu verpflichten, welche die Veröffentlichung dieses Werkes unterstützend und ermöglichend, sicherlich keinen Fehlgriff thaten.

Jene älteste Handschrift, von der wir sprachen, ist der dem 12. Jahrhundert angehörende Vaticancodex Nr. CCXVIII. Durch uneigennützige Mittheilungen von Seiten der Herren Theodor Mommsen, Kurt Wachsmuth, Adolph Kiessling hatte Herr Hultsch die Kenntniss von dem Vorhandensein der Handschrift in ziemlich umfassender Weise erhalten. Im Sommer 1865 verschaffte er sich aus ihm zur Benutzung zugeschickten Pariser und Leydener Handschriften einen vorläufigen Urtext, mit welchem versehen er 1866 nach Rom reiste, dort die Vergleichung mit dem Vaticanus vorzunehmen. Er führte diese Vergleichung auch wirklich bis zum Schlusse des 5. Buches fort. Für die späteren Bücher übernahmen andere Gelehrte, denen ein längerer Aufenthalt in Rom verstattet war, die Herren August Wilmanns, Hugo Hinck, August Mau, Ludwig Mendelssohn die an und für sich nicht sehr dankbare, noch angenehme Mühe der Collationirung. Aus allen diesen vereinigten Bestrebungen ging eine ungemein wichtige Entdeckung hervor: Der im 12. Jahrhundert geschriebene Vaticanus liegt unmittelbar oder mittelbar sämmtlichen übrigen heute bekannten Pappushandschriften zu Grunde. Nirgends findet sich ausser infolge von späten Conjecturen und Ergänzungsversuchen auch der kleinste Satz, welcher nicht im Vaticanus gleichfalls vorhanden wäre. Das liesse sich noch erklären, indem man eine ältere gemeinsame Urschrift annähme, aber jeder Zweifel über die Abstammung verstummt gegenüber der Erscheinung, dass in sonstigen Handschriften des Pappus neu hinzutretende Lücken sich regelmässig auf solche Stellen des Vaticanus beziehen, welche nur allmälig zur Unleserlichkeit gelangten theils durch Nasswerden des untern Randes der Blätter, theils dadurch, dass ebendort die Schriftzüge wohl von Beginn an einen einigermassen verschwommenen, beziehungsweise verwischten Anblick bieten mochten, wie es am Ende einer Seite nicht selten vorkommt. Diese Thatsachen sind geprüft und erwiesen an Handschriften von Paris und Leyden, von Oxford, Mailand, Wolfenbüttel, Urbino, Neapel, Wien. Sie alle stammen ohne Ausnahme vom Vaticanus ab. Den gleichen Ursprung besass der ehemalige Strassburger Codex, dessen Verlust bei dem durch die Beschiessung Strassburgs im Sommer 1870 erzeugten Bibliotheksbrande somit leichter zu verschmerzen ist. Den gleichen Ursprung darf man für denjenigen Text behaupten, nach welchem Commandinus in der zweiten Hälfte des 16. Jahrhunderts seine lateinische Uebersetzung anfertigte und welcher die nächste Verwandtschaft zu dem Parisiensis Nr. 2440 offenbart, ohne jedoch durchgehend mit diesem identificirt werden zu können.

Die Folgerungen, welche aus der Entdeckung des Vaticanus und der Beziehungen aller übrigen bekannten Handschriften zu ihm sich ergeben, sind doppelter Natur. Erstlich fällt damit jede Bestätigung irgend einer Behauptung, ja nur irgend einer Lesart, welche aus dem gleichen Vorkommen in scheinbar voneinander unabhängigen Handschriften hergenommen werden sollte; denn thatsächlich sind diese Handschriften nicht unabhängig, wenn sie als Copien desselben Originals entstanden. Zweitens aber steht soviel fest, dass die Form, in welcher uns nunmehr die Sammlung des Pappus geboten wird, der Hauptsache nach schon vor dem 12. Jahrhundert vorhanden war, da der Vaticanus selbst eine ältere Urschrift mit Nothwendigkeit voraussetzt, welche in wichtigen Punkten mit ihm übereinstimmte, und dazu rechnen wir vor allen Dingen den Namen dieses uns einzig überkommenen Werkes des Pappus und die Eintheilung desselben in Bücher, der Bücher in Sätze. Der Name lautete unzweifelhaft: Die Sammlung (ἡ συναγωγή) des Pappus von Alexandrien. Wir wissen das freilich aus keinem Berichte irgend eines alten Schriftstellers, denn merkwürdigerweise ist gerade von diesem Werke noch keine Spur in Citaten aufgefunden worden, dagegen stimmen nicht blos die Ueberschriften der einzelnen Bücher überein, auch im fortlaufenden Texte kommt im 3. Buche (Pappus-Hultsch S. 30. Z. 22) derselbe

Name vor. Die Zahl der Bücher belief sich in der Urschrift zum Vaticanus bereits auf acht. Davon kennen wir das 1. Buch gar nicht, vom 2. nur die zweite Hälfte, aber dass das 3. Buch diese Rangnummer in der ebengenannten Urschrift führte, geht aus der schon benutzten Textesstelle hervor, deren Wortlaut (ἐν τῷ τρίτῳ τούτῳ τῆς συναγωγῆς βιβλίῳ) „in diesem 3. Buche der Sammlung" nicht misszuverstehen ist. Für die übrigen Bücher sind die Ueberschriften und die einen Parallelismus der Form darbietenden Einleitungen Bürgschaft. Dass Ueberschrift und Einleitung zum 4. Buche verloren gegangen sind, haben wir bereits bei anderer Gelegenheit (vergl. S. 41 dieses Bandes) als in hohem Grade wahrscheinlich bezeichnet. Im Vaticanus würde sonst unmittelbar auf das 3. Buch das 5. Buch folgen, während innerhalb des 3. Buches eine neue Numerirung der Sätze von 1 an begönne, nachdem bereits ein 58. Satz da war und an diesen eine anderweitige Darstellung des 10. Satzes des 3. Buches, offenbare Einschaltung eines Abschreibers, sich anschloss

Wir wollen nun in Kürze den Inhalt der Sammlung des Pappus, soweit sie in dem uns vorliegenden 1. Bande veröffentlicht ist, darstellen. Mögen dadurch auch solche Leser, welche antike Schriften grundsätzlich nicht in ihr Studium einzubegreifen pflegen, Anregung finden, zu Gunsten dieses Werkes von ihrer — wir können nicht gerade sagen, löblichen — Gewohnheit abzuweichen. Dass vom 1. Buche keine Spur, vom 2. nur die zweite Hälfte vorhanden ist, wurde oben erwähnt. Man hat darauf hin, dass das erhaltene Bruchstück des 2. Buches auf Rechenkunst Bezug hat, einen ähnlichen Inhalt auch für das 1. Buch in Anspruch nehmen wollen, und wir selbst haben früher diese Ansicht vertreten. Einen eigentlichen Widerspruch wollen wir auch heute nicht erheben. Es ist möglich, dass der Inhalt des 1. Buches dieser Vermuthung entsprach, aber zu fest darf man nicht darauf bauen, da in dem ganzen Werke ein begrifflicher Zusammenhang nicht wohl zu entdecken ist, Pappus vielmehr bald dieses, bald jenes ältere Werk erläuternd bespricht und somit vor der Untersuchung über eine Multiplicationsmethode des Apollonius sich sehr wohl mit einem beliebigen andern mathematischen Gegenstande beschäftigt haben kann. Vermeiden wir also nach Möglichkeit an sich ziemlich zwecklose Vermuthungen und beschränken wir uns auf den uns überkommenen Theil des 2. Buches. Freilich werden wir dabei, auf die Gefahr hin, eines unmittelbaren Widerspruchs gegen unser eigenes Vorhaben beschuldigt zu werden, mit einer Hypothese beginnen. Die Multiplicationsmethode des Apollonius nämlich konnte sehr wohl einen Theil des Werkes jenes Gelehrten gebildet haben, in welchem nach Eutokius eine genauere Kreisberechnung als die des Archimedes vorgetragen wurde, des Werkes, dessen Titel man früher Okytoboos las, während nach seit 1854 vorhandenen, wenn auch nicht allgemein bekannten Untersuchungen der richtige Name Okytokion lautete*. Der Name „Mittel zur Schnellgeburt“ passt in der That auf einen sogenannten Rechenknecht, als dessen Fragment wieder eine Multiplicationsmethode gelten kann, welche alle Zahlen auf ihre Pythmenes zurückführt, d. h. auf das, was bei unserer Schreibweise die Ziffern sind, die von ihrer Rangordnung losgetrennt in Rechnung treten und nun erst in zweiter Linie eine neue Rangordnung erhalten. Zwei Dinge sind es, auf die wir hinweisen möchten. Einmal sind die Specialfälle der Rangmultiplicationen (also Zehner mal Zehner, Zehner mal Hunderter, Hunderter mal Hunderter u. s. w.) sorgfältig unterschieden und einzeln hervorgehoben. Aehnliches, wenn auch nicht Gleiches, bieten uns die bei Boetius und seinen Nachfolgern auseinandergesetzten Multiplicationsregeln. Zweitens spielen in diesem ganzen Abschnitte des Pappus die Buchstaben des Alphabetes eine doppelte Zahlenrolle. Bald treten sie mit dem besondern Zahlenwerthe auf, welchen griechische Uebung ihnen beizulegen pflegte, $\alpha = 1$, $\gamma = 3$, $\iota = 10$ u. s. w., bald erscheinen sie als allgemeine Zahlbezeichnungen ohne Rücksicht auf jenen täglichen Gebrauchswerth, vielmehr so, wie man es erst aus dem späten Mittelalter bei Nemorarius und bei dem Verfasser des *Algorithmus demonstratus* kennt, welche man als die ersten Vorläufer des Vieta in der Buchstabenrechnung zu rühmen liebt. Wir finden bei Pappus und bei Diophant entschiedene Spuren des gleichen Gedankens, bei dem Erstgenannten in noch entwickelterem Zustande als bei dem Letzteren, einigermassen räthselhaft, wenn Pappus schon zu Ende des 3. Jahrhunderts, also vor dem grossen griechischen Algebraiker lebte.

Im 3. Buche sind vier verschiedene Abhandlungen vereinigt. Die erste beschäftigt sich mit der Aufgabe, zwischen zwei gegebene Längen zwei mittlere geometrische Proportionalen einzuschalten, also mit der Aufgabe, deren specieller Fall als delisches Problem oder als Problem der Würfelverdoppelung bekannt ist. Pappus hat uns hier Methoden des Eratosthenes, des Nikomedes, des Heron aufbewahrt, welche dadurch an Werth nicht einbüssen, dass sie auch in anderen Berichten vornehmlich des Eutokius vorkommen. Gerade diese Controle ist von Wichtigkeit und belehrt uns, dass die Gedanken der einzelnen Geometer in den verschiedenen Berichten gut wiedergegeben sein müssen, mögen auch besonders für die Methode des Eratosthenes geringe Abweichungen stattfinden. Pappus knüpft noch eine ihm eigene Methode zur Lösung derselben Aufgabe an und verlässt dann den Gegenstand. — In der zweiten Abhandlung lehrt Pappus zunächst die drei verschiedenen Mittel, welche zwischen zwei Linien bestehen, das arithmetische, das

* Vergl. z. B. Friedlein, Die Zahlzeichen und das elementare Rechnen der Griechen und Römer des christlichen Abendlandes vom 7. bis 13. Jahrhundert, Erlangen 1869, S. 78, wo die Originalabhandlungen genannt sind.

geometrische und das harmonische Mittel (von welchen übrigens auch in den einleitenden Capiteln der ersten Abhandlung des 3. Buches schon die Rede war) an einer und derselben Figur zur Erscheinung zu bringen. Aber dieses geometrische Problem dient ihm nur zum Anknüpfungspunkte für eine ganze Lehre von den Medietäten, in der Ausdehnung, in welcher griechische Schriftsteller dieser Formen sich bedienten. Die Auseinandersetzung des Pappus steht nach unserem Geschmacke weit über der des Nikomachus. Namentlich zeugt die gemeinsame Definition der drei hauptsächlichen Medietäten von einem erhöhten wissenschaftlichen Standpunkte; ist es doch heute noch von Interesse, dass eine Linie b arithmetisches, geometrisches oder harmonisches Mittel zwischen zwei Linien a und c sei, je nachdem die Differenzen $a-b$ und $b-c$ das Verhältniss von $a:a$ oder von $a:b$ oder von $a:c$ besitzen. Auch eine Tabelle muss hier erwähnt werden, welche Zahlenbeispiele für sämmtliche zehn den Griechen bekannte Formen stetiger Proportionen zwischen drei Zahlen zusammenstellt. — Die dritte Abhandlung beschäftigt sich wieder mit einer andern Untersuchung. Der Satz I, 21 der Euklidischen Elemente ist allgemein bekannt, dass, wenn innerhalb eines Dreiecks ein Punkt gewählt und mit den Endpunkten der Grundlinie geradlinig verbunden wird, die Summe dieser Geraden kleiner ausfällt, als die Summe der sie umfassenden Dreiecksseiten. Ganz anders, wenn die inneren Geraden nicht nach den Eckpunkten, sondern nach zwischen denselben liegenden Punkten der Dreiecksgrundlinie gezogen werden. Alsdann kann die Summe der inneren Geraden unter Umständen ebenso gross sein, sie kann auch mehr betragen, als die der umfassenden Seiten, und zwar in mannigfachen Abstufungen. Diese verschiedenen Fälle behandelt nun Pappus ausführlich, wobei der drittletzte Satz nicht unerwähnt bleiben soll. Es ist der 38. (*pag.* 126 *lin.* 19 *ed. Hultsch*), nach welchem zwei Parallelogramme gefunden werden können, deren Seiten ein gegebenes Verhältniss besitzen, während die Flächenräume in einem andern, gleichfalls gegebenen Verhältnisse stehen. Dass dieser Satz jener unbestimmten Aufgabe vergleichbar ist, welche Referent bei Heron von Alexandrien und bei Maximus Planudes nachgewiesen hat (vergl. Die römischen Agrimensoren, S. 66), dürfte mehr als nur Zufall sein, dürfte zum Mindesten zum Belege dafür dienen, dass es den Griechen nicht fremd war, sich mit derartigen Aufgaben zu beschäftigen. — Die vierte Abhandlung geht zur Einbeschreibung der fünf regelmässigen Polyeder in die Kugel über, bei welcher die Sphärik des Theodosius von Tripolis mehrfach benutzt, aber auch ergänzt wird.

Das 4. Buch zerfällt gleichfalls in mehrere Abtheilungen, wennschon die Sonderung derselben nicht so auffällig ist, wie im 3. und im nachfolgenden 5. Buche. Es beginnt mit der Lehre von den Kreistransversalen, an welche sich die Aufgabe knüpft, den drei einander äusserlich berührende Kreise umschliessenden Kreis zu construiren. Noch andere Berührungsaufgaben von mehr als zwei Kreisen vollenden das, was wir die erste Abhandlung des 4. Buches nennen möchten. Auf sie folgen eine Anzahl von Sätzen aus der Lehre von der Archimedischen Spirale, sowie von der Nikomedischen Konchoide und darauf eine ziemlich ausgedehnte Abhandlung über die Quadratrix des Dinostratus, in welche verschiedene andere Untersuchungen sich ziemlich naturgemäss einfügen. Die Verwendung der Quadratrix zu dem Zwecke, von welchem sie den Namen führt, zu welchem sie folglich auch erfunden sein dürfte, lässt es wünschenswerth erscheinen, sie auf mehr als eine Art entstehen zu sehen, und so ergiebt sich die Betrachtung der Beziehungen zwischen Spirale und Quadratrix, muthmasslich der ersten projectivischen Beziehungen, welche in der Geschichte der Geometrie zu erwähnen sind. Diese Betrachtung führt weiter zu einer Linie doppelter Krümmung, nämlich zur Spirale auf der Kugeloberfläche, und damit zu jener berühmten Complanation eines Theiles der Kugeloberfläche, dem einzigen Abschnitte des 4. Buches, der schon Montucla's Aufmerksamkeit erregte und nachher mit Zurückgreifen auf die bei Pappus vorhergeschickten Sätze in Chasles' Geschichte der Geometrie mit verdientem Lobe ausführlicher besprochen worden ist. Dieselben Capitel hat auch Herr Gerhardt in seinem Programm über Pappus in recht gelungener Weise ins Deutsche übersetzt. Die Quadratrix liefert nicht nur die Quadratur des Kreises oder, genauer gesagt, die Rectification des Kreisumfanges, sie findet auch Verwendung bei Behandlung der Aufgabe von der Dreitheilung des Winkels. Es ist häufig bemerkt worden, dass diese Aufgabe mit der der Würfelverdoppelung und der Kreisausmessung die höhere Geometrie des griechischen Alterthums hervorrief. Ihre ersten Spuren sind vielleicht ebenso frühzeitig vorhanden gewesen, wie die der Kreisausmessung. Wenn letztere bereits im 17. Jahrhundert bei den Egyptern geübt wurde, so haben muthmasslich um dieselbe Zeit die Babylonier eine Dreitheilungsaufgabe eines Winkels sich vorgelegt, von welcher ein Bruchstück im britischen Museum in London entdeckt worden ist. Zu der sogenannten Trisectionsaufgabe wendet sich auch Pappus. Er löst sie mittels Kegelschnitten. Er zeigt die Verallgemeinerung der Theilung des Kreises in beliebigem Verhältnisse der Bögen mit Hilfe der Quadratrix, aber auch wieder der Spirale, und nun benutzt er die Quadratrix zur Auflösung dreier wichtiger Probleme: ein regelmässiges Vieleck von beliebiger Seitenzahl in einen Kreis zu beschreiben; zu einer gegebenen Sehne einen Kreisbogen zu construiren, welcher ein bestimmtes Längenverhältniss zur Sehne besitze; zu einander incommensurable Winkel zu zeichnen.

Es folgt das 5. Buch mit seinem merkwürdigen Gegenstande. Welcher moderne Leser möchte sich nicht überrascht fühlen, hier in griechischem Texte Untersuchungen über das isoperimetrische Problem vorgetragen zu finden, welche an Eleganz, an Strenge, an Leichtverständlichkeit der angewandten Methoden das Erstaunlichste leisten? In einer ersten Abtheilung ist bewiesen, dass von allen ebenen Figuren mit gleichem Umfange der Kreis den grössten Flächeninhalt besitze; nunmehr zum Raume übergehend, lehrt Pappus in der zweiten Abhandlung die sogenannten Archimedischen Körper kennen und zeigt, dass bei gleicher Oberfläche Kegel sowohl als Cylinder kleineren Rauminhalts als Kugeln sind; endlich führt er in der dritten Abtheilung den Beweis, dass von den fünf regelmässigen Körpern, welche ihrer Verwendung im Timäus wegen die platonischen Körper heissen, bei gleicher Oberfläche stets der mehreckige den grösseren Inhalt einschliesse. Wenn wir nicht anstehen, Pappus als Verfasser dieses 5. Buches in gleichem Maasse wie aller übrigen anzuerkennen, so haben diese Worte einen zweifachen Sinn. Pappus, meinen wir, war der Schriftsteller, dem wir dieses 5. Buch verdanken; aber freilich können wir nicht mit Bestimmtheit Auskunft darüber geben, bis zu welchem Grade ihm das Lob des Erfinders, bis zu welchem das des Sammlers und Erklärers zukommt. Die erste Abtheilung wenigstens scheint der Hauptsache nach dem Zenodorus entnommen zu sein, wofür ein doppeltes Zeugniss vorliegt. Theon von Alexandrien (*ed. Halma*, Bd. I S. 33) theilt in seinem Commentar zum I. Buche des Almagestes fast genau dieselben Sätze über isoperimetrische Figuren oft bis zum Wortlaute mit Pappus übereinstimmend, wie er ausdrücklich erklärt, nach Zenodorus mit; und in diesem Auszuge bei Theon findet sich der Name des hohlwinkligen Vierecks κοιλογώνιον, welcher nach Proklus (*ed. Friedlein* S. 165) von Zenodorus herstammt. Nokk hat in einem sehr interessanten Freiburger Lycealprogramm von 1860 auf diese Uebereinstimmungen hingewiesen. Wer im Uebrigen Zenodorus war, wann er, der bei Pappus und Theon Benutzte, der selbst Archimedische Schriften Anführende, innerhalb dieser weit voneinander liegenden Grenzjahre 200 vor und 300 nach Christus lebte, das schwebt völlig im Unklaren, nachdem es sich durch den jetzt bekannten correcten Text des Proklus herausgestellt hat, dass Zenodorus und Zenodotus zwei verschiedene Persönlichkeiten, Angaben in Betreff des Letztern also für den Erstern nicht verwerthbar sind. Ob eine mit Hindurchgang durch eine arabische Uebersetzung angefertigte, spätestens im 14. Jahrhundert entstandene Bearbeitung der Lehre von den isoperimetrischen Figuren, welche Herr Curtze nach brieflichen Mittheilungen in einer Handschrift entdeckt hat, weitere Auskunft gewähren, vielleicht sogar die Frage nach der Lebenszeit des Pappus zur Entscheidung bringen kann, darüber haben wir nicht das Recht vorgreifende Vermuthungen auszusprechen. Die zweite Abtheilung des fünften Buches muss wohl, soweit sie die Archimedischen Körper betrifft, auf den Erfinder derselben sich zurückführen lassen, doch ist dieses auch Alles, was wir behaupten können. Wo und bei welcher Gelegenheit Archimed die von regelmässigen Vielecken zweierlei Art begrenzten Körper beschrieb, darüber weiss man nicht das Geringste. Das 5. Buch des Pappus ganz allein nennt uns überhaupt diesen Gegenstand, der bis auf die Neuzeit ziemlich wenig beachtet worden ist. In dem zweiten Theile der Sammlung geometrischer Aufgaben von Meier Hirsch (Berlin 1807) findet sich, soviel wir wissen, das erste etwas ausführlichere Verweilen bei diesen Körpern, deren Netze abgebildet sind*.

Mit dem 5. Buche schliesst der heute unserem Referate sich unterbreitende 1. Band der neuen Ausgabe. Unwillkürlich sind wir bei dessen Anzeige etwas von dem Ziele abgekommen, auf welches wir eigentlich unsere Richtung zu nehmen beabsichtigten. Wir sind nicht eingegangen auf die Anmerkungen, durch welche Herr Hultsch seine Ausgabe bereichert hat; wir haben dagegen nicht unterlassen, auf Einzelnes aufmerksam zu machen, wovon der Herausgeber sicherlich in seinem 3. Bande noch handeln wird. Für letztere Ueberschreitungen dürfte eine Nachbewilligung uns nicht leicht versagt werden. Um so mehr bedarf die erstgenannte Lücke unseres Berichtes einer Entschuldigung. Sie beruht darauf, dass wir die Unmöglichkeit erkannten, solche kurze Anmerkungen zu besprechen, ohne in ausführlichster Weise bei dem Texte uns aufzuhalten, zu welchem sie jedesmal gehören, ohne unsere Besprechung dadurch weit über die Grenzen hinauswachsen zu sehen, die wir ihr doch stecken müssen. Mögen darum unsere Leser sich mit der Versicherung genügen lassen, dass aus jenen Anmerkungen der erheblichste Nutzen bei dem Studium des Werkes zu ziehen ist, dass sie würdig sich zeigen der Uebersetzung, würdig der ganzen Ausgabe, auf deren weitere Bände zuverlässig nicht blos der Unterzeichnete mit freudiger Erwartung gespannt ist.

Cantor.

Einleitung in die theoretische Mechanik, von Dr. F. Narr. Leipzig, B. G. Teubner.

Das Herrn Dr. v. Jolly gewidmete Werkchen stellt sich die Aufgabe: „Leser, welche mit den Elementen der höhern Analysis vertraut sind, auf einem möglichst einfachen, aber streng wissenschaftlichen Wege in die Mechanik einzuführen und auf ein gründliches Studium derselben, der theoretischen Physik überhaupt, vorzubereiten.“ Auf einem Raume von 350 Seiten gr. 8^0 werden der Reihe nach folgende Theile der Mechanik behandelt.

S. 1—9: Einleitung; die Phoronomie als Theil der Mechanik und die mathematischen Hilfsmittel zur Behandlung phoronomischer Probleme.

---

* Vergl. § 125 (S. 149—151) und Fig. 48—57 des im Texte genannten Buches.

— S. 10—71: Allgemeine Charakteristik der Bewegung eines Punktes im Raume. Die verschiedenen möglichen Bahnen eines sich bewegenden Punktes werden besprochen und die dabei auftretenden charakterisirenden Elemente genauer hervorgehoben und ermittelt. Die Begriffe von Zeit und Geschwindigkeit treten auf, wodurch die weitere Eintheilung der Bewegung eines Punktes in gleichförmige und ungleichförmige sich von selbst darbietet. Mehrfach betont oder berücksichtigt wird die Zerfällung einer Bewegung in ihre einfacheren Bestandtheile, namentlich durch Projection auf gerade Linien. — S. 72—109 behandelt die „Aequivalenz der Bewegungen", d. h. Zusammensetzung und Zerlegung von Bewegung und Geschwindigkeit nach der Lehre vom Parallelogramm. — Auf Seite 110—140 wird besprochen „der veränderliche Charakter der Bewegung eines Punktes". Es tritt hier der Begriff Beschleunigung auf und es werden mit ihm ganz analoge Betrachtungen vorgenommen wie im vorigen Abschnitte mit dem Begriffe Geschwindigkeit. — Im vierten Abschnitte endlich, überschrieben „Die Grundlinien der Dynamik", von S. 141—163 tritt noch der Begriff von Kraft und Masse auf und es werden natürlich hier auch die Maasse, nach denen Kraft und Masse in Rechnung zu bringen sind und die bekannten Zerlegungen und Zusammensetzungen der Kräfte auf Grund der Resultate des vorausgehenden Abschnittes genauer besprochen.

Der ganze übrige Theil des Werkes enthält nun noch von S. 164 bis 350 die Mechanik des materiellen Punktes, und zwar von S. 166 bis 283 die Statik und Kinetik des freien materiellen Punktes, von Seite 283—341 Statik und Kinetik des materiellen Punktes, der gezwungen ist, auf einer gegebenen Linie oder Fläche zu bleiben. Endlich wird noch der Raum von S. 341—350 der Betrachtung des Princips der virtuellen Geschwindigkeiten gewidmet.

Die in diesem letzten oder vierten Abschnitte allein vorkommenden Beispiele und Anwendungen der theoretischen Resultate enthalten die Bewegung eines materiellen Punktes infolge einer constanten Kraft, wenn die Anfangsgeschwindigkeit in der Richtung der wirksamen Kraft stattfindet. Die Bewegung wird berechnet entweder ohne oder auch mit Rücksicht auf den Widerstand des Mediums, dieser Widerstand entweder proportional der ersten oder auch der zweiten Potenz der Geschwindigkeit des materiellen Punktes angenommen. Weiter wird betrachtet die Bewegung eines materiellen Punktes vom Ruhezustande aus infolge einer wirkenden Centralkraft. Von krummlinigen Bewegungen wird behandelt die Wurfbewegung im leeren Raume und im widerstehenden Medium, wobei im letzteren Falle der Widerstand wiederum wie oben abhängig von der Geschwindigkeit angenommen wird. Als Beispiele für die Bewegung auf vorgeschriebener Bahn sind behandelt die Bewegung auf der schiefen Ebene, dem Kreise, die Pendelbewegung im leeren Raume und im widerstehenden Medium. Den Schluss bilden die etwas ausführlicher behandelten tautochronen Bewegungen.

Hinsichtlich der Durchführung dieser Beispiele ist zu sagen, dass mehr Rücksicht genommen ist auf directe und strenge Ableitung der Resultate, als auf sogenannte Eleganz.

Wie schon die vorstehende Inhaltsangabe ohne Weiteres zeigt, beruht die Besonderheit des vorliegenden Werkes nicht in der Vorführung von neuen Resultaten, sondern in der Anordnung des ganzen verarbeiteten Stoffes. Das Werk soll eine Einleitung in das Studium der Mechanik bilden, muss also als Versuch bezeichnet werden, von dem nur die Zukunft wissen kann, ob er glücklich gemacht ist.

Lobenswerth erscheint dem Referenten die stete Berücksichtigung der geschichtlichen Entwickelung der vorgetragenen theoretischen Resultate; übrigens giebt es aber doch so Manches, an dem er Anstoss genommen hat. Es war zuerst eine selbst für Anfänger, „die mit den Anfängen der höhern Analysis vertraut sind", zu breite Diction, die noch dazu, wie namentlich im dritten Abschnitte auffällig wird, durch einen häufig recht langen Periodenbau schwer geniessbar wird. Die räumlich weit voneinander getrennt behandelten Begriffe von Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft mussten auf Wiederholungen führen. Im ersten Abschnitte hätte Referent mehr Beispiele gewünscht, die ja immer für das erste Studium so wirksam und instructiv sind.

Um zu Einzelheiten überzugehen, so fiel Referenten gleich der Anfang des ganzen Werkes auf, wo die Mechanik definirt wird als „die Wissenschaft von den Bewegungen der Naturkörper". Dem gegenüber sagt Kirchhoff in seinem jetzt erscheinenden Werke: „Die Mechanik ist die Wissenschaft von der Bewegung; als ihre Aufgabe bezeichnen wir: die in der Natur vor sich gehenden Bewegungen vollständig und auf die einfachste Weise zu beschreiben". Auf S. 166 tritt der Schwerpunkt wie ein *Deus ex machina* auf, indem noch dazu behauptet wird, dass die höhere Mathematik auf ihn führe, um die Bewegung eines Körpers zu behandeln. Nun enthalten aber schon sehr elementare Lehrbücher der Mechanik die Theorie des Schwerpunktes ziemlich vollständig. Endlich nennt noch der Verfasser auf S. 238 das halbe Product aus Masse mal Quadrat der Geschwindigkeit lebendige Kraft. Hier neue Benennungen gegen die althergebrachten einzuführen, kann nur verwirrend wirken.

Th. Kötteritzsch.

Bibliographie

vom 1. Februar bis 31. März 1876.

Periodische Schriften.

Abhandlungen der mathemat.-physikal. Classe der königl. bayr. Akademie d. Wissensch. 13. Bd., 3. Abth. München, Franz. 10 Mk. 50 Pf.

Vierteljahrsschrift der astronom. Gesellschaft, herausgeg. v. E. Schönfeld u. A. Winnecke. 11. Jahrg., 1. Heft. Leipzig, Engelmann. 1 Mk. 50 Pf.

Repertorium für Experimentalphysik, physikal. Technik und Instrumentenkunde, herausgegeben von Ph. Carl. 12. Bd. (6 Hefte). 1. Heft. München, Oldenbourg. pro compl. 19 Mk. 20 Pf.

Annalen der Physik und Chemie, herausgeg. von J. C. Poggendorff. Ergänzungsbd. 7, Heft 1—4. Leipzig, Barth. à 4 Mk.

Annalen der Physik und Chemie, herausgeg. von Poggendorff. Jahrg. 1876 (12 Hefte). 1. Heft. Leipzig, Barth. pro compl. 31 Mk.

Jahrbuch, Berliner astronomisches, für das Jahr 1878; redig. v. W. Förster und F. Tietjen. Berlin, Dümmler. 12 Mk.

Annuario marittimo per l'anno 1876. 26. *Annata.* Triest, literar.-artist. Anstalt. 6 Mk.

Reine Mathematik.

Günther, S., Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften. Leipzig, Teubner. 9 Mk.

Weber, H., Theorie der Abel'schen Functionen vom Geschlecht 3. Berlin, G. Reimer. 6 Mk.

Riemann, B., Partielle Differentialgleichungen und deren Anwendungen. 2. Aufl. Braunschweig, Vieweg. 8 Mk.

Greve, A., Ein Problem aus der Variationsrechnung. (Dissert.) Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht. 1 Mk.

Diekmann, O., Einleitung in die Lehre von den Determinanten u. ihrer Anwendung. Essen, Bädeker. 1 Mk.

Harmuth, Th., Beiträge zur Theorie der Function $E[x]$. (Dissert.) Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht. 1 Mk.

Günther, S., Das independente Gesetz der Kettenbrüche. (Akad.) Wien, Gerold. 50 Pf.

Hermes, O., Elementaraufgaben aus der Algebra. Berlin, Winckelmann & S. 1 Mk. 60 Pf.

Bardey, E., Methodisch geordnete Aufgabensammlung. 5. Aufl. Leipzig, Teubner. 2 Mk. 70 Pf.

Frahm, W., Ueber die Erzeugung der Curven dritter Classe und vierter Ordnung. (Dissert.) Tübingen, Fues. 1 Mk.

Durège, H., Ueber die Doppeltangenten der Curven vierter Ordnung mit drei Doppelpunkten. (Akad.) Wien, Gerold. 40 Pf.

Uth, K., Leitfaden für den Unterricht in der Planimetrie. Cassel, Fischer. 1 Mk.

Hablützel, J., Lehrbuch der synthetischen Geometrie. 2. Bd. Leipzig, Mentzel. 2 Mk. 25 Pf.

Angewandte Mathematik.

Bauernfeind, C. v., Elemente der Vermessungskunde. 5. Aufl. 2 Bde. Stuttgart, Cotta. 15 Mk.

Liebenam, A., Lehrbuch der Markscheidekunst und praktischen Geometrie. Leipzig, Mentzel. 9 Mk.

Kirchhoff, G., Vorlesungen über mathematische Physik. 3 Lief. d. Mechanik. Leipzig, Teubner. 4 Mk.

Clausius, R., Die mechanische Wärmetheorie. 2. Aufl. 1. Bd. Braunschweig, Vieweg. 8 Mk.

Physik und Meteorologie.

Lommel, E., Ueber die Interferenz des gebeugten Lichtes. Erlangen, Besold. 30 Pf.

Mönnich, P., Untersuchungen über die scheinbare Ortsveränderung eines leuchtenden Punktes, herbeigeführt dch. ein von zwei Parallelebenen begrenztes lichtbrechendes Medium. Rostock, Werther. 1 Mk. 20 Pf.

Himstedt, F., Ueber die Schwingungen eines Magneten unter dem Einflusse einer Kupferkugel. (Dissert.) Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht. 80 Pf.

Zetzsche, K., Handbuch der elektrischen Telegraphie. 1. Bd. 1. Lief. Berlin, Springer. 4 Mk. 60 Pf.

Scheffler, H., Die Naturgesetze und ihr Zusammenhang mit den Principien der abstracten Wissenschaften. 1. Thl. 1. Lief. Leipzig, Förster. 10 Mk.

Recknagel, G., Compendium der Experimentalphysik nach Jamin's *Petit traité de phys.* 5. Abthlg. Stuttgart, Meyer & Zeller. 2 Mk. 40 Pf.

Historisch-literarische Abtheilung.

Recensionen.

Copernico e le vicende del sistema copernicano in Italia nella seconda metà del secolo XVI e nella prima del XVII con documenti inediti intorno a Giordano Bruno e Galileo Galilei. Discorso letto nella R. Università di Roma in occasione della ricorrenza del IV Centenario di Niccolò Copernico dal Professore Domenico Berti, Deputato al Parlamento. Roma. Tip. G. B. Paravia e C. 1876. — 255 S. in 8°.

Obgleich Italien nicht das Glück zu Theil geworden ist, dem Nicolaus Copernicus Geburtsland zu sein, so war es dennoch das erste Land, welches seine Lehre erweiterte, aufklärte und ins rechte Licht setzte, indem es sie mit neuen Beobachtungen und Beweisgründen bereicherte, stärkte und befestigte, und durfte folglich mit vollem Rechte sich den Bürgern von Thorn und Krakau bei der Feier des IV. Jahrhunderts seines Geburtsfestes zugesellen. Bei dieser Gelegenheit wetteiferten Rom, Bologna* und Padua** in dem Bestreben, das Andenken des Unterrichts, den Copernicus bei uns gab und erhielt, unvergänglich zu erhalten.

In der Rede, deren Titel oben angegeben ist, und die in der Universität zu Rom öffentlich gehalten wurde, nahm sich Berti vor, den äusserst dunkeln Zeitraum von des Copernicus Leben an den italienischen Universitäten aufzuhellen, und über die Schicksale und die Art des Kampfes, den dessen System im XVI. Jahrhundert und in der ersten Hälfte des XVII. in Italien entzündete, zu sprechen.

---

* *Commemorazione di Nicolò Copernico nella R. Università di Bologna. Bologna, 1873.*

** *Il quarto centenario di Nicolò Copernico nell' Università di Padova. Padova, 1873.*

So wenig übereinstimmend die Meinungen über die von Copernicus in seiner ersten Jugend gemachten Studien und die von ihm besuchten Schulen erscheinen, so ist es doch ausser Zweifel, dass er innerhalb des Jahres 1496, nämlich als er das 23. Jahr seines Alters erreicht hatte, mit dem Wunsche, unsere Schulen zu besuchen, unser Land betrat und schon am Anfange des Jahres 1497 in Bologna der Beobachtungen des Himmels sich befleissigte. Und hier ergreift Berti die Gelegenheit, um mit Schärfe und Tiefe über die Zustände unserer damaligen Universitäten, über die Professoren, die an denselben lehrten, über die Methoden, die man anwendete, zu handeln. Dies war in der That der Zeitpunkt, in welchem Italien unter allen europäischen Nationen durch Geistesübung und -Kraft, durch Gelehrsamkeit und wissenschaftliche und literarische Untersuchungen den Vorrang hatte, während man im Uebrigen sagen kann, dass das ganze Jahrhundert hindurch, welches sich zum Ende neigte, es keinen Fremden von irgendwelchem Ruhme gab, der nicht in Italien mathematische Wissenschaften gelehrt hätte, noch dass es in dieser Zeit irgend eine grosse Entdeckung gab, die nicht an unseren hohen Schulen Anfang, Zunahme und schnelle Veröffentlichung gefunden hätte.

Unter den Fremden, die unsere Universitäten im XV. Jahrhundert besuchten, zählte man viele Polen, und im kurzen Zeitraume zwischen 1454 und 1480 lehrten wohl vier Polen Astronomie zu Bologna. Als Copernicus nach Bologna kam, blühte diese hohe Schule durch Anzahl der Studenten, durch Glanz und Fähigkeit der Lehrer, und obgleich er sich in die Facultät der Rechte einschreiben liess, war er dennoch sicherlich von der Liebe zu den astronomischen Lehren und vom Wunsche, sich in den Studien der mathematischen Wissenschaften und der griechischen Sprache zu vervollkommnen, nach Italien getrieben; denn den Behauptungen Gassendi's und Pulkowski's entgegen sagt Berti, dass Copernicus dieser letztern ganz unwissend war.

Unter den Männern, deren Vorlesungen er mit Sicherheit besuchte, ergiebt sich als Lehrer von Copernicus, einer langen ununterbrochenen Sage nach, die sich in und ausserhalb der Universität von Bologna erhält, der Ferrarese Dominicus Maria da Novara. Mit den mündlichen Ueberlieferungen stimmen die Thatsachen überein und Berti beweist seine Aussage mit einer Menge unwiderleglicher Urkunden, so dass, was Gassendi schrieb, nunmehr vollständig gerechtfertigt erscheint, dass nämlich Copernicus vom Ruhme Dominicus Maria's angezogen nach Italien kam, und ihre Zusammenkunft bildet den Zeitpunkt, in welchem Copernicus weit und breit das Feld der Sternkunde zu durchwandeln und die Beobachtungen des Himmels zu Rathe zu halten begann, indem er die Materialien, deren er sich nachher bediente, um darauf sein System zu gründen, sammelte.

Dominicus Maria's Verdienste, vorzüglich jene, welche die Sternkunde anbelangen, in welcher sichere und glänzende Spuren der von ihm gemachten Fortschritte sich erhalten haben, sind von Berti mit grosser Tiefe analysirt und geprüft. Die Bewegung der Erdaxe und die Bestimmung der im Almagest von Ptolomaeus katalogisirten Gestirne, sowie die Andeutung der Schiefe der Ecliptik sind Werke, die die Bedeutsamkeit seiner Lehren bezeugen und die hohe Achtung, in der er mit Recht gehalten wird, rechtfertigen.

Die grosse Liebe, die Copernicus für die mathematischen Wissenschaften hegte, steht uns Bürge, dass er die Schulen, in denen man diese lehrte, besuchte. Er wird also, nach Berti's Meinung, die Lectionen Scipio Ferri's benutzt haben, und durch die bei der Krakauer Universität begonnenen Studien war er nachher im Stande, in die Wissenschaft die Berechnung der Secanten einzuführen und weitläufig die trigonometrische Calculation zu behandeln. Auch in der griechischen Literatur konnte sich nach Berti's Bericht Copernicus in Bologna ausbilden, indem er den von Anton Codro Urceo, einem äusserst wunderlichen und gelehrten Manne, gegebenen Lectionen beiwohnte, und er benutzte das in unseren Schulen erlernte Griechische, ausser zur Uebersetzung der Briefe von Theophilactus, auch, um die astronomischen Fragmente jener Philosophen des Alterthums, die fast alle den Namen von Pythagoras erhalten, zu lesen und anzuführen. Berti glaubt, dass Copernicus zu Bologna, oder vielleicht in Padua, jenes griechische Wörterbuch von Craston, das jetzt mit anderen von ihm besessenen Büchern in der Bibliothek von Upsala aufbewahrt wird, postillirt habe. Berti glaubt, dass am Anfange des Jahres 1499 Copernicus sich wiederum zu Frauenburg habe sehen lassen, um in demselben Jahre nach Bologna zurückzukehren, und dass kurze Zeit nachher, nämlich gegen Ende März oder wenig vor November des Jahres 1500, er sich auf den Weg nach Rom machte.

Berti spricht sich nicht bestimmt über die Gründe aus, welche ihn haben bewegen können, sich nach Rom zu begeben, aber er ist nicht abgeneigt, zu glauben, dass das vom Papste Alexander VI. in jenem Jahre angekündigte Jubiläum und die hohe Ehre, in welcher bei der Universität Rom die mathematischen Studien standen, und der Wunsch, vor seiner Rückreise in das Vaterland die ewige Stadt zu besuchen, ebenso viele Gründe seien, die einen solchen Entschluss haben begünstigen können.

