Werk

Titel: Zeitschrift für Mathematik und Physik

Verlag: Teubner

Jahr: 1876

Kollektion: mathematica

Signatur: 8 MATH I, 755:21

Werk Id: PPN599415665_0021

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN599415665_0021|LOG_0058

Recensionen.

Geschichte der mathematischen Wissenschaften, von Dr. HEINRICH SUTER. 1. Theil: Von den ältesten Zeiten bis Ende des XVI. Jahrhunderts; 2. Theil: Vom Anfange des XVII. bis Ende des XVIII. Jahrhunderts. Zürich 1873, 1875. Mit 4 lithographirten Tafeln. VI, 169 S.; VI, 380 S.

Der 1. Band vorliegenden Werkes ist bereits vor drei Jahren erschienen und ist in literarischen Blättern mehrfach besprochen worden, so von Hankel im 5. Bande des *Bullettino Boncompagni* (S. 297 flgg.), von Curtze im Jahrbuch für die Fortschritte der Mathematik für 1872 (S. 24 flgg.), von Stern im 73er Jahrgange der Göttinger Anzeigen (S. 1976 flgg.). Alle diese Beurtheilungen sachkundiger Männer stimmen in dem Urtheile überein, dass dieser erste Theil völlig verfehlt sei und in keiner Weise den an eine „Geschichte der Mathematik" zu stellenden Anforderungen entspreche; wir selbst würden dieses ersten Abschnittes bei unserer Besprechung gar nicht gedacht haben, wenn nicht eine lächerlich lobhudelnde Recension des Werkes in den „Blättern für literarische Unterhaltung" uns gewissermassen dazu nöthigte, die obenerwähnten Urtheile als durchaus berechtigt anzuerkennen. Als der Verfasser an die Abfassung seines Werkes ging, hatte er offenbar von den immensen Schwierigkeiten einer solchen Leistung noch keine Ahnung; wir geben zu, dass er ein ganz kundiger Mathematiker schon damals war, aber jedenfalls fehlten ihm noch alle Vorbedingungen, um die ältere Wissenschaft in ihrer Eigenart richtig zu verstehen, sonst hätte ihm z. B. nicht die komische Verwechselung der *sectio aurea* mit der harmonischen Theilung (S. 153) passiren können. Wir zweifeln keinen Augenblick, dass Herr Suter allgemach selbst zu der von uns hier ausgesprochenen Ueberzeugung durchgedrungen ist und dass ihm als wahrheitsliebendem Manne jenes incompetente Urtheil einer belletristischen Zeitschrift unangenehm war, wie er sich denn auch durch dasselbe glücklicherweise nicht abhalten liess, mit Ernst an die Besserung seines Buches zu gehen.

Denn das dürfen wir unverhohlen gleich am Beginn unserer eigentlichen Besprechung constatiren: Der 2. Theil des Suter'schen Geschichtswerkes ist eine ganz unvergleichlich bessere Leistung als jener erste, mit dem Schleier der Vergessenheit zu verhüllende. Dort nämlich war von wirklichen Quellenstudien noch nicht das Geringste zu verspüren, hier hat der Verfasser offenbar schon einen recht respectablen Anfang mit solchen gemacht. Wenn die Geschichte der Wissenschaft ihren alleinigen Zweck darin hätte, von den Schöpfungen einzelner hervorragender Männer umfassende Kunde zu geben, dann dürfte Suter's Zweck als völlig erreicht angesehen werden; denn die Werke von Cartesius, Newton, Leibnitz, Jacob und Johann Bernoulli, Euler, Fagnano und Lagrange sind von ihm offenbar eingehend studirt worden, und die zum Theil umfänglichen Excerpte, welche daraus mitgetheilt werden, behaupten ihren natürlichen Werth. Freilich wird sich auf der andern Seite nicht leugnen lassen, dass über dem Bestreben, die wichtigsten und einschneidendsten Reformen recht vollkommen vorzuführen, gar mancher andere, für die Gesammtentwickelung der Mathematik wahrlich nicht belanglose Gegenstand zu kurz gekommen ist, um so mehr, als der Verfasser das fleissige Quellenstudium, welches er den Elaboraten der Koryphäen gewidmet, auf die Arbeiten untergeordneter oder doch von ihm für subalterner erachteter Persönlichkeiten auszudehnen nicht für gut fand und so theilweise nicht umhin konnte, die irrigen Anschauungen älterer Historiker zu reproduciren. — Wir werden nunmehr den Inhalt des 2. Bandes in kurzem Umriss skizziren und die hier kurz charakterisirten Bemerkungen, wie sie sich *pro* und *contra* bei der Lecture des Buches uns aufdrängten, näher zu begründen suchen.

Der Verfasser beginnt mit der Darstellung der Erfindungsgeschichte der Decimalbrüche und Logarithmen, bespricht Stevin, Napier und Briggs, und geht dann zur Geometrie über, wo er den *methodus indivisibilium* Cavallieri's, die Schwerpunktsregeln Guldin's und die kinematische Tangentenmethode Roberval's berührt. Es folgen Fermat, Desargues und Pascal, Mydorge und Gregor a. S. Vincentio, so dass man denn in freilich sehr raschen Sprüngen von der Schwelle des XVI. Jahrhunderts bis in dessen späte Mitte sich geführt sieht. Der 2. Abschnitt geht, wie schon bemerkt, auf die Erfindung der Coordinatengeometrie durch Descartes recht ausführlich ein; die Charakterzeichnung dieses merkwürdigen Mannes und seiner originellen, oft irrigen Anschauungen ist recht treffend. Sowohl bei seiner Einleitung, als auch besonders hier hat sich Herr Suter mit offenbarer Vorliebe angeschlossen an Chasles' berühmten „*Aperçu historique*“, und so kommt es denn auch, dass die von Letzterem als Nachfolger des Cartesius in den Vordergrund gestellten französischen und holländischen Geometer in seiner Darstellung die Italiener etwas zurückdrängen. Der 3. Abschnitt ist der angewandten Mathematik gewidmet; Tycho, Kepler, auf dessen *Mysterium cosmographicum*“ doch ein relativ zu grosses Gewicht gelegt ist, Galilei, Stevin, der Marchese del Monte, Mersenne, Huyghens und zum Schluss Snellius als Vertreter der wissenschaftlichen Optik finden hier ihre Stelle. Mit dem 4. Abschnitte beginnt die Erfindungsgeschichte der Infinitesimalrechnung — ohne Frage der beste Theil des ganzen Buches, weil hier, wie wir schon oben andeuteten, am meisten Quellen- und Sachkenntniss zu Tage tritt. Nachdem Barrow und Wallis kurz besprochen sind, wendet sich der Verfasser zu Isaak Newton selbst. Für den grossen Briten besitzt der Verfasser eine entschiedene Vorliebe und so widmet er ihm nicht weniger als 28 Seiten (über 6 Procent des ganzen Werkes). Bei der hohen, in Deutschland stellenweise nicht ganz gewürdigten Bedeutung Newton's kann man sich mit diesem Beginnen des Verfassers recht wohl einverstanden erklären, um so mehr, da einige recht charakteristische Stellen aus seinen Werken in directer Uebertragung dem Leser vor Augen gestellt werden; der Fluxionencalcul hat hier eine übersichtlichere Darstellung gefunden, als in irgend einer andern uns sonst bekannt gewordenen Arbeit. Ziemlich das gleiche Urtheil dürfen wir wohl auch über die von Leibnitz selbst handelnden Seiten aussprechen; den Verdiensten der beiden Nebenbuhler an sich ist sonach Gerechtigkeit widerfahren. Was dagegen die ebenfalls sehr weitläufige Schilderung des berüchtigten Prioritätsstreites anlangt, so können wir derselben gleiches Lob nicht widerfahren lassen. Eine solche Schilderung müsste nämlich entweder direct aus den Quellen chöpfen und den gelegentlichen Aeusserungen eines Oldenburg, Keill, Nieuwentijt, Fatio etc. sorgsamst nachspüren — dass dabei viel Neues herauskommen würde, können wir angesichts der sofort zu besprechenden neueren Untersuchungen kaum glauben —, oder sie müsste ein concises Resumé über den Gesammtstand der diese Fragen behandelnden modernen Literatur geben. Das hat nun Herr Suter auch im Sinne gehabt, allein es entgingen ihm gerade die wichtigsten Abhandlungen, so Cantor's Aufsatz in Sybel's Hist. Zeitschrift und Giesel's inhaltsreiches Schulprogramm (von Delitzsch). Er scheint nur Gerhardt, Weissenborn und Sloman zu kennen, nicht aber zu wissen, mit wie einstimmigem Misstrauen die deutsche Kritik sämmtlichen Publikationen dieses Letzteren entgegengetreten ist.