So gewiss die Thatsache ist, dass Copernicus zu Rom unter Beifall zahlreicher Studenten, Künstler und berühmter Männer gelehrt hat, ebenso ungewiss ist es, in welcher Berufsstellung er seinen Unterricht ertheilte. Sehr scharfsinnig untersucht Berti diesen Streitpunkt. In der That schreibt er: Und erstens können wir nicht recht begreifen, wie er, der im März 1500 vielleicht noch nicht in Rom, und im Mai 1501 schon abgereist war, bei angefangenem Schuljahre plötzlich das Amt eines ordentlichen oder ausserordentlichen Lehrers habe übernehmen, und im Jahre 1501 bei noch nicht geendetem Schuljahre niederlegen können. Zweitens ist es schwer zu erklären, wie die römischen Obrigkeiten einem unbekannten oder sehr wenig bekannten jungen Manne den Titel Professor verleihen konnten; und schwerer noch kann man begreifen, wie er ohne weitere Umstände angenommen und sogleich in der römischen Universität einen regelmässigen Cursus von Lectionen begonnen hätte. Andererseits meint Berti noch, Rom hätte ihn nicht ernannt und Copernicus hätte nicht angenommen, ohne davon dem Capitel von Frauenburg und dessen rechtmässigem Präses, dem Bischof, Nachricht zu geben, während davon keine Spur vorhanden ist. Gesetzt aber, er sei zum Professor ernannt worden, wie verliess er dann nach der Ernennung das Lehramt? Solcher Umstände wegen scheint dem Berti, dass Copernicus in der obenerwähnten kurzen Zeit zwar nicht regelmässig Mathematik lehrte, wohl aber über irgend einen der so vielen Gegenstände, die dem weiten Felde der Mathematik angehören, Lectionen gegeben habe. Der Stand der zu seinem Auditorium gehörenden Personen und der Titel Professor, welchen er statt des gewöhnlichen eines Magisters zu führen pflegte, stärken die Vermuthung Berti's, welche auch darin Bestätigung findet, dass man keinerlei Erwähnung eines so ehrenvollen Amtes in dem Beschlusse findet, durch welchen das Frauenburger Domcapitel den 27. Juli 1501, also gleich nach seiner Rückkehr aus Rom, ihm bewilligt, dass er wiederum auf zwei Jahre Studien halber verreise, wozu man ihm dasselbe zuwies, was man den Studenten zu geben pflegte. Es ist in der That nicht wahrscheinlich, dass, sollte Copernicus schon mit dem Titel eines Professors geziert worden sein, die Domherren ihm auf seine neue Studienreise kein Document mitgegeben hätten, welches in irgend einer Weise das von ihm an der Universität zu Rom bekleidete Amt andeutete.

Als Copernicus zum dritten Male nach Italien kam, nahm er seinen Aufenthalt in der einzigen Stadt, die mit dem gelehrten Bologna wetteifern konnte, in Padua.

Ueber des Copernicus Aufenthalt in Padua waltet die grösste Dunkelheit: auf Papadopoli's Aussage behaupteten Viele, dass Copernicus sich bei der Universität von Padua dem Studium der Philosophie und der Medicin widmete, und im Jahre 1499 in beiden Disciplinen den Doctorhut erwarb; aus den Urkunden aber, die man bei der Universität selbst aufbewahrt, erscheint dies als ungenau. Unter den Matrikeln der Polen, die sich in dem Universitätsarchiv befinden, sind die dem Jahre 1492 vorhergehenden nicht mehr vorhanden. Man findet nun zwar die Acten des medicinischen Collegiums in Bänden aufgezeichnet; aber die Doctorwürde, die Copernicus, wie man sagt, im Jahre 1499 erhalten haben sollte, findet weder bei diesem Jahre Erwähnung, noch findet sie sich in den Acten, welche den Zeitraum von 1489—1502 in sich begreifen. Es könnte freilich sein, dass Papadopoli jene Notiz der Doctorwürde aus fliegenden Papieren geschöpft habe, denn es geht aus den Acten des medicinischen Collegiums hervor, dass es Gebrauch war, nicht alle, sondern nur einige in denselben abzuschreiben. Dagegen bemerkt Berti, dass, sollte man auch die erwähnten Blätter zugeben, es dessen ungeachtet unmöglich wäre, dass sie für das Jahr 1499 die Ertheilung der Doctorwürde an Copernicus enthielten, da er sich in besagtem Jahre zu Bologna befand. Ueberdies ist es nicht annehmbar, dass das Domcapitel, dem Copernicus zugehörte, zugäbe, dass er im Jahre 1501, um Medicin zu studiren, nach Italien zurückkehre, nachdem er in genannter Facultät schon die Doctorwürde erhalten hatte. Aus diesen Gründen folgert Berti, dass die Acten der Polen in Padua für das Jahr 1499 die Doctorpromotion von Copernicus nicht enthalten konnten, und dass Papadopoli, was er über dieselben mittheilt, wohl nicht nach eigenem Augenschein, sondern nach Hörensagen wiederholt. Alles dies wird durch den Umstand bestätigt, dass Papadopoli nach mehreren Seiten hin sich als ein sehr unverlässiger und unverständiger Historiker zu erkennen giebt.

Dennoch ist, ungeachtet des allgemeinen Stillschweigens der gleichzeitigen Schriftsteller und der durch Papadopoli erzeugten Verwirrung, ausser Zweifel, dass Copernicus in Padua sich dem Studium der Medicin gewidmet hat. Denn es ist keine Spur, dass er zu diesem Zwecke vor seinem Aufenthalte in Italien oder nach demselben die Universitäten anderer Nationen besucht habe: und andererseits ist es gewiss, dass er sich auf die Medicin verlegt hatte und sie in seinem Vaterlande mit grossem Ruhme übte, und es ist beständige und bewährte Sage, dass er eben in den Schulen von Padua jene Wissenschaft erlernte: nur soll man nicht mit Papadopoli jene Thatsache auf die letzten Jahre des XV. Jahrhunderts, wohl aber auf die ersten des XVI., nach dem Aufenthalt zu Bologna und Rom beziehen. Während der drei Jahre seines Aufenthalts in Padua konnte Copernicus sich auch die Lectionen der Mathematik und der Astronomie zu Nutzen machen, und es ist ausser Zweifel, dass er diesen Umstand benutzte, um sich in dem Studium der griechischen Sprache zu vervollkommnen.

Nachher wendet Berti seine Aufmerksamkeit auf das unsterbliche Werk von Copernicus, dem er über 25 Jahre seines Lebens widmete, ohne den Trost zu haben, es vor der Rückkehr seiner grossen Seele zu Gott durch den Druck veröffentlicht zu sehen. Während aber Berti mit zahlreichen und kräftigen Gründen den Beweis führt, dass dieses Werk sein, ganz sein ist, unternimmt er zugleich, darzustellen, wie

Copernicus auf die Bewegung der Erde durch häufige Gespräche geleitet wurde, in welchen die italienischen Gelehrten mit mehr oder weniger Klarheit der Begriffe jenen Gedanken streiften. Indem Berti von der neuen Wissenschaft, die sich unabhängig von der Autorität des Aristoteles und der heiligen Schrift erhob, redet, erhebt er sich zu einer von der Liebe zur Wahrheit und Gerechtigkeit entflammten glänzenden Sprache: er schildert uns mit den lebhaftesten Farben jenen langen und harten Kampf, in welchem zwei schöne Persönlichkeiten sich gigantisch auszeichnen, und auf verschiedene Weise und mit verschiedenem tragischem Wechsel des Schicksals ihren Namen mit dem Triumph der Copernicanischen Ideen vereinigten: Giordano Bruno und Galileo Galilei!

Während in Deutschland Rhaeticus die Copernicanische Lehre, ohne sie zu erweitern, annahm, Reinhold unschlüssig blieb, Peucer sie als Hypothese bezeichnete, Tycho sie verstiess, Mästlin sie schwach und nur leise bekannte, und Kepler allein den Muth hatte, sie mit unvergleichlicher Kühnheit zu verkünden und öffentlich zu bekennen, ist man wohl ganz anders damit bei den Italienern verfahren.

Bruno, in der Blüthe seines Alters von Italiens Ufern auf jene Englands geschleudert, fordert die Gelehrten Oxfords und Londons auf, sich mit ihm den Copernicanischen Ideen anzuschliessen, ja er erweitert diese, er kleidet sie in dichterische Form und übergiesst sie mit dem glänzendsten und lebhaftesten Lichte. Berti hatte schon im Jahre 1868 über das Leben von Giordano Bruno ein äusserst schätzbares Werk veröffentlicht, in diesem neuen aber werden uns die Züge des unglücklichen Philosophen von Nola durch Hilfe neuer Urkunden mit mehr Lebhaftigkeit geschildert. Die erhabene Gestalt des Gelehrten erscheint uns mit einem neuen Lichte umstrahlt und lässt uns neue Thränen über das Schicksal dieses Unglücklichen vergiessen, der 57 Jahre nach der Ausgabe des Werkes des Copernicus unerschrocken den Scheiterhaufen bestieg, den letzten Blick auf jenen Himmel heftend, auf dessen Alleinbesitz seine unmenschlichen Scharfrichter Anspruch machten, und so die unüberwindliche Standhaftigkeit, Erhabenheit und Festigkeit seiner Begriffe und Ueberzeugungen durch den Augenschein erweisend. Der Asche jenes Scheiterhaufens entnahm die Wissenschaft zwei Begriffe: Erstens, dass im unbestimmten und grenzenlosen Raume unzählbare Welten gleichzeitig bestehen; zweitens, dass unzählbare Welten in einer nicht minder grenzenlosen Zeit sich aufeinander folgen. Diese Ideen erfüllten Kepler's Seele mit Begeisterung und Wunder, und ermunterten ihn in seinen Studien, so sehr, meint Berti, dass man dem Einflusse dieser Begriffe einige der schönsten Blätter des Sternkundigen von Weil zu verdanken hat. Beide, Bruno und Kepler, klatschen mit dichterischen Tönen der Harmonie der Gestirne lauten Beifall zu; während aber

Kepler sich beugt und zu Gott dem Schöpfer betet, identificirt sich Bruno mit demselben, weil der Uranfang des Guten Alles ist, was sein kann, und selbst nicht das Beste wäre, wenn es nicht Alles wäre.

Bruno lebte noch, als schon bei der Universität von Pisa in einem sehr jungen Alter Galileo lehrte, und die erhabene Persönlichkeit dieses grossen Italieners wird von Berti in seiner ganzen Vollständigkeit dargestellt. Die Entdeckungen von Galileo, die von ihm überstandenen Processe, weil er Worte des Heils und der Wahrheit den Worten der Heiligen vorgezogen hatte, seine beständigen Anstrengungen, um die Hindernisse, seine Gedanken und Gesinnungen offenbaren zu können, wegzuschaffen, das feindische Anstürmen der Peripathetiker und der Theologen, die durch des Pisaners Telescop eine von der ihrigen ganz verschiedene Natur erblickten, alles dies wird von Berti erklärt und bewunderungswürdig erläutert. Die wenig übereinstimmenden Meinungen über den Process des Galileo sind bekannt, und wir wissen es Berti Dank, dass er diesen Streitpunkt in neue Prüfung gezogen hat, indem er sehr viele unausgegebene und andere sehr wenig bekannte Documente, die er in der Folge sammelte, zu langen und mühevollen Untersuchungen benutzte.

Nach Berti's Meinung sind drei Hauptpunkte zu berücksichtigen: 1. der Brief von Galileo an Benedict Castelli, mit dem der Process anfängt; 2. die Untersuchung des Buches der Sonnenflecken, mit welcher er fortgesetzt wird; 3. zum Beschluss die Warnung des Inquisitionsgerichts und das Decret der Indexcongregation, mit dem er endigt.

Aus den zum erwähnten Briefe von dem Inquisitionsgerichte gemachten Beobachtungen, die nach dem Texte von Berti angeführt werden, ergiebt sich, dass keineswegs die mehrere Male wiederholte Behauptung bestehen kann, dass Galileo nicht wegen seiner astronomischen Lehren, sondern wegen seiner theologischen Meinungen verurtheilt worden sei; dass Berger, Feller, Monsignor Marini und Andere in einer der Wahrheit untreuen und der Religion schädlichen Weise geschrieben haben, als sie schrieben, dass Galileo der Meinung war, man sollte die Bewegung der Erde als Glaubenslehre anerkennen und durch Stellen der heiligen Schrift die Meinung stützen, dass die Sonne still stehe und die Erde sich bewege; dass, was Pater Olivieri schrieb, kindisch und romanhaft erscheint, nämlich dass das Inquisitionsgericht die Copernicanischen und Galileischen Lehren wegen der unzureichenden Beweise, die man dafür gab, verboten habe.

Von der grössten Wichtigkeit für die Geschichte dieses schweren Streitpunktes ist ein von Berti zuerst veröffentlichter Brief des Galilei an eine Person, deren Namen unbekannt ist. Mit vollem Rechte meint der Verfasser, dass man keine andere gleichzeitige Schrift in Tiefsinnigkeit der Lehre und Richtigkeit der Kritik mit diesem Briefe vergleichen könne. In diesem Briefe schliesst Galileo: „Die für mich ganz leichte, sichere und geschwindeste Art, zu beweisen, dass die Copernicanische Hypothese der heiligen Schrift nicht zuwider ist, wäre mit tausend Proben zu beweisen, dass sie eben wahr ist und dass die entgegengesetzte Ansicht auf keine Weise bestehen kann; denn da die Wahrheit sich nicht widersprechen kann, so ist es alsdann nöthig, dass jene und die heilige Schrift vollkommen übereinstimmen."

Und dass Galileo sehr dem Studium über Copernicus ergeben war und seine Lehre in grösstem Werthe hielt, beweisen augenscheinlich zwei Exemplare des Werkes *De revolutionibus* mit vielen von Galileo gemachten Randglossen. Diese zwei Bände bilden jetzt einen Theil der Galileischen Autographensammlung der Nationalbibliothek von Florenz; der eine ist von der Nürnberger Ausgabe des Jahres 1543, der andere von jener von Basel des Jahres 1566. Die Randglossen des ersteren sind nicht alle von der eigenen Hand des Galileo; vielmehr hat Berti Grund zur Behauptung, nur die erste Randbemerkung den Worten gegenüber „*Nicolaus Schonbergius Nicolao Copernico*" rühre von Galilei her. Die Randglossen des Exemplars der Ausgabe von 1566 sind zahlreicher und alle eigenhändig von Galileo.

Da der Brief an Castelli keinen Anhaltspunkt gab, gegen Galileo zu verfahren, untersuchten die theologischen Consultoren das Buch der Sonnenflecken und berichteten, man müsse die zwei Hauptgrundsätze verwerfen, die man vielmehr, wie folgt, umändern sollte:

Propositio prima.	*Censura.*
Sol est centrum mundi et omnino immobilis motu locali.	*Omnes dixerunt dictam propositionem esse stultam et absurdam in philosophia et formaliter hereticam, quatenus contradicit expresse sententiis Sacrae Scripturae in multis locis, secundum proprietatem verborum et secundum communem expositionem et sensum SS. Patrum et theologorum doctorum.*
Propositio secunda.	*Censura.*
Terra non est centrum mundi nec immobilis, sed secundum se totam movetur etiam motu diurno.	*Omnes dixerunt hanc propositionem recipere eandem censuram in philosophia et spectando veritatem theologicam ad minus esse in fide erronea.*

Die Versammlung des Inquisitionsgerichts verurtheilte also als thöricht und philosophisch abgeschmackt und durchaus ketzerisch die Lehre, welche die Sonne in den Mittelpunkt unseres Planetensystems setzt, und ebenso thöricht und abgeschmackt in Philosophie, und was den Glauben anbelangt, mindestens irrig jene, die nicht die Erde als Centrum der Welt annimmt und ihr den täglichen Umlauf um sich selbst herum beilegt. Und da in diesen Beschlüssen weder das Buch der Sonnenflecken, noch jenes von Copernicus erwähnt wird, so folgert richtig Berti, dass das Inquisitionsgericht die neue Lehre an und für sich selbst verwarf und verurtheilte, abgesehen von jeder Beziehung zu den oben angeführten Büchern. Deshalb meint der Verfasser, dass, obgleich Viele und Galileo selbst geglaubt haben, dass es in dem Rechte der Gelehrten stände, sie *ex suppositione* beizubehalten, dennoch die durchaus bestimmten Ausdrücke, in welchen jene Beschlüsse verfasst sind, eine solche Erklärung zweifelhaft machen. Jedoch, wie auch deren Sinn sein möge, gewiss ist es, dass durch die in der Folge dem Galileo auf Befehl des Papstes vom Cardinal Bellarmino auferlegte Verpflichtung ihm auch das Recht, sich derselben als Hypothese bedienen zu können, genommen worden ist.

Die Persönlichkeit des Bellarmino wird lebhaft von Berti geschildert. Dieser Cardinal war zweifellos der gelehrteste und ansehnlichste Mann, der im Gerichte der Inquisition sass: in und ausser dem Vatican äusserst mächtig, hatte er einen grossen Antheil an der Verurtheilung des Bruno, verfasste und sprach die Warnung gegen Galileo aus, corrigirte das Buch von Copernicus, — kurz, er war der Vertreter der religiösen Autorität in allen ihren Verhältnissen zu dem Weltlichen, und während eines Zeitraumes von mehr als 20 Jahren war er die Personificirung des Widerstandes gegen die Wissenschaft, oder der Anstrengungen, um die Wissenschaft zu einer Sclavin der Theologie zu machen.

Berti unternimmt nicht, uns den berühmten Cardinal mit der fehlerhaften Methode abgetrennter Anführungen zu beschreiben, wie es einer gewissen Classe Kritiker zu thun gefällt, die geneigt sind, durch jedwedes Mittel vielmehr ihre Aufgabe, als jene der Wahrheit zu beweisen, wohl aber mit der Kraft und der Wirksamkeit eines wohlgeordneten Ganzen von Vernunftschlüssen und Thatsachen. Berti studirt den Bellarmino in seinen Büchern, welche jener dialectischen Gaben ermangeln, die dem Geiste Kraft geben und ihn in das Innerste des Gegenstandes zu dringen befähigen. So macht es uns Berti begreiflich, dass Bellarmino, gewohnt, in der Ueberlieferung das höchste Kennzeichen der Wahrheit anzuerkennen, und instinctmässig Allem zuwider, was von jener sich entfernte, und der nur den erhabensten Geistern eigenen Forschungskraft verlustig, zu philosophischen und streng wissenschaftlichen Untersuchungen untauglich war. Vollends dem Galileo gegenübergestellt und zu dessen Ankläger und Richter gemacht, tritt er in das wahre Licht, wird er kaum des Mitleids würdig.

Ein jetzt durch Berti zum ersten Male veröffentlichter Brief an Pater Anton Foscarini offenbart die Verwirrung, die in Bellarmino's

Sinne über die Lehren, die er beurtheilen sollte, herrschte, indem sich aus demselben mit der grössten Klarheit darthut, dass Galileo verlangte, dass man die Copernicanische Lehre als Glaubensartikel anerkenne, dass dagegen Bellarmino die entgegengesetzte Lehre der Unbeweglichkeit der Erde zu einer solchen Würde erhob.

So ist es, wie die beiden Grundsätze: Trennung der Wissenschaft von der Religion und Abhängigkeit der ersten von der zweiten zusammenstossen, der eine in der Person des Mathematikers von Pisa, der andere in jener des Cardinals von Montepulciano.

Auf den ebenerwähnten Brief und auf die von Theologen ihm entgegengesetzten Einwendungen antwortete Galileo mit drei noch ungedruckten, aber von Berti gesehenen Briefen, in welchen, da er ohne Rückhalt seine Gedanken darstellt, noch mehr der Abstand zwischen beiden Grundsätzen hervortritt, und hier bezeichnet er mit sicherer Hand die Grenzen, innerhalb welcher er sich zu halten gedenkt. Seine Gewohnheit der Beobachtung, seine grosse Liebe zur Wahrheit, die Achtung, die er für Thatsachen hegt, die Kritik, mit welcher er sie durchforscht, zwingen ihn bei Streitfragen, der Wahrheit, und nur der Wahrheit allein zu dienen.

Und hier machen wir einen Zwischensatz und nehmen von einem Versprechen Act. Berti macht sich in diesem Buche zu einer zweiten Auflage seiner Lebensbeschreibung von Giordano Bruno anheischig und lässt auch zugleich unverzüglich eine vollständige Ausgabe der Originalacten des Processes von Galileo, in deren Besitz er seit langer Zeit ist, hoffen. Es war zuerst seine Absicht, sie als Anhang zu einer Arbeit über das Leben von Galileo und die wissenschaftliche Philosophie im XVI. Jahrhundert zu veröffentlichen; aus Furcht aber, dass die ersehnte Veröffentlichung eine zu grosse Verspätung erleiden könnte, verspricht er, in einem Separatbande die Acten der zwei Processe von Galileo, wie er sie aus dem 1102. Bande, den man in dem geheimen Archiv des Vaticans aufbewahrt, abgeschrieben hat, herauszugeben.

Der zweite Process gegen Galileo entstand aus der Herausgabe der Gespräche über die zwei grössten Weltsysteme. Nach dem, was Berti für richtig hält, irren sich sehr jene Schriftsteller, welche, diesen zweiten Process mit dem ersten verwechselnd, glauben, dass man in diesem zweiten neuerdings den Werth der Copernicanischen Lehre untersucht habe, ohne zu bedenken, dass man diese schon als eine abgethane Sache halten sollte, und ebenso sollte man für ausgemacht halten, dass Galileo, ohne sich stark der Ketzerei verdächtig zu machen, darüber auf keine Weise reden durfte, noch konnte. Thatsächlich, wie Berti beweist, verlangte man nicht von Galileo in diesem zweiten Processe neue Beweise, noch strengte er sich an, irgend einen Grund vorzubringen, um einer als ketzerisch und abgeschmackt verurtheilten Lehre zu nützen;

er beschränkte sich also nur, zu sagen, dass er in seinen Gesprächen nicht der Meinung war, deren Wahrheit zu bestimmen, wohl aber die Gründe, die dafür und dagegen ständen, darzustellen, und dass er sie mit der Erlaubniss der rechtmässigen Obrigkeit dem Drucke habe übergeben lassen. Die Folgen dieses Processes sind wohl bekannt. Am 22. Juni schwur Galileo Galilei vor seinen Richtern kniend die Copernicanische Lehre ab. Die Gespräche der grössten Systeme wurden auf den Index gesetzt.

Die Verurtheilung des Galilei setzte dem Kampfe kein Ende. Im Jahre 1693, also 40 Jahre und mehr nach dem Tode von Galileo, schrieb Baldigiani aus Rom an Viviani: „Ganz Rom steht in Harnisch gegen die Mathematiker und die Physico-Mathematiker", und in demselben Jahre schrieb ebenfalls aus Rom Alexander Aldobrandini: „Es handelt sich darum, 40 der besten Schriftsteller zu verbieten, die über die neuen Wissenschaften handeln, und unter diesen auch unsern armen Galileo." Wittenberger Theologen zeigten sich nicht minder feindselig gegen die Unabhängigkeit der Wissenschaft, als Römische. Luther und Melanchthon sind, was dies anbelangt, nicht nachgiebiger als Bellarmino. Sowohl die Reformatoren, als die Römischen Theologen kamen in dem Grundsatze überein, dass die Wissenschaft von der heiligen Schrift ihre Regelung und Richtung anzunehmen habe.

Die Entdeckung der neuen Welt und die Reformation, schreibt Berti, von denen die Neuzeit benannt wird, bewirkten in der menschlichen Gesellschaft keine so grosse Veränderung, wie die Bücher von Copernicus und Galileo und die Erfindung des Fernrohres. Diese zwei Männer sind in der Geschichte der Wissenschaft untrennbar. Sie haben verschiedene Schicksale des Lebens; aber die Bescheidenheit, die Liebe zur Wahrheit und die Standhaftigkeit, sie zu suchen, haben sie gleich. Beide verfahren so behutsam in ihren Behauptungen, dass sie kaum eine Hypothese vorauszusetzen wagen. Beide erweitern die Forschungskraft des Geistes durch seltene Begriffe und Lehren und durch neue, oder vorher nicht bemerkte tiefe Untersuchungen. In beiden findet sich Erhabenheit und Weite des Geistes, Ehrfurcht vor der Natur, fast ausserordentliche Originalität und Liebe für die Wissenschaft. Beide vernachlässigen oder achten so wenig den Ruhm, dass Copernicus sein Buch bei sich behält, und stirbt, ehe es gedruckt wird; und Galileo in seiner ländlichen Einsamkeit betrachtet und schreibt fast ohne eine Hoffnung, dass seine Werke von den Menschen gelesen werden können.

Copernicus wandte über 30 Jahre an, um sein Buch zu vollenden, mehr als 30 Jahre lang bemühte sich Galileo, um es zu vertheidigen, zu erweitern, zu erklären. Galileo war es, der die wissenschaftliche Augenscheinlichkeit der Copernicanischen Lehre fördernd, sie mit vielen Thatsachen bekräftigte; er erleichterte ferner die Verständlichkeit durch den vortrefflichen Entwurf einer durch allgemeine, auf alle Gestirne ausgedehnte Gesetze gebildeten ebenso allgemeinen Physik. Deswegen behauptet Berti mit Recht, dass die reformirende Thätigkeit des Copernicus auf die Sternkunde beschränkt ist, während jene von Galileo über alle physischen Wissenschaften sich erstreckt.

Wir wissen nicht, ob es uns gelungen ist, ein hinreichend treues Bild dieser Arbeit von Berti zu geben; wir würden uns aber glücklich schätzen, wenn es uns gelungen wäre, dem deutschen Leser einen geringen Theil jener lebhaften Bewunderung einzuflössen, die wir diesem unserm Schriftsteller zollen, welcher zu den Bänden der Geschichte der Kämpfe des menschlichen Geistes um die Erlangung seiner Unabhängigkeit und Freiheit ein neues, sehr glänzendes Capitel hinzugefügt hat. Die aufrichtigen Freunde der Wahrheit haben allen Grund, Hrn. Berti dankbar zu sein, dass er in der Behandlung einer Aufgabe, die so sehr zu hohlen Declamationen und hochtönenden Phrasen Anlass giebt, sich lediglich mit dem Gegenstande zu identificiren wusste, sich daran genug sein liess, der Erklärer jener Geistesriesen zu sein, von denen man sich so ungern trennt, wenn man an das Ende des gelehrten Buches gekommen ist.

Dr. A. Favaro,
Professor an der königl. Universität zu Padua.

Galileo Galilei und die Römische Curie, nach den authentischen Quellen von Karl von Gebler. Stuttgart, Verlag der J. G. Cotta'schen Buchhandlung. 1876.

Wir haben bereits in der Allg. Zeitung (Nr. 93 Beilage und Nr. 94 des Jahrg. 1876) eine eingehende Besprechung dieses 27 Druckbogen starken Buches veröffentlicht und dabei unsere Uebereinstimmung mit den Ansichten des Verfassers kundgegeben. Wir können uns fast darauf beschränken, hier einfach auf unser citirtes ausführliches Referat zu verweisen, da es in dem Werke selbst sich wesentlich um Dinge handelt, welche seit 1864 den Lesern unserer Zeitschrift in grosser Häufigkeit und mit steter Rücksichtnahme auf das jüngst eröffnete Material zu Gesicht gekommen sind (Bd. IX S. 172—197 und Literaturzeitung zu Bd. IX, X, XIII, XVI, XVII); Herr v. Gebler — um es kurz zu sagen — steht auf derselben Seite, wie Wohlwill und Gherardi; er ist davon überzeugt, dass der Process des Jahres 1633 mit schlechten Hilfsmitteln begonnen und durchgeführt wurde, dass das sogenannte Protokoll von 1616, d. h. jenes unterschriftlose Actenstück vom 26. Februar 1616, nach welchem Galilei durch den Inquisitionscommissar Bruder Michel

Angelo Segnitius de Lauda das Verbot empfangen habe, die Lehre von der Bewegung der Sonne in irgend einer Weise zu lehren, ein Falsum ist, muthmasslich zu dem Zwecke verfertigt, um gegen Galilei eine Handhabe zu besitzen, um gegen ihn einschreiten zu können. Auch wir sind heute noch der gleichen Meinung und können weder die Versuche, welche Friedlein seiner Zeit anstellte, um das Protokoll zu retten, für geglückt ansehen, noch die eben dahin gerichteten Bestrebungen von Prof. Reusch in der Historischen Zeitschrift (Jahrg. 1875) und in dem Theologischen Literaturblatte (Jahrg. 1870 und 1873). Wenn neuerdings, wie aus der unmittelbar vorhergehenden Anzeige aus der treu berichtenden Feder von Herrn Favaro hervorgeht, Prof. Berti in Rom in seinem von uns bisher nicht zu Gesicht erhaltenen Werke gleichfalls die formelle Richtigkeit des Verfahrens gegen Galilei in jedem Punkte behauptet, wenn er sich dabei auf seine genaue Kenntniss sämmtlicher Acten beruft, deren Veröffentlichung er in Bälde zusagt, so müssen wir einfach unser Urtheil bis zu jener Veröffentlichung aufsparen.

Nur die Bemerkung können wir schon heute nicht unterdrücken, dass es immerhin kühn von Herrn Berti ist, die gewissenhaftesten Forscher des Irrthums zu zeihen und den Beweis des Irrthums der Zukunft vorzubehalten. Das lässt man sich gefallen in einem kleinen Aufsatze, welcher als Vorläufer einem Buche vorausgeschickt wird; bei einem selbst 255 Seiten starken Bande stellen wir wenigstens andere Anforderungen. Herr v. Gebler scheint gleich uns jenem künftigen Beweise gegenüber sich etwas skeptisch zu verhalten, denn in einer Anmerkung sagt er, dass das Berti'sche Werk ihm erst zugekommen sei, als die Drucklegung seiner eigenen Schrift nahezu vollendet war, und setzt hinzu: „Hingegen muss ich aber gestehen, dass jenes Werk, welckes den Galilei'schen Process nur sehr flüchtig berührt, meine Auffassung desselben in keiner Weise zu modificiren vermochte.“ Eine andere italienische Schrift: „*Urbano VIII e Galileo Galilei. Memorie storiche del sacerdote Sante Pieralisi, Bibliotecario della Barberiniana*“, *Roma* (Mailand, Brigola) 1875, etwa $24\frac{1}{2}$ Druckbogen, scheint Herrn v. Gebler ganz unbekannt geblieben zu sein. Auch wir lernten ihren Titel und einen Theil ihres Inhalts erst durch die Recension von Prof. Reusch im Theologischen Literaturblatt vom 9. April 1876 kennen, welche deren Verfasser die Freundlichkeit hatte, uns zuzusenden. Pieralisi's Buch enthält offenbar Neues und Wichtiges, unter Anderem einen Brief des Inquisitionscommissars an den mit dem Papste in Castel Gandolfo verweilenden Cardinal Barberini vom 28. April 1633, in welchem über eine geheime Besprechung mit Galilei vom 27. April berichtet wird, von welcher man bisher keine Ahnung hatte. Der Versuch, die bekannten fehlenden drei Unterschriften unter dem Urtheile über Galilei als bedeutungslos zu schildern, dürfte dagegen verfehlt sein. Wenn beispielsweise gesagt wird, Cardinal

Barberini habe als Nepote selten an den Sitzungen theilgenommen, wie es Brauch gewesen sei, so möchten wir fragen, ob „grössere Freiheit in der Behandlung der Geschäfte‘ vorhanden war, wenn der Neffe des Papstes sich fernhielt, der Bruder aber anwesend war? Cardinal Antonio Barberini hat nämlich an den Verhandlungen theilgenommen, hat wenigstens das Urtheil unterschrieben. Aus dem Gebler-schen Buche müssen wir noch einen Gegenstand hervorheben. Der Verfasser hat durch eine genaue Vergleichung sich überzeugt, dass ein anonymer Aufsatz in den Historisch-politischen Blättern für das katholische Deutschland (München 1841), als dessen Urheber von clericaler Seite (Marino Marini, Beckmann u. s. w.) stets Prof. Clemens in Bonn genannt wurde, sich vollständig mit einer 1872 in Bologna erschienenen nachgelassenen Schrift des Dominicanergenerals Olivieri deckt, desselben, der in der Galilei-Literatur bereits durch das Gespräch bekannt ist, welches Biot 1825 mit ihm führte und welches im *Journal des savants* für 1858 abgedruckt ist. Dadurch entsteht die Frage, wie diese Identität zu erklären sei? Die nächstliegende Muthmassung musste dahin gehen, eine erst 1872 veröffentlichte, im Nachlasse eines Verstorbenen aufgefundene Abhandlung werde wohl eine Uebersetzung der deutschen, in ihrer Mache vortrefflichen, wenn auch auf wesentlich falschen Voraussetzungen beruhenden Arbeit sein, welche nur von den Ordnern jenes Nachlasses nicht richtig erkannt wurde. Dieser Auffassung stand das Datum des am 27. September 1845 erfolgten Todes von Olivieri keineswegs entgegen, und für sie sprach die unleugbare geistige Begabung von Clemens, dem Verfasser des in seinem Inhalte nahe verwandten schönen Buches „Giordano Bruno und Nicolaus von Cusa“ (Bonn 1847). Es hält schwer, sich zur Ueberzeugung zu bequemen, dass dieser Mann zu dem Handlangerdienste eines blossen Uebersetzers sich hergab und gestattete, dass man später, 1850, während er noch lebte, in einer officiellen Schrift ihn als Verfasser nannte, ohne dagegen Einsprache zu erheben. Auch dass der Herausgeber Bruder Tommaso Bonora vom Predigerorden angiebt, Olivieri habe jene Abhandlung 1840 geschrieben (mithin ein Jahr vor Erscheinen des deutschen Aufsatzes), würde keine zwingende Gewalt für uns haben, so zweifelsüchtig sind wir unbewiesenen Behauptungen von gewissen Seiten gegenüber geworden, seit wir vor vielen Jahren die Darstellung des Galileischen Processes durch Marino Marini studirt haben. Beweisend sind dagegen zwei Umstände. Erstens eine noch vorhandene Widmung der oftgenannten italienischen Abhandlung an Papst Gregor XVI., in welcher Olivieri sich geradezu als Verfasser nennt; zweitens ein französischer Auszug, der im Märzhefte 1841 der Pariser Zeitschrift *L'université catholique* unter dem Titel „*Galilée et l'Inquisition romaine*“ anonym erschien und der nach einer Aussage des Redacteurs im Novemberheft 1855 von Olivieri herrührt. Somit ist es unzweifelhaft erwiesen, dass Olivieri in der That jene Abhandlung verfasste, dass Clemens nur eine Uebersetzung für die Zeitschrift von Görres anfertigte. Herr v. Gebler hat gleichfalls diese Reihenfolge erkannt und zuerst darauf hingewiesen. Die Bemerkungen, welche wir beifügten, mögen zeigen, dass es immerhin nicht ganz überflüssig war, eine Begründung dieser Annahme auszusprechen. CANTOR.

Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften, von Dr. SIEGMUND GÜNTHER. Leipzig, 1876, bei B. G. Teubner. VII, 352 S. mit in den Text gedruckten Holzschnitten und 4 lithogr. Tafeln.

Der Titel giebt schon Rechenschaft darüber, was wir von dem gegenwärtigen Buche des ungemein productiven, auf historisch-mathematischem Gebiete wohlbewanderten Schriftstellers zu erwarten haben. Es ist kein zusammenhängendes Werk, welches er uns bietet; es ist vielmehr nur eine Sammlung von sieben Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik und theilweise auch der Physik, gewissermassen ein Band einer historisch-mathematischen Zeitschrift, an welcher Herr Günther als alleiniger Mitarbeiter sich betheiligt hätte. Wir müssen demgemäss auch von einem Urtheile über das Buch für's Erste absehen und statt dessen Urtheile über die einzelnen Aufsätze aussprechen, welche der Verfasser in seiner Inhaltsübersicht nur sehr uneigentlich Capitel nennt.

Er beginnt mit der geschichtlichen Entwickelung der Lehre von den Sternpolygonen und Sternpolyedern in der Neuzeit. Referent ist gewiss der Letzte, welcher einen Tadel darüber aussprechen möchte und dürfte, wenn ein Schriftsteller von dem ausdrücklich genannten Thema nach einer oder der andern Richtung hin sich entfernt, aber erwähnen wollen wir, dass hier in der That ziemlich Vieles mitgetheilt wird, was genau genommen nicht unter jenen Titel unterzubringen ist. So behandelt er die ganze Frage nach den durch gerad- und krummlinig sich schneidende Linienverbindungen hervorgebrachten Flächenräumen, und Girard's Eintheilung der Vielecke in Arten muss sich ebenso, wie der Euler'sche Satz über die Polyeder in den weit angelegten Plan einfügen. Von besonderem Interesse dürften für viele Leser die zu wenig gekannten Arbeiten des Göttinger Mathematikers Meister sein, der, in vielen Dingen seinem Jahrhundert vorauseilend, sogar schon im Besitz von Gedanken war, welche denen unserer Zeit über Curvenverzweigungen nicht unähnlich sind. Dass auch Poinsot's berühmte Abhandlung in dem Berichte des Herrn Günther nicht zu kurz kommt, versteht sich von selbst. Die grosse Vollständigkeit, welche Herr Günther angestrebt und, soweit wir sehen, auch erreicht hat, möge uns als Entschuldigung dienen, wenn wir noch eine kleine, an sich nicht gerade wichtige Ergänzung beifügen. Aus den *Comptes rendus* der Pariser Akademie der Wissenschaften ist bekannt, dass Graf Leopold Hugo verschiedene antike Polyeder in Alterthumsmuseen, z. B. im ägyptischen Museum des Louvre, aufgefunden hat, eine Entdeckung, welche möglicherweise Bedeutung gewinnen kann, wenn es gelingen sollte, das Alter jener Spielzeuge zu bestimmen und dadurch Gewissheit über ein vielleicht sehr frühes Datum zu erhalten, zu welchem die regelmässigen Körper bekannt waren. Graf Hugo, welcher einem gewissen Zahlenmysticismus huldigt, machte nun in einem wenig verbreiteten Schriftchen „*La Valhalla des sciences pures et appliquées*“ (Paris 1875) auf folgendes, gewiss nur zufälliges Zusammentreffen aufmerksam: Apollo und die neun Musen sind an Zahl den neun Ziffern von 1 bis 9 und der Null gleich; dieselbe Zahl liefern die Kugel, die fünf platonischen regelmässigen Körper und die vier Sternpolyeder; endlich sind unter den Zahlen von 1 bis 9 neben fünf Primzahlen vier zusammengesetzte Zahlen vorhanden, welche den Sternpolyedern verglichen werden!

Die Lehre von den aufsteigenden Kettenbrüchen in ihrer geschichtlichen Entwickelung bildet den zweiten Aufsatz. Dass dafür ein zur Darstellung auf 43 Druckseiten ausreichendes Material sich gefunden haben sollte, erschien uns beim ersten Anblick wunderbar. Um so begreiflicher wird aber dieser Reichthum, wenn man sich daran gewöhnt, mit Herrn Günther auch die Lehre von den Decimal- und Sexagesimalbrüchen hierher zu ziehen, ein Verfahren, welches ungewohnt sein mag, dem man aber die Berechtigung gewiss nicht versagen kann. Weit zweifelhafter ist es uns, ob die ägyptisch-griechischen Stammbrüche wirklich hierher gehören, da der Fall, dass die Nenner der in einer Rechnung auftretenden Stammbrüche lauter Ergebnisse fortgesetzter Multiplication sind, die Brüche also $\frac{1}{a}, \frac{1}{ab}, \frac{1}{abc}, \ldots$ heissen, zwar für die Praxis der bequemste ist, aber keineswegs allein oder auch nur als häufigster vorkommt. Wir sind es übrigens dem Verfasser schuldig, zu bemerken, dass er keineswegs eine solche Behauptung aufstellt, vielmehr zugiebt, dass jene antiken Stammbrüche einen aufsteigenden Kettenbruch oder eine Summe von solchen darbieten. Soll auch aus diesem Aufsatze eine besondere Stelle der Aufmerksamkeit der Leser empfohlen werden, so sei es die Darstellung von Lagrange's und Lambert's hier einschlagenden Arbeiten, welche seither fast der Vergessenheit anheimgefallen waren, und der Nachweis der Erfindung des sogenannten abgekürzten Multiplicationsverfahrens bei Decimalbrüchen durch Jobst Bürgi.

Das Newton'sche Parallelogramm und die Kramer-Puiseux'sche Regel folgt nunmehr. Aus einer Gleichung $f(x, y) = 0$, deren Functionalzeichen f eine rationale algebraische Function bedeutet, eine neue Gleichung $y = \Sigma a_n x^n$ abzuleiten, in welcher n irgend rationale Werthe besitzt, deren Aufeinanderfolge einem Gesetze genüge, das ist die allgemeinste Aufgabe der Theorie der Gleichungen. Newton hat bereits in seiner *Methodus fluxionum* ein empirisches Verfahren zur näherungsweisen Lösung dieser Aufgabe kennen gelehrt. Kaum war das Newton'sche Parallelogramm 1736 durch den Druck bekannt gegeben, als verschiedene Schriftsteller zur Erläuterung seiner Methode schritten. Den ersten gründlichen Beweis derselben gab 1750 Cramer in seiner *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, demselben Werke, welches auch für die Lehre von der Elimination Epoche bildet; ausführlicher noch war die 1794 veröffentlichte Darstellung von Kästner. Aber jeder Satz aus der Theorie der Gleichungen hat auch eine geometrische Bedeutung, und wenngleich erst seit dem zweiten Drittel unseres Jahrhunderts etwa mit immer deutlicherem Bewusstsein auf diesen Dualismus eingegangen wurde, so war muthmasslich bereits bei Newton eine anticipirende Anwendung dieser Methode vorhanden. Ihr entspricht die Abhandlung Puiseux': „*Recherches sur les fonctions algébriques*“ in dem *Journal des mathématiques* für 1850, und dieser Abhandlung zu Ehren hat Herr Günther die Ueberschrift seines Aufsatzes gebildet. Wer einen Einblick in das allmälige Werden der modernsten Untersuchungsgebiete sich verschaffen will, wird gerade diesen Aufsatz zum Gegenstande fruchtbringenden Studiums machen; allerdings wird der Leser aber die Geneigtheit zu einem wirklichen Studium mitbringen müssen, denn leicht ist dieser Aufsatz nicht geschrieben.

Historische Studien über die magischen Quadrate. Auf etwas über fünf Druckbogen sich erstreckend, bildet diese Abhandlung für unsern Geschmack den hervorragendsten Theil des uns vorliegenden Bandes. Der Verfasser war hier in der Lage, wirklich neues Material zu verarbeiten, und zwar nach zwei Richtungen. Er hatte es zu thun mit bisher nur handschriftlich Vorhandenem, aber auch mit bereits Gedrucktem und bisher Unverstandenem. In beiden Fällen ist er seiner Aufgabe gleich gerecht geworden. Die nunmehr durch ihn veröffentlichte Schrift des byzantinischen Gelehrten Moschopulos, wahrscheinlich aus dem Anfange des XV. Jahrhunderts, die jetzt verständlich gemachten Methoden des Michael Stifel aus der Mitte des XVI. Jahrhunderts sind Leistungen Günther's, in welchen er keine Vorgänger besitzt und welche er mit dem namentlich von Mollweide bereits verarbeiteten Material, aber auch mit den ziemlich zahlreichen, später als 1823 entstandenen Forschungen glücklich zu verschmelzen wusste. Wir wollen bezüglich des Moschopulos nur Eins hervorheben, was Herr Günther in einer kurzen Randnote ausspricht, was aber, wie uns scheint, der weitesten Beachtung werth ist: dass nämlich hier zuerst der Ausdruck einer „cyklischen Aneinanderreihung“ auftritt, wo von einem geometrischen Kreise keine Rede ist. Herr Günther verweist ferner gleichfalls für den Text des Moschopulos auf Nesselmann, Algebra der Griechen, S. 125, um die griechische Sitte mit Beispielen zu belegen, welche bei dem Bestimmen des Stellenwerthes der Glieder einer Reihe Anfang- und Endglied zählt. Zur Ergänzung bemerken wir, dass das Gleiche in den beiden französischen Ausdrücken *huit jours*, *quinze jours* der Fall ist, während die deutsche Sprache mit auffallendem Wechsel des Gedankens in griechischer Weise von 8 Tagen, dann aber nicht-griechisch von 14, statt von 15 Tagen redet.