Das 5. Capitel behandelt zuerst die Leistungen derjenigen englischen Mathematiker, welche in des Meisters Fusstapfen traten, um dann rasch zu den Brüdern Bernoulli zu gelangen. Den berühmten Schweizern wendet sich eine erklärliche nationale Vorliebe des Autors zu, die sich in einer sorgsamen Charakterisirung der wichtigen, durch sie eingeleiteten Neuerungen manifestirt. Man darf sagen, dass der ganze Abschnitt ihretwegen da ist, denn diejenigen Gelehrten, welche dabei gelegentlich Erwähnung finden mussten, wie Cotes, de Moivre, de l'Hôpital, bilden doch mehr die Staffage des Gesammtbildes. Indess soll diese

Bemerkung durchaus nicht als Vorwurf gelten. Der 6. Abschnitt handelt von der Mechanik; dass sich der Verfasser, wie aus seinen eigenen Andeutungen hervorgeht, hierbei mehrfach an Dühring gehalten hat, gereicht dem Werke entschieden nicht zum Nachtheil. Gefreut hat uns die Erwähnung und Würdigung des geistreichen Borelli*. Der optische Anhang dieses Theiles musste denn doch so kurz ausfallen, dass seine Berechtigung überhaupt zweifelhaft erscheint.

Mit der 7. Abtheilung tritt der Verfasser in die eigentliche Glanzperiode der mathematischen Renaissance-Zeit und damit auch in die gelungenste Partie seines Werkes ein. Die Differenz- und recurrenten Reihen, die elementare Functionslehre überhaupt werden klar in ihrer allmäligen Entwickelung dargelegt, die Darstellung des Euler-d'Alembert'schen Zwistes betreffs der Logarithmen negativer Grössen ist sehr vollständig gegeben. Das Gleiche gilt von der Geschichte der endlichen Differenzenrechnung, der Principien der Infinitesimalrechnung, von den Theoremen Fagnano's, von der Vorgeschichte der elliptischen Functionen** (incl. die Landen'sche Transformation) und von den Gamma-Grössen. Auch die Fortschritte in der Lehre von den Differentialgleichungen stellen sich uns recht übersichtlich dar; bei den partiellen Differentialgleichungen wird auch ihrer physikalischen Anwendung und der durch sie in die Analysis eingegangenen discontinuirlichen Curven gedacht. Fügen wir noch bei, dass auch die Anfangsgeschichte der Variationsrechnung mit Beziehung auf die Monographien von Gräfe und Todhunter eine ausführliche und allenthalben durch Beispiele gestützte Darstellung erfahren hat, so können wir unser Referat über dieses (räumlich weitaus prädominirende) Capitel mit einem sehr günstigen Gesammturtheil abschliessen. — Gegen diesen Paragraphen bleibt freilich der von der Geometrie des XVIII. Jahrhunderts handelnde Nachfolger gar sehr im Rückstande. Die Lehre von den algebraischen Gleichungen ist im Allgemeinen entsprechend dargestellt, während die Zahlentheorie lückenhafter und auch, wie nachher zu zeigen, nicht fehlerlos gearbeitet ist. Recht nett und mit Quellenkenntniss ist dagegen der historische Abriss der Wahrscheinlichkeitsrechnung durchgeführt, und da auch der kurze Schlussabschnitt über theoretische Mechanik nichts Wesentliches vermissen lässt, so kann die Lecture dos zweiten Theiles mit einem im Ganzen befriedigenden Totaleindruck endigen.

---

* Wir möchten bei dieser Gelegenheit die Historiker auf den schönen Aufsatz des Freiherrn v. Zach über Borelli im 3. Bande der „Zeitschr. f. Astronomie u. verw. Wissensch.“ (S. 379 flgg.) aufmerksam machen, der wohl nur sehr wenig bekannt ist.

** Bei dieser Gelegenheit hätte allerdings einer der ausgezeichnetsten Vorläufer Legendre's, der Schotte Maclaurin, nicht unerwähnt bleiben sollen; vergl. die schöne Schrift von Felix Müller: Studien über Maclaurin's geometrische Darstellung elliptischer Integrale, Berlin 1875.

Eine Reihe von Versehen und irrthümlichen Auffassungen, die wir jetzt namhaft machen wollen, bringt allerdings da und dort eine Störung hervor. — S. 1 ist davon die Rede, dass Kepler die abgekürzte Multiplication gekannt haben soll. Liess sich denn das nicht durch einen Blick ins Original verificiren? Das Gleiche gilt von S. 43: Galilei soll in seinen letzten Jahren auf den Gedanken dieser Verwendung des Pendels (zu Uhren) gefallen sein. — S. 2 ist die unglückselige Verwechselung der Neper'schen mit den natürlichen Logarithmen wieder auf's Tapet gebracht. — S. 11 hätte doch von Desargues' origineller und für die damalige Zeit grossartiger Formulirung des Parallelenaxioms die Rede sein müssen. — S. 10 ist der Fermat'sche Lehrsatz unrichtig dargestellt, S. 339 dagegen correct. — S. 14 ist Torriccelli auf's Entschiedenste gegen seine französischen Zeitgenossen zurückgesetzt, wie u. A. aus Jacoli's Monographie im 8. Bande des *Bullettino Boncompagni* resultirt. — S. 18 ist Chasles' Ausspruch von der Coordinatengeometrie als „*proles sine matre creata*" wiedergegeben; weiss der Verf. Nichts von den „*latitudines*" des Oresme und von den durch Baltzer hervorgehobenen Verdiensten Fermat's? — S. 37 ist Ubaldi's Todesjahr unbestimmt gelassen, während man doch das Jahr 1607 als solches kennt (Poggendorff's Handwörterbuch, 2. Theil, Spalte 193). — Die Biographie Newton's auf S. 54 ist unrichtig abgefasst, und auch die „öftere Geisteszerrüttung", die S. 55 erwähnt wird, war wohl nur eine Phantasie Biot's. Bei der Skizzirung der Newton'schen Leistungen vermisst man höchst ungern das bekannte „Parallelogramm". — S. 168 ist davon die Rede, dass nach Leibnitz's und der Bernoulli's Ableben „keine gewichtigen Autoritäten" mehr gegen Newton's Weltsystem Opposition machten; wozu zählt der Verf. Cassini und Euler? — S. 339 ist von Waring's „*Meditationes algebraicae*" die Rede, warum nicht auch von dem interessanten Theorem dieses Mathematikers? — S. 340 ist das Reciprocitätsgesetz auf Legendre zurückgeführt; wir wollen diese Thatsache dem Verf. nicht zum Vorwurf anrechnen, da sie nun einmal so in allen Lehrbüchern steht, allein die geschichtliche Wahrheit verlangt, wie das von Kronecker ganz unzweifelhaft dargethan worden ist, die Anerkennung Leonhard Euler's als des eigentlichen Erfinders dieses Fundamentalsatzes der neueren Zahlenlehre. — Als störenden Schreib- oder Druckfehler registriren wir S. 367: „Bullfinger" statt „Bilfinger"; der Mangel eines Registers wird sich beim Gebrauch sehr fühlbar machen.