Der V. Aufsatz: Skizzen aus der Logarithmotechnie des XVII. und XVIII. Jahrhunderts, behandelt aphoristisch drei voneinander durchaus verschiedene Gegenstände: Erstlich wird wiederholten Irrthümern gegenüber der Nachweis geführt, dass Neper's Logarithmen durchaus nicht mit den natürlichen Logarithmen verwechselt werden dürfen; zweitens wird der Verdienste von Johann Bernoulli III. um die Berechnung der Proportionaltheile gedacht; drittens wird der Gedanke der sogenannten Gauss'schen Additions- und Subtractionslogarithmen bis zum Anfang des XVIII. Jahrhunderts zurückverfolgt, wo er, wie es scheint, ziemlich gleichzeitig im Besitze des Basler Gelehrten Hermann und eines Stadtarztes von Glatz Muschel von Moschau gewesen zu sein scheint.

In dem nun folgenden, gleichfalls kürzeren Aufsatze: Zur Geschichte der jüdischen Astronomie im Mittelalter, kommt es auf Neumondsberechnungen an, welche in der jüdischen Chronologie eine wichtige Rolle spielen. Mag auch die eigentlich gestellte Frage noch nicht abschliessend beantwortet werden können, so hat Herr Günther sich doch jedenfalls das Verdienst erworben, hier auf eine noch nicht bearbeitete Richtung historisch-mathematischer Forschung hingewiesen zu haben, bei welcher auch nebenbei mancherlei Fund zu machen ist, wie wir z. B. mit dem Verfasser übereinstimmend den mittelalterlich jüdischen Näherungswerth $\sqrt{2} = \frac{7}{5}$ für höchst interessant halten.

Endlich begegnen wir in der Quellenmässigen Darstellung der Erfindungsgeschichte der Pendeluhr bis auf Huyghens einer neuen Bearbeitung eines von demselben Verfasser vor einigen Jahren in den Sitzungsberichten der Erlanger physikalisch-medicinischen Societät veröffentlichten Aufsatzes. Frühere Forschungen von van Swinden und Alberi, welche damals dem Verfasser noch nicht bekannt waren und von denen die erstgenannten in der That auch nur dem Namen nach kaum irgend einem Historiker, mit Ausnahme Poggendorff's, gegenwärtig gewesen sein mögen, sind nunmehr nach Verdienst berücksichtigt und haben die Untersuchung zu einem abgerundeten Schlusse führen lassen.

Dies sind die Abhandlungen, welche uns vereinigt geboten werden. In allen zeigt sich Herr Günther als der fleissige Geschichtsschreiber von colossaler Belesenheit, als welchen ihn auch die Leser seiner anderen Schriften in dieser Zeitschrift, wie anderwärts wiederholt kennen gelernt haben. Wir sind überzeugt, dass dieses unser Urtheil von allen Kennern des Faches bestätigt werden wird, und können mit gutem Gewissen Jeden, der für historisch-mathematische Studien im Allgemeinen oder für die in den genannten Abhandlungen behandelten Gegenstände sich interessirt, auf diesen Band als Quelle reicher Belehrung verweisen.

CANTOR.

Die Elemente der projectivischen Geometrie in synthetischer Behandlung. Vorlesungen von Dr. HERMANN HANKEL. Leipzig 1875.

Aus den nachgelassenen Schriften des Prof. Dr. Hermann Hankel sind von Dr. Axel Harnack „Die Elemente der projectivischen Geometrie. Vorlesungen von Dr. Hermann Hankel" herausgegeben worden. Sie enthalten in einer anregend geschriebenen Einleitung eine historische Uebersicht des Entwickelungsganges der neueren Geometrie, deren Hauptvorzug im Gegensatz zur Geometrie der Alten dahin charakterisirt wird, dass sie den Zusammenhang geometrischer Gestalten in allem Wechsel und aller Veränderlichkeit ihrer figürlich vorstellbaren Lage zu erkennen sucht. — Die Elemente zerfallen in sieben Abschnitte. In den beiden ersten Paragraphen wird die Theorie des Doppelverhältnisses und dessen projectivische Eigenschaft mittelst Rechnung entwickelt. Indem der Werth des Doppelverhältnisses gleich -1 gesetzt wird, ergiebt sich das harmonische Doppelverhältniss und der natürliche Uebergang zum folgenden Paragraphen, welcher die harmonischen Eigenschaften des vollständigen Vierecks und Vierseits enthält. Zunächst wird für den Hauptsatz, dass jede Diagonale von den beiden anderen harmonisch getheilt wird, der Beweis gegeben, den Steiner in seinem Werkchen „Die geometrischen Constructionen, ausgeführt mittelst der geraden Linie und eines festen Kreises" mitgetheilt hat und der unmittelbar aus den projectivischen Eigenschaften des Doppelverhältnisses sich ergiebt; dann ein anderer, der auf der Methode der Projection beruht, angeführt. Im weitern Verlaufe werden die aus diesem Satze sich ergebenden Constructionen, die mit blosser Hilfe des Lineals ausgeführt werden können, besprochen und zum Schlusse wird die Bemerkung gemacht, dass man mittelst des Lineals allein Massverhältnisse nur dann construiren kann, wenn irgend ein metrisches Verhältniss gegeben ist. Hier hätte vielleicht näher auf die citirte Steiner'sche Schrift eingegangen und gezeigt werden können, dass mit alleiniger Benutzung des Lineals und eines festen Kreises alle geometrischen Aufgaben zweiten Grades gelöst werden können, zumal die in ihr befolgte Methode, wie es von Kortum geschehen ist dadurch, dass er einen festen Kegelschnitt zu Hilfe nahm, zur Auflösung aller Aufgaben dritten und vierten Grades ausgedehnt werden kann. Im folgenden Paragraphen wird zuerst der Satz abgeleitet, dass, wenn eine Strecke AB in beliebig vielen Punkten $C\ldots$ getheilt wird und man das Verhältniss $AC:BC$ ein Theilverhältniss nennt, ein Product von Theilverhältnissen projectivisch ist, wenn die Endpunkte der getheilten Strecke im Zähler ebenso oft, wie im Nenner vorkommen. Vermittelst desselben und ausserdem durch die Methode der Projection werden die Sätze des Menelaos und des Ceva abgeleitet; für den letztern wird noch der von Ceva selbst herrührende, auf statischen Principien beruhende, Beweis mitgetheilt. Neben Folgerungen über die Eigenschaften des vollständigen Vierecks, die gleichzeitig mit Hilfe der harmonischen Eigenschaften desselben bewiesen werden, werden aus den obigen Sätzen auch die abgeleitet, dass in einem Dreiecke die Winkelhalbirenden, die Höhen, die Mittellinien sich je in einem Punkte schneiden. Weiterhin wird der Lehrsatz des Menelaos vom Dreieck auf ein beliebiges ebenes Polygon und nebst seiner Umkehrung auf ein windschiefes Viereck ausgedehnt, wobei der schöne Satz gewonnen wird: Wird ein windschiefes Viereck von einer Ebene geschnitten, so sind die sechs Durchschnittspunkte die Ecken eines vollständigen ebenen Vierseits.

Der zweite Abschnitt führt den Titel: „Das Princip der Dualität", entwickelt zunächst in elementarer Weise, wie man sie in dem citirten Schriftchen von Steiner findet, die polaren Beziehungen am Kreise, stellt dann die Definition dualer Figuren auf und zeigt im folgenden Paragraphen erst die Möglichkeit dieser Definition, so dass wohl besser die §§ 2 und 3 in ihrer Reihenfolge zu vertauschen wären; denn aus dem ersten Paragraphen ergiebt sich durch die polare Reciprocität der Begriff dualer Figuren. Für zwei duale Figuren wird der Satz entwickelt, dass alle projectivisch metrischen Relationen der einen bei der andern sich in solche verwandeln, welche statt Entfernungen zweier Punkte die Sinus der Winkel zwischen entsprechenden Geraden enthalten, und umgekehrt. Nachdem noch die Anwendung der polaren Reciprocität auf nicht projectivisch metrische Beziehungen zur Umformung einiger Sätze aus der Elementargeometrie, so z. B. des Pythagoräischen Lehrsatzes und des Satzes von der Gleichheit der Peripheriewinkel über demselben Bogen eines Kreises, gezeigt ist, geht die Darstellung im dritten Abschnitte zu den projectivischen Beziehungen von Punktreihen und Strahlenbüscheln. Nachdem die geometrische und insbesondere die projectivische Verwandtschaft zweier Geraden definirt und mittelst des Doppelverhältnisses gezeigt ist, dass dieselbe durch drei Paare homologer Elemente bestimmt ist, wird die Aufgabe gelöst, aus drei Paaren homologer Elemente projectivischer Gebilde zu irgend einem Elemente des einen Gebildes das homologe des andern zu construiren. Darauf wird in § 3 durch die Methode der Projection, sowie durch unmittelbare Lagenbeziehungen der Satz des Desargues, dass die drei Durchschnitte entsprechender Seiten zweier Dreiecke, deren Ecken sich auf drei von einem Punkte ausgehenden Geraden befinden, auf einer Geraden liegen, und seine Umkehrung, die zugleich seine duale Transformation ist, bewiesen. Später, im 7. Abschnitte, ist noch der Staudt'sche Beweis dieses Satzes mitgetheilt. Als Folgerungen aus ihm wird ein Theil der Sätze abgeleitet, die man in Steiner's „Systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten“ S. 81 flgg. findet. In den folgenden §§ 4 und 5 werden die metrischen Beziehungen projectivischer Gebilde entwickelt, verschiedene Constructionen der Doppelpunkte aufeinanderliegender projectivischer Gebilde mitgetheilt und in ausführlicher Weise die Bedingungen für die Realität dieser Doppelpunkte abgeleitet und in der folgenden Weise ausgesprochen. Sind J und J' die Fluchtpunkte, die den unendlich fernen Punkten entsprechenden Punkte, und sind A und A' zwei beliebige homologe Punkte, so sind die Doppelpunkte reell,

1. wenn $AJ.A'J' < 0$,
2. „ $AJ.A'J' > 0$ und gleichzeitig
   a) $AA'.J'A' < 0$ oder
   b) $AA'.J'A > 0$ und $(A'J + A'J')^2 > 4AA'.J'A'$.

Für zwei projectivische Punktreihen mit imaginären Doppelpunkten wird dann der in der Theorie der Kegelschnitte (S. 173) benutzte Satz bewiesen, dass es stets zwei symmetrisch liegende Punkte giebt, von denen aus die Entfernungen zweier homologen Punkte immer unter einem constanten Winkel erscheinen.

In diesem Paragraphen erhält man durch die angewandte Methode einen Einblick, in welcher unmittelbaren Verbindung die analytische und die neuere Geometrie miteinander stehen, „so dass es nicht selten einer nur geringen Modification der Ausdrucksweise bedarf, um das Raisonnement der einen Wissenschaft in die andere zu übertragen“.

Die Construction der Doppelpunkte wird darauf dazu angewandt, die Aufgabe zu lösen: Ein n-Eck zu construiren, welches einem gegebenen n-Seit $a_1 \dots a_n$ ein- und einem gegebenen n-Eck $S_1 \dots S_n$ umgeschrieben ist.

Lässt man das n-Seit $a_1 \dots a_n$ mit dem n-Eck $S_1 \dots S_n$ zusammenfallen, so erhält man die Aufgabe: Ein n-Eck zu construiren, welches einem gegebenen n-Eck zugleich ein- und umgeschrieben ist. Es wird gezeigt, dass dieselbe für $n = 3$ unmöglich ist. Dass für $n = 4$ die Doppelpunkte, welche die Aufgabe lösen, imaginär werden, wird nicht bewiesen, sondern nur angeführt, dass Möbius (Crelle, Bd. 3) dies durch Rechnung gezeigt hat und neuerdings dieser Fall in Grunert's Archiv für 1870, S. 1, behandelt worden ist. Jedoch hatte schon Pfaff in seiner neueren Geometrie, Bd. II S. 48, gezeigt, dass diese Doppelpunkte imaginär werden, und ausserdem die interessante Bemerkung hinzugefügt, dass die obige Aufgabe für $n = 5$ unendlich viele Auflösungen hat.

Das Ende des Abschnittes behandelt die Theorie der Involution.

Im vierten Abschnitte werden, wie das Vorwort, S. IV, bemerkt, um an einzelnen Problemen, in denen sich die Forschungen der Alten mit den späteren Ergebnissen berühren, den Vergleich der neuen Methoden mit den früheren erkennen zu lassen, die Aufgaben des Apollonius, *de sectione rationis*, *de sectione spatii*, *de sectione determinata* auf die einfachsten Principien der neueren Geometrie zurückgeführt. Am Schlusse wird die allgemeinere Aufgabe behandelt, welche jene drei als specielle Fälle enthält

Von den projectivischen Eigenschaften wird im fünften Abschnitte eine weitere Anwendung auf die Theorie der Lichtbrechung in einem Linsensysteme gemacht.

Der sechste Abschnitt behandelt die Kegelschnitte als Erzeugnisse projectivischer Gebilde. Ausgehend von dem Satze, dass der Ort der Schnittpunkte homologer Strahlen projectivischer Strahlenbüschel von jeder Geraden in zwei reellen oder imaginären Punkten getroffen wird, gelangt er zum Begriffe der Curve zweiter Ordnung, für welche dann der Satz, dass eine Curve zweiter Ordnung aus zwei beliebigen ihrer Punkte durch zwei projectivische Strahlenbüschel projicirt wird, mittelst des Doppelverhältnisses abgeleitet wird. Nachdem der Kegel zweiter Ordnung als die Fläche definirt ist, auf welcher sich die homologen Ebenen projectivischer Ebenenbüschel schneiden, wird für den Satz, dass jede Curve zweiter Ordnung als Schnitt eines Kreiskegels angesehen werden kann, der von Chasles abgeänderte Poncelet'sche Beweis gegeben. Derselbe beruht auf der Annahme, dass es in der Ebene einer Curve zweiter Ordnung stets eine Gerade giebt, welche die Curve nicht in reellen Punkten schneidet. „Von der Zulässigkeit dieser Annahme," heisst es in einer Anmerkung, „überzeugt man sich sofort, indem man in irgend einem Curvenpunkte S die Tangente der Curve construirt. Bewegt man alsdann diese Gerade parallel zu sich selber nach der einen oder andern Seite hin, so lässt sich, am einfachsten durch Bestimmung der Fluchtpunkte, nachweisen, dass bei der Bewegung nach der einen Seite die Bedingung der Realität für die Doppelpunkte erfüllt bleibt; im Punkte S selber fallen nämlich die Doppelpunkte zusammen. Dagegen wird nun bei einer Verschiebung der Geraden in der entgegengesetzten Richtung die Bedingung der Realität zuerst nicht erfüllt." Für „ein Werk, welches dem Studium der projectivischen Geometrie als Einleitung in die Elemente dienen soll", wäre ein klarerer Beweis wünschenswerth, der sich sofort geben lässt, nachdem die Curven zweiter Ordnung, was an und für sich nothwendig ist, als geschlossene Curven erkannt sind. Dass sie in der That aus einem Zuge bestehen müssen, folgt unmittelbar aus ihrer Erzeugung durch zwei projectivische Strahlenbüschel. Denn sowie ein Strahl des einen Büschels von einer Lage anfangend stetig das ganze Büschel durchläuft, bis er in die erste Lage zurückkehrt, muss auch der Punkt, den er mit der Curve zweiter Ordnung gemein hat, continuirlich diese Curve durchlaufen. Denkt man sich nun in zwei Punkten Tangenten gezogen, so theilen diese die Ebene in vier Theile; in einem von ihnen liegt die Curve, so dass also jede Gerade, welche durch diesen nicht hindurchgeht, die Curve nicht in reellen Punkten schneiden kann. — Am Kegel werden dann die verschiedenen Arten der Kegelschnitte abgeleitet und auch sofort die Kriterien festgestellt, welche dieser Arten zwei projectivische Strahlenbüschel erzeugen. Aus dieser Erzeugung wird eine lineare Construction der Kegelschnitte hergeleitet und gezeigt, dass jeder Kegelschnitt durch fünf seiner Punkte bestimmt ist. Unmittelbar ergiebt sich dann durch die Construction eines sechsten Punktes aus fünf gegebenen der Satz vom Pascal'schen Sechseck, dessen von Steiner und Kirkmann gegebene Erweiterungen gleichfalls entwickelt werden. Als einfache Folgerungen ergeben sich die Eigenschaften der einem Kegelschnitte eingeschriebenen Fünf-, Vier- und Dreiecke. Mittelst des erhaltenen Satzes vom eingeschriebenen Viereck wird dann gezeigt, dass eine bewegliche Tangente eines Kegelschnittes auf zwei festen Tangenten zwei projectivische Punktreihen beschreibt, und die Umkehrung hiervon dadurch bewiesen, dass gezeigt wird, wie ein Kegelschnitt, der die Träger l und l_1 zweier projectivischen Punktreihen in den dem Schnittpunkte entsprechenden Punkten und ausserdem irgend eine Verbindungslinie homologer Punkte berührt und also eindeutig bestimmt ist, durch seine Tangenten auf den Trägern l und l_1 dieselben projectivischen Punktreihen bestimmt. Nachdem der Begriff der Curve zweiter Classe somit entwickelt ist, wird die Identität derselben mit der Curve zweiter Ordnung noch dadurch nachgewiesen, dass mittelst der Poncelet'schen Methode gezeigt wird, wie auch eine Curve zweiter Classe als Schnitt eines Kreiskegels angesehen werden kann. Weiterhin wird diese Identität noch auf einem andern Wege bewiesen. Dazu werden zunächst die Eigenschaften der Curve zweiter Classe auf dem Wege untersucht, der demjenigen dual gegenübersteht, auf welchem die Eigenschaften der Curven zweiter Ordnung erkannt wurden. Auf demselben gelangt man zu dem Satze: Bei jedem einer Curve zweiter Classe umschriebenen Dreiecke schneiden sich die Verbindungslinien der Ecken und der Berührungspunkte der Gegenseiten in einem Punkte. Dieser Satz war auch für Curven zweiter Ordnung abgeleitet und somit sind Curven zweiter Classe und zweiter Ordnung identisch. Dann werden auch die Kriterien festgestellt, durch die man aus der gegenseitigen Lage der erzeugenden Punktreihen die verschiedenen Arten der Kegelschnitte unterscheiden kann. Nachdem die Theorie der Polaren in der gewöhnlichen Art abgeleitet ist, werden aus den polaren Beziehungen die Eigenschaften der Durchmesser und des Mittelpunktes entwickelt. In die weitere Theorie der Kegelschnitte, die hier abgebrochen wird, gewährt noch der Begriff des Kegelschnittbüschels und dessen involutorische Eigenschaft einen Fernblick.

Im letzten Abschnitte wird die Staudt'sche Begründung der projectivischen Beziehungen mitgetheilt, der Begriff der Verwandtschaft von Figuren gegeben und für zwei einstimmige, collinear verwandte Systeme der Satz bewiesen, dass jedes von ihnen durch eine blosse Drehung um einen bestimmten Punkt, Identitätspunkt, in seiner Ebene zum Zusammenfallen mit dem andern gebracht werden kann. Hiervon wird eine Anwendung auf die Construction der Normalen solcher Curven gemacht, welche durch eine mechanische stetige Bewegung eines starren Systems erzeugt werden können, z. B. der Ellipse, der Konchoide des Nikomedes und der Cissoide des Diokles. Zum Schlusse wird noch die Verwandtschaft der Collineation besprochen und der Hauptsatz derselben bewiesen, dass zwei ebene Systeme collinear aufeinander bezogen sind, wenn man ein Viereck des einen als entsprechend einem Viereck des andern ansieht.

Dies ist die ziemlich ausführliche Inhaltsangabe der Elemente. — Der grösste Theil der Sätze, die in ihnen entwickelt werden, ist, wie der Verfasser in § 1 des siebenten Abschnittes sagt, von der Art, dass sie sich auf die Durchschnitte von Geraden in einem Punkte beziehen oder von der Lage verschiedener Punkte auf einer Geraden und von projectivischen Beziehungen von Geraden und Strahlenbüscheln zu einander handeln. Alles dieses aber sind Sätze, welche die Anwendung irgend eines Massverhältnisses nicht nöthig machen. Mit diesen letzten Worten ist aber die neuere Geometrie als eine Geometrie der Lage, wie sie eigentlich sehr unpassend genannt wird, charakterisirt. Der natürlichste Weg aber, die Lagenverhältnisse räumlicher Gebilde zu ergründen, ist die directe Anschauung. Diesen Weg hat v. Staudt eingeschlagen und dadurch „die Geometrie der Lage zu einer selbstständigen Wissenschaft gemacht, welche des Messens nicht bedarf". Die Staudt'sche Methode hat dadurch „den Vorzug grösserer systematischer Einheit, grösserer Sauberkeit und Eleganz". Rechnet man hierzu noch, dass diese Methode (vergl. Reye, Geometrie der Lage) sich ganz besonders dazu eignet, „das Gesetz der Dualität, welches die neuere Geometrie beherrscht, in seiner vollen Reinheit und in seinem ganzen Umfange zur Geltung zu bringen, ein Vortheil, dessen sich kein anderer Lehrgang, der das Mass zu Hilfe nimmt, rühmen kann, weil in der Geometrie des Masses jenes Gesetz nicht allgemein giltig ist", dass sie ferner ganz ungemein die Vorstellungskraft des Lernenden übt, was bei einem für Studirende bestimmten Lehrbuche entscheidend ins Gewicht fällt, so muss man nach den Gründen suchen, welche den Verfasser der Elemente bewegen konnten, nicht dieser Methode zu folgen, sondern sein Werk auf die Theorie des Doppelverhältnisses zu begründen. Ein Grund ist wohl der, dass er, wie das Vorwort sagt, dem Leser die umfassenden Gedanken der grossen Geometer nahe bringen und einen klaren Ueberblick über die verschiedenen, von ihnen benutzten Methoden gewähren will. Doch dürfte dieser für die Anlage eines Lehrbuches nicht massgebend sein. Als einen zweiten Grund giebt er selbst auf S. XXX der Einleitung „eine gewisse Einseitigkeit, die sich selbst rächt" in der Staudt'schen Methode an, eine Behauptung, die ebenso unerwiesen, wie in der That unerweisbar ist. Denn man kann mittelst dieser Methode nicht nur den Inhalt der Elemente natürlich und elegant entwickeln, sondern kommt auch mit ihrer Hilfe zu den klarsten Anschauungen der räumlichen Gebilde und durch sie allein zu dem Bewusstsein von dem stolzen, in sich vollendeten Bau der Geometrie der Lage und zu der Erkenntniss, dass sie in ihrer jetzigen Form als Ideal einer Wissenschaft angesehen werden kann.

Wenn daher auch bedauert werden muss, dass der in den Elementen gewählte Lehrgang sich an die Staudt'sche Methode nicht anschliesst, so ist auf der andern Seite die correcte, anziehende und durchaus klare Darstellung hervorzuheben, welche sie ebenso geeignet macht, den Leser in das Studium der neueren Geometrie einzuführen, als ihn mit den verschiedenen Methoden bekannt zu machen, welche die Geometer zu ihrem Ausbau angewendet haben.

Milinowski.

Modelle von Flächen zweiter Ordnung, construirt nach Angabe von Prof. Dr. A. Brill. Neue Ausgabe. Darmstadt, Verlag von L. Brill. 1876. 11 Mk.

Bei der neuen Ausgabe dieses, bereits im XX. Jahrg., S. 171, besprochenen Unterrichtsmittels ist der vom Referenten ausgedrückte Wunsch erfüllt, nämlich ein Modell des hyperbolischen Paraboloids hinzugefügt und damit die Reihe der Modelle für Flächen zweiter Ordnung zu einer vollständigen geworden. Das letzte Modell, welches auch für sich allein zum Preise von 2 Mk. bezogen werden kann, besteht aus zwei Reihen geschickt zusammengefügter, geradlinig begrenzter Cartons, welche den geradlinigen Schnitten der Fläche entsprechen. Vielleicht gelingt es dem Constructionstalente des Herrn Prof. Brill auch noch, das einfache Hyperboloid ebenfalls aus dessen geradlinigen Schnitten zusammenzusetzen und somit alle Flächen des zweiten Grades mittelst ihrer einfachsten Schnitte darzustellen.

Gleichzeitig offerirt die Verlagshandlung drei, zum Aufstecken der Modelle dienende Stative, von denen das letzte jedoch überflüssig sein dürfte. Die schon früher ausgesprochene warme Empfehlung dieser netten Modelle möge hier wiederholt sein.

SCHLÖMILCH.

Berichtigung einiger Stellen in dem ersten Theile der von Herrn Dr. Lindemann herausgegebenen Vorlesungen über Geometrie von Clebsch.

Die Herausgabe der Vorlesungen von Clebsch ist gewiss von allen Mathematikern freudig begrüsst worden, und man ist dem Herausgeber grossen Dank schuldig, dass er sich der Mühe der Bearbeitung derselben unterzogen hat. Die grossen Vorzüge, welche diese Bearbeitung in vieler Beziehung besitzt, machen dieses Buch zu einer der werthvollsten Publicationen der Neuzeit, welche bestimmt ist, die Kenntniss der neueren algebraisch-geometrischen Untersuchungen auch in weiteren Kreisen zu verbreiten. Allein in dieser Beziehung ist es doch sehr zu bedauern, dass der Herausgeber sich nicht mehr auf den Standpunkt solcher Leser gestellt hat, welche die in dem Buche behandelten Materien erst aus diesem Buche kennen lernen wollen. Zu den in der Sache selbst liegenden Schwierigkeiten sind dadurch neue auf der Darstellung beruhende Schwierigkeiten in nicht unbeträchtlichem Maasse hinzugekommen, und es ist zu fürchten, dass der Nutzen, den das Buch zu stiften bestimmt ist, infolge dessen erheblich beeinträchtigt werden wird. Die Darstellung gleicht mitunter einer aus übereinandergethürmten Felsblöcken bestehenden Bergspitze. Gelingt es, Block für Block erklimmend, die Spitze zu erreichen, so kann man dann von oben den prakticablern Pfad bemerken, der aber von unten aus verborgen war.

Damit hängt zusammen, dass im Einzelnen manche Unrichtigkeiten sich vorfinden, welche zu grossen Schwierigkeiten Anlass geben, so lange man nicht erkannt hat, dass wirklich etwas Unrichtiges vorliegt. Indem ich mir erlaube, auf einige solcher Stellen, die mir beim Studium des Buches aufgefallen sind, aufmerksam zu machen, verfolge ich die Absicht, damit anderen Lesern Mühe zu ersparen.

Auf S. 340 wird bei dem Beweise des Nöther'schen Satzes, welcher die Bedingungen aufstellt, unter denen eine Curve $f=0$, welche durch die Schnittpunkte zweier Curven $\varphi=0$ und $\psi=0$ hindurchgeht, von denen die erste in einem Schnittpunkte einen q-fachen, die zweite einen r-fachen Punkt besitzt, in der Form $f=A\varphi+B\psi=0$ dargestellt werden kann, eine Zahl P aufgestellt, welche angiebt, wieviele Coefficienten bei f in den Gliedern bis zur k^{ten} Dimension inclusive enthalten sind, und eine zweite Zahl Q für die Anzahl der Coefficienten, die in den nämlichen Gliedern bei den Functionen A und B vorkommen. Es wird dann k so bestimmt, dass in allen Gliedern, die von höherer Dimension sind als der k^{ten}, die Coefficienten von f sich durch die Coefficienten von A und B ausdrücken lassen, ohne dass Bedingungsgleichungen zwischen diesen Coefficienten von f stattzufinden brauchen. Als Bedingung dafür ergiebt sich $k \overline{\gtrless} q + r - 2$. Nun heisst es weiter: „Sobald k dieser Bedingung genügt, sind die Coefficienten $(k+1)^{\text{ter}}$ Dimension in f voneinander unabhängig; wir haben also

$$k' = k + 1 = q + r - 1$$

für k in P und Q einzusetzen." Für die letztere Behauptung ist ein weiterer Grund nicht angegeben; es ist ein solcher auch nicht ersichtlich, vielmehr liegt es viel näher, da für $k = q + r - 2$ der gewünschte Fall schon eintritt, diese Zahl und nicht $q + r - 1$ in P und Q zu substituiren, was auch damit übereinstimmt, dass in dem S. 341 ausgesprochenen Satze die Bedingungsgleichungen sich nur auf die Coefficienten der Glieder von f bis exclusive zur $(r + q - 1)^{\text{ten}}$ Dimension beziehen. Setzt man aber in P und Q den Werth $q + r - 2$ für k ein, so erhält man für die Anzahl $P - Q$ der Bedingungsgleichungen denselben Ausdruck $rq - \frac{1}{2} q(q+1)$, der auch S. 341 angegeben ist.

S. 356 ist in den Formeln Z. 2 und 4 ein $+$-Zeichen statt des $-$-Zeichen zu setzen.

S. 358 Z. 5 ist statt $(abc)^2 a_y^{n-3} b_y^{n-2} c_y^{n-2} a^3_x$ zu lesen

$$(abc)^2 a_y^{n-5} b_y^{n-2} c_y^{n-2} a^3_x.$$

Achtet man nicht auf die Dimension, in der das Symbol a vorkommen muss, so kann dieser Druckfehler zu Schwierigkeiten Anlass geben, besonders da über das Verschwinden dieses Ausdruckes nur eine gar sehr kurze Andeutung gegeben ist.

S. 363. Die Z. 3 v. u. aufgestellte Gleichung kann auf die im Texte angegebene Art nicht erhalten werden. Man erhält sie aber, wenn man als verschwindende Glieder nicht $-d\mu\, \Sigma \varphi_{ik}\, x_k$, sondern vielmehr $-v_x\, d\mu\, \Sigma \varphi_{ik}\, x_k$ hinzufügt, und ferner an Stelle der Substitution $p_k = \varrho\, dx_k - x_k\, d\mu$ die folgende $p_k = \varrho\, v_y\, dx_k - x_k\, d\mu$ einführt.

S. 373. Es werden zwei Curvengleichungen abgeleitet:

a) $$(a\alpha\beta)^2 a_y^{n-2} = 0,$$

b) $$(ab\alpha)^2 a_y^{n-2} b_y^{n-2} = 0,$$

und diese folgendermassen interpretirt:

1. Der Ort eines Punktes, dessen conische Polare unendlich viele Polardreiecke besitzt, die einem gegebenen Kegelschnitte eingeschrieben sind, ist eine Curve der Ordnung $(n-2)$; und

2. der Ort eines Punktes, dessen conische Polare in ein einem gegebenen Kegelschnitte zugehöriges Polardreieck (und somit in unendlich viele) eingeschrieben ist, ist eine Curve der Ordnung $2(n-2)$.

Es ist aber der geometrische Ort 1) nicht die Curve a) von der Ordnung $n-2$, sondern vielmehr die Curve b) von der Ordnung $2(n-2)$; der geometrische Ort 2) hingegen nun nicht etwa die Curve a), sondern die nämliche, wie die vorhergehende.

S. 433. Bei dem Beweise des Restsatzes wird gesagt: „Es lassen sich immer zwei adjungirte Curven $\beta=0$, $\gamma=0$ finden, in der Art, dass“ u. s. w. Hier ist wohl $\beta=0$ eine adjungirte Curve, nicht aber $\gamma=0$. Diese muss in dem i-fachen Punkte von f nicht wie die Curve $\beta=0$ einen $(i-1)$-fachen, sondern einen $(i-2)$-fachen Punkt haben. Es ist aber für den Beweis des Satzes auch gar nicht erforderlich, dass $\gamma=0$ eine adjungirte Curve sei.

S. 436 Z. 11 v. u. muss statt $n-2+p\geqq 2(n-2)$ gelesen werden $n-2+p\leqq 2(n-2)$.

Die angeführten Stellen, welche auf Vollständigkeit keinen Anspruch machen, beziehen sich, wie man sieht, nur auf Details in der Ausführung, sie lassen die Vorzüge des Buches durchaus ungeschmälert. Vielleicht aber nimmt der Herausgeber hieraus Veranlassung, sein Werk einer nochmaligen Revision zu unterziehen. Wenn er dies thun wollte und die ihm etwa nöthig scheinenden Abänderungen oder Zusätze in geeigneter Weise veröffentlichen möchte, so würde er damit seinen Lesern einen nicht hoch genug zu schätzenden Dienst erweisen.

Prag, 18. März 1876. H. Durège.

Bibliographie

vom 1. April bis 31. Mai 1876.

Periodische Schriften.

Abhandlungen der mathematischen Classe der königl. preussischen Akademie der Wissenschaften. Aus dem Jahre 1875. Berlin, Dümmler. 4 Mk. 70 Pf.

Abhandlungen der physikalischen Classe der königl. preussischen Akademie der Wissenschaften. Aus dem Jahre 1875. Ebendas. 26 Mk. 20 Pf.

Monatsbericht der königl preussischen Akademie der Wissenschaften. Jahrgang 1876, Nr. 1. Berlin, Dümmler. pro compl. 12 Mk.

Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe der königl. bayrischen Akademie der Wissenschaften. 1875. 3. Heft. München, Franz. 1 Mk. 20 Pf.

Bulletin de l'Académie imp. des sciences de St. Petersbourg. T. XXI, Nr. 1 et 2. Leipzig, Voss. pro compl. 9 Mk.

Tageblatt der 47. Naturforscher-Versammlung in Breslau 1874. Breslau, Morgenstern. 8 Mk.

Mathematische Annalen, herausgegeben von F. Klein und A. Mayer. 10. Bd. (4 Hefte). 1. Heft. Leipzig, Teubner. pro compl. 20 Mk.

Archiv der Mathematik und Physik, begründet von Grunert, fortgesetzt von Hoppe. 59. Thl. 1. Heft. Leipzig, Koch. pro compl. 10 Mk. 50 Pf.

Zeitschrift für Vermessungswesen, herausgegeben von W. Jordan. 5. Bd. 1. Heft Stuttgart, Wittwer. pro compl. 9 Mk.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, herausgegeben v. Ohrtmann, Müller und Wangerin. 6. Bd. Jahrg. 1874. 1. Heft. Berlin, G. Reimer. 4 Mk. 80 Pf.

Fortschritte der Physik im Jahre 1871. 27. Jahrg., redig. v. Schwalbe. 2. Abth. Berlin, G. Reimer. 11 Mk.

Monatliche Berichte über die Resultate der meteorologischen Beobachtungen an den königl. sächsischen Stationen, herausgegeben von C. Bruhns. Leipzig, Engelmann. 1 Mk. 50 Pf.

Die veränderlichen Tafeln des astronomischen und chronologischen Theiles des königl. preussischen Normalkalenders für 1877, herausgegeben von Förster. Berlin, statist. Bureau. 6 Mk. 75 Pf.

Reine Mathematik.

Günther, S., Ziele und Resultate der neueren mathematisch-historischen Forschung. Erlangen, Besold. 2 Mk. 80 Pf.

Thomae, J., Sammlung von Formeln, welche bei Anwendung der elliptischen und Rosenhain'schen Functionen gebraucht werden. Halle, Nebert. 3 Mk.

Du Bois-Reymond, P., Untersuchungen über die Convergenz und Divergenz der Fourier'schen Darstellungsformeln. München, Franz. 4 Mk. 80 Pf.

Winckler, A., Ueber angenäherte Bestimmungen. (Akad.) Wien, Gerold. 60 Pf.

Weyr, E., Ueber die Abbildung einer rationalen Raumcurve vierter Ordnung auf einen Kegelschnitt. (Akad.) Wien, Gerold. 40 Pf.

Moroff, A., Die ersten Sätze der ebenen Geometrie. Grundbegriffe, Winkel, Dreieck, Viereck. Hof, Büching. 80 Pf.

Nagel, v., Lehrbuch der Stereometrie. 4. Aufl. Ulm, Nübling. 1 Mk. 50 Pf.

Niemtschik, R., Ueber die Construction der Umhüllungsflächen variabler Kugeln. (Akad.) Wien, Gerold. 1 Mk. 60 Pf.

Brill, A., Cartonmodelle von Flächen zweiter Ordnung. Nr. 6: das hyperbolische Paraboloid. Darmstadt, Brill. 2 Mk.

Rosenberger, F., Die Buchstabenrechnung. Jena, Dufft. 2 Mk.

Angewandte Mathematik.

Nagel, A., Die Vermessungen im Königreich Sachsen. Eine Denkschrift. Dresden, Huhle. 6 Mk.

Haupt, P., Mathematische Theorie der Flugbahnen gezogener Geschütze. Berlin, Voss. 2 Mk.

Bessel, F. W., Abhandlungen, herausgegeben v. P. Engelmann. 2. Bd. Leipzig, Engelmann. 18 Mk.

Sadebeck, A., Angewandte Krystallographie. (Ausbildung d. Kryst., Zwillingsbildung, Krystallotektonik.) Nebst einem Anhang über Zonenlehre. Berlin, Müller & S. 12 Mk.

——, Ueber die Theilbarkeit der Krystalle. Ebendas. 60 Pf.

Spörer, G., Beobachtungen von Sonnenflecken. 2. Abth. Leipzig, Engelmann. 13 Mk. 50 Pf.

Boeddikker, O., Erweiterung der Gauss'schen Theorie der Verschlingungen, mit Anwendungen der Elektrodynamik. Stuttgart, Spemann. 5 Mk. 50 Pf.

Rühlmann, R., Handbuch der mechanischen Wärmetheorie. 3. Lief. Braunschweig, Vieweg. 5 Mk. 80 Pf.

Puschl, C., Neue Sätze der mechanischen Wärmetheorie. 1. Abth. (Akad.) Wien, Gerold. 40 Pf.

Physik und Meteorologie.

Lommel, E., Ueber die Interferenz des gebeugten Lichtes. 4. Mitthlg. Erlangen, Besold. 30 Pf.

Güntner, C., Ueber die Benutzung der Sonnenwärme zu Heizeffecten mittelst des neuen Planspiegel-Reflectors. (Akad.) Wien, Gerold. 60 Pf.

Pfaundler, L., Ueber Differential-Luftthermometer. (Akad.) Wien, Gerold. 1 Mk. 20 Pf.

Jelinek, C., Psychrometertafeln für das hunderttheilige Thermometer. Leipzig, Engelmann. 2 Mk.

Christiani, A., Beiträge zur Elektricitätslehre. Ueber irreciproke Leitungen elektrischer Ströme. Berlin, Friedländer & S. 6 Mk.

Rollett, A., Bemerkungen über das Rheochord als Nebenschliessung. (Akad.) Wien, Gerold. 20 Pf.

Recknagel, G., Compendium der Experimentalphysik, nach Jamin's *petit traité de phys.* 6. Abth. (Schluss): Optik. Stuttgart, Meyer & Zeller. 3 Mk., pro compl. 15 Mk.

Müller Pouillet's Lehrbuch der Physik und Meteorologie. 8. Aufl., bearbeitet von L. Pfaundler. I. Bd., 1. Abth. Braunschweig, Vieweg. 4 Mk.

Mathematisches Abhandlungsregister.

1875.
Zweite Hälfte: 1. Juli bis 31. December.

A.

Abbildung.

225. Weitere Beiträge zur Theorie der isogonalen Verwandtschaften. Holzmüller. Zeitschr. Math. Phys XX, 1, 252. [Vergl. Bd. XIX, Nr. 1.]
226. Bemerkung über die Abbildung einer gewissen Fläche vierter Ordnung. Frahm. Mathem. Annal. VII, 512.
227. Ueber conforme Abbildung von Mannigfaltigkeiten höherer Ordnung. Beez. Zeitschr. Math. Phys. XX, 253.

Analytische Geometrie der Ebene.

228. On the envelope of a straight line. Genese. Quart. Journ. math. XIII, 260.
229. On the scalene transformation of a plane curve. Cayley. Quart. Journ. math. XIII, 321.
230. Ueber eine Gattung transcendenter Curven, welche geschlossen sind. Schwering. Zeitschr. Math. Phys. XX, 457.
231. On the mechanical description of a cartesian. Cayley. Quart Journ. math. XIII, 328.

Vergl. Biangularcoordinaten. Doppeltangenten. Gleichungen 301. Kegelschnitte. Parabel.

Analytische Geometrie des Raumes.

232. Ueber Gerade im Raume. Maly. Grun. Archiv LVII, 441.
233. Ueber die centralen und elliptischen Coordinaten. Van Geer. Zeitschr. Math. Phys. XX, 304.
234. Flächeninhalt von Parallelschnitten durch Regelflächen. Bewegung eines Schwerpunktes eines freien Systems von materiellen Punkten in einer Ebene. Rauminhalt des Prismatoids. Baur. Zeitschr. Math. Phys. XX, 376.

Vergl. Determinanten in geometrischer Anwendung 253. Kegelschnitte 312, 315. Normalen. Oberflächen. Paraboloid. Sphärik.

B.

Barycentrischer Calcül.

235. Ueber die Symmetriepunkte der Dreiecke. Hoppe. Grun. Archiv LVII, 422.

Bestimmte Integrale.

236. Ueber eine neue Bedingung für den gewöhnlichen Mittelwerthsatz. P. du Bois-Reymond. Mathem. Annal. VII, 605.
237. Ueber partielle Integration. Thomae. Zeitschr. Math. Phys. XX, 475.
238. On zonal harmonics. P. Frost. Quart. Journ. math. XIII, 184.
239. A new formula in definite integrals. Glaisher. Phil. Mag. XLVIII, 53, 400. O'Kinealy ibid. 295.

240. On the integrals $\int\limits_0^\infty \sin x^2\, dx$ and $\int\limits_0^\infty \cos x^2\, dx$. Glaisher. Quart. Journ. math. XIII, 343. [Vergl. Bd. XX, Nr. 42.]
Vergl. Fourier'sche Reihe. Functionen 269.

Biangularcoordinaten.

241. On biangular coordinates. Ford. Quart. Journ. math. XIII, 75. [Vergl. Bd. XIV, Nr. 156.]
242. On the conic referred to biangular coordinates. Jeffery. Quart. Journ. math. XIII, 130.

C.

Combinatorik.

243. Beweis eines Fundamentalsatzes von den magischen Quadraten. Günther. Grun. Archiv LVII, 285.
244. On the problem of the eight queens. Glaisher. Phil. Mag. XLVIII, 457. [Vergl. Bd. XX, Nr. 370.]
Vergl. Zahlentheorie 403.

Cubatur.

245. Ueber die regulären und Poinsot'schen Körper und ihre Inhaltsbestimmung vermittelst Determinanten. Loewe. Grun. Archiv LVII, 392.
246. Volumes des solides engendrés par la révolution des polygones réguliers autour d'un de leurs côtés. Dostor. Grun. Archiv LVII, 334.
Vergl. Analytische Geometrie des Raumes 234. Tetraeder.

Cubische Formen.

247. Ueber das simultane System zweier binären cubischen Formen. Gundelfinger. Mathem. Annal. VII, 452.

D.

Determinanten.

248. Ueber symmetrische Determinanten und Anwendung auf eine Aufgabe der analytischen Geometrie. Seeliger. Zeitschr. Math. Phys. XX, 467.
Vergl. Functionen 270. Gleichungen 302, 303.

Determinanten in geometrischer Anwendung.

249. Ueber Harmonikalen im Dreieck. Hain. Grun. Archiv LVII, 316.
250. Verschiedene Sätze über das Dreieck. Hain. Grun. Archiv LVII, 322.
251. Nouvelle expression de la surface du triangle, avec application au calcul en déterminant de cette surface en valeur des trois côtés du triangle. Dostor. Grun. Archiv LVII, 204.
252. Ueber berührende Kreise. Zahradnik. Grun. Archiv LVII, 327.
253. Distances du point à la droite et du point au plan. Dostor. Grun. Archiv LVII, 225.
254. Le trièdre et le tétraèdre avec application des déterminants. Dostor. Grun. Archiv LVII, 113.
Vergl. Cubatur 245. Kegelschnitte 315. Krümmung 325.

Differentialgleichungen.

255. Ueber die Integration der vollständigen Differentialgleichung $Z.dz + Y.dy + X.dx = 0$. Weiler. Zeitschr. Math. Phys. XX, 78.
256. On particular integrals. Cockle. Quart. Journ. math. XIII, 239.
257. Ueber die Integration des vollständigen Systems partieller Differentialgleichungen von linearer Form. Weiler. Zeitschr. Math. Phys. XX, 83.
258. Integration der partiellen Differentialgleichung erster Ordnung von unbeschränkter Allgemeinheit. Weiler. Zeitschr. Math. Phys. XX, 271.

Doppeltangenten.

259. Doppeltangenten einer Curve n^{ter} Ordnung. Dersch. Math. Annal. VII, 497.
Vergl. Oberflächen 361.

E.

Elektrodynamik.

260. On the action of two elements of a current. Bertrand. Phil. Mag. XLVIII, 314. [Vergl. Nr. 46.]
261. On constant electric currents. Heine. Phil. Mag. XLVIII, 79.

262. Ueber die gegenseitige ponderomotorische Einwirkung zwischen zwei elektrisch geladenen Kugeln. Bobylew. Mathem. Annal. VII, 396.
263. On the general theory of duplex telegraphy. Schwendler. Phil. Mag. XLVIII, 117.
Vergl. Potential 380.

Elliptische Transcendenten.

264. Note on a transformation in elliptic functions. Malet. Quart. Journ. math. XIII, 278.
265. A geometrical illustration of the cubic transformation in elliptic functions. Cayley. Quart. Journ. math. XIII, 211.

F.

Fourier'sche Reihe.

266. Fourier's theorem. O'Kinealy. Phil. Mag. XLVIII, 95.

Functionen.

267. Beweis eines Satzes aus der Theorie der formalen Operationen. Dickstein. Grun. Archiv LVII, 420.
268. On a algebraical operation. Cayley. Quart. Journ. math. XIII, 369.
269. Ueber die sprungweisen Werthänderungen analytischer Functionen. P. du Bois-Reymond. Mathem. Annal. VII, 241.
270. Ueber den grössten gemeinsamen Factor. Gordan. Mathem. Ann. VII, 433.
Vergl. Bestimmte Integrale. Elliptische Transcendenten. Imaginäres. Kettenbrüche. Mittelgrössen. Substitutionen. Thetafunctionen. Ultraelliptische Transcendenten.

G.

Geodäsie.

271. Die Küstenentwickelung. Günther. Grun. Archiv LVII, 277.

Geometrie (descriptive).

272. On a problem of projection. Cayley. Quart. Journ. math. XIII, 19. [Vergl. Bd. IX, Nr. 296.]
273. Perspectivische Bilder des Kreises und directe Bestimmung ihrer Durchmesser. Peschka. Grun. Archiv LVII, 63.

Geometrie (höhere).

274. Die Grundlagen der Geometrie. J. C. Becker. Zeitschr. Math. Phys. XX, 445.
275. Die neuere Algebra und die Ausdehnungslehre. Grassmann. Mathem. Ann. VII, 538.
276. Ueber die algebraischen Functionen und ihre Anwendung in der Geometrie. Brill & Noether. Mathem. Annal. VII, 269.
277. Ueber die Correspondenzformel. Brill. Mathem. Annal. VII, 607.
278. Die harmonischen Mittelpunkte für ein Punktsystem von vier Punkten in Bezug auf einen gegebenen Punkt als Pol. Milinowski. Zeitschr. Math. Phys. XX, 17.
279. Die Erzeugung der Curven dritter Ordnung mittels symmetrischer Elementarsysteme zweiten Grades. Em. Weyr. Wien. Akad.-Ber. LXIX, 784.
280. Sur les différentes formes des courbes planes du quatrième ordre. Zeuthen. Mathem. Annal. VII, 410.
281. Ueber Raumcurven siebenter Ordnung. Ed. Weyr. Wien. Akad.-Ber. LXIX, 399.
282. Ueber das Strahlensystem erster Ordnung und erster Classe und den linearen Strahlencomplex. Silldorf. Zeitschr. Math. Phys. XX, 118.
283. Sur les surfaces du troisième ordre. Zeuthen. Mathem. Annal. VII, 428.
284. Ueber die verschiedenen Gattungen der Complexe zweiten Grades. Ad. Weiler. Mathem. Annal. VII, 145.
285. Nachtrag zu dem zweiten Aufsatze über Nicht-Euklidische Geometrie. F. Klein. Mathem. Annal. VII, 531. [Vergl. Bd. XIX, Nr. 276.]
286. Die Geometrie auf den Flächen constanter negativer Krümmung. v. Escherich. Wien. Akad.-Ber. LXIX, 497.
Vergl. Barycentrischer Calcül. Kreis 321.

Geschichte der Mathematik.

287. Babylonische Mathematik. Cantor. Zeitschr Math. Phys. XX, hist. Abth. 157.
288. Ueber Hippias von Elis und die Quadratrix. Cantor. Zeitschr. Math. Phys. XX, hist. Abth. 30.
289. Rationale rechtwinklige Dreiecke bei den Arabern. Curtze. Grun. Archiv LVII, 216. [Vergl. Bd. XX, Nr. 552.]
290. Pseudo-Trithemius und Cam. Leonardi. Steinschneider. Zeitschr. Math. Phys. XX, hist. Abth. 25. [Vergl. Bd. XIX, Nr. 75.]
291. Zur Geschichte der deutschen Mathematik im XV. Jahrhundert. Günther. Zeitschr. Math. Phys. XX, hist. Abth. 1, 113. — Curtze ibid. 57.
292. Reliquiae Copernicanae. Curtze. Zeitschr. Math. Phys. XX, 221. [Vergl. Bd. XX, Nr. 435.]
293. Hat Copernicus die Einleitung in sein Werk *De Revolutionibus* selbst gestrichen oder nicht? Curtze. Zeitschr. Math. Phys. XX, hist. Abth. 60.
294. Ueber Simon Jacob von Coburg. Cantor. Zeitschr. Math. Phys. XX, hist. Abth. 66.
295. Ueber einen wahrscheinlich 1713 gefälschten Brief des Archimedes. Curtze. Zeitschr. Math. Phys. XX, hist. Abth. 89.
296. Rudolf Friedrich Alfred Clebsch; Versuch einer Darlegung und Würdigung seiner wissenschaftlichen Leistungen von einigen seiner Freunde. Math. Annal. VII, 1.
297. Nekrolog von Otto Hesse, † 4. Aug. 1874. Noether. Zeitschr. Math. Phys. XX, hist. Abth. 77.
298. Einige Worte zum Andenken an Hermann Hankel. v. Zahn. Math. Annal. VII, 583.
299. Nekrolog von Gottfried Friedlein, † 31. Mai 1875. Cantor. Zeitschr. Math. Phys. XX, hist. Abth. 109.
300. The mathematical and philosophical state of the physical sciences. Lovering. Phil. Mag. XLVIII, 493.

Gleichungen.

301. Untersuchungen über algebraische Gleichungen. Siebel. Grun. Archiv LVII, 73, 350. [Vergl. Bd. XX, Nr. 445.]
302. A general formula for the equation whose roots are the products in pairs of the roots of any algebraic equation. Malet. Quart. Journ. math. XIII, 30.
303. Auflösung eines besondern Systems linearer Gleichungen. Günther. Grun. Archiv LVII, 240.
304. Ueber die numerische Auflösung zweier Gleichungen mit zwei Unbekannten. Zimmermann. Zeitschr. Math. Phys. XX, 71.

Vergl. Kettenbrüche 319.

H.

Homogene Functionen.

Vergl. Cubische Formen.

Hydrodynamik.

305. On the motion of fluids. Cockle. Quart. Journ. math. XIII, 88. [Vergl. Bd. XX, Nr. 146.]
306. On the motion of a mass of water about a moving cylinder. Ferrers. Quart. Journ. math. XIII, 115.
307. On the motion of an infinite mass of water about a moving ellipsoid. Ferrers. Quart. Journ. math. XIII, 330.

I.

Imaginäres.

308. Bemerkung zu einem Satze aus Riemann's Theorie der Functionen einer veränderlichen complexen Grösse. Lippich. Wien. Akad.-Ber. LXIX, 91.

Invarianten.

309. Sur quelques théorèmes fondamentaux de l'algèbre moderne. Gram. Math. Annal. VII, 230.

Vergl. Geometrie (höhere) 275, 276.

K.

Kegelschnitte.

310. Der Transformationsfactor. Greiner. Grun. Archiv LVII, 337.
311. The general equation of a conic expressed in terms of the radius vector and perpendicular on the tangent. Warren. Quart. Journ. math. XIII, 16.

312. Directe Lösung der Aufgabe: einen durch fünf Punkte oder durch fünf Tangenten gegebenen Kegelschnitt auf einen Umdrehungskegel zu legen. Ersetzen der Brennpunkte durch Kreise. Ort der Spitze jenes Umdrehungskegels. Wiener. Zeitschr. Math. Phys. XX, 317.
313 Ueber die Construction der Linien zweiter Ordnung, welche zwei, drei oder vier Linien derselben Ordnung berühren. Niemtschik. Wien. Akad.-Ber. LXIX, 845.
314. Die orthoptische Linie eines Kegelschnittes. Greiner. Grun. Archiv LVII, 343.
315. Equation générale des deux tangentes menées d'un même point à une conique et équation du cône circonscrit à une surface du second degré. Dostor. Grun. Archiv LVII, 191.
316. Zur Theorie des eingeschriebenen gleichseitigen Dreiecks in den Kegelschnitten. v. Wasserschleben. Grun. Archiv LVII, 302.
317. On directrices and foci in trilinear coordinates. Eurenius. Quart. Journ. math. XIII, 198.
318. Zur Theorie des Kegelschnittbüschels. Gundelfinger. Zeitschr. Math. Phys. XX, 153.
Vergl. Biangularcoordinaten 242. Parabel. Sphärik 388.

Kettenbrüche.

319. Ueber die allgemeine Auflösung von Gleichungen durch Kettenbrüche. Günther. Mathem. Annal. VII, 262.
320. Numerical values of certain continued fractions. Glaisher. Quart. Journ. math. XIII, 255.

Kreis.

321. Zur Geometrie des Kreises und der Kugel. Affolter. Grun. Arch. LVII, 1.
322. Der Feuerbach'sche Satz von den Berührungskreisen des ebenen Dreiecks. Schroeter. Mathem. Annal. VII, 517.
323 Ueber Kreise im Dreieck. Hain. Grun. Archiv LVII, 218.
324. Geometrical proof that nine-point circle of triangle touches the inscribed and exscribed circles. Taylor. Quart. Journ. math. XIII, 197.
Vergl. Determinanten in geometrischer Anwendung 252. Geometrie (descriptive) 273. Geschichte der Mathematik 287. Rectification.

Krümmung.

325. Ableitung des allgemeinen Ausdruckes für das Krümmungsmass der Flächen. Escherich. Grun. Archiv LVII, 385.
326. Ueber das Krümmungsmass von Mannigfaltigkeiten höherer Ordnung. Beez. Mathem. Annal. VII, 387.
327. Zur Theorie des Krümmungsmasses von Mannigfaltigkeiten höherer Ordnung. Beez. Zeitschr. Math. Phys. XX, 423.

L.

Logarithmen.

328. Grenzen für die Basis der natürlichen Logarithmen. Ligowski. Grun. Archiv LVII, 220.

M.

Magnetismus.

329. Zur Theorie der magnetischen Kräfte. Stefan. Wien. Akad.-Ber. LXIX, 165.
330. The hydrodynamical theory of the action of a galvanic coil on an external small magnet. Challis. Phil. Mag. XLVIII, 180, 350, 430.
331. Zur Erklärung der periodischen Aenderungen des Erdmagnetismus. Odstrčil. Wien. Akad.-Ber. LXIX, 860.

Mechanik.

332. A statical theorem. Rayleigh. Phil. Mag. XLVIII, 452.
333. Kinematisch-geometrische Untersuchungen der Bewegung gesetzmässig-veränderlicher Systeme. Burmester. Zeitschr. Math. Phys. XX, 381. [Vergl. Bd. XX, Nr. 464.]
334. On different forms of the virial. Clausius. Phil. Mag. XLVIII, 1.
335. Ueber unendlich kleine Bewegungen und über Kraftsysteme bei allgemeiner projectivischer Massbestimmung. Lindemann. Mathem. Annal. VII, 56.

336. On the kinematics of a rigid body. Everett. Quart. Journ. math. XIII, 33.
337. On the motion of a rigid body about a fixed point. Quart. Journ. math. XIII, 158.
338. On the geometrical representation of some familiar cases of reaction in rigid dynamics. Townsend. Quart. Journ. math. XIII, 284.
339. On a mechanical principle resulting from Hamilton's theory of motion. J. J. Müller. Phil. Mag. XLVIII, 274.
340 Note on a point in dynamics. Ellis. Quart. Journ. math. XIII, 375.
341. On tautochronous and brachystochronous curves for parallel and concurrent forces. Townsend. Quart Journ. math. XIII, 1. [Vergl Bd. XX, Nr. 219.]
342. On the free equilibrium of a uniform cord compared with the free motion of a material particle under the action of a central force. Townsend. Quart. Journ. math. XIII, 217.
343. On the integration of the accurate differential equations which apply to the motion in two dimensions of an elastic solid. Moon. Quart. Journ. XIII, 149.
344. Zusammenhang der von Reye gegebenen Formel für barometrische Höhenmessung mit der gewöhnlichen. Sohncke. Zeitschr. Math. Phys. XX, 478.
Vergl. Elektrodynamik. Hydrodynamik. Magnetismus. Molecularphysik. Optik. Potential. Schwerpunkt. Variationsrechnung. Wärmelehre.

Mittelgrösse.

345. Ueber eine Stelle aus den von Gauss nachgelassenen Schriften über das arithmetisch-geometrische Mittel. v. Mangoldt. Zeitschr. Math. Phys. XX, 362.

Molecularphysik.

346. Grundzüge einer neuen Moleculartheorie unter Voraussetzung einer Materie und eines Kraftprincips. Simony. Zeitschr. Math. Phys. XX, 177.
347. Ueber die Dichtigkeitsverhältnisse des intermolecularen Aethers. Wittwer. Zeitschr. Math. Phys. XX, 54.

N.

Nautik.

348. On the perturbation of the compass produced by the rolling of the ship. W. Thomson. Phil. Mag. XLVIII, 363.

Normalen.

349. Ueber Normalen an algebraische Flächen. Sturm. Mathem. Annal. VII, 567. [Vergl. Bd. XIX, Nr. 285.]

O.

Oberflächen.

350. Ueber eine neue Art der Riemann'schen Flächen. F. Klein. Math. Annal. VII, 558.
351. Untersuchung über den Zusammenhang der Flächen im Sinne Riemann's. Lippich. Mathem. Annal. VII, 212.
352. Bemerkungen über den Zusammenhang der Flächen. F. Klein. Mathem. Annal. VII, 549.
353. Zur *analysis situs* Riemann'scher Flächen. Durège. Wien. Akad.-Ber. LXIX, 115.
354. Beispiel einer einseitigen Fläche. Hoppe. Grun. Archiv LVII, 328.
355. Untersuchungen über orthogonale Flächensysteme. Enneper. Math. Annal. VII, 456.
356. Zum Problem des dreifach orthogonalen Flächensystems. Hoppe. Grun. Archiv LVII, 89, 255, 366. [Vergl. Bd. XX, Nr. 494.]
357. Ueber die Plücker'sche Complexfläche. F. Klein. Mathem. Annal. VII, 208.
358. On the conic torus. Cayley. Quart. Journ. math. XIII, 127.
359. Die Axenbestimmung der Kegelflächen zweiten Grades. Pelz. Wien. Akad.-Ber. LXIX, 215.
360. Bemerkung über das Flächennetz zweiter Ordnung. Frahm Mathem. Annal. VII, 635.
361. On bitangents to the surface of centres of a quadric. Purser. Quart. Journ. math. XIII, 338.
362. Ueber die Flächen, deren Gleichungen aus denen ebener Curven durch eine bestimmte Substitution hervorgehen. Eckardt. Math. Annal. VII, 591.

363. Ueber eine allgemeine Classe von Flächen und die Flächen dritter Ordnung insbesondere Eckardt. Zeitschr. Math. Phys. XX, 163.
364. On the quartic surface reciprokal to the surface of centres of a central conicoid. S. Roberts. Quart. Journ. math. XIII, 188.
Vergl. Determinanten. Geometrie (höhere) 283, 286. Imaginäres. Krümmung. Normalen. Optik 367.

Optik.

365. Elementare Behandlung einiger optischer Probleme. Lommel. Zeitschr. Math. Phys. XX, 212.
366. Ueber die Fermat'sche Form des Brechungsgesetzes. Milinowski. Zeitschr. Math. Phys. XX, 311.
367. Ray-surfaces of Refraction. Childe. Quart. Journ. math. XIII, 299.
368. Ueber die Dispersion der Farben in Gasen. Matthiessen. Zeitschr. Math. Phys. XX, 92.
369. Ueber Normalreihen der relativen Dispersionen im sichtbaren Spectrum als Kriterium der Zuverlässigkeit von Messungen optischer Constanten. Matthiessen. Zeitschr. Math. Phys. XX, 326.
370. On the lateral ray-velocities in a biaxis crystal. Walton. Quart. Journ. math. XIII, 66.
371. On the vibration-cone and section cone of equi-bifurcation in a biaxis crystal. Walton. Quart. Journ. math. XIII, 268
372. On the rings and brushes of crystals. Niven. Quart. Journ. math. XIII, 172.

P.

Parabel.

373. Die gemischte Poloconik zweier Geraden bezüglich der Differentialcurve der Parabel. Hochheim. Grun. Archiv LVII, 234.

Paraboloid.

374. On some properties of the paraboloids. Allman. Quart. Journ. math. XIII, 102.

Planimetrie.

375. Ueber das Diagonalenfünfeck eines Kreisfünfecks. Hain. Grun. Archiv LVII, 218.
376. Ueber Paralleltransversalen im Dreieck. Hain. Grun. Archiv LVII, 438.
377. Ueber den Punkt der gleichen Paralleltransversalen. Hain. Grun. Archiv LVII, 441.
378. Beweis eines Satzes vom Dreieck. Hain. Grun. Archiv LVII, 448. [Vergl. Bd. XIX, Nr. 376.]
Vergl. Geschichte der Mathematik 287, 291.

Potential.

379. Ueber das logarithmische Potential. Koetteritzsch. Zeitschr. Math. Phys. XX, 341.
380. Electric images. P. Frost. Quart. Journ. math. XIII, 185.

Q.

Quadratur.

381. On Amsler's Planimeter. Purvis. Phil. Mag. XLVIII, 11.
Vergl. Analytische Geometrie des Raumes 234. Determinanten in geometrischer Anwendung 251. Sphärik 387.

R.

Rectification.

382. Zur Kreismessung. Dickstein. Grun. Archiv LVII, 111. [Vergl. Bd. XX, Nr. 520.]
Vergl. Geschichte der Mathematik 287.

Reihen.

383. Sommation élémentaire des carrés et des cubes des n premiers nombres entiers. Dostor. Grun. Archiv LVII, 222.

384. Beweis einiger Sätze über Potenzreihen. Stolz. Zeitschr. Math. Phys. XX, 369.
385. Ueber die hypergeometrische Reihe. Meissel. Grun. Archiv LVII, 446.
Vergl. Fourier'sche Reihe.

S.

Schwerpunkt.

Vergl. Analytische Geometrie des Raumes 234.

Sphärik.

386. Ueber die Anzahl congruenter Kugeln, welche sich auf eine Kugel von gleichem Radius auflegen lassen. Günther. Grun. Archiv LVII, 209. [Vergl. Bd. XX, Nr. 526.]
387. Der Legendre'sche Satz in der sphärischen Trigonometrie. Mertens. Ztschr. Math. Phys. XX, 248.
388. On spherical conics described within and without a quadrangle. Jeffery. Quart. Journ. math. XIII, 350.

Stereometrie.

Vergl. Cubatur. Sphärik. Tetraeder.

Substitutionen.

389. Quadratische Transformationen des elliptischen Differentiales

$$\frac{\Sigma \pm c_1\, x_2\, d\, x_3}{c_1 \dfrac{\partial f}{\partial x_1} + c_2 \dfrac{\partial f}{\partial x_2} + c_3 \dfrac{\partial f}{\partial x_3}}$$

unter der Voraussetzung $f(xxx) = 0$. Gundelfinger. Mathem. Annal. VII, 449.

T.

Tetraeder.

390. Beweis einer Inhaltsformel des Tetraeders. Oelschlaeger. Grun. Archiv LVII, 107. — Stammer ibid. 107. — Hoppe ibid. 108. [Vergl. Bd. XX, Nr. 533.]
Vergl. Determinanten in geometrischer Anwendung 254.

Thetafunctionen.

391. Untersuchungen über die Theilwerthe der Jacobi'schen Thetafunctionen und die im Gauss'schen Nachlasse mitgetheilten Beziehungen derselben. Göring. Mathem. Annal. VII, 311.

U.

Ultraelliptische Transcendenten.

392. Ein Beweis des Additionstheorems für die hyperelliptischen Integrale. Schumann. Mathem. Annal. VII, 623.
393. Die Form und Zahl der Repräsentanten nicht äquivalenter Classen der Transformationen der ultraelliptischen Functionen für beliebige Transformationsgrade. Dorn. Mathem. Annal. VII, 481.
Vergl. Analytische Geometrie der Ebene 230.

V.

Variationsrechnung.

394. On the vibrations of approximately simple systems. Rayleigh. Phil. Mag. XLVIII, 258. [Vergl. Bd. XIX, Nr. 339.]

W.

Wärmelehre.

395. Ueber die Beziehung der mittleren Bewegungsintensität der Atome eines beliebigen festen Complexes zu dessen absoluter Temperatur. Simony. Zeitschr. Math. Phys. XX, 172.

Wahrscheinlichkeitsrechnung.

396. Ueber die Berechnung des wahrscheinlichen Fehlers einer endlichen Zahl von Beobachtungen. Mees. Zeitschr. Math. Phys. XX, 145.
397. Ueber die Berechnung des wahrscheinlichen Fehlers aus einer endlichen Anzahl wahrer Beobachtungsfehler. Helmert. Zeitschr. Math. Phys. XX, 300.

Z.

Zahlentheorie.

398. Arithmetische Kleinigkeiten. Bachmann. Zeitschr. Math. Phys. XX, 158.
399. Zahlentheoretische Spielerei. M. Cantor. Zeitschr. Math. Phys. XX, hist. Abth. 134.
400. Zur Theorie unrein periodischer Decimalbrüche. Broda. Grun. Archiv LVII, 297.
401. Ueber die Zahlen, deren Quersumme gleich ihrer μ^{ten} Wurzel ist. Mischer. Zeitschr. Math. Phys. XX, 251.
402. Die Anzahl der Lösungen diophantischer Gleichungen bei theilfremden Coefficienten. K. Weihrauch. Zeitschr. Math. Phys. XX, 97, 314.
403. Ueber die Ausdrücke $\Sigma f_n(m)$ und die Umgestaltungen der Formel für die Lösungsanzahlen; Anwendung der Formel in der Combinationslehre. K. Weihrauch. Zeitschr. Math. Phys. XX, 112.

Vergl. Combinatorik 243. Geschichte der Mathematik 289. Mittelgrössen.

Historisch-literarische Abtheilung.

Die Chorographie des Joachim Rheticus.

Aus dem Autographon des Verfassers mit einer Einleitung herausgegeben von

Prof. Dr. F. Hipler
in Braunsberg.

(Hierzu Taf. VII, Fig. 1—3.)

Einleitung.

1. Die Kunde von dem neuen Sonnensystem des ermländischen Domherrn Nicolaus Copernicus war durch dessen Freunde und Verehrer schon lange zu den Gelehrten in Deutschland, Polen, Italien und Belgien gedrungen, bevor darüber auch nur das Mindeste durch die Presse war bekannt gemacht worden. Albert Widmanstadt, Celio Calcagnini, Bernhard Wapowski, Gemma Frisius — um nur Einige zu nennen — waren seit dem Jahre 1524, wenn nicht noch früher, mit dessen Principien bekannt; am 1. November 1536 bereits erbat sich der Cardinal Nicolaus Schonberg von Rom aus eine Abschrift des Werkes über die Sternläufe von dem Verfasser selbst, Näheres aber über sein System blieb der gelehrten Welt immer noch verborgen. Da machte sich im Frühling des Jahres 1539 ein junger Wittenberger Professor der Mathematik nach Frauenburg auf, um an Ort und Stelle von dem greisen Meister der Astronomie in die Geheimnisse seiner Wissenschaft eingeführt zu werden. Länger als zwei Jahre verweilte er bei Copernicus, der ihn auf's Freundlichste aufnahm, ihm die Handschrift seines Hauptwerkes zum Studium und später auch zur Publication mittheilte und ihn in der Abfassung einiger kleiner Schriften astronomischen und mathematischen Inhalts unterstützte, die zum Theil sofort gedruckt wurden, wie die sogenannte *narratio prima* (*de libris revolutionum Nicolai Copernici*), zum Theil verloren gegangen und bis jetzt nicht aufgefunden sind, wie das *Opusculum quo a sacrarum scripturarum dissidentia*

aptissime vindicatur telluris motus und die *vita Nicolai Copernici*, zum Theil aber nur handschriftlich verbreitet wurden und daher noch der Veröffentlichung harren, wie die Chorographie, welche im August 1541 unter Copernicus' Augen in Frauenburg vollendet wurde und uns in der Originalhandschrift des Verfassers in einem Sammelbande der Königsberger Universitätsbibliothek noch erhalten ist. Bereits in meinem *Spicilegium Copernicanum* (Leipzig 1873, S. 346) habe ich von dieser durch ihren Ursprung, wie durch ihren Inhalt interessanten Schrift des Georg Joachim Rheticus Nachricht gegeben und deren Publication in Aussicht gestellt. Indem ich jetzt dieses Versprechen erfülle, an das ich bei der regen Theilnahme für Alles, was sich direct und indirect an den Namen und das Werk des grossen Copernicus anlehnt, wiederholt gemahnt worden bin, glaube ich über den Verfasser, über die Entstehungsart und über das Manuscript unserer Chorographie einige Bemerkungen vorausschicken zu sollen.

2. Georg Joachim von Lauchen wurde am 16. Februar 1514 zu Feldkirch im alten Rhätierlande geboren, weshalb er in seinem spätern Leben nach der Sitte seiner Zeit gewöhnlich Rheticus genannt wurde. Frühzeitig schon zeigte er eine ausgeprägte Neigung für die mathematischen Studien, denen er sich zunächst in seiner Heimath, dann in Zürich bei Oswald Myconius und darauf in Wittenberg unter der Leitung seines Landsmannes Johann Volmar widmete. Zu Ostern 1532 wurde er von dem Rector Dr. Melchior Fend als „Georgius Joachimus de porris Feldkirch" in die Wittenberger Matrikel inscribirt und scheint schon damals mit den hervorragendsten Gelehrten der Universität näher bekannt geworden zu sein, die sich auch später immer für den talentvollen Mathematiker lebhaft interessirten. Von Wittenberg wanderte der junge Joachim, dem eine gewisse Wanderlust sein ganzes Leben hindurch eigen blieb, nach Nürnberg, um sich dort unter dem weitberühmten Johannes Schoner († 1547) in seiner Wissenschaft gründlicher auszubilden, und von da weiter nach Tübingen, wo die Schüler und Nachfolger des ausgezeichneten Johannes Stofflerinus († 1531) lehrten. Hier traf den 22jährigen Studenten ein Ruf nach Wittenberg, wo er an Stelle seines kürzlich verstorbenen Lehrers Volmar die Doction der Arithmetik übernehmen sollte. Noch im Jahre 1536 habilitirte er sich in Wittenberg mit einer Rede über Wesen und Aufgabe der Arithmetik (*In Arithmeticen praefatio. Vitebergae* 1536), welche auch eine gute Schulung in den klassischen Sprachen verräth. Seine gründliche Beschäftigung mit der Geographie und Astronomie liess ihn bald die Mängel des Ptolemäischen Systems erkennen, und durch seine Nürnberger Freunde auf den preussischen Astronomen am frischen Haffe hingewiesen, verliess er Anfangs 1539, eben zum ordentlichen Professor der Arithmetik und Geometrie

ernannt, seine Universität und reiste über Nürnberg und Posen nach Frauenburg, wo er im Mai 1539 eintraf. Sein neuer Lehrer, der greise ermländische Domherr, begnügte sich nicht damit, den jungen Professor in die Tiefen seines Systems einzuführen, sondern er suchte ihn sofort auch mit Land und Leuten in Preussen näher bekannt zu machen und nahm ihn u. A. noch im Sommer desselben Jahres auf einer Reise zu seinem Freunde Tidemann Giese, damals Bischof von Culm, nach Löbau und von da weiter nach Danzig mit, wo Copernicus zahlreiche angesehene Verwandte und Bekannte hatte, darunter besonders den gelehrten Staatsmann Johann von Werden. (Vergl. *Spic. Cop.*, S. 221.) Ein vorläufiger Bericht über das Copernicanische System und eine im jugendlichen Enthusiasmus entworfene Beschreibung von Preussen (*Borussiae encomicum*) wurde von Rheticus noch im Herbste 1539 vollendet, im nächsten Jahre in Danzig bei Franz Rhode gedruckt und bereits am 23. April 1540 von Tidemann Giese mit einer warmen Empfehlung des Autors an Herzog Albrecht von Preussen gesendet (*Spic. Cop.*, S. 209 u. 351). Albrecht wird in seiner gewöhnlichen wohlwollenden Art das Büchlein freundlich aufgenommen, vielleicht auch mit einem Ehrengeschenke oder einer Einladung des Verfassers geantwortet haben. Jedenfalls konnte Rheticus im August 1541 dem Herzog für eine (zweite) ihm gewordene „Verehrung" danken und in dem Begleitschreiben zur Widmung seiner Chorographie sich auf eine mündliche Unterredung mit demselben berufen. Vielleicht, dass er seinen Meister begleitete, als dieser im Frühling 1541 nach Königsberg reiste, um einem Beamten des Herzogs, Georg von Kunheim, ärztlichen Beistand zu leisten (*Spic. Cop.*, S. 205 u. 346). Thatsächlich entwickelte sich seitdem zwischen dem Herzog und Rheticus ein Briefwechsel, den wir bis zur Abreise des Letztern aus Preussen, d. h. bis zu Ende des Jahres 1541, verfolgen können. Wir theilen diese Briefe, welche zunächst mit unserer Chorographie beginnen, im Uebrigen aber sich sämmtlich auf mathematische und physikalische Fragen beziehen, nachstehend nach den Originalen oder Copiebüchern des Königsberger Staatsarchivs mit, wie sie uns durch die Güte des Herrn Staatsarchivars Philippi zugingen. Sie sind neben der Chorographie die einzigen deutsch geschriebenen Stücke, die uns von Rheticus erhalten sind, und es ist von Interesse, die sämmtlichen deutschen Reliquien des hervorragendsten Schülers von Copernicus in ihrem ziemlich ausgeprägten vorarlbergischen Dialecte hier zusammenzufinden, während sich für die Veröffentlichung seiner lateinischen Inedita aus Krakauer und Mailändischen Handschriften wohl eine andere Gelegenheit bieten dürfte.

3. Unter dem 28. August 1541 schreibt Rheticus an Herzog Albrecht:

Durchlewchtiger hochgeborner furst vnd herr, E f g seyndt meine geflissne vnd schuldige dienst in vnderthenikait allezeit zuuoran berait.

Genediger herr, der furstlibichen (!) vererung, so E f D[t] mir als ainem vnuerdienten genediklichen gethon, bedanke Ich mich auff das höchst vnderthänigklichen, mit erbiettung solliches vmb E f g in alle wege, nach meinem geringen vermogen, zw verdienen. Domit Jch aber Ehr (!) aus Preussen mich begebe, gegen E f g, nach meinem besten vermögen mich als ain Dankbarer erzaigte, habe Ich in diser kurzen zeit chorographiam in das tewsch (!) zwsamengebracht, Darin nebest andren nutzlichen dingen angezaigt wurdt, wie die Schiffer compas zw reformieren seyen, welche ainer gutten emendation wol von nöten haben, wie E f g als ain liebhaber der hohen kunsten selber gemerkt vnd gegen mir gemeldt haben.

Vnd dieweil die Regulae neben den exemplis dester lustiger sindt, habe Ich mit hulffe, etlicher gutter herren vnd frunde, so weit mir als ainem fromden moglich gewesen ist, ain chorographicam tabulam auff Preussen vnd etliche vmbliegende lender E f g zw Ehren verordnet vnd reissen lassen,* die Ich hiemit E f g auch vbersende. Wue etwas mangels darinnen befunden wurde den welle E f g meynem vnfleys nicht zwmessen, sunder es genediglichen daruor achten, das mir daran nischt (!) gemanglet, dan gnugsame wissenschafft, wie die landt gelegen allenthalben, vnd doch derhalben nicht gewust hab solliches werk gantz zw vnderlassen vorzwnemen. Dan es meines bedenkens, aines gutten anfachers bedarf, der andren die der lande kundiger seindt als Ich, vrsach gebe sich ferner daruber zw muhen. Bit E f g wolle disse geringe anzaigung meines Dienstlichen vnd dankbaren willens genediklichen annemen, verhoffe es werde sich mit Gottes hilff zwtragen, das Ich mich nachmals in hochrem gegen E f g dankbar erzaigen möge.

Es hat auch E f g auff mein furbit, meinen Jungen im studio zu verlegen genediklichen auffgenomen, welches Ich mich gegen E f g, als mir selber beschehen hochlich zw bedanken vnd beschulden hab. Dieweil aber der Jung ain Danzker kindt ist, vndt ain Ersamer wolweiser radt daselb vernomen Des knaben geschiklikait, wil er in in den studys gemainer stat zw gut verlegen. Nachdem aber Ich mich solliches nicht versehen hette, habe Ich E f g vergebens bemuyt. Bitt Derhalben vndertheniklichen, E f g welle, was Ich aus gutter mainung gethon hab, mir genedigklichen zw gutt halten, vnd der abtrettung des knaben halben, kaine vngnedige missfallung gegen mir tragen. Vnd thw hiemit E f g

* Zu diesen guten Herren und Freunden, die Rheticus zur Fertigung der *tabula chorographica* von Preussen behilflich gewesen, ist offenbar an erster Stelle Copernicus zu zählen, der schon im Jahre 1529 an einer *„Mappa terrarum Prussiae“* arbeitete. Vergl. *Spic. Cop.*, S. 281.

mich sampt meinen studys vnderthaenigklichen befelchen. Welche Gott der Almechtig allezeit genediklichen bewar. Gegeben zur frowenburg am XXVIII Augusti dess MDXLj Jars.

E f g Dienstwilliger vnd | gehorsamer | Diener
Georgius Joachimus | Rheticus. *

4. Bereits am folgenden Tage sandte Rheticus dem vorstehenden Briefe und der deutschen Chorographie ein anderes Schreiben an den Herzog mit einem Instrumentlein zur Berechnung der Länge der Tage nach. Es lautet:

Durchlewchtiger hochgeborner furst vnd herr, E f g seyn mein geflisne vnd schuldige Dienst in vnderthenikait vnd stetigem fleis allezeit zuuoran beraidt. Genediger herr, nachdem E f g sich bememuhet (!), von etliche(n) der Mathematic verstendigen, zw erkundigen der tag lenge, vnd yren gnaden verzaichnen lassen wan vnd welche ör sich der tag anhube, durch das jar aus, welches doch, als E f g observirt hat, zu zeitten wohl vmb etlich stunden nicht zwtreffen. Darumb das sey E f g begeren nicht ingenomen vnd *pro vero die* den Mathematicum supputirt haben. So habe Ich ain Instrumentlin darzw E f g verordnet, darinnen nach beygelegten canonibus E f g was dieselb begeret, es seye vom vero oder Mathematico etwas nehers, wie ich verhoff yr f. g. begeren gewert wurt sein.

Bit E f g welle disse geringe anzaigung meines dienstlichen vnd dankbaren willens auch genediklichen annemen.

Das mir auch E f g wil genedeklichen furschrifft geben an Chwr f. D[t] Saxoniae vnd die loblichen Vniuersitet Witenberg, domit mir vergonnet mochte werden, das opus *D. praeceptoris mei* in den truk zu geben, wie Ich an Ewer f. g. durch D. Hieronymum Schurstab E. f. g. diener, habe anlangen lassen, bedanke Ich mich gegen E. f. g. vnderthaniklichen, in erbietung solliches vmb E. f. g. in aller vnderthanikait nach meinem hochsten fleis alle zeit zwbeschulden, vnd thw hiemit mich E. f. g. dienstich vnd vnderthäniglichen befelchen, welche Gott der almechtig allezeit genediklichen bewaren welle. Geben zwr frawenburg am XXIX Augusti des M.DXLj Jars.

E f g dienstwilliger vnd vnderthaeniger
diener Georgius Joachimus Rheticus.**

* Original im herzoglichen Archiv zu Königsberg. Die Ausfertigung, wie es scheint, eigenhändig. Adresse und Secret auf einer Enveloppe. Das Secret zeigt einen Schild und die Initialen G. J. Der Schild ist quergetheilt und hat im obern Felde einen halben Adler, im untern drei links gewendete Schrägbalken, worauf drei senkrecht schwebende Kreuze oder kreuzähnliche Figuren.

** Original im Archiv zu Königsberg, Schrank 3, Fach 36, Nr. 102. — Ein unvollständiger Abdruck in *Spic. Cop.*, S. 347.

5. Drei Tage später — am 1. September 1541 — liess Hieronymus Schürstab, der Secretär des Herzogs, in dessen Auftrage ein darauf bezügliches Schreiben an die Universität Wittenberg und ein ähnliches an den Churfürsten von Sachsen abgehen.* Das letztere lautet:

An den Churfursten zu Sachsen.
den 1. Septembris 1541.

Vnser freundlich dienst vnd was wir allzeitt mher liebs vnd guts vermoegen zuuorn. Hochgeborner Furst, freundlicher lieber Oheim vnd schwager, Nachdem sich der achtbar vnd wolgelerte vnser besonder lieber Magister Georgius Joachimus Rheticus, der Mathematicen zu Wittenbergk professor, ein zeitlang alhie In diesen landen preussen, ehrlich vnd wol gehalten, Auch seiner kunst der Astronomey ꝛ dermassen vermittelst gotticher gnaden vnd hilff nachgesetzt, dorab wir verhoffen, ehr nit allein E. L. sonder auch der gantzen vniuersitet nicht zu geringer zier rhum vnd preiss, dessgleichen Jn sondern nutz vnd frommen sein soll, Weil wir dan von Jme berichtet wie ehr vor der zeitt die lectur zw Wittenbergk Jn der Astronomey welche Jme bissher zum besten alsslang aufgehalten erlangt, wnd gleichwol daruber noch nicht bestettigt. vnd confirmirth worden, wir auch vber das vernomen das ehr ein buch seiner kunst, welchs ehr alhie Jn diesen landen mit grossem vleiss, muhe vnd arbeitt zusamen gepracht vnd verfertiget offentlich Jn druck draussen landes ausgehen zulassen bedacht, Als haben wir Jnen Seintemal wir seiner person vmb seiner kunst willen mit hohen gnaden gewogen, an E. L. genediglichen zuuorschreiben nit vnterlassen moegen, Jst demnach an E. L. vnser freundlich bitt dieselben wollen Jnen Jn anmerkung seiner kunst, geschicklickeit vnd tugent, nicht allein zw obberurter lectur, die ehr bissher zw Wittenbergk gehabt confirmiren vnd bestettigen, Sondern auch Jme gnediglichen gestatten vnd vergonnen, das ehr sich zw volfurung solches seines vorhabenden werckes an die orth da ehr sein buch trucken zulassen entschlossen ein zeitlang ohne abbruch seiner besoldung der lectur begeben moege,* Jme auch sonsten von vnsert wegen allen

---

* Rheticus scheint also wohl schon damals beschlossen zu haben, nicht sein eigenes, wie hier irrthümlich angenommen wird, sondern „das opus *D. praeceptoris*", wie er am 29. August selbst schreibt, in Nürnberg bei Petreius drucken zu lassen, der durch die Widmung einer Schrift des Antonius de Montulmo an Rheticus bereits im Jahre 1540 nicht undeutlich um den Verlag des Copernicanischen Werkes für sich gebeten hatte. Für die Geschichte der ersten Ausgabe der Revolutionen und Rheticus' Betheiligung dabei ist von grosser Wichtigkeit folgende Stelle in einem Briefe des T. Forstherus zu Nürnberg an D. Jos. Schradi, Pfarrer zu Reutlingen, datirt *„in die Petri et Pauli* (29. Juni) *1542: Prussia novum ac prodigiosum nobis Astronomum genuit, cuius doctrina jam hic excuditur, opus futurum circiter centum arcuum papyri, quo terram moveri et coelum stare contendit ac probat. Sunt mihi visi duo arcus Typis excusi ante*

gnedigen furderlichen willen, doran wir gar nicht zweiffelen ertzeigen vnd beweisen, Das wollen wir hinwieder mit allem freuntlichen schwegerlichen willen beschulden, vnd beuelen E. L. hiemit gotlichem schutz vnd schirm. Datis

In *simili forma* an die
wniuersitet zw wittenberg.