Styl und Darstellungsweise haben sich im zweiten Bande entschieden gegenüber dem ersten gehoben. Einzelne Sonderbarkeiten wären aber jedenfalls besser weggeblieben; so hat (S. 150) Huyghens die Pendeluhren gewiss nicht „entdeckt", denn sonst müssten sie vorher irgendwie schon dagewesen sein, und wie irgendwelche literarische Thätigkeit einen „bemühenden" Eindruck machen soll (S. 94), ist auch nicht abzusehen.

Im Allgemeinen aber muss zugestanden werden, dass sich das Buch leicht und fliessend lesen lässt.

Ein Werk, wie es Suter beabsichtigt, ist für unsere Studirenden, nachdem Arneth's Grundriss ganz vergriffen, ein ganz dringendes Bedürfniss; das geht so weit, dass der Referent in Darboux-Hoüel's „Bulletin" angesichts der Sachlage sich sogar über den damals allein erschienenen 1. Band des neuen Buches freuen zu müssen glaubte. Der Ansicht sind wir nun nicht, weil gar kein Unterricht denn doch immer besser sein möchte als ein schlechter; beim 2. Theile aber müssen wir zugestehen, dass er zwar keine „Geschichte der Mathematik" im höheren Sinne, wohl aber ein recht brauchbares Lehrbuch des historischen Entwickelungsganges einiger der wichtigsten mathematischen Disciplinen darstellt. Alles in Allem wünschen wir dem Werke eine zweite Ausgabe (resp. eine dritte); es wird dann dem Verf. möglich sein, durch umfassendere Berücksichtigung der nichtanalytischen Fächer und durchgreifende Revision der Data den 2. Band zu einer ganz entsprechenden Leistung zu erheben, beim 1. Bande dagegen durch eine totale Umarbeitung die schlimme Scharte der beiden ersten Auflagen auszuwetzen.

München. Dr. S. Günther.

Pappi Alexandrini Collectionis quae supersunt e libris manu scriptis edidit latina interpretatione et commentariis instruxit Fridericus Hultsch. Volumen I. Insunt librorum II, III, IV, V reliquiae. Berolini apud Weidmannos 1875. *XXIV*, 471.

Pappus von Alexandrien, so nahm man bis vor wenigen Jahren allgemein an, lebte als Zeitgenosse seines Landsmannes Theon am Ende des 4. Jahrhunderts. Auch heute noch dürfte unter Mathematikern kaum bekannt sein, dass eine davon verschiedene Annahme Vertheidigung gefunden hat, und Referent selbst wurde erst durch eine briefliche Mittheilung von Herrn Hultsch auf eine Notiz von Usener (Neues Rheinisches Museum, Jahrg. 1873, Bd. XXVIII, S. 403) aufmerksam gemacht, der zufolge Pappus schon am Ende des 3. Jahrhunderts gelebt haben soll. Es lohnt sich wohl, die beiden Angaben und die für dieselben geltend gemachten Gründe einer Prüfung zu unterziehen. Der Mann und was wir an seinen Werken besitzen, ist bedeutend genug, um der Frage Wichtigkeit beizulegen, ob man ihn um ein ganzes Jahrhundert in der Geschichte der Mathematik hinaufzurücken habe, ob nicht.

Die verbreitetere Meinung stützt sich auf Suidas, den Lexikographen aus dem 10. Jahrhundert, welcher in seinem aus ähnlichen älteren Werken zusammengeschriebenen Nachschlagebuche, einer Art von Conversationslexikon der damaligen Zeit, an zwei verschiedenen Stellen fast gleichlautend sich äussert. Unter Theon heisst es, er sei Zeitgenosse des Pappus, der, wie er, in Alexandrien zu Hause gewesen sei, und Beide hätten unter der Regierung des älteren Theodosius gelebt. Unter Pappus heisst es, er habe unter der Regierung des älteren Theodosius gelebt, zur Zeit, als auch der Philosoph Theon in seiner Blüthe stand, welcher über den Canon des Ptolemaeus schrieb. Die Werke des Pappus seien eine Erdbeschreibung, ein Commentar zu den vier Büchern der grossen Zusammenstellung des Ptolemaeus, ferner über die libyschen Flüsse und über Traumdeutung. Diese Angaben erscheinen um so unzweideutiger, als die Lebenszeit des Theon von Alexandrien auch auf anderer Grundlage gesichert jedenfalls das Jahr 372 als Jahr schriftstellerischer Thätigkeit in sich schliesst.

Die entgegenstehende Meinung stützt sich gleichfalls auf einen Gewährsmann aus dem 10. Jahrhundert. In der Leydener Bibliothek findet sich eine als Nr. 78 signirte, in den Jahren 913—920 angefertigte Handschrift der theonischen Handtafeln, welche am Rande der Regentenliste verschiedene literargeschichtliche Glossen aus der Zeit der ersten Niederschrift besitzt. So steht neben der Regierung des Diokletian die Bemerkung: „ἐπὶ τούτου ὁ Πάπος ἔγραψεν“. Nun regierte Diokletian 284 bis 305, folglich wäre Pappus, wenn er wirklich unter diesem Kaiser seine Schriften verfasste, nach formell gleichfalls unzweideutiger Aussage in dieselbe Periode hinaufzurücken.

Wir bekennen, dass uns von vornherein die so vorgeschlagene Veränderung in der Lebenszeit des Pappus wenig zusagte. Im Allgemeinen hat Suidas sich guter Quellen bedient, und hier steht ihm irgend ein ungenannter Schreibkünstler gegenüber, dessen Glaubwürdigkeit wir nur dann abzuwägen im Stande wären, wenn uns seine sämmtlichen Randbemerkungen zur Prüfung vorlägen. Es kommt hinzu, dass in jener Glosse der Name des Pappus selbst fälschlich nur mit einem π geschrieben ist. Es kommt hinzu, dass im Ganzen das Jahrhundert, welches mit 350 etwa beginnt, einer commentirenden Thätigkeit eher den Ursprung zu geben vermochte, als das Jahrhundert, welches um eben diese Zeit abschliesst. Erläuterungen zu schreiben passt vollständig für das Jahrhundert der Völkerwanderung und des endgiltigen Sieges des Christenthums über die bestehende Religion. Wenn der mächtig sich heranwälzende Strom der Barbaren den weltlichen Besitz bedroht, wenn die alten Götter aus ihren Tempeln verdrängt werden, da erwacht im Rückstosse die Neigung, das von den Vätern Ererbte nur um so heiliger zu achten, zu bewahren.

Das war, wie gesagt, unser erstes Gefühl. Bei näherer Ueberlegung traten indess auch manche Gründe hervor, welche für die neue, beziehungsweise die erneuerte Ansicht sprachen. Herr Usener selbst, welcher seine Mittheilung unter die Rubrik „Vergessenes“ fasste, hat nämlich nicht unterlassen, anzugeben, dass die gleiche Bemerkung bereits in einem 1735 veröffentlichten Buche vorkomme*. Von zwei einander entgegenstehenden Berichten über eine Jahreszahl muss nothwendig mindestens eine falsch sein. Ein Irrthum des Suidas lässt sich nun mit Usener so erklären, dass bei dessen Gewährsmann die beiden Schriftsteller Pappus und Theon von Alexandrien ihrer Heimath, ihrer verwandten literarischen Thätigkeit wegen unmittelbar hintereinander aufgeführt wurden, woraus Suidas auf eine gar nicht angegebene, noch überhaupt stattfindende Gleichzeitigkeit schloss. Für einen Irrthum des Glossators der Leydener Handschrift dagegen ist vorläufig kein Erklärungsgrund vorhanden. Dessen Schreibfehler *Πάπος* könnte hinwiederum seine Entschuldigung darin finden, dass in der Mitte des Namens die Zeile abbricht und derselbe deshalb in *Πά* und *πος* abgetheilt erscheint, wobei ein π abhanden gekommen sein mag, für welches in der ersten Zeile kein Platz mehr war. Am bestechendsten endlich wirkte auf uns der Umstand, dass es für uns auch früher immer eine auffallende Erscheinung gebildet hatte, dass zwei Gelehrte wie Pappus und Theon, die beide an demselben Sitze mathematischer Wissenschaft in Alexandrien schulbildende Thätigkeit entfalteten, ein Jeder für sich einen Commentar zu einem und demselben Werke, nämlich zu dem Almagest, geschrieben haben sollen, während ihre Lebenszeit die gleiche war. Das liesse sich höchstens dann denken, wenn Pappus und Theon Gegner, mindestens Nebenbuhler waren, deren Einer den Andern zu bekämpfen sich bestrebte; aber von einem solchen Gegensatze ist nirgends die Rede. Diese Schwierigkeit ist hinweggeräumt, sobald wir Pappus um ein Jahrhundert früher als Theon ansetzen.

Wir möchten daher allerdings noch nicht unbedingt als Vertreter der Meinung uns angesehen wissen, nach welcher Pappus in der That unter Diokletian lebte; aber wir neigen doch soweit zu ihr hin, dass wir mit Spannung der Begründung entgegensehen, welche Herr Hultsch seinerzeit in dem 3. Bande seiner Pappusausgabe ihr verleihen wird, da wir wohl keine unerlaubte Indiscretion begehen, wenn wir, auf unsern Briefwechsel mit ihm gestützt, ihn als dieser Ansicht gewonnen bezeichnen.

Eine gewisse Frist werden wir Herrn Hultsch freilich gewähren müssen, bis jener 3. Band in unsere Hände gelangen kann, wenn auch hoffentlich keine so lange, als die Zeitigung des 1. Bandes erforderte, zu welchem die Vorarbeiten bis zum Jahre 1864 zurückreichen. Gut Ding will Weile haben, und ein gutes Ding hat Herr Hultsch wahrlich vollbracht. Wir nehmen keinen Anstand, schon heute seine Pappusausgabe als einen so hervorragenden Gewinn für die Wissenschaft zu bezeichnen, wie ihr derselbe nur sehr selten zu Theil zu werden pflegt.

---

* *Van der Hagen, Observationes in Theonis fastos Graecos priores*, Amsterdam 1735 nach Usener's Citat.

Nicht einmal die Veröffentlichung des Urtextes der geometrischen Schriften des Heron durch denselben Herausgeber, so wichtig sie für die Geschichte der Mathematik war, so lohnend ihr Studium insbesondere für den Referenten sich erwiesen hat, möchten wir in gleiche Linie stellen. Dort war es nur ein mehr oder weniger reiner Text, welcher dem Leser geboten wurde, aber er reichte zum Verständniss kaum aus, wenn man nicht eingehende Studien auch anderer griechischer und nachgriechischer Schriften damit verband. Man musste neben der Mühe des Uebersetzens der nicht selten ungleich grösseren Mühe des Vergleichens mit anderen Werken sich unterziehen, wollte man aus jenen Schriften den Nutzen schöpfen, welchen sie gewahren konnten. In der Pappusausgabe hat Herr Hultsch seinen Nachfolgern die Aneignung des darin enthaltenen Stoffes in ganz anderem Maasse erleichtert. Er hat erstmalig den Text aus der ältesten und, man kann fast sagen, einzigen Handschrift des Pappus entnommen; er hat eine lateinische Uebertragung beigegeben, in welcher weit mehr als eine wortgetreue Uebersetzung sich kundgiebt, indem Lücken mehrfach ausgefüllt, Verweisungen auf andere Schriften durch Angabe der gemeinten Stellen ergänzt sind; er hat endlich noch an nicht wenigen Orten kleine, aber wichtige Anmerkungen unten beigefügt, über andere Punkte, welche in Kürze nicht zu ermitteln waren, ausgiebigere Auseinandersetzungen für einen Anhang sich versparend, der einen Bestandtheil des 3. Bandes bilden soll; genug der Leistungen, um unserem schon gefällten Urtheile eine feste Grundlage zu bieten, um auch zum Danke gegen die Berliner Akademie und das preussische Staatsministerium zu verpflichten, welche die Veröffentlichung dieses Werkes unterstützend und ermöglichend, sicherlich keinen Fehlgriff thaten.