Commissio Principis propria.
Jeronimus Schurstab.*

6. Eine Antwort auf die beiden Briefe vom 28. und 29. August und ein vorläufiges Ehrengeschenk für das „Instrumentlein" und die Chorographie erhielt Rheticus erst am 20. September durch den herzoglichen Secretär Balthasar Gans. Wir ersehen daraus den regen Antheil, den der Herzog an Rheticus' Studien und besonders an seinen praktischen Arbeiten nahm, indem er, mitten unter politischen Geschäften und auf einer längern Reise begriffen, dennoch die übersendeten Schreiben und Gegenstände prüft und zu gebrauchen sucht. Das Antwortschreiben selbst lautet:

An Magistrum Georgium Joachimum Reticum.
den 20. Septembris Anno 1541.

Vnsern grus zuuorn, Achtbar vnd hochgelerter lieber besonder, Wir haben in kurz nacheinander von euch zwey schreiben, die wir lengist zuerwidern vor vnnotig achten, das eine den 28ten das ander am 29ten Augusti nechstverschienes Monats bekommen, vnd daraus euern angetzeigten Willen, so Jr gegen vns traget durch zuschickung des Jnstrumentleins sampt mitgetheiltem schriftlichen bericht desselben Mappen vormerkt, Fuegen euch dorauff genediglichen zuuornemen, wiewohl wir dasselb gern durchgelesen, das wir doch solchs, weil wir Jn zurichtung sein zur Littischen grenitzen, Nichtsminder das vns in dieser eil der aufprechung allerley hendel furgefallen, zum grundt nicht thun haben konnen, Wir wollen aber vermittelst gotlicher hilff auff dem wege so baldt wir raum erlangen, solchs vortzunemen, vndt wenn vns alsdann Jrgendt ein bericht darjnnen mangelt euch dieweil wir wissen woe Jr anzutreffen, darumb antzusuchen nicht vnderlassen, Nachdem vns den euerer person wiederumb gnedige danckbarkeit zubeweisen gepurt, weren wir dasselb auch zuuolpringen gnediglichen gewogen gewesen, So hat sichs doch dissmals Jn bedacht das vns euere priff gantz nahe vor vnserm auffbruch zukommen, auch Jr wie wir bericht Jn kurz verreisen wordet, nicht schicken wollen, Aber gleichwol thun wir vns allenthalben der

mensem, eius operis corrector est Magis(ter) quidam Wittenbergensis". Vgl. Förstemann, Neue Mittheilungen aus dem Gebiete hist.-antiquar. Forschungen, 1836, II, 1, S. 93.

* Copirt im Registranten des Königsberger Archivs, Bd. 226 s. d.

obengedachten oberschikkung Jn gnaden bedanken, obersenden euch Jtzunder Jn solcher Eile Jn ertzeigung vnserer danckbarkeit einen portugaleser, wollen aber hernachmals vnd mitter zeitt, dermassen gegen euer person befunden werden, damit Jr vnser gnedige danckbarkeitt vnd willen wirglichen zuspuren, Vnd fugen euch dobey zuuornemen, ob Jr vns schon einen bericht des Instrumentleins den wir mit vleis obersehen, zugefertigt, haben wir vns dannocht nichts doraus richten konnen, zudem ist vnsers bedunckens der meister der goltschmit nicht vast subtil domit vmbgangen, hoffende von tagk zu tagk besser dorjn zurichten, vnd wiewol wir der kunst wenig erfaren, so lesen vnd horen wir sie doch gern, Begern derhalben gnediglichen, woe Jr hinfurter bissweilen durch verleihung gotlicher gnaden, auch euerm hohen verstandt vnd vleiss etwas von dergleichen kunst ausgehen lasset, Jr vns dasselb gutwillig mitteilen, Nichtsminder dem Erwirdigen, Achtbaren vnd hochgelerten, vnserm besondern geliebten ehrn Doctori Martino Luthero, Philippo Melanchthoni, Pomerano, auch sonst allen andern gelerten personen, bekanten vnd vnbekanten, wenn euch der liebe Gott gegen Wittenbergk, welches wir euch hertzlich wunschen, vorhilfft, vnsern gnedigen grus vnd willen antzeigen, Das seint wir vmb euch Jn allen gnaden abtzunemen vnd zuerkennen geneigt. Datis Konigspergk ꝛc.

Commissio principis
ex relatione Secretary
Baltzer Gans.*

7. Weitere Spuren eines Briefwechsels zwischen Albrecht und Rheticus haben wir nicht auffinden können. Der letztere verliess, wie bereits erwähnt, bald darauf Preussen, ging 1542 von Wittenberg nach Nürnberg, wurde noch in demselben Jahre Professor in Leipzig, zog darauf im Jahre 1551 nach Prag, war 1557 in Krakau und scheint dort bis zu seinem Tode verblieben zu sein, der ihn am 4. December 1574 zu Kaschau in Ungarn überraschte, sechs Jahre nach Albrecht's Tode.** Das von Tiedemann Giese an den Herzog gesendete Exemplar der „*narratio prima*“, das „Instrumentlein“ und — was besonders zu bedauern ist — die „*tabula chorographica* auf Preussen“ sind aus Königsberg verschwunden. Nur die „Chorographia“ selbst hat sich noch erhalten, und zwar, wie aus einer Vergleichung der Handschrift mit den eben mitgetheilten zwei Originalbriefen von Rheticus hervorgeht, im Autographon des Verfassers selbst. Sie befindet sich in einem wahrscheinlich noch zu Lebzeiten des Herzogs zierlich in Leder gebundenen Sammel-

---

* Copirt im Registranten des Königsberger Archivs, B. 141 S. 126—128.

** Vergl. *Spic. Cop.* S. 235. Näheres über Rheticus' Leben und Schriften bei einer andern Gelegenheit.

bande (in Folio), welcher gegenwärtig der Königsberger Universitätsbibliothek angehört, unter den Manuscripten sub Nr. 390 (früher C. B. 78) aufgestellt und von dem Buchbinder äusserlich als „REMISCH. HISTOR." bezeichnet ist. Es enthält nämlich dieser Band an erster Stelle: „Joannis Boccatii die gantz Römisch histori ... verteutscht durch Christophorum Brunonem von Hyrtzweil. Gedruckt zu Augsburg bei Hainrich Steiner. MDXXXXII." Darauf folgt eine zweite Druckschrift („Wahrhafftiger vnnd Gründtlicher Bericht der habenden Gerechtigkait Kayser Karls des fünfften zu dem Herzogthumb Gellern u. s. w. 1541. *s. l.*"), dann eine Handschrift (46 beschriebene und 2 unbeschriebene Blätter), beginnend mit den Worten: „*Prima Limitatio Quattuor diocesium in Terra Prussia per legatum Sedis Apostolicae*", darauf an vierter Stelle unsere Chorographie und endlich noch ein drittes Manuscript (10 beschriebene Blätter), anfangend mit den Worten: „König Heinrich zu Sachsen".

Das Manuscript der Chorographie ist auf starkem, festem Papier geschrieben, welches, nach dem Wasserzeichen (einer Hand unten mit Aermeln, oben mit einer dreiblättrigen Rose) zu schliessen, niederrheinischen oder niederländischen Ursprunges zu sein scheint. Es besteht aus 5 Lagen, bezeichnet mit den Custoden *A* — *E*, die erste von 8, die folgenden 4 von je 6 Blättern. Das erste Blatt ist durch den Titel in Anspruch genommen, das letzte ganz leer; oben, unten und an der rechten Seite des Textes findet sich ein durchschnittlich 3 Finger breiter Rand, so dass durchschnittlich nur 18—20 Zeilen auf jeder Seite stehen. Die Schrift ist im Ganzen ziemlich deutlich und fast durchgehends in deutschen Buchstaben geschrieben, die bekanntlich im 16. Jahrhundert den lateinischen noch sehr ähnlich sind; nur hier und da — offenbar ohne Princip — finden sich auch deutlich die lateinischen Schriftzeichen. Unser Abdruck verzichtet darauf, diese Verschiedenheiten nachzubilden, giebt aber im Uebrigen die Handschrift einschliesslich der Interpunction und Orthographie bis ins Einzelnste getreu wieder.

| Chorographia | tewsch. | Durch Georgiū Joachimū Rheticū | Mathematicū, vnd der | Vniuersitet Vitenberg Pro- | fessorem zwsamengebracht | vnd an den tag geben. | MDXLj. | f. 1 a.

| Dem durchlewchtigeñ, hochgebornen fursten vnd herren, herren Albrechten marggrauen zw Brandenburg, In Preussen, zw Stetin Pomren, der Cassuben vnd Wenden herzogen, Burggrawen zw Nurenberg, vnd fursten zw Rugen meinem gnedigen herren. | f. 2a.

Durchlewchtiger hochgeborner furst, E F G seien mein geflisne dienst, alle zeit zuvoran berait. Gnediger her, wie durch sunderliche schikung Gottes alle andre lobliche kunst zw vnsren

zeitten herfur komen, vnd Gott der herre, neben seinem Wort,
| f. 2b. auch durch sein geschopf vnd Creatur | wil erkant werden, wie dan die alten rechten philosophi bekennet haben, Das die natur der schonste Spiegel Gottlicher maiestet seye, darinnen Gottes macht vnd gegenwertikait gewaltig vnd sichtlich erkennet wert. Also befinde Jch warlich, das er die hohen kunst welche man Mathematicas nennet nicht will lenger dahinden bleiben lassen. Die Geometry thut sich gewaltig heruor. Dan Euclides ist in seiner aignen sprach an tag kumen, so finden sich auch herbey Menelaus, Theodosius, Apollonius vnd der hochberumbt Archimedes, von welchen man kurtz vor vnsren zeitten nischt gewisses hat zw sagen gewust.

| f. 3a. | An der Astronomei hat es auch kainen fel, dan es ist nun vorhanden *Ptolemaeus graece.* So werden wir auch durch das loblich opus des achbaren vnd hochgelarten herren Doctoris Nicolai Copernicj, meines herren Praeceptoris, ain gewisse rechenschafft haben, der Zeit vnd des Jares, auch wie die Son, der Mond, vnd alles gestirn yren lauff haben, vnd in was mos vnd ordnung sey geschaffen seyen, an welchem, wie wissentlich bis anher grosser mangel vnd fel gewesen ist. Die andren als Arithmetic Music etc. sindt auch zimlich Jm schwank. Aber die Geographej bleibt noch
| f. 3b. ligen, vnd ist wänig hoffnung | das die selbig folkumlich moge ernewret vnd reformirt werden. Dan der alten scripta, als Ptolemaej weiwol sey verhanden seint, komen sey vns doch waenig in dem zw nutz. Zwm tail darumb, das mit dem fal der Romischen Monarchej, vnd hernach aller reich verendrung, auch Tyranney der Turken, gemaines der Christenhait erbfindes, vil furnemste sthet verwust seint, als man jetz nicht waist wo Athen in Graecia gestanden ist, welche doch das höpt Graeciae war, vnd aus welcher Xerxes der fast gantz Asiam inhielt gedemutiget wardt. So werden dargegen andre stett auffgebawen vnd die alten namen deren so noch gebliben seind verlieren sich auch, als man in Germania
| f. 4a. waenig gewisses waiss | von denen so Ptolemaeus beschriben hat. Zwm andren das auch etlich lender von sich selber abnemen, zw geringrung kumen, vnd gleichsam veralten. Dagegen vil lender so zw Ptolemaei zeitten ytel wildnussen vnd wusten gewesen sind, vnd daruon man wänig zw sagen gewist, seind jezen gutte vnd wol erbawte lender, vnd mit Religion vnd loblicher Policej verfasset, wie man in Septentrione findet. Endlich haben die gewaltige segelationes vnss auch gantz wie man sagen wil, zw ainer andren vnd newen welt, gebracht, do man vor gedacht hat, wie es alles mit wasser beflossen vnd nur ain mer, das man Oceanum nennet, waere.

| Wan nun frid vnd rw in allen landen wie zw den zeitten | f. 4b.
Diuj Augusti waere, vnd die hochen Potentaten, wie die alten
gethon haben, darzw thetten, das man ain gewisse verzaichnung
der lender vnd aller welt haben kunnte, so mochte wol ain hoff-
nung sein, das die Geographej auch zw vnsren zeitten gebessret
wurde. Dieweil aber auss dem nichtes wurt, wie auch der haili-
gen schrifft Propheceyen zewgen, so mag man sich beflaissen, das
man deren lendren so man gehaben mag gewisse verzaichnung zw
hauffen brenge, welches ich gantz nöttig achte. Den domit Jch
die trefflichen auch ander gemaine vtilitates der Geographei fallen
lasse, welche E f g, auss hohem furstlichem | verstandt, vnd alss | f. 5a.
ain besundrer liebhaber disser hohen kunsten selber zw bewägen
waiss, waere warlich gut das man etwas bey der lustigen vnd
nutzlichen Kunst thete, von wegen der hochloblichen Kunst welche
zw vnsren zeitten Astrologia genant wurt. Dan wo man ainer
stat longitudinem vnd latitudinem nicht waist, ist es auch vnmeg-
lich darauff Eclipses, Item der Sonnen, des mons, planeten vnd
alles gestirns motus vnd zw dem selbigen ort Ir habitudines zw
rechnen, auss welchem dan gedachte kunst, von wurkung der
natur vnd kunfftigem *Eruditas coniecturas* zw nemen leret. Welches
ia nutzlich vnd nicht ain kleine Gottes gab ist, wie alle rechte
vernunfft vnd tegliche erfarung weist vnd mitbringkt. | Nach dem | f. 5b.
aber die Potentaten gemainer Christenhait zw vnsren zeitten mit
hochen wichtigen hendlen beladen sindt, die Religion betreffendt,
frid vnd einikait zw erhalten, *Ciuilia bella* zw verhwtten, vnd dem
Turken widerstandt zw thwn, ist kain ander mittel verhanden,
disser lender daruber man gewisse verzaichnung nach rechter art
der Geographej haben mag, dan das sich in allen lendren hin vnd
wider, lewt, die der kunst sich befleissen, mit hilff der hochlob-
lichen fursten vnd herren, *Chorographicas tabulas*, so man lands
tafflen nennen mocht mit fleiss colligierten vnd an tag geben, da-
mit sich | etwa ain rechter grundlicher Mathematicus daruber be- | f. 6a.
geben mochte, vnd in des Ptolemaei Fustapffen tretten, vnd die
Geographei wie es sich erfordert, wie vmer muglich ernewere.
Aus welchem bedenken, das sich gemainem nutz zw gut dester
mehr, so den kunsten genaigt sindt herbey funden, habe Jch auss
bit filler gutter frundt, vnd auch E f g hoffmalers, Crispinio
Harand,* wiland des weitberimpten Albrechten Durers discipulo,
alle art vnd weiss nach rechter Art der Mathematic zwsamen ge-
bracht, vnd in das tewsch verfast, wie die *Chorographicae tabulae*,

---

* Ueber Krispin Herranth vergl. meine Schrift: Die Portraits des N. Copernicus. Leipzig 1875. S. 6 flgg.

oder lands tafflen gemacht mogen werden. Vnd damit es menk-
| f. 6b. lichem zw mehrem nutz | vnd fordrung raichen mochte, habe Jch auch von rechtem gebrauch des Magneten vnd schipper compas grundtlich zw machen hinzwgesatzt, Jn welchem wie kundpar bis anher mangel gnug befunden wurt.

Dis mein klain vnd erst werk, so Jch in tewscher zungen lass aussgen, habe Jch vornemlich E f g zw zeschreiben vnd zw dedicieren bedacht. Dan dieweil Jch E f g von dissen kunsten, vnd was die Mathematic betrifft, nebendt andren geschefften reipub:, wie wir von Julio Caesare vnd Carolo Magno lesen, hab horen loblich wol vnd grundlich reden, dardurch E f g genaigter vnd genediger wille zw dissen kunsten vnd Jren Cultoribus zw spuren
| f. 7a. ist, bin | Jch der Hoffnung E f g werde dis, wiewol klain dienstlich erzaigung meines dankbaren willens, der furstliche vererung, so mir E f g gantz genediklich bewissen hat, von mir in gnaden auffnemen. Vnd hoffe das nachdem E f g disses buchlin zw ainem Patrono haben wurdt, so wurde es mehr gebraucht vnd angenemer sein. Vnd thw mich hiemit E f g dienstlich vnd vnderthenigliche beuelchen, welche Gott der allmechtig alle zeit genediglich bewar. Datum zwr frowenburg im Augusto des MDXLj Jars.

E F G

dienstwilliger vnd
geflissner diener
Georgius Jo(achimus)
Rheticus Ma(thema)ticus.*

| f. 7b. | Was do seye Geographia vnd Chorographia, vnd durch wie uilerlai art man *Chorographicas tabulas* machen konde. cap: j.

Ess wurt in der physic vnd Astronomej erwisen, wie das gantz erdrich sam ain runde kugel seye, glich wie wir teglich vor augen sehen, das Son vnd Mon auch alsso in die runde von Gott geschaffen sind. Dieweil nun die alten philosophj sich alss hohe verstendige lewtt vmb Gott, seine werk vnd Creaturen bekumret haben, vnd die so weit in muglich zw erkundigen beflissen, haben etlich der Elementen, vnd was von den selbigen hie ist aigenschafft vnd tugent gesucht, dannen her dan die Medicin
| f. 8a. geflossen ist. Etlich, dieweil menschliche | vernunfft nict vnuersucht lest, haben sich mit hilpf der Geometrej bemwt, vnd entlich dahin bracht, dass sey ain gewisse rechenschafft hetten des Loffes der Sonnen vnd Mons darauss man zuvor die finsternusse vnd

* Das Eingeklammerte ist am Rande durch den Buchbinder fortgeschnitten.

andre mehr himlische zaichen, so sich von wegen deren motibus zwtragen, mochte wissen. Nach dem aber solliche Jre rechenschafft, von wegen der rundikait des erdrichs, welches allenthalben glichsam in der mitten befunden wurt, nicht konde zwtragen: Alss die in Asia oder auffgang der Sonnen sehen spetter ain finsternuss dan die in nidergang alss in Hispania. — Vnd so do nordwerds ligen, sehen vil gestirn nicht, so Sud werds zw sichten kumen, gleichwie *in septentrione* die sommertag auch lenger sind alss dort. | Derhalben haben die Mathematici auch darnach | f. 8b. trachten mussen, wie sey das erdrich mit dem Hymel verainigten, vnd ains dem andren zwsagte. Diss halte Jch vor den rechten vrsprung der Geographej. Dan disse kunst bildet oder malet fur sich das gantz erdrich glich wie ain kugel, setzt darinnen ain land vnd konigreich nach dem andren, wie man durch erfarung vmer hat mogen darzw kumen, nach dem ain ytlich gegen dem andren nord- ost- west- oder sud werdt liget. Jedoch bleibt sey nicht bey dissem schlech alain, wie Strabo, Pomponius mela, vnd der geleichen thund, sunder drit ain waenig neher zwr sach, vnd findet letschlich ain waiss vnd | art, derdurch man ainer | f. 9a. ytlichen stat, order ort stelle gewiss habe wo sey in der kugel lige, (wie daruon etwas hernach gemeldet wurt). Dardurch bald abzwnemen ist, wie man von dissen oder Jenen landen die finsternussen, gestirn vnd himlische zaichen sehe. Es ist wol abzwnemen wie die Geographej erstlich gering ding sey gewesen, demnach die Astronomej vnd Mathematic ye vnd ye bey waenigen befunden wart, vnd sey grosse erfarnuss wil haben, auch nicht in aines oder andren menschen leben sthet. Aber dis wurt nebent den perigrinationibus so die kofflewt vnd sollicher kunst liebhaber gethon haben wie Ptolemaeus Marinum anzewht meins bedunkens sehr darzw geholffen | haben, das sich die konig vnd potentaten | f. 9b. darzw beflissen seind dass sey die lender erkundigen liessen, wie man das selbig in den historijs offtmals vnd sunderlich Alexandrj magnj findet, vnd innen dieselbigen nach aller gelegenhait liessen furmalen, gleichsam ain rechte der land so sey gewissenschafft haben mogten contrefetur. Disse der lender vnd aines ytlichen in sunderhait contrafeturen haben die alten Chorographiam genennet, wie bald im anfang der Geographej beim Ptolemaeo zw sehen ist. Auss welchen auch hewt bej tage die Geographej wurt zw mehrem tail so weit muglich mussen gebessert werden. Die Mathematic aber wurt ain waenig bey den alten gemainer gewesen sein alss zw vnsren zeitten, darumb | findent wir nicht bej inen | f. 10a. wie die *Chorographicae tabulae* zw machen seyen. Albrecht Durer leret in seinen buchern, wie man ain landschafft die ainer in das gesicht bringen kan abconterfaitten solle. Wie sich etlich an der landschafft vmb wien bewissen haben. Das selbig vnd dergeleichen, so auch zwr Chorographej dienet, wil ich den malren befolhen haben.

Dieweil man aber nicht ain gantz lande zwmal in dass Gesicht bringen mag, so will ess etwas weitters erfordren, wie die *Chorographicae tabulae* auss rechtem grund auff ain land zw reissen seye, darinnen die rechte gelegenhait aller stetten, flecken, fliessen etc gehalten werde. Vnd seind nemlich fiererley weiss vnd
| f. 10 b. art die Chorographicas oder lands tafflen zw machen. | Erstlich durch aines ytlichen stat oder ort Longitudinem vnd latitudinem, wie man die *Geographicas tabulas* machet, aber disse weiss mus man den Mathematicis lassen, die solliches mitlisch der Geometrej, Arithmetic vnd Astronomej volfuren kunden. Die ander drey weiss oder art, welche wir auff dass kurtzist zw beschreiben furhaben, kan auch ain ytlicher gemain verstendiger brauchen. Die erst bedarff nicht mehr als ain itinerarium des landes, das ist wie vil meilen es von ainer stat zw der andren seye vnd wie weit ain ort auff das gerichtist von dem andern lige.

Die ander weiss geht zw durch ain Jnstrument oder Compas so sunderlich darzw verordnet vnd gemacht wurt.

Zwm dritten sindt die *Chorographicae tabulae* auch zw machen
| f. 11 a. auff dass | ainfeltigist, durch die strich des Compas sampt dem Itinerario, vnd durch disse weiss werden die sehe oder Compas Charten gemacht.

Von der ersten mainung die *Chorographicas tabulas* zw machen. Caput Ij.

Disse erste weiss ain land zw beschreiben ist sehr leicht. Erstlich muss man auff das land, so man beschreiben wil, ain gewisse wie vmer muglich verzaichnung haben, wie weit ess den nechsten weg von ainer stat zw der andren seye. Darnach nimpt man ain Pergamen oder chartam darauff man dass land mit aller gelegenhait reissen wille, vnd reisst auff ain seitten ain grade linien, die man nach gwt gedunken in etlich gleiche tail tailet, welche im meilen bedewten. Disse tail mussen aber alsso sein,
| f. 11 b. | domit man des landes weitte vnd braite auff gedachtem Pergamen haben moge, vnd dasellbig nach begeren auffreissen. Weitter verzaichne Jch mir die vier hoptwinde, vnd nime fur mich ain stat oder haus daruon Jch anfachen wil alss A, disse setze Jch ongefurlich auff die chartam wo mich gedaucht dass sey in dem lande lige. Darnach sey ein stat B nach der landstreckung ongefurlich auff sudwest zw swd von dem A IX meil wegs gelegen.

Disse IX meilen nime Jch mit dem cirkel auss gedachter *scala miliarium* vnd trag solliche auff die chartam nach der landstrekung so habe Jch wie *A* vnd *B* gegen ainander ligen. Die drit stat *C* musse Jch setzen dass sey gegen der stat *A* vnd *B* recht lige. Das Itinerarium zaigt mir an dass sey | vom *A* lige XV meil ongefurlich gegen nordwest, derhalben nim Jch mit dem Cirkel XV meilen vnd setz den ainen fuss in das *A*, mit dem andren reisse Jch ain blind Cirkel drom gegen nordosten. Vnd dieweil *C*. von dem *B* auf XVIIj meilen ligt, so nime Jch XVIIj meilen auch mit dem Cirkel vnd setz den ainen fus in dass *B* mit dem andren reisse Jch ain ander Cirkel drom, dass er das vorig durchschneide, vnd wo das Creutz hinfelt da ligt die stat *C*. Weitter es lige ain stat haus oder flek mit namen *D* von *A* ongeferlich nach der landstrekung auff IX meilen gegen nordnordwest zw nordwest da reisse Jch wie gesagt das erst Cirkel drom, von *B* aber lige sey XV meilen darumb wan ich die mit dem Cirkel nime vnd | setz den ainen fus in das *B*, mit dem andren reisse Jch das ander Cirkel drom alsso das ess das erst durchschneide vnd verzaichne den puncten *D*. Die stat *E* kan Jch auch hinein verzaichnen, dieweil Jch weiss dass sey von *A* auf IIIj meilen gegen nornordost ligt, vnd vom *B* auff XIIIj meilen. Dass hauss *F* findet sein stell auch, dan ess liget vom *A* XI meilen vnd ain halbfiertail auf sudsudost vnd vom *B* IX meilen. Die Stat *G* ist auch gut zwuerzaichnen dan sey liget von *A* IIj meilen auff sud zw osten ongefurlich vnd von *B* VIIj meilen. Auff disse weiss vnd art mag man leichtlich alle sthet, heuser, geringe auch furnemiste orter aines ganzen landes auff die Chartam verzaichnen. | Dissem gesatzten exempel nach, ist nit von notten, dass man von zwaien stetten alain anzwheben ain gantzes land beschreibe, sunder man mog nemen zwo steht etc. wo man wil im lande, vnd nachdem ess am bequemischten ist die vmligenden sthet nach diser weiss verzaichnen, alss wan ich wolt vom *E*, *G*, oder welche zwo ess weren, die andren alle nachainandren setzen, vnd vmerdaren ains an das ander henken, glich wie man Jm ziehen von ainer stat zw der andren kumpt, biss dem land an ain ende. Das Jch aber der strich oder wind des Compas hie herin gebrauch, thun Jch alain darumb das man die Cirkel drom dester kurzer machen dorfte, vnd das kreutz so fil dester gerinklicher finde, sunst waere ess eben genug das man wiste wie sich die drit stat von den zwaien gegen den hobtwind hielte. | (Fig. 1.)

Ess ist auch hierin zw merken das die zwai Cirkel drom ain andren nicht alwegen durchsnaiden, sunder etwa nur alain zw rur an ainander fallen. Diss geschicht wan die sthet oder orter in

| f. 12a. | f. 12b. | f. 13a. | f. 13b.

ainer geraden linien ligen vnd kainen triangulum mit ain andren machen, so felt die dritt sthat auff den puncten do sich die zwei circkel drom zw hauffs ruren.

| f. 14 a. | Entlich aber nach dem auff die charten die puncten aller sthet, hewser, fleken vnd was man wil vermerkt haben, gezaichnet hat, so sindt die flusser, wasser, tieff, strom, see, tich etc. mit aller irer vrsprung, krumen vnd gantzer gelegenhait leichtlich hinein zw setzen. Dan man malet vnd zewch(t) sey auff die puncten der sthet oder orter do sey seind oder Jren flus hin haben, weit oder nach, wie ess erfordret durch das gantz land hinauss. Dessgleichen die wildnussen weld vnd berg, auch nach vnd (nach) sich wil schiken zw den verzaichneten puncten. Ess wil sich auch erfordren, Ja von nöten sein wan man ain fleissige *Chorographicam tabulam* machen wil, dass die landschafften, furnemiste sthet vnd orter so weit muglich contrafaitirt seyen, vnd besunder die lands kundigung von der sehe. Aber was solliches ist, befelche Jch aines ytlichen fleiss.

| f. 14 b. | Von der andren Art *chorographicas tabulas* zw machen. cap: IIj.

Disse weiss oder art lest sich ansehen, als waere sey schwerer alss die vordrige. Aber sey ist gleich so ring, vnd im grund nicht andrist wie die vordrige. Dan wie man nach der vorigen art, auss den seitten aines triangels, das ist von den *distantijs locorum*, wie weit ess von ainem ort ist zw dem andren, die triangulos beschlossen hat, vnd endlich wie sich es erfordret, die dritten stat gesetzet, also hie durch erkundigung der Winkel des triangels, wurdt er beschlossen, vnd alwegen des dritten ortes punct vermerkt.

Das Jnstrument aber dadurch man gedachte angulos findet,
| f. 15 a. hat nicht sunderliche grosse arbait auff sich zw machen. | Alain dieweil das holtz von seiner art nicht lest, vnd schweult oder wechst nach des luftes endrung, man versuche es mit Jm glaich wie man welle, so erfordret ess die not dass man gutte *instrumenta mathematica* von Mossing oder ander metal mache. Derhalben mag man hierzw nemen ain schon geschlagen mossing dass fein glat gehoblet vnd in die brait auch lenge ongefurlich ainer ellen seye, Jedoch ye grosser so vil ist ess dester besser vnd gewisser. Disses Blech sol man senken in ain gut wol aussgetruknet nussböme holtz oder anders das sich am wänigsten nach dem wetter endret, vnd alsso darein leymen oder kitten, dass es auff das fleisigest
| f. 15 b. iustirt wärde. Nach disser zwrustung ist das erst | das man das centrum oder mittelpuncten des gantzen blattes suche, vnd alss-

dan ainen compas, sampt vssgetailtem Cirkel, so gross er werden mag auff dem mosingeblatte, in form vnd gestalt wie herunde verzaichnet ist aufreisse. (Fig. 2.)

| Zwm andren muss man auch wie man auff dem ruken dess Astrolabij pfleget zw machen, ain linial mit absehen darauff legen. So hat man entlich ain sehr gut instrument, welches zw villen dingen nutz ist. Vnd besunderlich wan ess allenthalben gleich dik wurt zwberait vnd recht rund gemacht, das man ess fein henken kan, alss das die linea LN schnurgrad glichsam in ainer bleywag vndersich sthe. Anders aber, was man hierbey dass instrument zw machen, bedenken vnd folgen musse: wan man ess recht in die hand nimpt findt sich wol selber, vnd der gebrauch dess instruments bringt ess auch mit sich. Darumb achte Jch on not hieherinnen vil mehr vmbsthend anzwzaigen. | f. 16a.

| Wan man nun auff disse art ain land auf ain chartam reissen wolt: Erstlich wie man nach voriger art, hat mussen ain register haben wie vil meilen ain stat von der andren lige, also muss ainer mit dissem Jnstrument dass gantz land durchziehen, vnd Je die furnemisten stet hewser etc des landes damit nemen, wie vnd nach wass strich dargegen alle vmligenden stet oder wass do vor orter seyen. Darnach auss sollicher verzaichnung erst triangulos so darzw von notten schliessen, vnd aller sthet puncten recht verzaichnen. Vnd letschlig wie gesagt die chartam mit den fliessen, stromen, allerhand wasser, auch berg vnd wildnussen etc. ausmalen. | f. 16b.

| Jch wil setzen das ain stat A seye, darin steige Jch auff ain hoche alss ainen thurm, dass Jch frey allenthalben frey umb mich sehen kan. Da legte Jch das Jnstrument fur mich auff ainen tisch oder ebnen stain, vnd vnderleg ess, domit ess gleich recht eben in der bleywag lige, vnd LN in der mittaglinien sthe. auch L nord, M west, N sud getracht halte, vnd so weit muglich nicht vmb ain hor felle. Darnach nime Jch in dass gesicht, bei hellem tag alle die sthett, hewser, dorffer, vnd was Jch verzaichnet wil haben. Oder lasse mir in der nacht mit fewr ain zaichen geben welches man dan sehr weit sehen kan, wie die historien wunderlich daruon zewgen. | Dass Linial mit den absehen richte Jch das gegen der vorgenomnen stat mit dem buchstaben T stande, vnd verzaichne alle Winkel der vmliegenden stet LST oder NST, ess sey gegen ost oder west. Disse winkel mag man wol in tewscher Zwngen strichwinkel nennen. Dan wan Jch waiss wie gross der winkel ist LST oder NST gegen ost oder west ainer stat so habe Jch den aigentlichen strich darauff sey ligt. Dan nicht alain die wind der schiffer compas, strich mogen genempt | f. 17a. | f. 17b.

werden, sunder auch alle die, so zwischen den XXXIj compas winden fallen. Die grosse aber des strichwinkels zaigen die tail oder gradus an von nord vnd sud gegen Ost oder West, auff den
| f. 18a. strik so aigentlich auff diss oder Jene stat geht. | Weitter die vmligenden stett oder furnemiste orter der stat *A* seindt *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*. Der strikwinkel von *A* auff *B* ist gross 35 tail *NST* gegen west, der strichwinkel von *A* auf das *C* haist *LST* gegen west vnd halt L (50) tail. Der auff dass *D* haist auch alsso vnd ist XXXV tail. Der auff das *E* haist *LST* gegen ost, vnd ist XX tail, die auff *F* vnd *G* haissen *NST* gegen Osten. Der erst ist XX tail, der ander XV. Disse strichwinkel zaichne Jch mir auff in ain Register.

Ich hab in dissem exempel der buchstaben gebraucht, nach gewonhait der Mathematic, domit man recht Jnneme was man durch den strichwinkel versthen solt, sunst im gemainen brauch ist nicht von notten der buchstaben. Alss nach dem Jch hab alle
| f. 18b. strichwinkel | der vmligenden stet dess *A*, so ziehe Jch in aine der vmligenden ess seye welche ess welle, vnd bring die vorigen wider in das gesicht, sampt andren so fillichtet da bey ligen, vnd nim wie sich geburt mit minem Jnstrument in allen die strichwinkel, in mein register zwverzaichnen. Jch setz dass Jch meiner gelegenhait nach in der stat *B* mein ander stet hab nemen wellen, so befinde Jch das der strichwinkel von *A* auff das *B* helt wie vor XXXV tail, aber ist hie glich der gegen strich vnd haist *LST* gegen Ost, den verzaichne Jch vmb kurze willen alsso, der strich vom *B* auff das *A* ligt von Nord auff Ost XXXV tail, vnd alsso fort wie die form des registers ausweist.

Das Register der strichwinkel des vorgenomnen lands.

| f. 19a. | Die strichwinkel der stat, so man in das absehen bringen mag in der *A*.

Vom *A* der strich auff	*B*	— —	Swd auff west	XXXV
	C	— —	Nord auff west	L
	D	ligt von	Nord auff west	XXXV
	E	— —	Nord auff ost	XX
	F	— —	Swd auff ost	XX
	G	— —	Swd auff ost	XV

Die strichwinkel der stet, so man in das absehen bringen mag in der stat *B*

Von dem *B* der strich auff	*A*	— —	von Nord auff Ost	XXXV
	C	— —	von Nord auff west	XIX
	D	ligt	gleich in nord	—
	E	— —	von Nord auff ost	XXIX
	F	— —	von Swd in ost	LXXIIj.I fiertel
	G	— —	von Nord in ost	Lj.IIj fiertel.

Wo man auff die lender solliche strichwinkel verzaichnet hette, waere es ain treffenlicher behilff ainem Mathematico die Geographej zw reformiren, durch hilff der *triangulis sphaericis.* | Darumb waer | f. 19 b.
es loblich vnd nutzlich das man neben den *chorographicis tabulis* solche register der strichwinkel auch ausgehn liesse.

Vorgesatztes exempel der strichwinkel muste Jch alsso in das werk bringen. Erstlich nime ich das Pergamen oder die Chartam fur mich, darauff Jch vermain, das gantz land so Jch vorhab zw verzaichnen, vnd erwelle mir, welche seitten nord west swd vnd ost sein sollen. Darnach sich Jch ongefurlich ab wo die stat *A* im land ligen werde, da setze Jch ainen puncten, vnd reiss darumb nach gefallen ainen blinden cirkel krais, den tail Jch wie sichs geburt in die vier hoptwind vnd zewch durch die puncten Nord vnd swd die mittag linien mit ainem blinden strich. | Nach dissem trag | f. 20 a.
Jch auss dem Jnstrument alle strichwinkel, wie Jch sey Jm register verzaichnet find, mit blinden strichen, auff mainen blinden cirkel Craiss so habe Jch sechs strich vmb das *A*, mit Namen *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, *AF*, *AG*. (Fig. 3.)

| Weitter dieweil Jch von der stat *B* auff gedachte stett die | f. 20 b.
strichwinkel habe, vnd waiss das von *A* bis an das Ort *B* IX meil wegs sind so nime Jch auff dem selbigen strich so vil gelicher tail, in sollicher grossen das ich vermain das gantz land auf vorgenomne Chartam zw bringen, vnd setz den puncten der stat *B* nider. Darnach reisse Jch vmb das *B* auch ain blinden cirkel mit austailung der vier hoptwind, wie erst angezaigt, so findt es sich, das die erste stat *A* ligt gegen *B* im strich so von nord gegen osten auff XXXV tail ligt. Darnach zewch Jch den strich von *B* auff das *C* welcher sich strekt von Nord auff west XIX tail, vnd merk wo disse blinde linien hinfelt vnd zeschneidt den blinden strich so von dem *A* auf das *C* sich zewcht, in das Crewtz setz Jch den puncten *C*, | vnd hab alsso ainen triangel geschlossen, | f. 21 a.
vnd die drej stett *A B C* recht gegen ain andren in die chartam gesetzt. Also finde Jch fejn nachainandren gedachter stet puncten im krewtz, do die strich auff ain ander fallen, welche sich von dem *A* vnd *B* auff ain ytliche in sunderhait ziehen. Vnd wan Jch wil wissen wie vil milen aine von der andren lige, es seyen welche es wellen, so nime Jch mit dem cirkel wie weit die puncten von ain ander ligen, vnd siche wie vil milen auff der *scala miliarium* die selbig weitte belege, so habe Jch wie wit aine von der andren lige die schnur grad strasse, wie in vorgesatzter Figur zw sehen ist. Wan aber etwa ain stat als *H* in dem strich *AB* lege, vnd Jch Jren puncten durch die strichwinkel wolt setzen so muste Jch auss ainer andren stat die zwr seitten auss

lege dass absehen nemen, vnd alsdan wie angezait, die puncten nidersetzen.

| f. 21b. | Die dritt art *Chorographicas tabulas* zw machen.
Caput IIIj.

Zw disser art muss man haben aines landes itinerarium, sampt den strichwinklen, vnd geht sehr schlecht zw. Erstlich rustet ainer im zw ain Pergamen mit gemainer verzaichnung der hoptwindt, vnd reisst im zwr seitten auss ain *scalam miliarium*. Darnach setze er nider ain stat nach gutgedunken welche er wil vnd reisst darumb ainen blinden cirkel kraiss, tragt darauff mit blinden strichen alle strichwinkel der vmligenden orter. Entlich geht ehr von der erst nidergesetzten stat als vom centro auff alle strich hinaus zw ytlicher stat mit so vil milen als sey dan von der stat, das sein centrum ist liget, vnd setzt Jre puncten nider,
| f. 22a. vnd fert alsso fort ains an das | andre zw henken biss alle puncten gesetzt werden. Diss ist ain sehr gemaine weiss, sunderlich bein schippren, aussgenomen dass sey sich alain mit den XXXIj strichen des compas behelffen, vnd fragen auch nit weitter, dan nach dem, was sey von der sehe sehen konnen, vnd wes sey sich gedunken lassen Jnen von notten sein zw wissen.

Die Portugaleser kumen aber den dingen ain wänig fleissiger nach. Erstlich so reissen sey ainen blinden cirkel auff das Pergamen alss gross sey in haben mogen, den tailen sey in XVj gleiche tail, vnd halten innen ytlichen deren puncten fur ain compas, so schikt sich fein dass alle strich des compas die ainen windt bedewten parallelen oder glichloffend linien werden, vnd dass man rinklich sey alle, vnd gewiss ziehen kan alsso das in der mitte der XVIj compas sich selber gibt.

| f. 22b. | Nach dem die chart alsso bezogen ist mit den winden, so reissen sey ainen hoptstrich von nord in swd, das ist ain mittag linien, die do gehe durch die stel do sey die *insulas fortunatas* hin setzen wellen. Disse liniam tailen sey in etlich gleiche tail, welche inen gradus des polj hohen bedewten, vnd ain ytlicher XVIj leucas das sind so vil kleiner tewscher meilen thwe. Vnd fachen an von aequinoctial gegen norden die latitudines zw zellen. Latitudo ist dass stuk oder gradus der mittaglinien aines ytlichen ortes, so zwischen in vnd dem aequinoctial begriffen wurt. Dise ist alweg der *Eleuatio poli* geleich, wie in der Astronomei demonstriret wurt. Darumb wan man das ain hat so hat man dass ander. Disse latitudines der lande haben sey in iren registren gefasset
| f. 23a. | vnd darnach setzen sey auch ain ytlich land vnd furneme orter hoch vnd nider mit hilff des Itinerarij vnd der strichen, wie clar-

lich in iren compas charten zw sehen ist. Dieweil sey aber so gemain sindt, so wil Jch ess auch hie bey der kurze beliben lassen.

Vil schiffer so auss Preussen in England vnd Portugal seglen, brauchen gemainklich nicht alain der latitudinibus nicht, sunder achten sey auch kainer see charten, noch rechtfertigen compas. Den sey beromen sich sey tragen die kunst alle im kopf. So lang es wol gereht, so geht es wol hin, aber sey verlieren laider offt der kunst Jm kopff, dass sey Jr in der nott nicht finden konen, vnd mit lewtt vnd gutt sitzen bleiben. Mich gedenkt es schade gar nicht, wan etlich schon | mehr bescheids von | f. 23 b.
denen dingen wisten. Das weiss Jch wol, das die Portugaleser vnd Hispanier on der *Eleuationib(us) poli*, vnd rechten grund des compas, Jre gewaltige segelationes nicht hetten konden volfuren, auch nicht erhalten mochten.

Wie man die mittag linien auf ainer ligenden ebne finden solle. cap: V.