Jene älteste Handschrift, von der wir sprachen, ist der dem 12. Jahrhundert angehörende Vaticancodex Nr. CCXVIII. Durch uneigennützige Mittheilungen von Seiten der Herren Theodor Mommsen, Kurt Wachsmuth, Adolph Kiessling hatte Herr Hultsch die Kenntniss von dem Vorhandensein der Handschrift in ziemlich umfassender Weise erhalten. Im Sommer 1865 verschaffte er sich aus ihm zur Benutzung zugeschickten Pariser und Leydener Handschriften einen vorläufigen Urtext, mit welchem versehen er 1866 nach Rom reiste, dort die Vergleichung mit dem Vaticanus vorzunehmen. Er führte diese Vergleichung auch wirklich bis zum Schlusse des 5. Buches fort. Für die späteren Bücher übernahmen andere Gelehrte, denen ein längerer Aufenthalt in Rom verstattet war, die Herren August Wilmanns, Hugo Hinck, August Mau, Ludwig Mendelssohn die an und für sich nicht sehr dankbare, noch angenehme Mühe der Collationirung. Aus allen diesen vereinigten Bestrebungen ging eine ungemein wichtige Entdeckung hervor: Der im 12. Jahrhundert geschriebene Vaticanus liegt unmittelbar oder mittelbar sämmtlichen übrigen heute bekannten Pappushandschriften zu Grunde. Nirgends findet sich ausser infolge von späten Conjecturen und Ergänzungsversuchen auch der kleinste Satz, welcher nicht im Vaticanus gleichfalls vorhanden wäre. Das liesse sich noch erklären, indem man eine ältere gemeinsame Urschrift annähme, aber jeder Zweifel über die Abstammung verstummt gegenüber der Erscheinung, dass in sonstigen Handschriften des Pappus neu hinzutretende Lücken sich regelmässig auf solche Stellen des Vaticanus beziehen, welche nur allmälig zur Unleserlichkeit gelangten theils durch Nasswerden des untern Randes der Blätter, theils dadurch, dass ebendort die Schriftzüge wohl von Beginn an einen einigermassen verschwommenen, beziehungsweise verwischten Anblick bieten mochten, wie es am Ende einer Seite nicht selten vorkommt. Diese Thatsachen sind geprüft und erwiesen an Handschriften von Paris und Leyden, von Oxford, Mailand, Wolfenbüttel, Urbino, Neapel, Wien. Sie alle stammen ohne Ausnahme vom Vaticanus ab. Den gleichen Ursprung besass der ehemalige Strassburger Codex, dessen Verlust bei dem durch die Beschiessung Strassburgs im Sommer 1870 erzeugten Bibliotheksbrande somit leichter zu verschmerzen ist. Den gleichen Ursprung darf man für denjenigen Text behaupten, nach welchem Commandinus in der zweiten Hälfte des 16. Jahrhunderts seine lateinische Uebersetzung anfertigte und welcher die nächste Verwandtschaft zu dem Parisiensis Nr. 2440 offenbart, ohne jedoch durchgehend mit diesem identificirt werden zu können.

Die Folgerungen, welche aus der Entdeckung des Vaticanus und der Beziehungen aller übrigen bekannten Handschriften zu ihm sich ergeben, sind doppelter Natur. Erstlich fällt damit jede Bestätigung irgend einer Behauptung, ja nur irgend einer Lesart, welche aus dem gleichen Vorkommen in scheinbar voneinander unabhängigen Handschriften hergenommen werden sollte; denn thatsächlich sind diese Handschriften nicht unabhängig, wenn sie als Copien desselben Originals entstanden. Zweitens aber steht soviel fest, dass die Form, in welcher uns nunmehr die Sammlung des Pappus geboten wird, der Hauptsache nach schon vor dem 12. Jahrhundert vorhanden war, da der Vaticanus selbst eine ältere Urschrift mit Nothwendigkeit voraussetzt, welche in wichtigen Punkten mit ihm übereinstimmte, und dazu rechnen wir vor allen Dingen den Namen dieses uns einzig überkommenen Werkes des Pappus und die Eintheilung desselben in Bücher, der Bücher in Sätze. Der Name lautete unzweifelhaft: Die Sammlung (ἡ συναγωγή) des Pappus von Alexandrien. Wir wissen das freilich aus keinem Berichte irgend eines alten Schriftstellers, denn merkwürdigerweise ist gerade von diesem Werke noch keine Spur in Citaten aufgefunden worden, dagegen stimmen nicht blos die Ueberschriften der einzelnen Bücher überein, auch im fortlaufenden Texte kommt im 3. Buche (Pappus-Hultsch S. 30. Z. 22) derselbe

Name vor. Die Zahl der Bücher belief sich in der Urschrift zum Vaticanus bereits auf acht. Davon kennen wir das 1. Buch gar nicht, vom 2. nur die zweite Hälfte, aber dass das 3. Buch diese Rangnummer in der ebengenannten Urschrift führte, geht aus der schon benutzten Textesstelle hervor, deren Wortlaut (ἐν τῷ τρίτῳ τούτῳ τῆς συναγωγῆς βιβλίῳ) „in diesem 3. Buche der Sammlung" nicht misszuverstehen ist. Für die übrigen Bücher sind die Ueberschriften und die einen Parallelismus der Form darbietenden Einleitungen Bürgschaft. Dass Ueberschrift und Einleitung zum 4. Buche verloren gegangen sind, haben wir bereits bei anderer Gelegenheit (vergl. S. 41 dieses Bandes) als in hohem Grade wahrscheinlich bezeichnet. Im Vaticanus würde sonst unmittelbar auf das 3. Buch das 5. Buch folgen, während innerhalb des 3. Buches eine neue Numerirung der Sätze von 1 an begönne, nachdem bereits ein 58. Satz da war und an diesen eine anderweitige Darstellung des 10. Satzes des 3. Buches, offenbare Einschaltung eines Abschreibers, sich anschloss

Wir wollen nun in Kürze den Inhalt der Sammlung des Pappus, soweit sie in dem uns vorliegenden 1. Bande veröffentlicht ist, darstellen. Mögen dadurch auch solche Leser, welche antike Schriften grundsätzlich nicht in ihr Studium einzubegreifen pflegen, Anregung finden, zu Gunsten dieses Werkes von ihrer — wir können nicht gerade sagen, löblichen — Gewohnheit abzuweichen. Dass vom 1. Buche keine Spur, vom 2. nur die zweite Hälfte vorhanden ist, wurde oben erwähnt. Man hat darauf hin, dass das erhaltene Bruchstück des 2. Buches auf Rechenkunst Bezug hat, einen ähnlichen Inhalt auch für das 1. Buch in Anspruch nehmen wollen, und wir selbst haben früher diese Ansicht vertreten. Einen eigentlichen Widerspruch wollen wir auch heute nicht erheben. Es ist möglich, dass der Inhalt des 1. Buches dieser Vermuthung entsprach, aber zu fest darf man nicht darauf bauen, da in dem ganzen Werke ein begrifflicher Zusammenhang nicht wohl zu entdecken ist, Pappus vielmehr bald dieses, bald jenes ältere Werk erläuternd bespricht und somit vor der Untersuchung über eine Multiplicationsmethode des Apollonius sich sehr wohl mit einem beliebigen andern mathematischen Gegenstande beschäftigt haben kann. Vermeiden wir also nach Möglichkeit an sich ziemlich zwecklose Vermuthungen und beschränken wir uns auf den uns überkommenen Theil des 2. Buches. Freilich werden wir dabei, auf die Gefahr hin, eines unmittelbaren Widerspruchs gegen unser eigenes Vorhaben beschuldigt zu werden, mit einer Hypothese beginnen. Die Multiplicationsmethode des Apollonius nämlich konnte sehr wohl einen Theil des Werkes jenes Gelehrten gebildet haben, in welchem nach Eutokius eine genauere Kreisberechnung als die des Archimedes vorgetragen wurde, des Werkes, dessen Titel man früher Okytoboos las, während nach seit 1854 vorhandenen, wenn auch nicht allgemein bekannten Untersuchungen der richtige Name Okytokion lautete*. Der Name „Mittel zur Schnellgeburt“ passt in der That auf einen sogenannten Rechenknecht, als dessen Fragment wieder eine Multiplicationsmethode gelten kann, welche alle Zahlen auf ihre Pythmenes zurückführt, d. h. auf das, was bei unserer Schreibweise die Ziffern sind, die von ihrer Rangordnung losgetrennt in Rechnung treten und nun erst in zweiter Linie eine neue Rangordnung erhalten. Zwei Dinge sind es, auf die wir hinweisen möchten. Einmal sind die Specialfälle der Rangmultiplicationen (also Zehner mal Zehner, Zehner mal Hunderter, Hunderter mal Hunderter u. s. w.) sorgfältig unterschieden und einzeln hervorgehoben. Aehnliches, wenn auch nicht Gleiches, bieten uns die bei Boetius und seinen Nachfolgern auseinandergesetzten Multiplicationsregeln. Zweitens spielen in diesem ganzen Abschnitte des Pappus die Buchstaben des Alphabetes eine doppelte Zahlenrolle. Bald treten sie mit dem besondern Zahlenwerthe auf, welchen griechische Uebung ihnen beizulegen pflegte, $\alpha = 1$, $\gamma = 3$, $\iota = 10$ u. s. w., bald erscheinen sie als allgemeine Zahlbezeichnungen ohne Rücksicht auf jenen täglichen Gebrauchswerth, vielmehr so, wie man es erst aus dem späten Mittelalter bei Nemorarius und bei dem Verfasser des *Algorithmus demonstratus* kennt, welche man als die ersten Vorläufer des Vieta in der Buchstabenrechnung zu rühmen liebt. Wir finden bei Pappus und bei Diophant entschiedene Spuren des gleichen Gedankens, bei dem Erstgenannten in noch entwickelterem Zustande als bei dem Letzteren, einigermassen räthselhaft, wenn Pappus schon zu Ende des 3. Jahrhunderts, also vor dem grossen griechischen Algebraiker lebte.

Im 3. Buche sind vier verschiedene Abhandlungen vereinigt. Die erste beschäftigt sich mit der Aufgabe, zwischen zwei gegebene Längen zwei mittlere geometrische Proportionalen einzuschalten, also mit der Aufgabe, deren specieller Fall als delisches Problem oder als Problem der Würfelverdoppelung bekannt ist. Pappus hat uns hier Methoden des Eratosthenes, des Nikomedes, des Heron aufbewahrt, welche dadurch an Werth nicht einbüssen, dass sie auch in anderen Berichten vornehmlich des Eutokius vorkommen. Gerade diese Controle ist von Wichtigkeit und belehrt uns, dass die Gedanken der einzelnen Geometer in den verschiedenen Berichten gut wiedergegeben sein müssen, mögen auch besonders für die Methode des Eratosthenes geringe Abweichungen stattfinden. Pappus knüpft noch eine ihm eigene Methode zur Lösung derselben Aufgabe an und verlässt dann den Gegenstand. — In der zweiten Abhandlung lehrt Pappus zunächst die drei verschiedenen Mittel, welche zwischen zwei Linien bestehen, das arithmetische, das

---

* Vergl. z. B. Friedlein, Die Zahlzeichen und das elementare Rechnen der Griechen und Römer des christlichen Abendlandes vom 7. bis 13. Jahrhundert, Erlangen 1869, S. 78, wo die Originalabhandlungen genannt sind.

geometrische und das harmonische Mittel (von welchen übrigens auch in den einleitenden Capiteln der ersten Abhandlung des 3. Buches schon die Rede war) an einer und derselben Figur zur Erscheinung zu bringen. Aber dieses geometrische Problem dient ihm nur zum Anknüpfungspunkte für eine ganze Lehre von den Medietäten, in der Ausdehnung, in welcher griechische Schriftsteller dieser Formen sich bedienten. Die Auseinandersetzung des Pappus steht nach unserem Geschmacke weit über der des Nikomachus. Namentlich zeugt die gemeinsame Definition der drei hauptsächlichen Medietäten von einem erhöhten wissenschaftlichen Standpunkte; ist es doch heute noch von Interesse, dass eine Linie b arithmetisches, geometrisches oder harmonisches Mittel zwischen zwei Linien a und c sei, je nachdem die Differenzen $a-b$ und $b-c$ das Verhältniss von $a:a$ oder von $a:b$ oder von $a:c$ besitzen. Auch eine Tabelle muss hier erwähnt werden, welche Zahlenbeispiele für sämmtliche zehn den Griechen bekannte Formen stetiger Proportionen zwischen drei Zahlen zusammenstellt. — Die dritte Abhandlung beschäftigt sich wieder mit einer andern Untersuchung. Der Satz I, 21 der Euklidischen Elemente ist allgemein bekannt, dass, wenn innerhalb eines Dreiecks ein Punkt gewählt und mit den Endpunkten der Grundlinie geradlinig verbunden wird, die Summe dieser Geraden kleiner ausfällt, als die Summe der sie umfassenden Dreiecksseiten. Ganz anders, wenn die inneren Geraden nicht nach den Eckpunkten, sondern nach zwischen denselben liegenden Punkten der Dreiecksgrundlinie gezogen werden. Alsdann kann die Summe der inneren Geraden unter Umständen ebenso gross sein, sie kann auch mehr betragen, als die der umfassenden Seiten, und zwar in mannigfachen Abstufungen. Diese verschiedenen Fälle behandelt nun Pappus ausführlich, wobei der drittletzte Satz nicht unerwähnt bleiben soll. Es ist der 38. (*pag.* 126 *lin.* 19 *ed. Hultsch*), nach welchem zwei Parallelogramme gefunden werden können, deren Seiten ein gegebenes Verhältniss besitzen, während die Flächenräume in einem andern, gleichfalls gegebenen Verhältnisse stehen. Dass dieser Satz jener unbestimmten Aufgabe vergleichbar ist, welche Referent bei Heron von Alexandrien und bei Maximus Plaundes nachgewiesen hat (vergl. Die römischen Agrimensoren, S. 66), dürfte mehr als nur Zufall sein, dürfte zum Mindesten zum Belege dafür dienen, dass es den Griechen nicht fremd war, sich mit derartigen Aufgaben zu beschäftigen. — Die vierte Abhandlung geht zur Einbeschreibung der fünf regelmässigen Polyeder in die Kugel über, bei welcher die Sphärik des Theodosius von Tripolis mehrfach benutzt, aber auch ergänzt wird.