Im dritten Capitel, do angezaigt wurt wie man die strichwinkel nennen moge, vnd in ain register bringen, sthet dass man des Jnstruments linien *LN* in die mittag linien legen solle, dass *L* Nord, vnd *N* swd halte. Darumb ist von notten anzwzaigen wie die selbig mittaglinien zw finden seye.

| Wan man ainen gewissen compas hette aines Sonnen Zai- | f. 24 a.
gers, darauff man sich verlassen dorffte, so waere die sach schlecht. Dan man setzte den compas auff den tisch oder stain, do man sey wissen wolt, alsso das das Zunglin recht inhielt, darnach zwhe oder riss man ain *liniam parallelam* der mittag linien dess compasses, so waere die sach angericht. Ess sindt aber die Maister die die compass machen vnglich geschickt, darumb ist den compassen nicht wol zetrawen, sunder man muss nach rechter kunst der Astronomej die mittag linien finden alsso. Erstlich siche Jch darnach dass die ligende ebne, sey seye auff ainem stain oder holtz, darauff Jch die mittaglinien suchen wille, recht nach der bley oder wasserwag lige. Darnach senke Jch | ainen stilum, gno- | f. 24 b.
monem oder Stifft, winkel grad in die ligende ebene, vnd reiss etlich cirkel nach gefallen vmb den stifft, alss dass Jr centrum des stifftes centrum seye, do die ligende ebne den stifft zerschneidt. Darnach merke Jch mit fleiss wo der schatten sich auff der gedachten cirkel ainem ende vormittag, vnd in mitten des endes vom schatten verzaichne Jch ainen puncten auf gedachten cirkel. Alsso thue Jch nachmittag auch, wan er eben auff den selbigen cirkel fallet. Disse zwen puncten zwch Jch mit ainer graden linien zwsamen, vnd taile sey in zwai gliche tail darnach so zewch

Jch vom Centro auff den gefundenen mittelpuncten ain linien, so habe Jch auff der vorgenomne ligende ebne die mittaglinien meinem begeren nach.

| f. 25 a. | Ain ander weiss darzw, kump(t) doch mit gedachter vberain. Wan Jch vormittag wan Jch wolt die hohe der Sonnen ob dem Horizont mit ainem Jnstrument nemen, vnd liesse in der weil verzaichnen dess schatten in des mittelpuncten, er fielle hin wo er wolt, Alsso auch nach mittag hette Jch fleissig acht darauff, wan die Son im absteigen wider so hoch stunde alss vor vnd neme den andren puncten. Darnach wie erst gesagt findet sich die mittag linien auch. Die zwen schatten puncten sind auch zw finden wan man ainen gutten zaiger hette der wol gericht wär, vnd recht schluge, so nime Jch den ersten puncten ess sey vmb welche stund ess welle vor mittag, alss indem dass die glock IX schlecht so siche Jch nach dem schatten vnd verzaichne den ersten puncten.

| f. 25 b. | Darnach sich Jch wie vil stund ess noch biss auff den mittag seye, alss so Jch newne nim, drej. Derselben wan es drej nach mittag schlecht, so nime Jch den andren auch. Ess suche ainer die mittaglinien auff disser drej weiss aine welche er welle, die erst ist die schlechtist vnd gewiss, die andre wan das Jnstrument domit der Sonnen hohe genomen wurt gross ist, noch gewisser. Die dritt nachdem der Zaiger ist.

Dass man aber disser arbait nicht stetiges bedorffe, sunder sich schlecht aines gutten compas gebrauchen konde, ist von notten, das man wisse in dem Magneten den nord kant suchen, vnd aigentlich probiren vnd erfaren wass sein ausschlag von der mittaglinien seye, dass ist was er fur ainen strichwinkel von nord auff ost oder west von natur gebe, wie folgendes capitel anzaigen wurt.

| f. 26 a. | Wie man die Magneten probieren vnd die schipper-compas recht machen solle. Cap: Vj.

Man findet bey den alten nichtes von den hochsten vnd nutzlichisten tugenden des Magnetes. Derhalben ware es auch Jnen vnmuglich solliche gewaltige segelationes zwfuren, deren man sich zw vnsren zeitten gebraucht.

Was Jch vom Magneten Jn erfarung hab ist diss. Wan mir ain Magnet zw handen kumpt, so nime Jch ain aimer oder zwber voller Wasser vnd leg den Magneten in ain klain oder gross hulzen schusselin, darnach der Magnet gross ist vnd setz in auff das wasser dass er nicht vndergange, vnd glichwol das holtz nicht

| f. 26 b. zw | vil sey domit er es bezwingen konde. So befinde Jch ain

sehr schon spectakel der natur, dan er wendet sich vnd die schussel vmerdaren so lang herumb biss des stains nord kand in nord sthet vnd swder kand in swd. Da beleibt ehr stil sthen, man wende Jn wie man welle.

Hie ist zw verhwtten dass in der nehe kain eysen dabey sey der die brob mochte felschen. Hat man noch ainen Magneten, vnd helt den Nord kand gegen den Nord kand, dess der auff dem wasser schwebt, so weist er in von sich, vnd zewcht swd an sich. Dan alain nord vnd swd in zwaien Magneten gesellet vnd halt sich zw hauffen. Wie an dem abzwnemen ist, wan ain runder Magnet in dem strich ost vnd west | das ist an mitten von ain andren geschnitten wurd. Jn der halben kugel des nord kand das vndertail im schnidt wurde swd halten, in der andren aber halben kuglen nord, Alsso wunderbarlich ist Gott der herre Jn seinen werken. | f. 27 a.

Zwm dritten wan man ain nodel auff den Magneten legt, vnd sey der lenge nach auff nord vnd sud ligt, so belibt sey ligen, wo nicht so wurfft sey sich frey herumb vnd legt sich dem strich nach sey werde dan von vnebne des stains auffgehalten. Wan der stain sehr vneben waere so legte Jch die nodel auff ainen ebnen tisch vnd hwbe den stain noch baid lenge darauff, so wurffe sich die nodel auch vmb nach nord vnd swd. vnd auss der regel nord zewch swd an sich, ist durch dass zunglin | des Compas ain Magnet eben so wol zw probieren. Diss sind aber alle nur gemaine proben dass man wisse welcher tail im stain in nord stande. | f. 27 b.

Nach dem Jch nun waiss vnd ken den nordt kant am Magneten, vnd wil sehen ob er gerade mit der mittaglinien inhalte, oder wan er nicht inhalt, wie gross der aussschlag sey: So lasse Jch mir ain blatt von mossing in die fierung die seiten von Vj oder VIj zollen lang machen. Disses kitte Jch auff ain gut vnwanderbar holtz, vnd iustire dass ess allenthalben bey ainem har gleich dick seye, vnd recht in die fierung. Darnach suche Jch dass centrum vnd reisse darauff dass Jnstrument in form vnd gestalt wie Jm dritten Capitel angezaigt ist. Auss dem centro fure Jch | ain scharpfes mossings stefftlein wie in ainem compas. Weitter so lasse Jch mir ain zunglin machen alss in ainem compas von an V oder Vj zollen, alsso wan Jch ess auff das stefftlin setze, dass ess die tail oder gradus des vsristen limbi erreiche, vnd domit mich der lufft oder windt am probieren nicht hindre, so lasse Jch mir ainen hulzin ring dreyen aines zollen hoch vngefurlich, vnd mach oben drein ain glas. dissen ring setze Jch auff das gemacht instrument, dass das zunglin seinen freyen gang habe, vnd ehr vom limbo nicht bedeke. Daraus wol abzunemen wie | f. 28 a.

gross der ring sein solle. Nach sollicher zwrustung wan Jch ainen
| f. 28 b. Magneten probieren | wil, so suche Jch erst die mittaglinien auff das fleisigst nach der lär des vorgesetzten capitels, vnd setz dess instrumentes Linien *LN* wie sich ess geburt darauff. Darnach bestrich Jch mit dem Nord kand das spizig tail des zunglins, oder mit sud kand dass ander tail, vnd setz ess auff das stefftlin wie in ainen Sonnen compas, vnd wardt biss ess sich zw rw stellet, so zaiget ess mir von stund den aussschlag vnd dass spizig tail findt sich in swd. Dan ess verwechslet sich, was mit swd bestrichen wurd helt nord, vnd mit nord swd, glich wie angezaigt alss wan zwen stain an ain andren gestanden waeren.

Man findet die den strich nord vnd swd recht halten. Doctor Joannes Colimitius Tanstetter,* professor der Mathematic zw
| f. 29 a. wien vnd Rō. kö. M^t^ | leibartzet hat ainen der ain waenig mehr aussschlug als IIIj tail. Petrus Apianus Mathematicus der Vniuersitet Jngolstat** hat ainen der schlegt X tail auss. Herren Georgen Hartmannes*** Mathematici Norenbergensis Magnet, weicht bej Xj gradus von nord auff ost. Ich hab alsso ainen zw Danzik probiert † der mehr als XIIj gradus auss dem weg trug. Ain compas strich aber helt Xj vnd j fiertail aines gradus. Welcher nun dissen aussschlag nicht zw suchen waiss, der richtet compas zw die vmb ain strich, Ja zwn zeitten vmb zwen auss dem weg fur vnd fur tragen. wan sey ess nicht flikten mit dem hinden vnd vornen bestreichen. Derhalben wan Jch wolt gewisse schipper compas machen so probiert Jch erstlich auff dass fleissigist den
| f. 29 b. Magneten, domit Jch sey bestrichen wolt, wie | angezaigt, vnd schliffe mir den stain spizig auff sewd kandt, domit Jch eben nord auff den Compas hette. Darnach machte Jch die scheiben mit allen strichen, nach dem gemainen brawch, vnd do der aussschlag

---

* Johannes Georgius Tannstetter von Thannau, geb. 1480 zu Rhain (daher Collimitius) in Bayern, war *Dr. art. et med.*, Professor der Mathematik und Astronomie zu Wien (seit 1509), im J. 1512 Rector der dortigen Universität, dann Leibarzt des Kaisers Max. I.; † 1530 zu Wien. Seine Schriften vergl. bei Jöcher und Poggendorff.

** Peter Bienewitz (Apianus), geb. 1500 in Goltschen bei Leisnick im Meissenschen Gebiete, studirte in Leipzig, ward 1527 Professor in Ingolstadt, 1541 von Kaiser Karl V. geadelt; † 21. April 1552. Vergl. Ch. S. Schwarz, *Schediasma de vita Apiani, 1724.* Desgl. Jöcher u. Poggendorff.

*** Georg Hartmann, geb. 1480, später in Rom, dann Vicar an der Sebalduskirche zu Nürnberg, wo er 1545 starb, gilt als Entdecker der Inclination, des Magnetismus der Lage und der vertheilenden Wirkung des Magneten. Vergl. Dove, Repertorium der Physik, II, 129; Voigt, Briefwechsel des Herzogs Albrecht, S. 277, und *Spic. Cop.* S. 105.

† Vielleicht bei Johann von Werden. Vergl. *Spic. Cop.* S. 221.

von Norden ab maines stains hinfielle do steche Jch die scheiben durch, dass die spitz mit dem ysnen drotten, die man bestricht glaich vnder das löchlin fielen. So wurden die compas gewiss, vnd hielten die strich alwegen recht nach der chorographej. Worzw ess von notten, das man rechte compas habe, ist niemat verborgen, ess findet sich auch offt von selber. Jch wolt aber das ess in allen konigreichen, furstenthumen vnd stetten so an der see ligen, alsso bestelt waere, das niemat kainen compas solte oder müste machen, er wiste dan den rechten grund auch kain schiffer sich andrer gebrauchen. | vnd diss erstlich gemaines nutzes halben, | f. 30a. darnach von wegen der loblichen kunst der Chorographej, das man rechte compas tafflen haben mochte.

Was weitter die krafft vnd tugenden des Magneten betrifft, ist wunder das man zw vnsren zeitten nicht weitter sucht, dieweil man doch sicht, dass alwegen Gott der herre ainem Ding mehr alss nur aiń tugend vnd aigenschafft mittailet. Ainer mit namen Petrus Perigrinus de Marecurt* nicht lengst vor vnsren Zeitten hatt sich in dem bemwet, welches schriften Jch bej dem Achbaren vnd hochgelarten herren Achilli Gassaro Lindoensi** der Medicin Doctori vnd Mathematico gesehen hab. | Diser nebend andren | f. 30b. treffenlichen vnd hohen tugenden dess Magneten vermeldet, wie der stain die aigenschafft des himels habe, alsso wan er in die rechte runde gebracht wurt, vnd zwischen seinen polis, das sind nord vnd swd kant, wie sich ess erfordret, noch dem das land hoch ligt, recht auffgehenkt wurt, so solle ehr sich von wegen der aigenschafft, so Jm Gott gegeben hatt selber teglich in XXIIIj stunden herumher geben, wie die Son in tag vnd nacht ainmal das erdricht vmblofft. Ehr zaigt auch ahn wie man allen dingen nachkumen solte Jn zw dissem gebrauch zw bringen. Wo dissem nach die erfarnus solliches wurde bezewgen so konde man warlich kain gewisser noch gewaltigers horo | logium auff erdrich finden | f. 31a. alss die natur gemacht hette. Auch wan ain verstendiger ain Magneten alsso zwgerust hette, vnd in der see verworffen wurde, das ehr in etlich monden weder land noch grund funde, Son noch Mon sehe, so wurde er denochter wissen, wo er in der welt waere, vnd ongefurlich wie weit vom land. Es sindt mir etlich rumredig

---

* Ueber P. P. de Marecourt vergl. den Aufsatz von P. Timoteo Bertelli im *Bulletino Boncompagni*, 1868, Bd. I S. 1—32, 65—99 und 319—420, besonders die erste Abtheilung S. 1 flgg., welche den Titel führt: *Sopra Pietro Peregrino di Maricourt e la sua epistola de magnete.* Maricourt schrieb im Jahre 1269, also immerhin fast 300 Jahre vor Rheticus.

** Vergl. über Gassarus *Spic. Cop.* S. 209.

schiffer furkumen die von sich dergelichen vil rumbten, aber ess ist nichts, alain ainer der Geographei vnd Mathematic erfaren, kan ess thun, vnd doch nicht er habe dan die Son, oder das gestirn, vnd andren behelff. Derhalben waere ess ain sehr loblich ding,
| f. 31 b. das man den kosten darauff wendet, vnd | liesse erfaren, ob der Magnet so hoch durch Gott von natur vnd aigenschafft begabet waere.

Recensionen.

Zur Analysis der Wirklichkeit. Philosophische Untersuchungen von O. Liebmann (Prof. a. d. Univ. Strassburg). Verlag von Trübner in Strassburg. 1876.

Auf den ersten Blick wird es vielleicht die Leser unserer Zeitschrift überraschen, hier ein Werk angezeigt zu finden, welches, seinem Titel nach, ein philosophisches im engern Sinne des Wortes zu sein scheint. Das scheint aber auch nur so, denn schon eine flüchtige Musterung der Inhaltsangabe zeigt, dass die Untersuchungen des Verfassers sich grossentheils auf demjenigen Gebiete bewegen, das man nach J. Becker's Vorgange als das Grenzgebiet zwischen Mathematik und Philosophie bezeichnet hat. Unter den etwa 20 Abhandlungen, aus welchen das Werk besteht, begegnen wir z. B. folgenden: Ueber die Phänomenalität des Raumes; über subjective, objective und absolute Zeit; über relative und absolute Bewegung; zur Theorie des Sehens; Causalität und Zeitfolge; über den philosophischen Werth der mathematischen Naturwissenschaft — also Untersuchungen, welche das Gebiet der Mathematik berühren; einige andere Capitel beschäftigen sich mit naturwissenschaftlichen Fragen (das Atom, Platonismus und Darwinismus, Geogonie, Instinct, Menschen- und Thierverstand) und nur wenige Abschnitte (z. B. über Ideal und Wirklichkeit, das ästhetische Ideal, das ethische Ideal) könnten als rein philosophische bezeichnet werden. Bei dem Misscredit, in welchen die Philosophie durch die Extravaganzen Schelling's und Hegel's bei allen Mathematikern gerathen ist, muss Referent besonders hervorheben, dass der Verfasser sich durchweg als ein Mann von gediegenen mathematischen und naturwissenschaftlichen Kenntnissen zeigt, dem überdies eine musterhaft klare und präcise, nicht selten auch recht witzige Ausdrucksweise zu Gebote steht. Es würde in der vorliegenden Zeitschrift zu weit führen, wenn Referent den Gedankengang und die Folgerungen des Verfassers eingehend besprechen wollte; er beschränkt sich daher auf eine allgemeine Bemerkung.

Wenn es auf die Lösung eines physikalischen Problemes ankommt, so besteht der erste und erfolgreichste Schritt darin, die Aufgabe mathematisch zu fassen, d. h. sie auf ein mathematisches Problem, wie z. B. auf eine Differentialgleichung, zurückzuführen; diese Reduction ist aber im Grunde Nichts weiter als eine präcise Fragstellung. Nicht selten ergiebt sich hierbei schon frühzeitig die Entscheidung über die Lösbarkeit oder Unmöglichkeit der Aufgabe, und es wird Niemand den Werth einer solchen Entscheidung in Abrede stellen. Dasselbe Verfahren wendet nun der Verfasser an; seine Untersuchungen gehen in erster Linie darauf aus, die behandelten Probleme auf sehr bestimmt formulirte Fragen zu bringen, wobei ihm jedenfalls die classische, einen Wendepunkt in der Geschichte der Philosophie bezeichnende Frage Kant's: „Wie sind synthetische Urtheile *a priori* möglich?“ als Ideal vorgeschwebt hat. In manchen Fällen deutet der Verfasser die Schritte an, welche zur völligen Lösung des Problemes noch erforderlich sein werden; in anderen Fällen zeigt er die Unlösbarkeit der Aufgabe und behütet uns damit vor unnützen Grübeleien oder Phantastereien.

Referent hat das Werk mit stets wachsendem Interesse gelesen und mit einer Befriedigung aus der Hand gelegt, wie sie ihm nur sehr wenig philosophische Schriften neuerer Zeit gewährt haben; er glaubt daher, Freunden exacter Naturphilosophie das Werk bestens empfehlen zu können.

Schlömilch.

Letztes Wort über die Bibliotheca Historico-naturalis

(aus einem Briefe von M. Curtze in Thorn an M. Cantor).

Sie werden sich noch der Worte erinnern, die Sie mir erwiderten, als ich Ihnen das Referat über die *Bibliotheca Historico-naturalis* übersendete und es in Ihre Hand legte, ob Sie dasselbe zum Abdruck bringen wollten oder nicht: „Warum soll man denn nicht auch einmal grob sein dürfen?“ Nun, das bin ich gewesen und mit Recht, und da hat nun (nicht der Verfasser der *Bibliotheca*) der Verleger wahrscheinlich gedacht, auf einen groben Klotz gehört ein grober Keil, und hat nun im zweiten Hefte des Jahrganges 1875, das soeben ausgegeben ist, gegen meine Beurtheilung seines Verlagswerkes in einer Weise geantwortet, der man den Aerger über die in derselben enthaltenen Wahrheiten zu deutlich ansieht, als dass man die etwas wunderbar gewählten Epitheta sonderlich beachten möchte. Da mir darin aber Sachen untergelegt werden, die ich nicht gesagt habe, sondern von denen der Herr Verleger der *Bibliotheca* wünschen mag, dass ich sie gesagt haben möchte, so erlaube ich mir, im Nachfolgenden eine kleine Besprechung dieser „Zu gefälliger Beachtung“ überschriebenen Erklärung Ihnen hier anzufügen. Ich glaube dieses am einfachsten zu erreichen, wenn ich Ihnen den Artikel hier abschreibe und meine Randbemerkungen nachträglich hinzufüge.

„Zu gefälliger Beachtung!

Auf die ebenso hochtrabend-hämischen,[1]) als auf völliger Unkenntniss der buchhändlerisch-bibliographischen Verhältnisse[2]) beruhenden wiederholten Angriffe eines unberufenen Kritikasters aus der *ultima Thule*[3]) bemerken wir hier ein für allemal, dass wir in unseren sämmtlichen wissenschaftlichen Catalogen von der gesammten ausserdeutschen Journalliteratur nur das verzeichnen, was die ausländischen Verleger in den Bibliographien ihrer resp. Länder anzuzeigen selbst für gut finden, also z. B. von den französischen Journalen stets nur die erste Nummer eines neu erscheinenden Blattes[4]). Denn einmal hat es absolut keinen Werth und kein Interesse, jedes unserer Halbjahrshefte mit sich stets wiederholenden Titeln zu füllen[5]); zweitens ist man ohne jede positive Nachricht, ob ein Journal nicht etwa eingegangen ist[6]); und endlich ist, so lange nicht ein gut redigirter, durchaus vollständiger Catalog über alle in der gesammten Weltliteratur erscheinenden wissenschaftlichen Zeitschriften existirt, eine, wenn auch immerhin ziemlich bedeutende Auswahl, d. h. etwa das, was uns z. B. hier am Orte zu Gesichte kömmt, von keinem Interesse[7]).

Was ferner die von uns beliebte möglichst knappe Form der Jahres-Register betrifft, d. h. um wo möglich einen Titel auf den engen Raum einer halben Zeile zu bringen, die Weglassung der Vornamen des Autors und dafür alphabetische Anordnung des Stichwortes in den Titeln gleichnamiger Verfasser, so hat in den 26 Jahren des Bestehens unseres Unternehmens noch Niemand ausser dem gedachten Kritiker irgend welchen Grund zur Klage darin gefunden[8]). Dass wir im Stande sind, Autorennamen auch alphabetisch nach den Vornamen zu ordnen, glauben wir sonst wohl zur Genüge bewiesen zu haben[9]); einstweilen wollen wir, unbekümmert um die fortgesetzten Rügen jenes Herrn, ruhig in unserer bisherigen Weise fortfahren[10]). — Was die gerügten Auslassungen einiger namhaft gemachter Schriften betrifft, so waren dieselben in den vorhergehenden Halbjahrshefte bereits mitgetheilt[11]). Die den Titeln aufgedruckte Jahreszahl ist bekanntlich nicht immer massgebend, meist tragen die im November und December erscheinenden Bücher die Zahl des folgenden Jahres[12]).

Göttingen, im April 1876. **Vandenhoeck & Ruprecht.“**

1) Ob der betreffende Artikel und die in Petzoldt's Neuem Anzeiger erschienenen in hochtrabendem Stile geschrieben sind, mag ich nicht beurtheilen; dass sie nicht in hämischer Weise abgefasst sind, wird jeder Leser mir bezeugen. Sie haben Nichts weiter gethan, als in rein sachlicher Weise Uebelstände der Zeitschrift aufgedeckt, und der beste Beweis, wie richtig ich getroffen, ist der, dass der Jahrgang 1875 einen bei weitem vollständigeren und vortheilhafteren

Eindruck macht, als die vorhergehenden. — 2) Ich habe nicht gewusst, dass die *Bibliotheca hist.-nat.* nur für Buchhändler geschrieben ist; ich glaube, dass Bibliographien, mögen sie Jahres- oder allgemeine sein, die grösstmöglichste Vollständigkeit anstreben müssen, und wenn auf dem Titel eines Buches steht: „Systematisch geordnete Uebersicht der in Deutschland und dem Auslande auf dem Gebiete der gesammten Naturwissenschaften und der Mathematik neu erschienenen Bücher“, so, glaube ich, ist der Herausgeber verpflichtet, wenn sich ihm die Möglichkeit bietet, Vollständigeres zu liefern, als die im Auslande sehr schlecht geleiteten Buchhändlerbibliographien geben, diese Möglichkeit zu ergreifen, nicht aber sie hochmüthig zu ignoriren. — 3) Ob wohl wirklich eine Wahrheit dadurch zur Unwahrheit wird, dass sie nicht aus Leipzig, dem Centralpunkte der deutschen Buchhändler, oder aus irgend einer Universitätsstadt datirt, sondern aus dem kleinen Neste an der russischen Grenze, und ob wohl nur Buchhändler über den Werth einer Bibliographie richtig urtheilen können, bei der der Nichtbuchhändler, wenn er darnach über ein bestimmtes Buch sich informiren will, über Hunderte von Lücken stolpert, die er in der Lage wäre auszufüllen und wozu er dem Herausgeber sogar freiwillig seine Dienste angeboten hat? — 4) Das ist, mit Verlaub, auch nur das, was ich verlangt habe. Aber eben diese ersten Jahresnummern sind nicht aufgeführt. Dass übrigens die *Bibliotheca Historica* und die *Bibliotheca Philologica* diesem Grundsatze nicht huldigen, lehrt ein Einblick in jedes beliebige Heft derselben. Dort findet man sogar die Inhaltsangabe jedes einzelnen Heftes, was auch für die *Bibliotheca Historico-Naturalis* sehr zu empfehlen wäre. — 5) Wo habe ich das verlangt? Das kann man aber sicher verlangen, dass wenigstens von jeder deutschen Zeitschrift der Titel jährlich einmal und richtig aufgenommen wird. Dass dies nicht geschehen, habe ich bewiesen. — 6) Ist einfach nicht wahr. Asher in Berlin, Tweetmeyer in Leipzig, Dürr ebendaselbst geben jährlich ein Verzeichniss der französischen, englischen und amerikanischen Zeitschriften mit Angabe des Abonnementspreises heraus; was diese Handlungen können, das kann eine Göttinger Handlung ebenso gut. — 7) Also es ist von keinem Interesse, eine bedeutende Auswahl von Zeitschriften zu kennen, nur ein durchaus vollständiger Catalog genügt! Nun, weshalb nimmt denn Herr Metzger dann überhaupt irgend welche Zeitschrift in seine *Bibliotheca* auf, da die paar Namen, die er liefert, doch gewiss noch viel weniger Interesse bieten. Ich denke, absolute Vollständigkeit — das ist eine alte abgedroschene Sache — ist überhaupt nicht zu erreichen, nicht einmal auf dem Gebiete einer Nation, und nun verlangt Herr V. & R. sogar absolute Vollständigkeit der Weltliteratur! — 8) Auch das beruht auf absichtlicher Verdrehung und Unwahrheit. Ich habe nur verlangt, und das ist sehr wenig, dass in den sehr geringen Fällen, wo Autoren von demselben Namen confundirt sind, dieses aufgehoben werden möchte. Dass dies möglich ist, ohne die Ausdehnung der Titel auf eine halbe Zeile zu alteriren, lehrt ohne Weiteres der Jahrgang 1872 derselben *Bibliotheca*, wo diese Unterscheidung, jedenfalls nur zum Nutzen des Buches, streng durchgeführt ist, ohne dass dabei auch nur ein einziges Mal die halbe Zeile des Anfangsbuchstabens des Vornamens halber überschritten wäre. Jedenfalls hat aber der Verfasser des Registers zu 1872 ausser dem Referenten diese Unterscheidung für nöthig gefunden, die übrigens in Müldener's *Bibliotheca Historica* ebenfalls streng festgehalten wird. Auf wessen Seite hier die Wahrheit liegt, überlassen wir unbefangenem Urtheil. — 9) Wir auch, geehrte Herren V. & R., das kann jeder einigermassen Gebildete. — 10) Auch das beruht nur zum Theil auf Wahrheit. Bachet, Bagutti, Heis & Eschweiler, Kunze, Papillon, Pochet, Rapisardi, Zavaglia, Cremona, Frommhold, Kutter, Lenormant, Ernouf, Peters, Riolo, Eysseric & Pascal, Saint-Robert von den wenigen von mir genannten Namen sind nicht 1873 aufgeführt, während dies für Klein, Köstlin, Marianini, Poncelet und Postel allerdings der Fall ist, wie ich nachträglich constatire. Wenn aber die Herren V. & R. behaupten, die von mir gerügten Auslassungen, die ich noch dazu nur als den kleinsten Theil der wirklichen hingestellt habe, seien in dem vorhergehenden Hefte bereits mitgetheilt, so sagen sie wissentlich die Unwahrheit, wenn sie sich nicht klüglich hinter das Wörtchen einiger, das sie eingeschoben haben, verstecken wollen. 5 von den als fehlend gerügten Büchern sind aufgeführt, 18 nicht. Ist das nicht eine grobe Täuschung der Leser der *Bibliotheca Historico-Naturalis?* — 12) Diesen Beweis hätte sich Herr V. & R. sparen können. Ich kenne noch ganz andere Vordatirungen. Dühring, Kritische Geschichte der Principien der Mechanik, erschien z. B. im Juni 1872 mit der Jahreszahl 1873, und ist diese Discrepanz des Datums des Titels im Jahrgang 1872 der *Bibliotheca* nicht angegeben, was eigentlich nöthig war.

Sie würden mich ausnehmend verbinden, verehrtester Freund, wenn Sie diesen Brief genau in der Form, in welcher ich Ihnen denselben sende, zum Abdruck bringen wollten.

Ihr ergebenster

Thorn, 5. Juni 1876. Maximilian Curtze.

Bibliographie

vom 1. Juni bis 31. Juli 1876.

Periodische Schriften.

Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe der königl. bayrischen Akademie der Wissenschaften zu München. 1876. 1. Heft. München, Franz. 1 Mk. 20 Pf.

Vierteljahrshefte zur Statistik des deutschen Reiches für das Jahr 1876. 4. Jahrg. 1. Heft, 1. u. 2. Abth. Berlin, statist. Bureau. 12 Mk.

Abhandlungen, herausgegeben von der Senckenbergischen naturforschenden Gesellsch. 10. Bd. 3. u. 4. Heft. Frankfurt a. M., Winter. 20 Mk.

Verhandlungen des naturwissenschaftl. Vereins in Carlsruhe. Carlsruhe, Braun. 5 Mk.

Bibliotheca historico-naturalis, physico-chemica et mathematica etc., herausgeg. v. A. Metzger. 25. Jahrg. 2. Heft. Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht. 1 Mk. 60 Pf.

Jahrbuch, kleines nautisches, für das Jahr 1877. Bremerhafen, v. Vangerow. 60 Pf.

Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft, herausgegeben von Schönfeld und Winnecke. 10. Jahrg. 4. Heft und 11. Jahrg. 2. Heft. Leipzig, Engelmann. à 1 Mk. 50 Pf.

Jahrbuch, statistisches, f. d. J. 1873. Wien, Gerold's Sohn. 1 Mk. 30 Pf.

Repertorium der literarischen Arbeiten aus dem Gebiete der reinen und angewandt. Mathematik. 1. Bd. 1. Heft. Leipzig, Teubner. 2 Mk. 40 Pf.

Reine Mathematik.

Lottner, E., Leitfaden für den Unterricht in der ebenen Trigonometrie. Lippstadt, Staats. 80 Pf.

Scherling, C., Grundzüge der axonometrischen und schiefen Parallelprojection. Leipzig, Teubner. 1 Mk.

Hess, E., Ueber die zugleich gleicheckigen und gleichflächigen Polyeder. Kassel, Kay. 4 Mk.

Frischauf, J., Elemente der absoluten Geometrie. Leipzig, Teubner. 3 Mk. 40 Pf.

Steiner's, J., Vorlesungen über synthet. Geometrie. 2. Thl.: Die Theorie der Kegelschnitte, bearb. v. H. Schröter. Leipzig, Teubner. 14 Mk.

Bartholomäi, F., Geometrie der einclassigen Volksschule. Langensalza, Beyer & Söhne. 1 Mk. 50 Pf.

Löbe, M., Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik. 2. Heft. 2. Aufl. Leipzig, Brandstetter. 80 Pf.

Pohlke, K., Darstellende Geometrie. 1. Th. 4. Aufl. Berlin, Gärtner. 3 Mk.

——, Dasselbe. 2. Thl. Ebendas. 6 Mk.

Frischauf, J., Uebungen zu den Elementen der Geometrie. Graz, Leuschner & Lubensky. 60 Pf.

Schmidt, J. P., Die Elemente der Algebra für höhere Lehranstalten. 3. Aufl. Trier, Lintz. 3 Mk.

Nagel, v., Geometrische Analysis. 2. Aufl. Ulm, Wohler. 4 Mk. 40 Pf.

Wöckel's Geometrie der Alten, eine Sammlung von 850 Aufgaben. 11. Aufl. Nürnberg, Korn. 1 Mk. 80 Pf.

Močnik, F. v., Lehrbuch der Arithmetik und Algebra. 15. Aufl. Wien, Gerold's Sohn. 3 Mk. 20 Pf.

Stuber, Leitfaden zum Unterricht in der Geometrie. 3. Aufl. Leipzig, Klinkhardt. 1 Mk.

Riemann's, B., Gesammelte mathemat. Werke u. wissenschaftl. Nachlass, herausgegeben von H. Weber. Leipzig, Teubner. 16 Mk.

Heilermann, H., Lehr- und Uebungsbuch f. d. Unterricht d. Mathematik. 2. Thl., 1. Abth.: Ebene Trigonometrie. 2. Aufl. Coblenz, Hergt. 75 Pf.

Grohmann, A., Kleine Geometrie. 5. Aufl. Berlin, Oehmigke. 40 Pf.

Rauscher, V., Studie über die Beziehungen zwischen Evoluten, Evolventen, Trajectorien u. Umhüllungslinien. Wien, Gerold & Comp. 2 Mk.

Kreuszel, J., Lehrbuch der darstellenden Geometrie. 1. und 2. Theil. Brünn, Karafiat. 8 Mk. 40 Pf.

Angewandte Mathematik.

Beck, Th., Bemerkungen zu F. Reuleaux' Kinematik. Darmstadt, Brill. 40 Pf.

Bauernfeind, C. v., u. C. Bruhns, Bestimmung des geographischen Längenunterschiedes zw. Leipzig u. München. München, Franz. 2 Mk. 40 Pf.

Müller-Köpen, Die Höhenbestimmungen der königl. preuss. Landesaufnahme i d. Provinz Preussen. Berlin, polytechn. Buchh. 3 Mk. 50 Pf.

—, Dasselbe i. d. Provinz Schleswig-Holstein. Ebendas. 4 Mk. 20 Pf.

—, Das Nivellement in Mecklenburg, gemessen zur Verbindung der schleswig-holsteinischen u. d. übr. Nivellements. Ebdas. 1 Mk. 25 Pf.

Arbeiten, die astronomisch-geodätischen des k. k. militär-geographischen Instituts in Wien. 4. Bd. Wien, Gerold's Sohn. 10 Mk.

Dietzel, C. F., Leitfaden für den Unterricht im techn. Zeichnen. 1. Heft, 4. Aufl. und 3. Heft, 3. Aufl. Leipzig, Gebhardt. 1 Mk.

Rühlmann, M., Allgemeine Maschinenlehre. 2. Aufl. 2. Bd. 1. Hälfte. Braunschweig, Schwetschke & Sohn. 7 Mk. 60 Pf.

Kreuter, F., Das neue Tacheometer aus dem Reichenbach'schen mathematisch-mechan. Institute in München. Brünn, Winiker. 2 Mk.

Hugel, Th., Die Stereoskopie, gestützt auf orthogonale Coordinaten. Neustadt a. d. H., Gottschick-Witter. 1 Mk. 30 Pf.

Physik und Meteorologie.

Schulze, L. R., Das Buch der physikalischen Erscheinungen. 9. Lief. Leipzig, Frohberg. 1 Mk.

Aubert, H., Grundzüge der physiologischen Optik. Leipzig, Engelmann. 8 Mk.

Weyrauch, J. J., Neue Theorie der überhitzten Dämpfe. Berlin, Gärtner. 1 Mk. 20 Pf.

Du Bois-Raymond, E., Ueber die Grenzen des Naturerkennens. Ein Vortrag. 4. Aufl. Leipzig, Veit & Comp. 1 Mk. 40 Pf.

Munk, H., Die elektrischen und Bewegungserscheinungen am Blatte der *Dionaea muscipula*. Leipzig, Veit & Comp. 6 Mk.

Fortschritte, die, auf dem Gebiete der Meteorologie. Nr. 3, 1874—75. Leipzig, Mayer. 1 Mk. 60 Pf.

Röthig, O., Die Probleme der Brechung und Reflexion des Lichtes. Leipzig, Teubner. 2 Mk. 80 Pf.

Wiener, C., Ueber die Stärke der Bestrahlung der Erde durch die Sonne. Carlsruhe, Bielefeld. 2 Mk.

Historisch-literarische Abtheilung.

Adolph Zeising als Mathematiker.

Von

Dr. S. Günther.

Vor nicht langer Zeit verschied zu München ein Gelehrter, der dem grösseren Publikum wohl hauptsächlich als geistreicher Novellist bekannt und — wie es Leuten seiner Geistesrichtung nun einmal zu gehen pflegt — auch in den eigentlichen Fachkreisen nicht zu der ihm gebührenden Anerkennung durchgedrungen war. Wir meinen Adolph Zeising,* den geistreichen Schöpfer der mathematischen Aesthetik, einen Mann, der den zunftmässigen Vertretern der Schönheitslehre wohl allzuviele mathematische, d. h. fremde Elemente in ihre Domäne hineintragen mochte, während er doch auf der andern Seite ebenso wenig darauf rechnen durfte, dem Gros der Mathematiker Interesse für das mit so grosser Liebe von ihm cultivirte Seitengebiet ihrer Wissenschaft einzuflössen. Vielleicht aber erwächst gerade aus diesem Verhältnisse die Berechtigung, den Lesern dieses mathematisch-naturwissenschaftlichen Fachblattes mit kurzen Zügen ein Bild von den so eigenthümlich gearteten Bestrebungen des Verewigten zu entwerfen, und um so getroster nehmen wir für uns diese Berechtigung in Anspruch, als wir uns bewusst

* Betreffs des äusseren Lebensganges des Verstorbenen sei auf den ausführlichen Nekrolog verwiesen, welchen die „Beilage“ der Augsburger allgem. Zeitung brachte. Uns genügt es, zu bemerken, dass Zeising am 24. September 1810 zu Ballenstedt geboren ward und seit einer Reihe von Jahren bis zu seinem (am 27. April d. J. erfolgten) Tode als anhaltischer Gymnasialprofessor a. D. in München lebte. Er war Mitglied der „kaiserl. leopoldinisch-karolinischen Akademie der Naturforscher“, welche im Sinne ihrer liberalen Statuten dem fleissigen Forscher durch Aufnahme grösserer mit Kosten verbundener Arbeiten in ihre officiellen Publicationen mehrfach entgegenkam.

sind, nicht mit unserem Helden durch Dick und Dünn zu gehen, sondern Absicht und wirklichen Erfolg recht wohl zu sondern.

Schon früh hatte sich bei dem eifrig mit ästhetischen Untersuchungen beschäftigten Gelehrten die Ueberzeugung festgesetzt, es müsse ein bestimmtes, nach Mass und Zahl genau angebbares Kriterium geben, welchem zufolge sich der Schönheitsbegriff direct präcisiren liesse. Diesem seinem Funde widmete er eine erste selbstständige Schrift[1]), welcher noch viele andere mit analogen Tendenzen nachfolgen sollten. Diese fundamentale Idee besteht nun darin, dass die Theilung einer gegebenen Strecke a dann den befriedigendsten Eindruck auf unser Auge und Gemüth mache, wenn dieselbe im Theilungspunkte nach dem sogenannten goldenen Schnitte erfolge, wenn also der grössere und kleinere Abschnitt (Major und Minor) beziehungsweise durch die Zahlen

$$\frac{a}{2}(\sqrt{5}-1) \text{ und } \frac{a}{2}(3-\sqrt{5})$$

gegeben seien. Ob nun in der That ein solches Mass vorhanden oder nicht, darüber werden die Meinungen wohl noch für lange auseinandergehen, — uns genügt es, zu constatiren, dass, wofern überhaupt seine Existenz zugestanden wird, Zeising's Postulirung nach übereinstimmendem Urtheil am meisten für sich hat. Wir möchten noch bemerken, dass der Versuch, ästhetische Begriffe direct auf die geometrische Formenlehre anzuwenden, gerade nicht absolut neu genannt werden darf. Seitdem Albrecht Dürer seine bekannten constructiven Regeln für die Herstellung einer möglichst stylgerechten Buchstabenform entworfen[2]), trifft man nicht selten auf verwandte Tendenzen, und noch in neuerer Zeit könnten wir aus Kunze's Geometrie eine Stelle anführen, wo von dem „Rechteck der schönsten Form" die Rede ist[3]). Allein derartige Gedanken und Bestrebungen stehen eben vereinzelt und zusammenhangslos da, und Zeising war es vorbehalten, sie zu einem Ganzen zusammenzufassen und einheitlich zu gestalten.

In der That wusste er den oben skizzirten einfachen Grundgedanken sofort gewaltig zu verallgemeinern, indem er die weitere, nunmehr sehr umfassende Forderung aufstellte: Jeder irgendwie in zwei Theile zerspaltene Gegenstand unterliege nur dann dem ästhetischen Princip, wenn das Ganze zum grössern Theile, wie dieser selbst zum kleinern sich verhalte. Und nun stellte er sich die Aufgabe, allenthalben auf dem ungeheuren Gebiete der Formen die Richtigkeit seines Grundgesetzes am speciellen Falle nachzuweisen, eine Riesenaufgabe, welcher er in der That bis zu einem unglaublichen Grade gerecht geworden ist. Um den Umfang des Problems zu veranschaulichen, ist es vielleicht angezeigt, die Worte hier wiederzugeben, mit welchen der Autor selbst ein späteres Werkchen einleitete: „Da die Frage, um die es sich hier handelt, die gesammte Anthropologie, namentlich die Anatomie, Physiologie und

Ethnographie, ferner die Zoologie, Botanik und Mineralogie, die Geographie und Astronomie, die Mathematik, Physik und Chemie, kurz alle Gebiete der Naturwissenschaft, und nicht minder die gesammte Aesthetik, namentlich die Theorie und Praxis der Baukunst, Bildhauerkunst und Malerei, der Musik, Poesie und Mimik berührt, so liegt es in der Natur der Sache, dass es dem Einzelnen schlechthin unmöglich ist, den Gegenstand nach allen Seiten und Richtungen hin erschöpfend zu behandeln . . . .“ Indem hier vom Autor selbst das Wesen und der vielseitige Charakter der zu erledigenden Fragen charakterisirt ist, könnten wir selbst unsere Schilderung an seine Schematisirung anzulehnen uns versucht fühlen, d. h. wir müssten für jede der oben aufgezählten Disciplinen nachzuweisen suchen, wo und wie sich das Zeising'sche Gesetz in ihr offenbare. Es leuchtet jedoch ein, dass uns ein derartiges Verfahren weit über die uns gezogenen Grenzen hin ausführen müsste, und so schlagen wir denn lieber einen andern Weg ein: wir führen dem Leser kurz die hauptsächlichsten Schriften des Verfassers vor und analysiren ihren Inhalt, soweit er für unsern Zweck herangezogen werden kann.