Das 4. Buch zerfällt gleichfalls in mehrere Abtheilungen, wennschon die Sonderung derselben nicht so auffällig ist, wie im 3. und im nachfolgenden 5. Buche. Es beginnt mit der Lehre von den Kreistransversalen, an welche sich die Aufgabe knüpft, den drei einander äusserlich berührende Kreise umschliessenden Kreis zu construiren. Noch andere Berührungsaufgaben von mehr als zwei Kreisen vollenden das, was wir die erste Abhandlung des 4. Buches nennen möchten. Auf sie folgen eine Anzahl von Sätzen aus der Lehre von der Archimedischen Spirale, sowie von der Nikomedischen Konchoide und darauf eine ziemlich ausgedehnte Abhandlung über die Quadratrix des Dinostratus, in welche verschiedene andere Untersuchungen sich ziemlich naturgemäss einfügen. Die Verwendung der Quadratrix zu dem Zwecke, von welchem sie den Namen führt, zu welchem sie folglich auch erfunden sein dürfte, lässt es wünschenswerth erscheinen, sie auf mehr als eine Art entstehen zu sehen, und so ergiebt sich die Betrachtung der Beziehungen zwischen Spirale und Quadratrix, muthmasslich der ersten projectivischen Beziehungen, welche in der Geschichte der Geometrie zu erwähnen sind. Diese Betrachtung führt weiter zu einer Linie doppelter Krümmung, nämlich zur Spirale auf der Kugeloberfläche, und damit zu jener berühmten Complanation eines Theiles der Kugeloberfläche, dem einzigen Abschnitte des 4. Buches, der schon Montucla's Aufmerksamkeit erregte und nachher mit Zurückgreifen auf die bei Pappus vorhergeschickten Sätze in Chasles' Geschichte der Geometrie mit verdientem Lobe ausführlicher besprochen worden ist. Dieselben Capitel hat auch Herr Gerhardt in seinem Programm über Pappus in recht gelungener Weise ins Deutsche übersetzt. Die Quadratrix liefert nicht nur die Quadratur des Kreises oder, genauer gesagt, die Rectification des Kreisumfanges, sie findet auch Verwendung bei Behandlung der Aufgabe von der Dreitheilung des Winkels. Es ist häufig bemerkt worden, dass diese Aufgabe mit der der Würfelverdoppelung und der Kreisausmessung die höhere Geometrie des griechischen Alterthums hervorrief. Ihre ersten Spuren sind vielleicht ebenso frühzeitig vorhanden gewesen, wie die der Kreisausmessung. Wenn letztere bereits im 17. Jahrhundert bei den Egyptern geübt wurde, so haben muthmasslich um dieselbe Zeit die Babylonier eine Dreitheilungsaufgabe eines Winkels sich vorgelegt, von welcher ein Bruchstück im britischen Museum in London entdeckt worden ist. Zu der sogenannten Trisectionsaufgabe wendet sich auch Pappus. Er löst sie mittels Kegelschnitten. Er zeigt die Verallgemeinerung der Theilung des Kreises in beliebigem Verhältnisse der Bögen mit Hilfe der Quadratrix, aber auch wieder der Spirale, und nun benutzt er die Quadratrix zur Auflösung dreier wichtiger Probleme: ein regelmässiges Vieleck von beliebiger Seitenzahl in einen Kreis zu beschreiben; zu einer gegebenen Sehne einen Kreisbogen zu construiren, welcher ein bestimmtes Längenverhältniss zur Sehne besitze; zu einander incommensurable Winkel zu zeichnen.

Es folgt das 5. Buch mit seinem merkwürdigen Gegenstande. Welcher moderne Leser möchte sich nicht überrascht fühlen, hier in griechischem Texte Untersuchungen über das isoperimetrische Problem vorgetragen zu finden, welche an Eleganz, an Strenge, an Leichtverständlichkeit der angewandten Methoden das Erstaunlichste leisten? In einer ersten Abtheilung ist bewiesen, dass von allen ebenen Figuren mit gleichem Umfange der Kreis den grössten Flächeninhalt besitze; nunmehr zum Raume übergehend, lehrt Pappus in der zweiten Abhandlung die sogenannten Archimedischen Körper kennen und zeigt, dass bei gleicher Oberfläche Kegel sowohl als Cylinder kleineren Rauminhalts als Kugeln sind; endlich führt er in der dritten Abtheilung den Beweis, dass von den fünf regelmässigen Körpern, welche ihrer Verwendung im Timäus wegen die platonischen Körper heissen, bei gleicher Oberfläche stets der mehreckige den grösseren Inhalt einschliesse. Wenn wir nicht anstehen, Pappus als Verfasser dieses 5. Buches in gleichem Maasse wie aller übrigen anzuerkennen, so haben diese Worte einen zweifachen Sinn. Pappus, meinen wir, war der Schriftsteller, dem wir dieses 5. Buch verdanken; aber freilich können wir nicht mit Bestimmtheit Auskunft darüber geben, bis zu welchem Grade ihm das Lob des Erfinders, bis zu welchem das des Sammlers und Erklärers zukommt. Die erste Abtheilung wenigstens scheint der Hauptsache nach dem Zenodorus entnommen zu sein, wofür ein doppeltes Zeugniss vorliegt. Theon von Alexandrien (*ed. Halma*, Bd. I S. 33) theilt in seinem Commentar zum I. Buche des Almagestes fast genau dieselben Sätze über isoperimetrische Figuren oft bis zum Wortlaute mit Pappus übereinstimmend, wie er ausdrücklich erklärt, nach Zenodorus mit; und in diesem Auszuge bei Theon findet sich der Name des hohlwinkligen Vierecks κοιλογώνιον, welcher nach Proklus (*ed. Friedlein* S. 165) von Zenodorus herstammt. Nokk hat in einem sehr interessanten Freiburger Lycealprogramm von 1860 auf diese Uebereinstimmungen hingewiesen. Wer im Uebrigen Zenodorus war, wann er, der bei Pappus und Theon Benutzte, der selbst Archimedische Schriften Anführende, innerhalb dieser weit voneinander liegenden Grenzjahre 200 vor und 300 nach Christus lebte, das schwebt völlig im Unklaren, nachdem es sich durch den jetzt bekannten correcten Text des Proklus herausgestellt hat, dass Zenodorus und Zenodotus zwei verschiedene Persönlichkeiten, Angaben in Betreff des Letztern also für den Erstern nicht verwerthbar sind. Ob eine mit Hindurchgang durch eine arabische Uebersetzung angefertigte, spätestens im 14. Jahrhundert entstandene Bearbeitung der Lehre von den isoperimetrischen Figuren, welche Herr Curtze nach brieflichen Mittheilungen in einer Handschrift entdeckt hat, weitere Auskunft gewähren, vielleicht sogar die Frage nach der Lebenszeit des Pappus zur Entscheidung bringen kann, darüber haben wir nicht das Recht vorgreifende Vermuthungen auszusprechen. Die zweite Abtheilung des fünften Buches muss wohl, soweit sie die Archimedischen Körper betrifft, auf den Erfinder derselben sich zurückführen lassen, doch ist dieses auch Alles, was wir behaupten können. Wo und bei welcher Gelegenheit Archimed die von regelmässigen Vielecken zweierlei Art begrenzten Körper beschrieb, darüber weiss man nicht das Geringste. Das 5. Buch des Pappus ganz allein nennt uns überhaupt diesen Gegenstand, der bis auf die Neuzeit ziemlich wenig beachtet worden ist. In dem zweiten Theile der Sammlung geometrischer Aufgaben von Meier Hirsch (Berlin 1807) findet sich, soviel wir wissen, das erste etwas ausführlichere Verweilen bei diesen Körpern, deren Netze abgebildet sind*.

Mit dem 5. Buche schliesst der heute unserem Referate sich unterbreitende 1. Band der neuen Ausgabe. Unwillkürlich sind wir bei dessen Anzeige etwas von dem Ziele abgekommen, auf welches wir eigentlich unsere Richtung zu nehmen beabsichtigten. Wir sind nicht eingegangen auf die Anmerkungen, durch welche Herr Hultsch seine Ausgabe bereichert hat; wir haben dagegen nicht unterlassen, auf Einzelnes aufmerksam zu machen, wovon der Herausgeber sicherlich in seinem 3. Bande noch handeln wird. Für letztere Ueberschreitungen dürfte eine Nachbewilligung uns nicht leicht versagt werden. Um so mehr bedarf die erstgenannte Lücke unseres Berichtes einer Entschuldigung. Sie beruht darauf, dass wir die Unmöglichkeit erkannten, solche kurze Anmerkungen zu besprechen, ohne in ausführlichster Weise bei dem Texte uns aufzuhalten, zu welchem sie jedesmal gehören, ohne unsere Besprechung dadurch weit über die Grenzen hinauswachsen zu sehen, die wir ihr doch stecken müssen. Mögen darum unsere Leser sich mit der Versicherung genügen lassen, dass aus jenen Anmerkungen der erheblichste Nutzen bei dem Studium des Werkes zu ziehen ist, dass sie würdig sich zeigen der Uebersetzung, würdig der ganzen Ausgabe, auf deren weitere Bände zuverlässig nicht blos der Unterzeichnete mit freudiger Erwartung gespannt ist.

Cantor.

Einleitung in die theoretische Mechanik, von Dr. F. Narr. Leipzig, B. G. Teubner.

Das Herrn Dr. v. Jolly gewidmete Werkchen stellt sich die Aufgabe: „Leser, welche mit den Elementen der höhern Analysis vertraut sind, auf einem möglichst einfachen, aber streng wissenschaftlichen Wege in die Mechanik einzuführen und auf ein gründliches Studium derselben, der theoretischen Physik überhaupt, vorzubereiten." Auf einem Raume von 350 Seiten gr. 8^0 werden der Reihe nach folgende Theile der Mechanik behandelt.

S. 1—9: Einleitung; die Phoronomie als Theil der Mechanik und die mathematischen Hilfsmittel zur Behandlung phoronomischer Probleme.

---

* Vergl. § 125 (S. 149—151) und Fig. 48—57 des im Texte genannten Buches.

— S. 10—71: Allgemeine Charakteristik der Bewegung eines Punktes im Raume. Die verschiedenen möglichen Bahnen eines sich bewegenden Punktes werden besprochen und die dabei auftretenden charakterisirenden Elemente genauer hervorgehoben und ermittelt. Die Begriffe von Zeit und Geschwindigkeit treten auf, wodurch die weitere Eintheilung der Bewegung eines Punktes in gleichförmige und ungleichförmige sich von selbst darbietet. Mehrfach betont oder berücksichtigt wird die Zerfällung einer Bewegung in ihre einfacheren Bestandtheile, namentlich durch Projection auf gerade Linien. — S. 72—109 behandelt die „Aequivalenz der Bewegungen", d. h. Zusammensetzung und Zerlegung von Bewegung und Geschwindigkeit nach der Lehre vom Parallelogramm. — Auf Seite 110—140 wird besprochen „der veränderliche Charakter der Bewegung eines Punktes". Es tritt hier der Begriff Beschleunigung auf und es werden mit ihm ganz analoge Betrachtungen vorgenommen wie im vorigen Abschnitte mit dem Begriffe Geschwindigkeit. — Im vierten Abschnitte endlich, überschrieben „Die Grundlinien der Dynamik", von S. 141—163 tritt noch der Begriff von Kraft und Masse auf und es werden natürlich hier auch die Maasse, nach denen Kraft und Masse in Rechnung zu bringen sind und die bekannten Zerlegungen und Zusammensetzungen der Kräfte auf Grund der Resultate des vorausgehenden Abschnittes genauer besprochen.

Der ganze übrige Theil des Werkes enthält nun noch von S. 164 bis 350 die Mechanik des materiellen Punktes, und zwar von S. 166 bis 283 die Statik und Kinetik des freien materiellen Punktes, von Seite 283—341 Statik und Kinetik des materiellen Punktes, der gezwungen ist, auf einer gegebenen Linie oder Fläche zu bleiben. Endlich wird noch der Raum von S. 341—350 der Betrachtung des Princips der virtuellen Geschwindigkeiten gewidmet.

Die in diesem letzten oder vierten Abschnitte allein vorkommenden Beispiele und Anwendungen der theoretischen Resultate enthalten die Bewegung eines materiellen Punktes infolge einer constanten Kraft, wenn die Anfangsgeschwindigkeit in der Richtung der wirksamen Kraft stattfindet. Die Bewegung wird berechnet entweder ohne oder auch mit Rücksicht auf den Widerstand des Mediums, dieser Widerstand entweder proportional der ersten oder auch der zweiten Potenz der Geschwindigkeit des materiellen Punktes angenommen. Weiter wird betrachtet die Bewegung eines materiellen Punktes vom Ruhezustande aus infolge einer wirkenden Centralkraft. Von krummlinigen Bewegungen wird behandelt die Wurfbewegung im leeren Raume und im widerstehenden Medium, wobei im letzteren Falle der Widerstand wiederum wie oben abhängig von der Geschwindigkeit angenommen wird. Als Beispiele für die Bewegung auf vorgeschriebener Bahn sind behandelt die Bewegung auf der schiefen Ebene, dem Kreise, die Pendelbewegung im leeren Raume und im widerstehenden Medium. Den Schluss bilden die etwas ausführlicher behandelten tautochronen Bewegungen.

Hinsichtlich der Durchführung dieser Beispiele ist zu sagen, dass mehr Rücksicht genommen ist auf directe und strenge Ableitung der Resultate, als auf sogenannte Eleganz.

Wie schon die vorstehende Inhaltsangabe ohne Weiteres zeigt, beruht die Besonderheit des vorliegenden Werkes nicht in der Vorführung von neuen Resultaten, sondern in der Anordnung des ganzen verarbeiteten Stoffes. Das Werk soll eine Einleitung in das Studium der Mechanik bilden, muss also als Versuch bezeichnet werden, von dem nur die Zukunft wissen kann, ob er glücklich gemacht ist.

Lobenswerth erscheint dem Referenten die stete Berücksichtigung der geschichtlichen Entwickelung der vorgetragenen theoretischen Resultate; übrigens giebt es aber doch so Manches, an dem er Anstoss genommen hat. Es war zuerst eine selbst für Anfänger, „die mit den Anfängen der höhern Analysis vertraut sind", zu breite Diction, die noch dazu, wie namentlich im dritten Abschnitte auffällig wird, durch einen häufig recht langen Periodenbau schwer geniessbar wird. Die räumlich weit voneinander getrennt behandelten Begriffe von Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft mussten auf Wiederholungen führen. Im ersten Abschnitte hätte Referent mehr Beispiele gewünscht, die ja immer für das erste Studium so wirksam und instructiv sind.

Um zu Einzelheiten überzugehen, so fiel Referenten gleich der Anfang des ganzen Werkes auf, wo die Mechanik definirt wird als „die Wissenschaft von den Bewegungen der Naturkörper". Dem gegenüber sagt Kirchhoff in seinem jetzt erscheinenden Werke: „Die Mechanik ist die Wissenschaft von der Bewegung; als ihre Aufgabe bezeichnen wir: die in der Natur vor sich gehenden Bewegungen vollständig und auf die einfachste Weise zu beschreiben". Auf S. 166 tritt der Schwerpunkt wie ein *Deus ex machina* auf, indem noch dazu behauptet wird, dass die höhere Mathematik auf ihn führe, um die Bewegung eines Körpers zu behandeln. Nun enthalten aber schon sehr elementare Lehrbücher der Mechanik die Theorie des Schwerpunktes ziemlich vollständig. Endlich nennt noch der Verfasser auf S. 238 das halbe Product aus Masse mal Quadrat der Geschwindigkeit lebendige Kraft. Hier neue Benennungen gegen die althergebrachten einzuführen, kann nur verwirrend wirken.

TH. KÖTTERITZSCH.