Vorher aber halten wir es für eine Pflicht, eine Verwahrung dagegen einzulegen, als ob wir uns von vornherein mit sämmtlichen Ergebnissen Zeising'scher Forschung identificirten. Wir halten allerdings dafür, dass die Grundidee gesund, der Fundamentalsatz richtig und das Recht, für denselben allüberall Substrate aufzusuchen, principiell unbestreitbar sei, aber wir meinen nichtsdestoweniger, dass der Erfinder mit sehr begreiflichem Idealismus von diesem seinem Rechte häufig einen allzu unumschränkten Gebrauch gemacht habe. Ist es doch bisher noch immer so gegangen, dass der eifrig nach einem bestimmten Factum Suchende dasselbe schliesslich auch da auffand, wo der Unbefangene Nichts zu sehen vermochte, und es ist doch nur allzuschwer, einer vorgefassten Idee ungeachtet ausschliesslich die Kritik walten zu lassen. Es wäre nicht schwierig, Analoga für ein solches Vorkommniss namhaft zu machen. Als Piazzi Smith sich von der Ueberzeugung hatte durchdringen lassen, dass in der Cheops-Pyramide eine Verkörperung des geometrisch-astronomischen Wissens der alten Aegypter vor uns stehe fand er allenthalben die unglaublichsten Belege für seine Ansicht; als Franz Liharzik in dem magischen Quadrate das Bildungsschema für den menschlichen Körperbau erkannt zu haben glaubte, fügten sich anscheinend ganz ungezwungen alle Massverhältnisse seinen Berechnungen*) — und wieviele

* Liharzik, über dessen Bemühungen wir bei einer andern Gelegenheit referirten[4]), befolgte bei seinen anthropometrischen Untersuchungen offenbar eine ganz ähnliche Tendenz wie Zeising. Fleiss und Mühe haben beide Gelehrte in reichstem und gleichem Masse angewandt; der unparteiische Richter aber wird, was auch sonst sein Urtheil über das — möglicherweise utopische — Endziel sein

Beispiele könnte die Geschichte in dieser Hinsicht noch aufführen. Und diesen fast allen erfinderisch angelegten Köpfen anhaftenden Fehler vermochte auch Zeising nicht gänzlich zu vermeiden; allein dafür ist ja auch noch kein abschliessendes Ziel erreicht, der ruhig und gemessen dem oft allzuhastigen Schritte des Pfadfinders nachgehenden Forschung wird es mit der Zeit schon gelingen, die Spreu vom Weizen zu trennen und das methodische Fundament, wenn auch nur für einen Theil der Resultate des Erfinders, zu bestätigen.

Indem wir nun von dem obengenannten Erstlingswerke einen kurzen Ueberblick zu geben versuchen, folgen wir der Eintheilung des Verfassers. Als erste Aufgabe betrachtet er es, an den Normalmaassen der menschlichen Figur das stete Auftreten der Theilung nach dem äussern und mittlern Verhältnisse darzulegen und so der bereits von Dürer[5]) ins Leben gerufenen anatomischen Proportionslehre einen festen Untergrund zu verleihen. Als charakteristisches Beispiel sei die Thatsache angeführt, dass einem mit herabhängenden Händen (in militärischer Stellung) dastehenden Menschen durch das Handende die Körperlänge nach der *sectio aurea* getheilt werden soll. Auf die zahllosen Einzelheiten, welche der mit den Untersuchungen eines Camper, Carus, Quetelet des Genauesten vertraute Verfasser von überall her zur Bestätigung seiner These zu holen weiss, kann hier natürlich nicht näher eingegangen werden, vielmehr sei auf das Hauptwerk und zwei an dasselbe sich anschliessende Monographieen verwiesen, deren eine[6]) besonders die Wachsthumsverhältnisse, die andere[7]) die Stammverschiedenheiten erörtert. Bemerkt sei nur noch, dass gewisse Specialitäten, wie z. B. der Versuch, die symbolischen Zahnformeln der zoologischen Lehrbücher zu einer wirklich diesen Namen verdienenden mathematischen Formel umzugestalten, einen vertrauenerweckenden Eindruck machen, wogegen wieder andere Lehrsätze den Zweifel wachrufen müssen, so z. B. der folgende: „Die Cubikwurzel aus dem Gewichte des kleinen Gehirns verhält sich zu der Cubikwurzel aus einer Grosshirnhemisphäre wie der Major zum Minor.“ Wichtiger in mathematischer Rücksicht ist das nun folgende Capitel, welches die Beziehungen des goldenen Schnittes zum Baue der Pflanzen abhandelt. Zeising offenbart sich hier als begeisterter Anhänger der von Schimper und Braun inaugurirten mathematischen Richtung in der Botanik. Und in der That, unter welchem der von verschiedenen Seiten aufgestellten Gesichtspunkte man auch die sogenannte Blattstellungslehre betrachten mag, Zeising's Idee findet stets ihren vollberechtigten Platz. Nach den Anschauungen der deut-

---

möge, doch immer dafür eintreten, dass Zeising's geometrisches Verfahren als dem wahren Sachverhalte ungleich adäquater betrachtet werden muss, als die algebraischen Methoden Lihařzik's.

schen Gelehrten nämlich kann man sich die Befestigungspunkte der Blattstiele durch eine um den Stamm herumlaufende Schraubenlinie verbunden denken, und zählt man nun ab, nach wieviel Umläufen (m) und mit Ueberschreitung wievieler Blätter (n) man von einem beliebigen Blatte zum nächsten senkrecht darüber stehenden gelange, so ergiebt sich das im Allgemeinen bei sämmtlichen Pflanzen wiederkehrende Gesetz

$$m : n = p_{r-2} : p_r,$$

unter $\frac{p_{r-1}}{p_r}$ den r^{ten} Näherungswerth des Kettenbruches

$$\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\dots}}} = \tfrac{1}{2}(\sqrt{5}-1)$$

verstanden; die Zahl r ist bei verschiedenen Pflanzenformen ebenfalls verschieden. — Folgt man im Gegensatze hierzu der von den Gebrüdern Bravais ins Leben gerufenen Theorie, so steht überhaupt streng genommen kein einziges Blatt des Stengels senkrecht über irgend einem andern, vielmehr entspricht der Divergenz zweier Blätter ein constanter Winkel α von $137^0\,30'\,28''$, und bringt man sowohl diesen Winkel, als auch den mit 360^0 zu berechnenden Stengelumfang auf das gemeinschaftliche Mass der Secunde, so gelangt man zu der sehr nahe richtigen Gleichung

$$\frac{1296000}{800972} = \frac{800972}{1296000-800972},$$

und in der That hat der Winkel α die durch den Nenner des zweiten Buches angegebene Anzahl von Secunden. Kurz — wie man auch die Sachlage betrachtet, es stellt sich, um mit Zeising zu reden, „das Verhältniss des goldenen Schnittes als das eigentliche Normalverhältniss der Blattstellung dar“. Freilich dürfen wir uns nicht verhehlen, dass die neuere Botanik, und zwar gerade insofern sie Anspruch auf den Namen „exact“ erhebt, die Blattstellungslehre über Bord geworfen hat, indem sie — allen teleologischen Erwägungen abhold — einen ersichtlichen causalen Zusammenhang jener Gesetze mit den uns bekannten, im Pflanzenkörper wirksamen Kräften nicht aufzudecken vermag. Da wir aber noch keineswegs behaupten können, ein solcher Zusammenhang sei absolut und für immer unauffindbar, und da uns zudem ein hervorragender Vertreter jener modernen Richtung ausdrücklich versichert[8]): „Wir möchten die Blattstellungslehre in unserer Literatur ebenso wenig entbehren, als etwa die heutige Astronomie in ihrer Geschichte die alte Theorie der Epicyklen beseitigt wünschen kann“, so dürfen wir sicher die hohe Bedeutung der ganzen Hypothese und damit auch die willkommene Bestätigung anerkennen, welche Zeising's Lehre in einem der wichtigsten Zweige der organischen Naturwissenschaft gefunden hat.

Kürzer dürfen wir uns bei den folgenden Kategorien fassen, wo Zeising in der Krystallographie, in der musikalischen Akustik, in der Astronomie und Geographie den massgebenden Einfluss seines Gesetzes darthun will. Unzweifelhaft bieten seine Bemerkungen über den Grund der Harmonie viel Richtiges und für den Kenner Anregendes dar, obwohl alle solche ästhetisch-mathematischen Theorieen* seit der Begründung einer physikalischen Harmonielehre durch Helmholtz antiquirt erscheinen. Dagegen will uns die Adaptirung der in den Distanzen und Massen der Planeten zu Tage tretenden Massverhältnisse etwas gekünstelt vorkommen, und ebenso wenig sagen uns die allerdings mit grösster Sachkunde ausgeführten geographischen Constructionen Zeising's zu. Bei allen solchen Versuchen tritt denn doch zu offenkundig das Bestreben hervor,** die thatsächlich vorhandenen Verhältnisse den Voraussetzungen anzupassen, ein Bestreben, dessen Consequenzen schliesslich zu dem vagen Analogieenspiele der sogenannten Naturphilosophie führen muss. Zeising hat allerdings diese Klippe nicht gänzlich umgangen, z. B. da, wo dem „Parallelismus zwischen der Gestalt der Erde und der Menschengestalt" das Wort geredet wird; allein sein gesunder und durch ernste mathematische Studien geschärfter Takt liess ihn bei dergleichen Extravaganzen nicht lange verweilen. Nur mit wenigen Worten sei auch noch der Versuche gedacht, die *sectio aurea* als das „Normalverhältniss der chemischen Proportionen" zu fixiren. Dieser Idee widmete der geistreiche Forscher eine Specialschrift[10]), aus deren Vorrede wir oben eine Stelle ausgezogen haben. Ueber den absoluten Werth dieser jedenfalls mit allen Mitteln eines eminenten Wissens in Scene gesetzten Leistung steht uns kein Urtheil zu; der Respirationsprocess, die Drehung der Polarisationsebene des Lichtes, die Aequivalentgewichte und Volumina und vieles Andere wird einer eingehenden Untersuchung unterworfen.

Seinen eigentlichen und wahrsten Triumph jedoch feiert das Zeising'sche Gesetz in der Architektur, denn hier kann sich dasselbe am ehesten in seiner Reinheit offenbaren. Die Masse vollendet schöner Gebäude gestatten die unmittelbarste Vergleichung, und wenn der Grundgedanke richtig ist — hier muss er seine Richtigkeit bewähren. Insbesondere das athenische Parthenon ist es, welches als Fundgrube dient;

---

* Bekanntlich können in diesem Sinne Leonhard Euler und in neuerer Zeit Drobisch als Vorläufer Zeising's betrachtet werden.

** Eine methodisch ganz übereinstimmende, den Prämissen nach jedoch verschiedene Arbeit ist diejenige Reichenbach's[9]), welche nur freilich die schöne Klarheit Zeising's merklich vermissen lässt. Allein schon daraus, dass zwei auf ganz divergentem Fundamente aufbauende Forscher gleichwohl in der Vertheilung von Land und Wasser, in der Gliederung der Küsten u. s. w. ihr supponirtes Gesetz sich immer reproduciren sehen, folgt die Unwahrscheinlichkeit der Existenz einer solchen aprioristischen Bildungsregel.

aus einer Beschreibung desselben von Röber[11]) entnimmt Zeising einen solchen Reichthum von trefflich stimmenden Beispielen, dass an eine Selbsttäuschung nicht mehr gedacht werden kann. Nicht minder enthält die „Proportionslehre", mit der wir uns bisher fast ausschliesslich beschäftigten, den Nachweis, dass die gothische Ornamentik allenthalben auf dem goldenen Schnitte beruht — eine Thatsache, welche u. A. auch Hankel[12]) anerkennt und verwerthet.

Hatten die bisher erörterten Arbeiten den ausschliesslichen Zweck, das neue Gesetz als solches zu begründen und als in den mannigfachsten Wissenszweigen zu Recht bestehend nachzuweisen, so kam es dem Urheber in seinem grösseren ästhetischen Werke[13]) hauptsächlich darauf an, die Position seiner Erfindung in dem Gesammtcomplex der Schönheitswissenschaften klarzustellen und den Tenor derselben in einer den üblichen philosophischen Gepflogenheiten angepassten Weise umzugestalten. Infolge dessen tritt das rein mathematische Interesse hier selbstverständlich zurück, doch fesseln uns auch hier nicht wenige feinsinnige Andeutungen, und zumal die Art und Weise, wie der Verfasser die dem Auge wohlthuendste Form einer aus Kreisbögen sich zusammensetzenden Wellenlinie ausmittelt, dürfte auch auf allgemeinere Beachtung zu rechnen haben[14]).

Vom rein mathematischen Standpunkte aus am Interessantesten stellt sich jedoch eine Reihe von Aufsätzen dar, welche in der von jeher durch ihre gehaltvollen Essays ausgezeichneten „Deutschen Vierteljahrsschrift" erschienen sind. Zunächst eine ästhetisch-mathematische Arbeit, welche in mancher Beziehung wohl noch mehr befriedigt, als die früheren analogen Untersuchungen des Verfassers, denn hier fällt die Einseitigkeit weg, welche überall nach Manifestationen eines bestimmten Grundgesetzes sich umsah, und es wird die ästhetische Bedeutung der geometrischen Figuren an sich studirt. Von der Voraussetzung ausgehend, dass nur diejenige Form wirklich schön genannt werden dürfe, welche einerseits dem Princip der Freiheit, andererseits aber demjenigen der Gesetzmässigkeit unterworfen sei, unternimmt es Zeising, die von der Elementargeometrie dargebotenen räumlichen Formen auf ihren ästhetischen Gehalt zu prüfen[15]). Man erkennt leicht, dass ein willkürliches Polyeder oder Polygon allzusehr dem zweiten, dagegen Kugel und Kreis allzusehr dem ersten Gesetze widerstreiten — die in ästhetischer Beziehung vollkommensten Figuren müssen sonach in der Mitte liegen, und man erkennt bald, wo der Autor sein eigentliches Ideal erblickt. „Man wird," sagt er[16]), „ohne zuviel zu behaupten, sagen können, dass überhaupt ein Gebilde den zur Schönheit unerlässlichen Eindruck einer irgendwie gesetzmässigen Bildung nur insoweit zu erzeugen vermag, als es in sich durch irgendwelche ihm wesentliche oder charakteristische Eigenschaften das die Kreis- und Kugelform beherrschende Gesetz, nach welchem sich die Vielheit und Verschiedenheit nur als eine Auseinanderlegung und potenzirte Setzung der Einheit und Gleichheit zu erweisen hat, in einer vom ästhetischen Gefühl unmittelbar erfassbaren Weise zur Anschauung bringt. Am Evidentesten genügen dieser Bedingung die regulären Polygone und Polyeder, namentlich die ersteren.“ Im Anschluss an diese Worte wird nun eine sehr eingehende, zwar populäre, aber doch auch die neuesten Forschungen Poinsot's u. A. berücksichtigende Theorie jener regulären Vielecke gegeben, welche nicht zu viele Seiten besitzen; denn mit Recht wird bemerkt, dass bei Vielecken höherer Ordnungszahl die Complication der Linien etc. den angenehmen Eindruck paralysire. Dabei findet sich durchweg eine solche Fülle feinsinniger Bemerkungen über die künstlerische Anwendung der behandelten Figuren, ihr Auftreten in der Natur und Aehnliches* eingestreut, dass auch der Fernerstehende sich angezogen fühlt und über die Eigenthümlichkeiten der hier und da in naturphilosophischem Sinne gefärbten Terminologie leicht hinweggeht — um so mehr, als der Verfasser von der Gründlichkeit seiner mathematischen und speciell geometrischen Kenntnisse die achtungswerthesten Proben ablegt.** Wünschenswerth wäre es freilich gewesen, dass auch die höheren Curven in den Bereich der Betrachtung gezogen worden wären, wo ja gar manche ähnliche Fragen ihrer Lösung harren. So will, um nur Eins hervorzuheben, der berühmte Architekt Blondel[20]) herausgebracht haben, dass eine sich verjüngende Säule dann am Gefälligsten sich darstelle, wenn ihr Profil mit der Muschellinie des Nikomedes übereinstimme.*** — In noch höherem Grade vielleicht tritt die mit trefflicher historischer Durchbildung† gepaarte Sachkunde Zeising's in seinem schönen Aufsatze über das Sternfünfeck[22]) hervor, welcher eigentlich ganz rein mathematisch-geschichtlichen Inhalts ist und dem Verf.

* Beachtenswerth erscheint uns u. A. die Bemerkung[17]), dass nach Hoffstatt's Angabe bereits in den Bauhütten des Mittelalters jene Regel bekannt und geübt worden sei, der zufolge die halbe Seite des regelmässigen Dreiecks gleich der Siebenecksseite genommen wird. Es wäre demgemäss unrecht, diese Construction, wie es gewöhnlich geschieht, auf Albrecht Dürer zurückzuführen, eine Annahme, gegen welche wir uns bereits früher einmal[18]) erklärt haben.

** Nur hier und da kommt dem Mathematiker die ästhetische Anschauung ein wenig in die Quere, so z. B. da, wo er sagt[19]): „es giebt überhaupt kein Dreieck, um welches und in welches sich nicht ein Kreis beschreiben liesse, welches also nicht theils seine Eckpunkte, theils die Mittelpunkte seiner Seiten mit der Peripherie eines Kreises gemein hätte“. Hier hatte er offenbar nur ein gleichseitiges Dreieck vor Augen.

*** Auch Galilei thut einmal der „angenehmen“ Gestalt der Cykloide Erwähnung[21]), welche diese Curve zur Verwendung beim Brückenbau geeignet mache.

† Nur darin können wir mit unserer Verwunderung nicht zurückhalten, dass Zeising den ihm so gänzlich geistig verwandten Lucas Pacioli und dessen Werk *„de divina proportione“* total vernachlässigt hat.

dieses bei seinen Untersuchungen über die Entwickelungsgeschichte der Sternpolygone wesentliche Dienste leistete.

Indem wir nach dieser kurzen Ueberschau unsern Artikel schliessen, glauben wir wenigstens dazu mitgeholfen zu haben, dass dem unermüdlichen Bearbeiter eines mathematisch-philosophischen Grenzgebietes ein ehrenvolles Andenken in den Kreisen der eigentlichen Fachwelt gewahrt bleibe.

1) Zeising, Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Körpers, Leipzig 1854.
2) Dürer, Unterweysung der Messung mit dem Zirckel und Richtscheid, Nürnberg 1525, Ende des dritten Theiles.
3) Kunze, Lehrbuch der Planimetrie, Weimar 1839, S 124.
4) Günther, Ziele und Resultate der neueren mathematisch-historischen Forschung, Erlangen 1876, S. 121.
5) Dürer, Vier Bücher von menschlicher Proportion, Nürnberg 1528.
6) Zeising, Ueber die Metamorphosen in den Verhältnissen der menschlichen Gestalt von der Geburt bis zur Vollendung des Längenwachsthums, Separat aus dem 22. Bande der neuen Publicationen der kaiserl. leopold.-karol. Akademie der Naturforscher.
7) *Id.*, Ueber die Unterschiede in den Verhältnissen der Racentypen, Archiv f. physiologische Heilkunde Jahrg. 1856, 3. Heft.
8) Sachs, Geschichte der Botanik in Deutschland, München 1875, S. 340.
9) Reichenbach, Die Gestaltung der Erdoberfläche, Berlin 1867.
10) Zeising, Das Normalverhältniss der chemischen und morphologischen Proportionen, Leipzig 1856.
11) Röber, Die ägyptischen Pyramiden in ihren ursprünglichen Verhältnissen, nebst einer Darstellung der proportionalen Verhältnisse im Parthenon zu Athen, Dresden 1855.
12) Hankel, Zur Geschichte der Mathematik im Alterthum und Mittelalter, Leipzig 1874, S 76.
13) Zeising, Aesthetische Forschungen, Frankfurt a. M. 1855
14) *Ibid.* S. 190.
15) *Id.*, Aesthetische Forschungen im Gebiete der geometrischen Formen, Deutsche Vierteljahrsschrift, 31. Jahrg. IV, S. 219 flgg.
16) *Ibid.* S. 236.
17) *Ibid.* S. 273.
18) Günther, Zur Geschichte der deutschen Mathematik im 15. Jahrhundert, diese Zeitschr. 20. Jahrg., 1. Heft.
19) Zeising, S. 236.
20) *Blondel, Cours d'Architecture, Paris 1875, P. II, Livre I, Cap. 5.*
21) Poppe, Ausführliche Geschichte der Anwendung aller krummen Linien in mechanischen Künsten und Architektur, Nürnberg 1802, S. 121.
22) Zeising, Das Pentagramm. Culturhistorische Studie, Deutsche Vierteljahrsschrift, 31. Jahrg. I, S. 173 flgg.

Recensionen.

Éléments de la théorie des déterminants d'après Baltzer et Salmon, par *P. Mansion*, *docteur spécial en sciences mathématiques, professeur à l'université de Gand. Mons, Hector Manceaux. Bruxelles, Henri Manceaux. Gand, A. Hoste.* 1875. 44 Seiten.

Id., Introduction à la theorie des déterminants, à l'usage des établissements d'instruction moyenne. Gand, A. Hoste. Mons, Hector Manceaux. 1876. 24 Seiten.

Die erste Schrift des verdienten Gelehrten, über welche wir hier zu referiren haben, ist speciell für Studirende bestimmt und ihr Entwickelungsgang natürlich der gewöhnliche. Die allgemeine Permutationslehre und der Determinantenbegriff bilden das erste Capitel, im zweiten wird die Zerlegung in Unterdeterminanten und die daran sich anreihende Auswerthung solcher Formen behandelt. Dann folgt die Addition und Multiplication der Determinanten, an die sich hübsche geometrische Anwendungen anreihen; besonders möchten wir auf den instructiven Beweis des wichtigen Satzes (S. 31) aufmerksam machen, dass die cubische Gleichung

$$\begin{vmatrix} a-\lambda & h & g \\ h & b-\lambda & f \\ g & f & c-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

drei reelle Wurzeln besitze. Das dritte Capitel endlich widmet sich der Elimination im weiteren Sinne des Wortes.

Abgesehen von den durchweg klaren Begriffsbestimmungen und Deductionen der einzelnen Hauptsätze müssen wir auch den „*Exercices*" unser besonderes Lob zu Theil werden lassen, welche jedem Theorem angehängt erscheinen und einen vortrefflichen Uebungsstoff darbieten; solche Aufgaben vermisst man in unseren deutschen Determinantenwerken noch zu sehr. Wissenschaftliche Neuigkeiten sollen principiell nicht gerade gegeben werden; jedoch sind sie nicht ausgeschlossen, wie denn z. B. Nr. 8, „*Théorème de Bézout*" überschrieben, einen passenden Uebergang zu den Determinanten vom dritten und überhaupt höhern Range gewährt. — Von deutschen

Studenten wird Mansion's Werkchen als treffliches Lehrmittel zur ersten Einführung in die Determinantenlehre gebraucht werden können.

In der zweiten Schrift sollen speciell die Bedürfnisse der Mittelschulen berücksichtigt werden, und zwar fasst der Verfasser, wie er uns brieflich mittheilte, seine Aufgabe in ähnlichem Sinne, wie die kürzlich von Lindemann edirten Clebsch'schen Vorlesungen auf, d. h. er beschränkt sich exclusiv auf zwei- und dreireihige Determinanten. Ob eine solche Limitation vom pädagogischen Standpunkte aus völlig gerechtfertigt sei, darüber wird sich streiten lassen; gesteht man aber die Prämisse zu, so wird man Herrn Mansion's Ausführung ungetheilte Anerkennung nicht versagen können. Vor Allem freut es uns, dass er der gefährlichen Klippe, an welcher Dölp und zum Theil auch Diekmann scheiterten, aus dem Wege zu gehen verstand: er hält sich nicht damit auf, durch lange vorbereitende Rechnungen die Formulirung des Determinantenbegriffes in einer schliesslich doch ermüdenden Weise vorzubereiten, er stellt denselben vielmehr gleich als eine Nothwendigkeit hin und zwingt seine Schüler, sich ihm zu accomodiren. Einmal muss dieser schwere Schritt zur Symbolik doch gethan werden, da helfen alle Palliativmittel nichts, und je früher man ihn thut, desto besser.

Das Material dieser zweiten Schrift ist von dem der ersten nicht wesentlich verschieden, nur dass eben blos der zweite und dritte Grad behandelt wird; alle Vorzüge des grössern Werkes übertragen sich auch auf dieses. Nur Einen Punkt hätten wir zu bemerken, denselben, den wir auch in unserer Besprechung des nicht minder originell angelegten Werkes von Schüler (Hoffmann'sche Zeitschr. 6. Jahrg., 4. Heft) hervorzuheben für nöthig fanden. Wenn man aus didaktischen Rücksichten die bewusste Beschränkung für nöthig hält, so sollte man doch am Schlusse des Ganzen — wenn auch nur in einer Anmerkung — darauf hindeuten, dass eine Erweiterung der vorgetragenen Lehren auf n^2 Elemente nothwendig, aber auch leicht sei. Eine solche Verweisung des Lernenden auf später möchten wir in keinem elementaren Abrisse irgendwelcher Disciplin missen.

Am Schlusse dieses Referates dürfen wir es wohl aussprechen, dass uns eine Verpflanzung der Mansion'schen Leitfäden auf deutschen Boden durchaus angezeigt schiene; selbst neben Reidt's und Diekmann's in ihrer Art trefflichen Einleitungen würden dieselben schon ihren Leserkreis finden.

München. Dr. S. Günther.

Einleitung in die Lehre von den Determinanten und ihrer Anwendung auf dem Gebiete der niedern Mathematik. Zum Gebrauch an Gymnasien, Realschulen und anderen höheren Lehranstalten, sowie zum Selbstunterricht bearbeitet von Dr. JOSEF DIEKMANN, Oberlehrer am königl. Gymnasium zu Essen. Essen, Druck und Verlag von G. D. Bädecker. 1876. VIII, 88 S.

In einer Reihe von Artikeln* hat der Verfasser dieser Schrift seine Behandlungsweise der Determinantenlehre schon früher den Lehrern der Mathematik vorgelegt. Es lag daher auf den ersten Blick nahe, in dem hier zu besprechenden Werkchen blos einen Separatabzug jener drei Abhandlungen, versehen mit den für ein selbstständiges Buch nothwendigen redactionellen Aenderungen, zu erblicken. Wir fanden uns jedoch angenehm enttäuscht, als wir beim Durchlesen der Schrift auf eine von jener ersten mehrfach abweichende originelle Neubearbeitung trafen,** welche, der grossen Reichhaltigkeit unserer Determinantenliteratur ungeachtet, der allgemeinen Beachtung mit vollem Rechte empfohlen werden muss.

Wir verbreiten uns zunächst über einige Punkte, mit deren Erledigung wir nicht einverstanden sind, um dann später ungestört den mannigfachen Vorzügen des Büchleins gerecht werden zu können. Wir verstehen nicht recht, warum der Verfasser von der Bezeichnung durch doppelte Indices, der wichtigen und in keiner Darstellung genügend gewürdigten Neuerung Jacobi's und Hesse's, anscheinend grundsätzlich Abstand nimmt. Im Verlaufe der Darstellung, wo fast ausschliesslich Determinanten von keinem höhern als dem vierten Grade zur Anwendung kommen, macht sich allerdings jene Unterlassung weit weniger bemerklich, allein schon vom formalen Standpunkte aus erscheint es wichtig, die Schüler gleich von Anfang an in diese später unentbehrliche Bezeichnungsweise einzuführen. Zum Zweiten nehmen wir an der Behandlung Anstoss, welche (S. 7 flgg.) die Unterdeterminanten erfahren. Es wird nämlich

$$\Delta \equiv \Sigma \pm a_{1,1} a_{2,2} \ldots a_{n,n}$$
$$= a_{1,1} \frac{\partial \Delta}{\partial a_{1,1}} - a_{1,2} \frac{\partial \Delta}{\partial a_{1,2}} + a_{1,3} \frac{\partial \Delta}{\partial a_{1,3}} - \ldots + (-1)^{n+1} a_{1,n} \frac{\partial \Delta}{\partial a_{1,n}}$$

gesetzt. Durch diese Formulirung setzt sich der Verfasser in Widerspruch mit der sonst allgemeinen Auffassung dieses Gegenstandes; es ist

* 1., 2., 3. Heft des 6. Jahrgangs der „Zeitschr. f. math. u. naturwissensch. Unterricht".

** Die elementare Vorbereitung des Determinantencalculs ist hier weggelassen. Wir erkennen den hohen Fleiss an, mit welchem jene Einleitung bearbeitet war, allein die Aufgabe, auf diese Weise die charakteristischen Schwierigkeiten — die doch grossentheils nur in der Tradition bestehen — wegzuschaffen, scheint uns überhaupt nicht lösbar. Lediglich diesen Umstand hatten wir im Auge, wenn wir oben sagten, dass auch Diekmann's Bemühungen theilweise gescheitert seien.

freilich die ganze Determinantentheorie in letzter Instanz auf conventionelle Bestimmungen zurückzuführen, allein man ist nun einmal dahin übereingekommen, das Vorzeichen als der Unterdeterminante anhaftend zu betrachten und somit das obige Aggregat formell nicht als algebraische, sondern als reine Summe zu behandeln. Bei der Lehre von den höheren Minoren, welche Diekmann seinem Zwecke gemäss nur ganz summarisch behandelt, drängt sich die Nothwendigkeit, gerade so zu schreiben, ganz gebieterisch auf. Schliesslich können wir unsere Verwunderung darüber nicht ganz bergen, dass der Verfasser dem streng elementar gehaltenen theoretischen Theile so schwierige Anwendungen folgen lässt; allein wir glauben hier unser eigenes Urtheil dem gewiegteren des Schulmanns nachstellen zu müssen. Sagt er doch selbst im Vorwort: „Das Werkchen ist ganz und gar auf dem Boden der Schule gewachsen und, wie aus den gelegentlich gegebenen Anmerkungen und Beispielen zu ersehen, ist fast kein Satz darin, der nicht im praktischen Unterricht gereift und geprüft worden ist.“ Wenn dem freilich so ist, können wir dem Autor zu seinen Schülern nur von Herzen gratuliren; für sehr viele Anstalten, zumal Süddeutschlands, werden wohl die Verhältnisse ungleich weniger günstig liegen. Für diese würde uns noch immer eine deutsche Version des vorstehend beschriebenen Mansion'schen Leitfadens das Liebste sein; den Lehrern aber rathen wir um so mehr zu Diekmann, weil sie hier Vorzüge eigener Art finden. Gehen wir nunmehr zu diesen über.

Die ersten beiden Capitel enthalten in einfacher und klarer Darlegung die eigentlichen Elemente der Determinantentheorie, und zwar wird mit Recht ein Hauptgewicht auf die Zerlegung in Partialdeterminanten gelegt. Das dritte Capitel handelt von der Auflösung eines linearen Systems.* Allenthalben fügt der Verfasser eine reiche Auswahl von Beispielen bei, welche zum Theil auch einem höheren Zwecke zu dienen bestimmt sind, insofern sie für schwierigere Partien, deren ausführliche Behandlung der Tendenz des Buches zuwiderlaufen würde, wenigstens eine Exemplification darbieten. So ist S. 11 die Jacobi'sche Zerlegung von $\Sigma \pm a_{1,1}+x, a_{2,2}+x, \ldots a_{n,n}+x$, S. 12 der Fundamentalsatz von den symmetralen Determinanten, S. 20 die sogenannte französische Methode zur Eliminirung angedeutet; auch eine sehr übersichtliche Theorie der Kettenbruchdeterminanten findet sich vor. Sehr hübsch ist der als Anhang des dritten Capitels zu betrachtende sechste Paragraph, welcher — und zwar ohne Anwendung des eigentlichen Eliminationsverfahrens — aus zwei Gleichungen $\varphi(x, y) = \psi(x, y) = 0$ die Unbekannten

* Eine nicht zu billigende typographische Eigenthümlichkeit des Buches ist die Darstellungsweise der Brüche, indem nämlich die Determinantenstriche des Zählers und Nenners je eine ununterbrochene Gerade bilden. Für den Drucker ist es allerdings sehr bequem, aber die Deutlichkeit leidet darunter.

berechnen lehrt. „Das Verfahren besteht darin, die Unbekannten zunächst linear zu berechnen, dadurch erhält man gewisse Zwischenformen, welche man dann direct durch die Coefficienten der gegebenen Gleichung ausdrücken kann.“ Capitel 4 betrachtet im Sinne Gordan's die Multiplication der Determinanten als Unterfall des Laplace'schen Satzes, lehrt dieselbe dann ausführen, wobei auch die adjungirten Determinanten mit hereingezogen werden, und behandelt dann auch die linearen Substitutionen als Specialität des Multiplicationstheorems. Das folgende Capitel, „Anwendung der Determinanten auf die Theorie der Gleichungen“ überschrieben, ist als die Quintessenz des Ganzen anzusehen; es zerfällt in sechs Paragraphen. § 10 lehrt die dialytische Methode und die Discriminantenbildung, in § 11 wird die schöne, dem Verfasser eigenthümliche Auflösung der quadratischen Gleichungen* mit geometrischen Anwendungen vorgetragen. War es hierbei gleich von Anfang an erforderlich, den Leser mit dem Wesen einer Invariante — der Discriminante $\begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix}$ — vertraut zu machen, so macht sich beim Aufsteigen zu den cubischen Gleichungen auch die Nothwendigkeit der Einführung des Covariantenbegriffes geltend. Die Lehre von diesen Gebilden wird sehr ausführlich behandelt, und es gelingt zuletzt (S. 60), den schönen und für eine elementare Behandlung bisher wohl allgemein unzugänglich erachteten Satz zu beweisen: „Führt man in eine cubische Gleichung die Wurzeln ihrer quadratischen Covariante $\Delta = 0$ ein, so zerfällt die cubische Gleichung in die Differenz zweier Cuben.“ Einen höchst interessanten, für Schüler aber unserer festen Ueberzeugung nach transscendenten Excurs bietet § 13, wo die von Clebsch sogenannte „cyklische Projectivität“ im engsten Anschluss an jene Specialform symmetrischer Determinanten besprochen wird, welche wir früher als „doppelt-orthosymmetrisch“ bezeichnet haben. Die beiden Schlussparagraphen dieses Capitels endlich variiren auf das Allseitigste die Gleichungen vierten Grades, so zwar, dass, wie schon aus dem Vorhergehenden zu erwarten, die ganze Materie als Ausfluss der allgemeinen Lehre von den linearen Transformationen sich darstellt. Das sechste Capitel bietet diverse sehr nett behandelte „Anwendungen aus der analytischen Geometrie“, wobei denn auch auf die Bezeichnung $a_{i,k}$ recurrirt wird, und als Anhang folgt eine ebenfalls auf analytische Raumgeometrie sich stützende Bestimmung des Pyramideninhalts, bezüglich deren auch auf die sehr ähnliche Ent-

---

* Dieselbe ist den Lesern der Hoffmann'schen Zeitschrift bereits aus einem frühern Aufsatze des Herrn Diekmann bekannt. Freilich wird mancher, wie es u. A. auch dem Referenten erging, sich im Stillen gewundert haben, jene Abhandlung gerade hier und nicht etwa in den „Mathem. Annalen“ anzutreffen. An didaktischer Durchbildung hat indess diese zweite Bearbeitung ganz entschieden gewonnen, so wenig sie auch von jener ersten abzuweichen scheint.

wickelung Studnička's (Ber. d. böhm. Gesellsch., 15. Nov. 1872), verwiesen werden möge.

Das Buch ist, wie aus dieser Schilderung zu entnehmen, kein umfassender Lehrbegriff, aber es ist ein trefflich klarer Handweiser für die Elemente und gewisse wichtige Anwendungen des Determinantencalculs, wie sie sich dem auf dem Gebiete der neueren algebraisch-geometrischen Forschung bereits vortheilhaft bekannt gewordenen Verfasser von selbst darboten. Für eine zu wünschende zweite Ausgabe dürfte sich allerdings eine ausgiebigere Berücksichtigung der mehr formellen Seiten der Theorie — Differenzenproduct, unvollständige Determinanten u. s. w. — empfehlen.

Druck und Ausstattung sind vorzüglich. Von störenden Druckfehlern wären vielleicht folgende zu erwähnen: S. 23 Z. 12 v. u. $+0$ statt -1; *ibid.* Z. 2 v. u. das fehlende a_{n-1}; S. 45 Z. 1 v. u. Involation. Der Name Heis ist durchgängig unrichtig geschrieben.

München. Dr. S. Günther.

I primi elementi della teoria dei determinanti e loro applicazioni all' algebra ed alla geometria, proposti agli alcuni degli istituti tecnici dal Professore Domenico Dr. Fontebasso. Treviso, Tipografia di Luigi Zoppelli. 1873. VII, 134 S.

I determinanti con nomerose applicazioni, per Giovanni Garbieri. Parte prima utile agli studiosi di matematica nei primi corsi universitari. Bologna, Tipografia di G. Cenerelli.* 1874. XIV, 267 S.

Zwei italienische Determinantenwerke sind es, auf die wir nachstehend die Aufmerksamkeit deutscher Mathematiker lenken möchten, da dergleichen Arbeiten, sofern sie nicht einen wirklichen Fortschritt der Wissenschaft repräsentiren, im Auslande nur allzuleicht unbekannt zu bleiben pflegen. Beide Bücher ergänzen sich, wie man aus den Titelworten sieht, so ziemlich, denn Fontebasso hat die Bedürfnisse der technischen Institute — unseren fortgeschritteneren Gewerbe- und sechsclassigen Realschulen entsprechend — im Auge, Garbieri schreibt für angehende Mathematiker. Der Stoff freilich wird sich in den Anfangsabschnitten nicht wesentlich unterscheiden können, wohl aber wird man von der ersten Schrift grössere Ausführlichkeit, von der zweiten eine concisere Schreib- und Darstellungsweise erwarten dürfen, wie es denn auch in der That der Fall ist.

Fontebasso beginnt mit den Elementen der Combinationslehre, betrachtet dann die Inversionen und kommt so auf dem gewöhnlichen

---

* Eine Fortsetzung jenes Werkes war, wie man uns auf Befragen mittheilte, wenigstens bis December vorigen Jahres noch nicht erschienen.

Wege zum Begriff der Determinante selbst. Zur Bestimmung des Vorzeichens für jedes einzelne Glied der ausgerechneten Determinante bedient er sich eines Verfahrens, welches seiner Angabe nach von Bellavitis herrührt und principiell mit demjenigen identisch ist, welches vom Referenten im 6. Jahrgange der „Zeitschrift f. math. u. naturwissensch. Unterricht" vorgeschlagen wurde: „*quando si scrive ciascun elemento si esamini se la sua riga orizzontale sia superiore ad uno o più degli elementi già scritti (senza badare di quante righe sia superiore) ed in tal caso gli si pongano al di sopra altrettanti punti: scritti gli* n *elementi, al loro prodotto si attribuisca il segno* $+0-$, *secondo che il numero totale di quei punti è pari, o dispari*". Bei der Determinante $\Sigma \pm x_1 y_2 z_3$ hat man z. B. das Schema $x_1 y_2 z_3$: 0 Punkte, positiv; $x_1 y_3 \dot{z}_2$: 1 Punkt, negativ; $x_2 \dot{y}_1 z_3$: 1 Punkt, negativ; $x_2 y_3 \ddot{z}_1$: 2 Punkte, positiv; $x_3 \dot{y}_1 \dot{z}_2$: 2 Punkte, positiv; $x_3 \dot{y}_2 \ddot{z}_1$: 3 Punkte, negativ. Für willkürliche Determinanten mag diese Fassung der Grundregel ihr Gutes haben, bei durchgehender Anwendung der doppelten Indices aber kann man sich einfacher helfen.

Die folgenden „Articoli" des Buches behandeln successive: Die Vertauschung der Reihen, den Laplace'schen Zerlegungssatz, der hier wohl ein wenig zu früh kommt, die Addition und Multiplication der Determinanten mit einer Zahl, das Differenzenproduct, die Bildung von Determinantenproducten, reciproke (d. i. adjungirte) symmetrische Determinanten. Damit ist das erste Capitel erschöpft; im zweiten folgt die Auflösung simultaner Gleichungen, Elimination und eine sehr reiche Fülle von Anwendungen der vorgetragenen Lehren auf elementare und höhere Geometrie.

Fügen wir hinzu, dass die Darstellung durchweg eine klare und leichtverständliche ist und dass die äussere Ausstattung sich entschieden über das bei vielen anderen italienischen Werken gewohnte Niveau erhebt, so darf unser Bericht als abgeschlossen gelten. Hervorragende Eigenthümlichkeiten finden sich nicht vor.

Garbieri geht im Ganzen ähnlich zu Werke; seine Entwickelungsweise ist allgemeiner, origineller, allein, wie uns bedünken will, bei weitem nicht so übersichtlich wie die seines Vorgängers. Die geometrischen Anwendungen treten auch bei ihm sehr in den Vordergrund; dabei wird aber auch der rein algebraische Theil nicht vernachlässigt und — etwa mit Ausnahme der Kettenbruchdeterminanten — wird man keine irgend wünschenswerthe Lehre ausgelassen finden.

Ein charakteristischer Vorzug des Garbieri'schen Werkes auch deutschen Büchern gegenüber ist die Ausführlichkeit, mit welcher die Eigenschaften der sogenannten Matrix discutirt werden. Nur sehen wir nicht recht ein, weshalb der Verfasser diesen Namen zuerst ausdrücklich (S. 105) dem Schema von $n(n+1)$ Elementen

$$\begin{Vmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,n+1} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,n+1} \end{Vmatrix}$$

vindicirt und erst weit später die allgemeinere Form

$$\begin{Vmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,s} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,s} \end{Vmatrix} \quad (s > n)$$

einführt. Diese letztere ist doch gewiss nicht schwerer verständlich.

Liegt erst die Determinantentheorie Herrn Garbieri's abgeschlossen vor, so besitzt die mathematische Literatur unseres Nachbarlandes ein Werk, welches an Vollständigkeit und — von der schönen historischen Einkleidung abgesehen — auch an Eleganz fast mit der Baltzerschen Encyklopädie concurriren kann.

Eine nachahmungswerthe Sitte ist es, dass die italienischen Buchhändler auf der Rückseite ihrer Verlagswerke die Preise namhaft machen. Die beiden hier besprochenen Lehrbücher kosten bezüglich 3 und 8 Lire italienisch.

München. Dr. S. Günther.

Elliptische Functionen. Theorie und Geschichte. Akademische Vorträge von Dr. Alfred Enneper, Professor an der Universität zu Göttingen. Halle a. S., Verlag von Louis Nebert. 1876.

Schon der Titel des vorliegenden Werkes lässt die Absicht des Verfassers erkennen, durch welche die Eigenthümlichkeit der Behandlung des Gegenstandes bedingt ist. Am Faden der geschichtlichen Entwickelung soll die Theorie der elliptischen Functionen dargelegt werden. Der Gedanke einer solchen historisch-theoretischen Darstellung gerade bei einer Theorie wie der der elliptischen Functionen, die in einem verhältnissmässig kurzen Zeitraume unter der Hand einer nicht sehr grossen Zahl hervorragender Männer zu einem gewissen Abschlusse gekommen ist, kann sicher als ein glücklicher bezeichnet werden. Es wird Jedem, der sich mit elliptischen Functionen beschäftigt, willkommen sein, in einem handlichen Bande nicht nur die auf diese Theorie bezüglichen Arbeiten in möglichster Vollständigkeit citirt, sondern auch die wichtigsten derselben dem Inhalte nach analysirt zu finden.

Die nachfolgende Inhaltsangabe wird zeigen, inwieweit der Verfasser diesen Zweck erreicht hat. Zunächst aber ist hervorzuheben, dass die Art der Darstellung durch den erwähnten historischen Zweck wesentlich bedingt ist. Es ist damit nicht vereinbar, dass ein streng methodischer, didaktischer Gang durchweg innegehalten wird, der von einem einheitlichen Gesichtspunkte aus die Theorie zu einem Ganzen zusammenfasst; ein wiederholtes Aufnehmen desselben Gegenstandes von verschiedenen Seiten her ist dabei unvermeidlich, entsprechend dem geschichtlichen Fortgange. Trotzdem hat die Einführung in eine Theorie auf dem Wege der Geschichte auch für den Lernenden ihre grossen Vorzüge, weil die Wege, die der Entdecker geht, die naturgemässesten zu sein pflegen, wenn sie auch nicht immer die einfachsten und kürzesten sind.

Indem wir nun den Inhalt des vorliegenden Werkes ins Auge fassen, so finden wir im ersten Abschnitte nach einem kurzen historischen Ueberblick und einigen einleitenden Betrachtungen über die Integrale, welche auf die trigonometrischen Functionen führen, zunächst die Reduction des elliptischen Integrals auf die Normalform nach Legendre. Es schliessen sich hieran einige literarische Nachweisungen über die späteren Arbeiten, betreffend die Transformation auf die Normalform, ohne ein näheres Eingehen auf deren Inhalt.

Hierauf werden im zweiten Abschnitte die elliptischen Functionen nach der ersten Jacobi'schen Weise definirt und ihre fundamentalen Eigenschaften, einschliesslich der doppelten Periodicität, hergeleitet. Auf Grund dieser Eigenschaften werden im folgenden Abschnitte die Entwickelungen der elliptischen Functionen in unendliche Producte aufgestellt, mit Benutzung der Werthe, für welche diese Functionen Null und unendlich werden. Es wird dann das Ungenügende dieses Verfahrens, bei welchem mehrere unbewiesene Voraussetzungen gemacht sind, hervorgehoben und der Weg angebahnt, auf dem die Resultate verificirt werden sollen, indem die gefundenen unendlichen Producte zunächst als neue Definition der elliptischen Functionen aufgestellt werden, wobei nur der Bequemlichkeit halber die alten Zeichen beibehalten sind.

Der vierte Abschnitt beschäftigt sich nun mit dieser Verification, indem zunächst die Quotienten der unendlichen Producte verwandelt werden in unendliche Reihen von Partialbrüchen, und dann durch ein zuerst von Heine angewandtes Verfahren von diesen letzteren Ausdrücken nachgewiesen wird, dass sie der elliptischen Differentialgleichung genügen. Es bleibt hier freilich das Bedenken übrig, dass die Identität der unendlichen Producte mit den Partialbruchentwickelungen nicht hinlänglich erwiesen zu sein scheint.

Hierauf werden die Thetafunctionen als Zähler und Nenner der Ausdrücke für die elliptischen Functionen definirt und nach der zweiten von Jacobi in den Fundamenten angewandten Methode in trigonometrische Reihen entwickelt.

Im fünften und sechsten Abschnitte werden die Eigenschaften und gegenseitigen Beziehungen dieser Thetafunctionen untersucht und auf Grund dieser eine von den früheren unabhängige Begründung der Theorie der elliptischen Functionen gegeben nach der schönen, von Jacobi in seinen Vorlesungen angewandten Methode, mittels der Rosenhain in die Theorie der vierfach periodischen Functionen eingedrungen ist und welche, wie keine andere, geeignet ist, die principiellen Schwierigkeiten der Theorie zu überwinden. Die sehr gelungene Darstellung dieser Methode führt der Verfasser in der Vorrede auf eine Vorlesung von C. W. Borchardt zurück.

Das Additionstheorem der elliptischen Functionen hat sich auf diesem Wege als eine unmittelbare Folge aus den Formeln für die Thetafunctionen ergeben. Dieses Additionstheorem wird nun im siebenten Abschnitte von Neuem, und zwar vorzugsweise vom geschichtlichen Standpunkte betrachtet. Es ist zunächst die erste Entdeckung desselben durch Euler, hierauf die Methode von Lagrange dargelegt und endlich werden einige spätere darauf bezügliche Arbeiten erwähnt.

Der achte Abschnitt behandelt zunächst die Legendre'sche Reduction der elliptischen Integrale auf drei Gattungen und ihre Normalformen, und geht dann über zu Jacobi's Darstellung der zweiten und dritten Gattung. Es werden hierauf die 16 Hauptformen der Integrale dritter Gattung entwickelt, auf welche Jacobi durch das Problem der Rotation eines starren Körpers geführt wurde, und der Abschnitt schliesst mit einer kurzen Hinweisung auf die von Rosenhain ausgeführte Umkehrung von zwei Summen zweier Integrale dritter Gattung und die daraus entspringenden dreifach periodischen Functionen.

Es folgt dann im neunten Abschnitte eine eingehende Behandlung der Transformationstheorie der elliptischen Functionen. Die Darstellung beginnt mit den algebraischen Principien der Transformation von Jacobi und geht dann kurz auf die bezüglichen Untersuchungen von Abel ein.

Hieran schliesst sich eine recht gute und klare Darlegung der Methoden, welche von der Transformation der Thetafunctionen aus die Transformationstheorie der elliptischen Functionen in Angriff nehmen, deren Ursprung ebenfalls auf Jacobi zurückzuführen ist, deren weiterem Ausbau in neuerer Zeit eine grössere Zahl hervorragender Mathematiker ihre Kräfte gewidmet haben und die den Ausgangspunkt bilden für eine Reihe tiefer theils algebraischer, theils zahlentheoretischer Forschungen, welche freilich von dem Verfasser nur beiläufig, ohne ein näheres Eingehen erwähnt werden.

Der folgende Paragraph behandelt einen Gegenstand, der sonst in Lehrbüchern nicht berührt zu werden pflegt und der bis jetzt wenigstens für die Entwickelung der Theorie wohl nicht die Bedeutung gehabt hat, welche anfangs davon erwartet wurde, nämlich die Jacobi'schen Differentialgleichungen, welchen Zähler und Nenner der Transformationsformeln genügen.

Den Schluss dieses Abschnittes bildet eine Darstellung der Untersuchungen von Sohncke und Schröter über die Modulargleichungen, worin diese Gleichungen bis zur Transformation der 13. Ordnung aufgestellt sind.

In den angefügten zwölf Noten sind noch einige Gegenstände behandelt, welche im Zusammenhang des Ganzen keine passende Stelle fanden, und welche theils den Zweck haben, einige der angewandten Sätze näher zu begründen, theils einige specielle Untersuchungen von mehr historischem Interesse weiter auszuführen.

Unter den ersteren erwähnen wir die Ableitung der Fourier'schen Reihe nach einer Methode, welche, um ganz befriedigend zu sein, mindestens noch einiger Ergänzungen und Erörterungen bedürfte. Diese Betrachtung wäre überhaupt vielleicht besser ganz weggefallen, da man bekanntlich für den Umfang, in dem diese Reihen in der Theorie der elliptischen Functionen angewandt werden, mit weit einfacheren Hilfsmitteln ausreicht. Von grösserem Interesse sind die Noten historischen Inhalts, in denen man die ersten geometrischen Untersuchungen über Ellipsen- und Hyperbelbogen, denen die Theorie der elliptischen Functionen ihren Ursprung und ihren Namen verdankt, die Untersuchungen von Fagnano, Landen, Mac Laurin, Euler, d'Alembert und Anderen dargelegt findet.

Diese Inhaltsangabe wird genügen, um einen Ueberblick über den Umfang des behandelten Stoffes zu geben; man ersieht aus derselben zugleich die Grenzen, welche sich der Verfasser gesteckt hat. Die ganze Darstellung ruht wesentlich auf Jacobi'schem Boden; mit ziemlicher Ausführlichkeit sind noch die älteren und gleichzeitigen Arbeiten von Legendre und Abel behandelt, mit Ausschluss des Problems der Theilung. Dagegen sind nicht berührt die in neuerer Zeit ausgebildeten und vielfach angewandten Methoden, die mit der Theorie der Functionen complexen Arguments im Zusammenhang stehen und die unzweifelhaft dazu beigetragen haben, den Einblick in das Wesen der neuen Transcendenten zu vertiefen. Es ist in dieser Beziehung auffallend, dass z. B. das Werk von Briot und Bouquet in dem ganzen Buche nirgends erwähnt ist. Ferner sind nur beiläufig erwähnt ohne ein näheres Eingehen die Betrachtungen von Weierstrass, welche gleichfalls von einer neuen Seite die Grundlagen und den Zusammenhang der Theorie beleuchten.

Wir wollen mit dem Verfasser nicht darüber rechten, inwieweit eine Erweiterung der Grenzen seines Unternehmens nach der einen oder der andern Seite hin zweckmässig oder wünschenswerth gewesen wäre, und räumen gern ein, dass eine Beschränkung bei der Auswahl aus dem reich vorliegenden Stoffe nothwendig war, auch dass das Gewählte geeignet ist, ein wohlabgerundetes Bild von dem geschichtlichen Werden einer Theorie zu geben, welche zu den wichtigsten Errungenschaften der mathematischen Forschung unseres Jahrhunderts gehört.

Was die Ausführung im Einzelnen betrifft, so sind dem Referenten, abgesehen von der ziemlich beträchtlichen Zahl von Druckfehlern, welche bei Weitem nicht alle in dem Verzeichnisse aufgeführt sind, eine Reihe kleinerer Ungenauigkeiten aufgestossen, von denen die folgenden hervorgehoben sein mögen.

So findet sich gleich zu Anfang auf S. 9 der Ausspruch: „Nach dem Theorem von Taylor ist, wenn v die positive oder negative Einheit nicht überschreitet, $\varphi(u+v)=\varphi(u)+v\,\varphi'(u)+\frac{v^2}{1.2}\varphi''(u)+\ldots$“, ein um so auffallenderes Versehen, als gerade in dem vorliegenden Falle die Giltigkeit der Taylor'schen Reihe unbegrenzt ist. Wenn ferner der Verfasser auf S. 370 die Ansicht ausspricht, dass die von Hermite und Betti gebrauchte Unterscheidung der Thetafunctionen durch zwei Indices die wenigst geeignete sei, so dürfte diese Meinung wohl bei Solchen auf Widerspruch stossen, welche die Zweckmässigkeit einer derartigen Bezeichnung bei den Thetafunctionen mit mehreren Veränderlichen kennen gelernt haben. Auf S. 282 wird als Bedingung der Convergenz der Thetareihe die angegeben, dass der reelle Theil von q kleiner als 1 sei, während es doch heissen sollte „der absolute Werth“ oder „der analytische Modul“.

Endlich findet sich auf S. 449 der Satz: „Jede Function, welche der Bedingung $f(x+i\log q)=-q^{-1}e^{2xi}f(x)$ genügt, ist von der Form $A\,\vartheta(x)+B\,\vartheta_1(x)$, wo A und B von x unabhängig sind“, während hierzu ausser der Endlichkeit und Stetigkeit noch die Periodicität erforderlich ist.

Wenn auch diese und ähnliche Ungenauigkeiten eine etwas grössere Sorgfalt in der Redaction wünschenswerth erscheinen lassen, so verdient die Ausführlichkeit und Genauigkeit in den Citaten, welche überdies in einem alphabetischen Register zusammengestellt sind, um so mehr Anerkennung. Das Werk wird hierdurch sowohl, als durch seinen stofflichen Inhalt zu einem für Lehrer, wie für Lernende gleich nützlichen und empfehlenswerthen Handbuche.

Königsberg, im Mai 1876. H. Weber.

Vorlesungen über die mechanische Theorie der Wärme, von Carl Neumann. Leipzig, Teubner. 1875. 240 S. 8°. Preis 7 Mk. 20 Pf.

Während lange Zeit hindurch die deutsche Literatur auffällig arm an Werken war, welche dazu geeignet schienen, in systematischer Weise in die eigenthümlichen Betrachtungsweisen der mechanischen Wärmetheorie einzuführen und mit ihren Resultaten bekannt zu machen, hat sich dieser Zustand in neuerer Zeit in erfreulichster Weise geändert.

Zu den bedeutendsten Erscheinungen auf diesem Gebiete gehört neben der systematischen Umarbeitung der klassischen Abhandlungen von

Clausius über die mechanische Wärmetheorie ohne Zweifel das vorliegende Werk C. Neumann's. Dasselbe ist, wie der Verfasser in der Vorrede selbst mittheilt, aus Vorträgen entstanden, die vom Verfasser zu wiederholten Malen in Tübingen und in Leipzig gehalten worden sind. Jedermann wird eine derartige Arbeit Neumann's mit einer gewissen Erwartung in die Hand nehmen; auch bei mir war dies der Fall und ich bekenne gern, dass diese Erwartungen nicht nur erfüllt, sondern bei Weitem übertroffen worden sind.

Die Reichhaltigkeit und strenge Systematik des Inhalts, die seltene Klarheit und Schärfe des Ausdruckes weisen dieser Arbeit eine ganz hervorragende Stellung unter den verwandten Erscheinungen an.

Zunächst wird im Vorwort eine eigenthümliche neue Schreibweise eingeführt; das Differential einer Function σ bezeichnet nämlich der Verfasser, wie gewöhnlich, mit $d\sigma$, dagegen wird mit $\partial\sigma$ eine unendlich kleine Grösse überhaupt dargestellt, gleichviel, ob dieselbe mathematisch oder empirisch gegeben ist. Auf diese Weise wird von vornherein manchen Verwechselungen zwischen vollständigen und unvollständigen Differentialen vorgebeugt, durch welche sonst Anfängern nicht selten Schwierigkeiten bereitet werden.

Das erste Capitel behandelt unter dem Titel „Ueber das allgemeine Princip oder Axiom der Energie" die wichtigsten Definitionen und die Hauptsätze der Mechanik, welche in der mechanischen Wärmetheorie fortwährend Anwendung finden, und erläutert hierauf die Aequivalenz zwischen Wärme und Arbeit und das Princip der Energie für ein empirisch gegebenes materielles System. Ganz ausdrücklich wird betont, dass hier die Giltigkeit dieses Princips nur eine Hypothese ist, während dasselbe für ein Newton'sches System bekanntlich nothwendig richtig ist.

Das zweite Capitel beschäftigt sich mit der Entwickelung der mechanischen Wärmetheorie für vollkommene Gase. Ziemlich früh wird hier die graphische Darstellungsweise benutzt und vollständig gleichzeitig werden die Begriffe der Curven constanten Druckes, constanten Volumens, constanter Temperatur und die adiabatischen Curven eingeführt. Hierdurch gewinnt die Darstellungsweise ausserordentlich an Eleganz und Durchsichtigkeit. Die Benutzung des Begriffes des Parameters bei der Discussion und Anwendung dieser Curven gestattet eine grosse Schärfe des mathematischen Ausdruckes, welche als ein grosser Fortschritt auf diesem Gebiete bezeichnet werden muss. Das dritte Capitel befasst sich zunächst mit den Eigenschaften der thermischen Curven und hierauf mit den Kreisprocessen der Gase. Hier ist (S. 66) von Neumann eine neue graphische Darstellungsweise der Resultate eines Kreisprocesses eingeführt worden, welche als ein glücklicher Griff angesehen werden kann.

Das vierte Capitel behandelt die Anwendung der mechanischen Wärmetheorie auf beliebige Substanzen, deren Zustand durch zwei Argumente p und v, oder v und t etc. vollständig bestimmt ist. Für die Ableitung des zweiten Hauptsatzes beweist N. den Carnot'schen Satz, einmal ausgehend von dem Clausius'schen Axiom, das andere Mal leitet er ihn aus dem Thomson'schen Principe her. Hierauf bestimmt er mit Hilfe eines vollkommenen Gases die universelle Temperaturfunction und zeigt (S. 94), dass die Wärmemenge $\bar{d}Q$, welche einer Substanz zugeführt werden muss, damit sie aus dem Zustande (t, U) in den Zustand $(t + dt, U + dU)$ übergeht, gleich

$$\bar{d}Q = T . dU$$

ist, wenn T die absolute Temperatur und U den Parameter der adiabatischen Curve bezeichnet. Erst dann wird die Clausius'sche Form des zweiten Hauptsatzes abgeleitet. Alsdann werden die allgemeinen Clausius'schen Formeln und die Kirchhoff'schen Formeln wiedergegeben.

Die Strenge der Betrachtungsweise wird auch hier wieder dadurch documentirt, dass nochmals in einem besondern Paragraphen auf die beiden Voraussetzungen aufmerksam gemacht wird, auf denen die Entwickelung der vorhergehenden Formeln beruht, nämlich darauf, dass man von der Einwirkung der Schwerkraft auf das System absehen kann, und dass die Processe so geleitet werden, dass der Gleichgewichtszustand des Systems nie merklich geändert wird. Ein besonderer Paragraph behandelt einige Anwendungen des Princips der Energie auf tumultuarische Vorgänge.

Der methodische Gewinn, den die hohe Ausbildung der graphischen Darstellungsweise und die Einführung der Parameter der thermischen Curven darbietet, zeigt sich so recht bei Betrachtung der Verdampfungserscheinungen. Die Entwickelungen über die gegenseitige Lage der Grenzcurven des Verdampfungsgebietes einer Substanz einerseits und der übrigen thermischen Curven andererseits gestalten sich überraschend einfach und gewinnen durch die Berücksichtigung der kritischen Temperatur und der bekannten Bemerkung Kirchhoff's über den Knick der Spannungscurve gesättigter Dämpfe beim Gefrierpunkte ungemein an Anschaulichkeit und Schärfe.* Nach der Abhängigkeit des Schmelzpunktes vom Drucke folgt im nächsten Capitel (§ 50) eine graphische Darstellung der sämmtlichen Aggregatzustände des Wassers; dieselbe ist neu und wird jedem Physiker höchst interessant sein, selbst wenn er damit nicht einverstanden sein sollte, dass die labilen Gleichgewichtszustände

* Ganz beiläufig wollen wir bemerken, dass in der Tabelle für die specifischen Wärmen gesättigter Dämpfe S. 143 (61), welche dem Verdet'schen Buche entlehnt ist, für Chloroform falsche Zahlen aufgenommen worden sind. Der Rechenfehler Verdet's beruht auf einer Verwechselung der Regnault'schen Interpolationsformeln. Auch im Texte wird (dieselbe Seite Z 4 v. u.) eine geringfügige Aenderung dadurch nothwendig. Die richtigen Zahlen findet man in meinem Handbuche der mechan. Wärmetheorie (Braunschweig, Vieweg), Bd. I, S. 626.

flüssigen Wassers unter 0^0 nicht mit berücksichtigt worden sind. Auf jeden Fall haben wir es in § 50 mit einem methodischen Fortschritte zu thun, der nicht blos dem Verfasser dieser Zeilen Anregung zu neuen Untersuchungen über die Beschaffenheit der Grenzcurven sein wird.

Auch die Behandlung der Gasgemische im siebenten Capitel und die Untersuchungen über die Dampfspannungen und Wärmeentwickelungen bei Herstellung wässeriger Schwefelsäurelösungen, die Ableitungen der hierher gehörigen Kirchhoff'schen Formeln bieten zum Theil neue, für die Beurtheilung der Vorgänge wichtige Gesichtspunkte. Das achte Capitel beschäftigt sich mit den Kirchhoff'schen Gleichungen für die Wärmeentwickelungen bei Gasabsorptionen und zeichnet sich, ebenso wie das vorhergehende, durch scharfe Sonderung der einzelnen möglichen Fälle aus; uns will es jedoch scheinen, als sei diesem Gebiete, in welchem bekanntlich Theorie und Erfahrung noch nicht übereinstimmen, im Vergleich zu dem Uebrigen ein allzugrosser Raum gewidmet. Ein kurzer Anhang berichtet über die Krönig-Clausius'sche Theorie der molecularen Stösse und einige Einwendungen, welche gegen dieselbe erhoben worden sind.

Die Darstellung ist, wie schon mehrfach erwähnt worden, meisterhaft präcis und die Entwickelungen sind, wie man dies bei Neumann'schen Arbeiten gewöhnt ist, so ausführlich mitgetheilt, dass es dem Anfänger ungemein leicht werden muss, sich an der Hand dieses trefflichen Lehrbuches eine sehr respectable Summe von Kenntnissen in der mechanischen Wärmetheorie zu erwerben. Die zahlreichen Anmerkungen über die beschränkenden Voraussetzungen, unter denen die Formeln gelten, sind sehr geeignet, die Leser an Präcision zu gewöhnen und dieselben auf die Grenzen der Anwendbarkeit der Theorie aufmerksam zu machen.

Sehr, fast zu dürftig, sind die festen und tropfbar flüssigen Substanzen und die dahin gehörigen interessanten experimentellen Bestätigungen der Thomson'schen Formel weggekommen. Ueberhaupt behandelt der Verfasser die mechanische Wärmetheorie mehr wie eine mathematische, als wie eine physikalische Disciplin; wir wollen ihm hiermit keinen Vorwurf machen, obgleich das einschlagende experimentelle Gebiet dadurch fast zu sehr in den Hintergrund gedrängt worden ist.

Dass der Verfasser in diesem einführenden Lehrbuche die Anwendungen der mechanischen Wärmetheorie in den übrigen Theilen der Physik und in der Technik unberücksichtigt gelassen hat, finden wir ganz in der Ordnung. Sollen wir zum Schlusse, weil dies nun einmal bei derartigen Besprechungen üblich ist, einige Bedenken geltend machen, so würde das Wesentlichste derselben wohl sein müssen, dass der Verfasser eine grosse Anzahl neuer Bezeichnungen eingeführt hat: calorische Curven für adiabatische, Temperaturcurven für Isothermen, Dampfcurven für Curven constanter Dampfmenge, die Buchstaben ε, E, H, η für die einmal allgemein acceptirte Bezeichnung der innern Energie durch U, $\mathfrak{A}$ für das mechanische Aequivalent der Wärme u. s. f. Hierdurch wird dem Anfänger, der sich durch das Neumann'sche Buch in die Disciplin einführen lässt, das Studium der einschlagenden Abhandlungen und umfänglicheren Handbücher sehr erschwert, ohne dass er dadurch einen entsprechenden Gewinn hätte, dass die neuen Namen deckender als die allgemein üblichen wären.

Ferner halten wir die Besprechung der Roche'schen Formel (S. 129) für die Spannungscurve gesättigter Dämpfe und die Erörterungen über die approximativen Gesetze (S. 144) in einem derartigen Buche für vollkommen entbehrlich. Dagegen glauben wir es als einen Mangel ansehen zu sollen, dass die überhitzten Dämpfe nur unter der Voraussetzung untersucht sind, dass dieselben dem Ausdehnungsgesetze vollkommener Gase folgen; die Arbeiten Hirn's und Zeuner's über diese Frage wären einer Beachtung wohl werth gewesen. Jedenfalls sind aber die hier angeführten wenigen Punkte, in denen wir anderer Ansicht als der Verfasser sind, sehr untergeordnet gegen die eminenten Vorzüge des Buches. Auch der Physiker, der diesem Theile seiner Wissenschaft sehr nahe steht, wird das Neumann'sche Buch mit grossem Interesse lesen und durch dasselbe manche dankenswerthe Anregung empfangen; den Studirenden der Mathematik aber muss dasselbe auf das Allerwärmste empfohlen werden. Die deutsche physikalische Literatur ist durch die Neumann'schen Vorlesungen über die mechanische Theorie der Wärme um ein sehr werthvolles Werk bereichert worden.

Chemnitz, April 1876. RICHARD RÜHLMANN.

Proklos über die Petita und Axiomata bei Euklid, von Prof. L. MAJER. Programm des königl. Gymnasiums in Tübingen zum Schlusse des Schuljahres 1874—1875. 32 S. 4°.

Schulprogramme mit wissenschaftlichen Beilagen zu versehen ist eine mühevolle, nicht selten eine undankbare Arbeit. Sie muss meistens vollzogen werden, während der Verfasser mit eigentlichen Schulgeschäften in erhöhtem Grade zu thun hat. Ein vorgeschriebener, meistens recht kleiner Raum darf nicht überschritten werden; schliesslich geht manche schöne Untersuchung durch die fast geheime Art der Veröffentlichung für die Wissenschaft spurlos zu Grunde. Manchmal freilich tragen die Verfasser selbst einen Theil der Schuld, wenn es ihren Abhandlungen an Verbreitung und Anerkennung fehlt. Wir möchten meinen, die Uebersendung eines Exemplars an die Redaction einer Fachzeitschrift lohne immer den Versuch, selbst wenn aus diesem oder jenem Grunde eine eingehendere Besprechung einmal nicht erfolgen sollte. Die Verfasser mathematischer Schulprogramme scheinen unserer Zeitschrift gegenüber diese Ansicht im Allgemeinen nicht zu theilen, und so sind wir z. B. nur durch einen Zufall mit der in der Ueberschrift genannten Untersuchung bekannt geworden, welche wir nicht anstehen, als einen dankenswerthen Beitrag zur Geschichte der Mathematik zu bezeichnen. Seit Friedlein's Ausgabe der Erläuterungen des Proklos zu den euklidischen Elementen können dieselben von Jedem, dem die alte Geometrie ein Interesse einflösst, gelesen werden; zwischen dem Können und dem Thun liegt aber nicht selten ein ziemlicher Zwischenraum. *Graeca sunt, non leguntur* ist vielen Mathematikern aus der Seele gesprochen, und so ist es schon eine verdienstliche Arbeit, durch lesbare deutsche Uebersetzungen Denen zu Hilfe zu kommen, welche vor dem griechischen Urtexte sich scheuen. Herr Majer hat einer solchen Aufgabe sich unterzogen, und wenn wir auch begreifen, dass der ihm zur Verfügung stehende Raum ihn nöthigte, sich auf ein verhältnissmässig kleines Stück des Proklos (S. 178—198 und 362—373 der Friedlein'schen Ausgabe) zu beschränken, so möge er ein Lob seiner Uebersetzung in unserem Bedauern über diese Beschränkung erkennen. Herr Majer hat übrigens sich nicht auf eine blosse Uebersetzung beschränkt und auch nicht überall die Reihenfolge des Originals beibehalten. Seine Abhandlung nimmt vielmehr folgenden Verlauf. Nach einer sechs Seiten füllenden Einleitung über die Persönlichkeit des Proklos, über seine Schriften, über philosophische und mathematische Vorbegriffe folgt die Uebersetzung des Abschnittes über die Forderungen (S. 178—193). Die fünfte und letzte Forderung bildet die Grundlage der Parallelentheorie und bot dem Uebersetzer Gelegenheit, hier einzuschalten, was Proklos (S. 362—373) gelegentlich des XXVIII. und XXIX. Satzes der Elemente zur Kritik dieser Lehre mittheilt, welche seit Ptolemaios, wenn nicht schon früher, einen Zankapfel der Geometer gebildet hat. Nun erst kehrt Herr Majer zu dem unterbrochenen Texte zurück, übersetzt den Abschnitt über die Grundsätze (S. 193—198) und schliesst mit einem 4½ Seiten langen, „Resultate" überschriebenen Paragraphen. Ueberall hat er auf die philosophische und historische Tragweite der Erörterungen des Proklos hingewiesen, welcher bei aller Ehrfurcht vor Aristoteles und Euklid doch eine gewisse Unabhängigkeit sich bewahrte und ebensowohl zu verbessern, als einfach zu erläutern suchte. Herr Majer selbst hat durch zahlreiche Anmerkungen für das bessere Verständniss seiner Uebersetzung gesorgt. Leider haben sich dabei verschiedene sinnentstellende Druckfehler eingeschlichen. So in Anmerkung 1 zu S. 13, deren zweiter Satz vermuthlich durch Wegfallen eines Wortes geradezu unverständlich geworden ist; so in Anmerkung 3 zu S. 1, wo Heron von Alexandrien an den Anfang des 3. Jahrhunderts v. Chr. versetzt ist, in Anm. 1 zu S. 18, wo von den Asymptoten der Parabel, Hyperbel u. s f. die Rede ist; so in Anm. 1 zu S. 11, wo Ofterdinger a. a. O. erwähnt ist, während wir jenen angeführten Ort selbst (offenbar sind die Beiträge zur Geschichte der griechischen Mathematik von Prof. Dr. L. F. Ofterdinger, Ulm 1860, gemeint) weder vorher, noch nachher genannt finden. Die Uebersetzung selbst haben wir bereits oben als eine durchaus lesbare bezeichnet. Wer andere Uebersetzungen griechischer Mathematiker zu vergleichen Gelegenheit hatte, welche oftmals ein Zurückgehen auf den Urtext erfordern, wenn der deutsche Wortlaut verstanden werden soll, wird das Lob zu würdigen wissen, welches in dieser Bezeichnung enthalten ist. Nur Eines möchten wir nicht billigen. Herr Majer hat die griechischen Buchstaben an den Figuren gleichfalls übersetzen zu sollen geglaubt; er hat dabei die Reihenfolge des griechischen Alphabets einerseits, des lateinischen andererseits in Parallele gebracht, also A, B, Γ u. s. w. durch A, B, C u. s. w. wiedergegeben. Dadurch wird nicht nur die Vergleichung einzelner Stellen der Uebersetzung mit dem Original unnöthig erschwert, es entgeht dem Leser auch eine Eigenthümlichkeit der griechischen Geometer. In Fig. 1, 4, 6, 8 und 9 der Majer'schen Uebersetzung kommt I vor, ein Buchstabe, dessen kein griechischer Geometer in einer Figur sich bedient. Hultsch hat diesen Umstand, soviel wir wissen, zuerst betont. In seinem bekannten Aufsatze über den heronischen Lehrsatz sagt er (Zeitschr. Math. Phys. IX, S. 247, letzte Zeile): „Aber dasselbe Iota fehlt auch allenthalben bei Euklid. Nach dem Grunde davon haben wir hier nicht weiter zu fragen; es ist einfach als Thatsache anzuerkennen.“ Nach einer uns mündlich gemachten Bemerkung von Professor Studemund dürfte der Grund ein ganz ähnlicher gewesen sein wie dafür, dass man in modernen Abhandlungen, welche ihren Gegenstand dem Exponentialcalcul entnehmen, den Buchstaben e, in solchen, welche der Differentialrechnung angehören, den Buchstaben d als constanten Coefficienten zu vermeiden sucht. Man will eben Verwechselungen und Missverständnisse meiden, und solche waren bei Benutzung des I allerdings zu gewärtigen, weil dieser Buchstabe sich in keiner Weise von einem einfachen verticalen Striche unterschied. Uns persönlich leuchtet diese Ansicht ausserordentlich ein.

Cantor.

Hermanni Useneri ad historiam astronomiae symbola. Bonner Programm zur Geburtstagsfeier Kaiser Wilhelm I. am 22. März 1876. 35 S. 4⁰.

Das 11. Jahrhundert ging zu Ende. Michael Psellus, mit dem Ehrennamen des „Ersten der Philosophen“ belegt, zeugt für die niedere Stufe, auf welche damals zu Byzanz die Nachfolger altgriechischer Astronomie herabgesunken waren, zeugt für die Unmöglichkeit, aus solcher

Entwürdigung durch eigene Kraft wieder zu Ehren zu gelangen. In der That dauert der Zustand der Versumpfung byzantinischer Astronomie wohl 230 Jahre, von 1092, als dem Datum einer letzten Schrift des Psellus, bis 1322. In diesem letztgenannten Jahre wurde von unbekanntem Uebersetzer eine griechische Bearbeitung eines persischen astronomischen Werkes angefertigt, als dessen Verfasser Σαμψ μπουχαρης genannt ist. Prof. Gildemeister hat in Samps den Namen Shamsaldîn wiedererkannt; allerdings wird ein Shamsaldîn von Bukhara nirgends erwähnt, dagegen schrieb Shamsaldîn von Samarkand vermuthlich im Jahre 1276 ein Büchlein über die Fixsterne in persischer Sprache, und es ist nicht unwahrscheinlich, dass ein und derselbe Astronom, der bald in Bukhara, bald in Samarkand lebte, mit beiden Bezeichnungen gemeint sein mag. Nun folgten sich ziemlich rasch weitere byzantinische Bearbeitungen persischer Schriften, mittelbare Abflüsse der im griechischen Texte nahezu vergessenen Syntaxis des Ptolomaeus, welche selbst eine der Quellen persischer Gelehrsamkeit bildet. Chioniades von Constantinopel, welcher jedenfalls vor 1346 lebte, Georg Chrysococces im Jahre 1346 selbst, Theodorus Meliteniota (nach Leo Allatius, dem gelehrten Kenner byzantinischer Geschichte im 14. Jahrhundert, unter der Regierung des Johannes Paläologus 1361 lebend), der Mönch Isaak Argyrus vor 1368, das sind die Hauptvertreter persisch-griechischer Astronomie. Und nun erfolgt in der zweiten Hälfte des 14. Jahrhunderts ein neuer Umschlag. Mit Nicolaus Cabasilas beginnt ein neues Geschlecht von Gelehrten, welche auf Ptolemaios selbst zurückgreifen und so die Wiedergeburt klassischer Wissenschaft in Europa vorbereiten. Was wir hier in wenige Zeilen zusammengedrängt haben, bildet den Inhalt des hochinteressanten Programms, dessen philologischer Verfasser sich auch in unserer Wissenschaft wohlbewandert erweist. Herr Usener hat aus Handschriften verschiedener Bibliotheken umfassende Bruchstücke der obengenannten Byzantiner des 14. Jahrhunderts gesammelt, welche er hier zum ersten Male veröffentlicht, Belegstücke für seine Auffassung, deren innere Wahrheit überdies sich selbst als Stütze dient.

Cantor.

Schwere, Elektricität und Magnetismus. Nach den Vorlesungen von Bernhard Riemann bearb. von Karl Hattendorff. Hannover, Carl Rümpler. 1876.

Das von der Verlagshandlung vorzüglich ausgestattete Werk enthält auf 358 Seiten gr. 8^0 den in der Ueberschrift genannten Stoff in folgender Anordnung. Der erste Theil bis S. 176 enthält die Lehre von der Schwere als allgemeine Lehrsätze über die Potentialfunction und das

Potential, der zweite Theil die Lehre von der Elektricität und dem Magnetismus.

Wie in der Vorrede erwähnt, ist das Buch aus den Vorlesungen hervorgegangen, die Riemann über Schwere, Elektricität und Magnetismus im Sommersemester 1861 in Göttingen gehalten hat. Der Stoff also ist der Hauptsache nach Riemann's Eigenthum, während die Form und Darstellung das Werk des Herausgebers ist.

Mit Freuden erkennt Referent an, dass sich wenigstens bei ihm die in der Vorrede ausgesprochene Hoffnung, „dass das vorliegende Buch den Freunden Riemann's nicht unwillkommen sein werde", vollständig erfüllt hat. Das vorliegende Werk stellt sich dem entsprechenden über partielle Differentialgleichungen würdig an die Seite und Referent erblickt namentlich auch darin einen historischen Werth, dass es genau den Standpunkt erkennen lässt, auf dem im Jahre 1861 die mathematische Physik über Schwere, Elektricität und Magnetismus sich befand. Insbesondere verdient auch noch die Klarheit hervorgehoben zu werden, mit der die einzelnen Abschnitte behandelt sind, so dass auch die Studirenden der Mathematik das Buch mit Vortheil benützen können.

Der Umfang, in welchem der gebotene Stoff behandelt ist, ist schon genügend durch die Zeit und Gelegenheit bezeichnet, der das Buch seine Entstehung verdankt, und durch den Raum, welchen die beiden Haupttheile einnehmen; Referent glaubt daher von einer nähern Inhaltsangabe absehen zu können. Von dem, was die spätere Zeit zu dem behandelten Stoffe hinzugeliefert hat, ist nur verhältnissmässig wenig erwähnt. Hier hätte Referent gern gesehen, wenn der Herausgeber nicht nur, wie er gethan hat, die Begriffe von Potentialfunction und Potential nach der Anregung von Clausius genauer geschieden, sondern wenn er auch die strengeren Begriffe von Ergal, Energie und Entropie aufgenommen hätte.

In der Literaturangabe möchten wir fragen, ob Clausius: Die Potentialfunction und das Potential, und Beer: Einleitung etc., mit Absicht weggelassen worden sei?

TH. KÖTTERITZSCH.

Bibliographie

vom 1. August bis 30. September 1876.

Periodische Schriften.

Berichte über die Verhandlungen der königl. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften, mathemat.-physikal. Classe. 1875, 3. und 4. Heft. Leipzig, Hirzel. 2 Mk.

—, 1876, 1. und 2. Heft. Ebendas. 2 Mk.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, herausgegeben von Ohrtmann, Müller und Wangerin. 6. Bd. Jahrg. 1874, 2. Heft. Berlin, G. Reimer. 3 Mk. 60 Pf.

Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft, herausgegeben von Schönfeld und Winnecke. 11. Jahrg. 1876, 3. Heft. Leipzig, Engelmann. 1 Mk. 50 Pf.

Annalen der k. k. Sternwarte in Wien. 3. Folge, 24. Bd., Jahrg. 1874. Wien, Wallishauser. 11 Mk.

Reine Mathematik.

Schendel, Leop., Die Bernoulli'schen Functionen und das Taylor'sche Theorem. Jena, Costenoble. 1 Mk. 80 Pf.

Escherich, G. v., Beiträge zur Bildung der symmetrischen Functionen der Wurzelsysteme und der Resultante simultaner Gleichungen. (Akad.) Wien, Gerold. 1 Mk.

Seifert, W., Ueber die Integration der Differentialgleichung

$$(t-a)(t-b)(t-c)\frac{d^2y}{dt^2}+(\alpha+\beta t+\gamma t^2)\frac{dy}{dt}+(\delta+\varepsilon t)\,y=0.$$

(Dissert.) Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht. 1 Mk. 60 Pf.

Winckler, A., Ueber die Integration linearer Differentialgleichungen zweiter Ordnung mittelst einfacher Quadraturen. Wien, Hölder. 2 Mk.

Hoppe, R., Tafeln zur 30stelligen logarithmischen Rechnung. Leipzig, C. A. Koch's Verlag. 80 Pf.

Frombeck, H., Die Grundgebilde der Liniengeometrie. (Akad.) Wien, Gerold. 60 Pf.

Hoppe, R., Principien der Flächentheorie. Leipzig, C. A. Koch's Verl. 1 Mk. 80 Pf.

Schilke, E., Die Newton'sche Erzeugung der Kegelschnitte. (Dissert.) Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht. 60 Pf.

Moshammer, C., Zur Geometrie der Schraubenbewegung und einer Regelfläche dritter Ordnung. (Akad.) Wien, Gerold. 1 Mk. 60 Pf.

Arendt, G., *Trigonométrie rectiligne.* Berlin, Herbig. 1 Mk.

Schenk, Mathematische Uebungsaufgaben, bearb. v. d. Schülern der 8. Cl. am k. k. akad. Gymnasium in Wien. Wien, Hölder. 1 Mk.

Gauss, C. F., Werke. 2. und 3. Bd. 2. Abdruck. Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht. à 15 Mk.

Angewandte Mathematik.

Astronomisch-geodätische Arbeiten in den Jahren 1873 und 1874, sowie im Jahre 1875. Berlin, Imme. à 9 Mk.

Das rheinische Dreiecksnetz. 1. Heft: Die Bonner Basis. Ebdas. 6 Mk.

Zusammenstellung der Literatur der Gradmessungsarbeiten. Ebendas. 2 Mk. 50 Pf.

Schreiber, P., Handbuch der barometrischen Höhenmessung. Weimar, Voigt. 9 Mk.

Hagen, G., Untersuchungen über die gleichförmige Bewegung des Wassers. Berlin, Ernst & Korn. 4 Mk.

Meissner, G., Die Hydraulik und die hydraulischen Motoren. 1. Bd.: Die Hydraulik. 1. Heft. Jena, Costenoble. 3 Mk.

Schiaparelli, G., Die Vorläufer des Copernicus im Alterthum. Leipzig, Quandt & Händel. 2 Mk. 80 Pf.

Voss, A., Ueber die mechanischen Grundsätze und die mathematische Entwickelungsform Newton's in seinem Werke *Philosophiae nat. principia mathem.* (Dissert.) Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht. 80 Pf.

Sterneck, A. v., Ueber den Einfluss des Mondes auf die Richtung und Grösse der Schwerkraft der Erde. (Akad.) Wien, Gerold. 40 Pf.

Sachau, E. und J. Holetschek, Berechnung der Entfernung des Sonnen-Apogäums von dem Frühlingspunkte bei Albîrûnî. (Akad.) Wien, Gerold. 60 Pf.

Hermes, O., Elemente der Astronomie und mathematischen Geographie. Berlin, Winckelmann & Söhne. 1 Mk.

Arendts, C., Grundzüge der mathematischen und physikalischen Geographie. Regensburg, Manz. 1 Mk. 20 Pf.

Physik und Meteorologie.

Secchi, A., Die Einheit der Naturkräfte, übersetzt von L. R. Schulze. 4. Lief. Leipzig, Frohberg. 4 Mk.

Sacher, E., Neue physikalische Versuche als Beitrag zur Theorie der Erdbildung. Salzburg, Mayr. 40 Pf.

Obermayer, A. v., Ueber die Abhängigkeit der Coefficienten der innern Reibung der Gase von der Temperatur. (Akad.) Wien, Gerold. 60 Pf.

Puluj, J., Ueber die Abhängigkeit der Reibung der Gase von der Temperatur. (Akad.) Wien, Gerold. 80 Pf.

Pfaundler, L., Das Princip der ungleichen Moleculzustände, angewendet zur Erklärung der übersättigten Lösungen, der Siedeverzüge etc. (Akad.) Wien, Gerold. 20 Pf.

Subic, S., Manometer-Hygrometer. (Akad.) Wien, Gerold. 40 Pf.

Reitlinger, E., Ueber einige merkwürdige Erscheinungen in Geissler-schen Röhren. (Akad.) Wien, Gerold. 20 Pf.

Puschl, C., Neue Sätze der mechanischen Wärmetheorie. II. (Akad.) Wien, Gerold. 40 Pf.

Pilling, O., Ueber die Beziehungen der Wärmecapacität der Gase zu den zwischen den Atomen wirkenden Kräften. (Dissert.) Jena, Deistung. 80 Pf.

Sand, J., Die mechanische Wärmetheorie in ihrem Zusammenhange mit den Principien der neueren Physik. Eichstätt, Krüll. 2 Mk. 50 Pf.

Exner, J., Ueber den Einfluss der Temperatur auf das galvanische Leitungsvermögen des Tellur. (Akad.) Wien, Gerold. 40 Pf.

Weyprecht, K., Hauptresultate der magnetischen Beobachtungen während der österreich. Polarexpedition. (Akad.) Wien, Gerold. 40 Pf.

Rosicky, W., Ueber mechanisch-akustische Wirkungen des elektrischen Funkens. (Akad.) Wien, Gerold. 60 Pf.

Jochmann, E., Grundriss der Experimentalphysik. 4. Aufl., herausgeg. von O. Hermes. Berlin, Winckelmann & S. 4 Mk. 50 Pf.