Werk

Titel: Zeitschrift für Mathematik und Physik

Verlag: Teubner

Jahr: 1876

Kollektion: mathematica

Signatur: 8 MATH I, 755:21

Werk Id: PPN599415665_0021

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN599415665_0021|LOG_0060

Historisch-literarische Abtheilung.

Recensionen.

Copernico e le vicende del sistema copernicano in Italia nella seconda metà del secolo XVI e nella prima del XVII con documenti inediti intorno a Giordano Bruno e Galileo Galilei. Discorso letto nella R. Università di Roma in occasione della ricorrenza del IV Centenario di Niccolò Copernico dal Professore Domenico Berti, Deputato al Parlamento. Roma. Tip. G. B. Paravia e C. 1876. — 255 S. in 8⁰.

Obgleich Italien nicht das Glück zu Theil geworden ist, dem Nicolaus Copernicus Geburtsland zu sein, so war es dennoch das erste Land, welches seine Lehre erweiterte, aufklärte und ins rechte Licht setzte, indem es sie mit neuen Beobachtungen und Beweisgründen bereicherte, stärkte und befestigte, und durfte folglich mit vollem Rechte sich den Bürgern von Thorn und Krakau bei der Feier des IV. Jahrhunderts seines Geburtsfestes zugesellen. Bei dieser Gelegenheit wetteiferten Rom, Bologna* und Padua** in dem Bestreben, das Andenken des Unterrichts, den Copernicus bei uns gab und erhielt, unvergänglich zu erhalten.

In der Rede, deren Titel oben angegeben ist, und die in der Universität zu Rom öffentlich gehalten wurde, nahm sich Berti vor, den äusserst dunkeln Zeitraum von des Copernicus Leben an den italienischen Universitäten aufzuhellen, und über die Schicksale und die Art des Kampfes, den dessen System im XVI. Jahrhundert und in der ersten Hälfte des XVII. in Italien entzündete, zu sprechen.

---

* *Commemorazione di Nicolò Copernico nella R. Università di Bologna. Bologna, 1873.*

** *Il quarto centenario di Nicolò Copernico nell' Università di Padova. Padova, 1873.*

So wenig übereinstimmend die Meinungen über die von Copernicus in seiner ersten Jugend gemachten Studien und die von ihm besuchten Schulen erscheinen, so ist es doch ausser Zweifel, dass er innerhalb des Jahres 1496, nämlich als er das 23. Jahr seines Alters erreicht hatte, mit dem Wunsche, unsere Schulen zu besuchen, unser Land betrat und schon am Anfange des Jahres 1497 in Bologna der Beobachtungen des Himmels sich befleissigte. Und hier ergreift Berti die Gelegenheit, um mit Schärfe und Tiefe über die Zustände unserer damaligen Universitäten, über die Professoren, die an denselben lehrten, über die Methoden, die man anwendete, zu handeln. Dies war in der That der Zeitpunkt, in welchem Italien unter allen europäischen Nationen durch Geistesübung und -Kraft, durch Gelehrsamkeit und wissenschaftliche und literarische Untersuchungen den Vorrang hatte, während man im Uebrigen sagen kann, dass das ganze Jahrhundert hindurch, welches sich zum Ende neigte, es keinen Fremden von irgendwelchem Ruhme gab, der nicht in Italien mathematische Wissenschaften gelehrt hätte, noch dass es in dieser Zeit irgend eine grosse Entdeckung gab, die nicht an unseren hohen Schulen Anfang, Zunahme und schnelle Veröffentlichung gefunden hätte.

Unter den Fremden, die unsere Universitäten im XV. Jahrhundert besuchten, zählte man viele Polen, und im kurzen Zeitraume zwischen 1454 und 1480 lehrten wohl vier Polen Astronomie zu Bologna. Als Copernicus nach Bologna kam, blühte diese hohe Schule durch Anzahl der Studenten, durch Glanz und Fähigkeit der Lehrer, und obgleich er sich in die Facultät der Rechte einschreiben liess, war er dennoch sicherlich von der Liebe zu den astronomischen Lehren und vom Wunsche, sich in den Studien der mathematischen Wissenschaften und der griechischen Sprache zu vervollkommnen, nach Italien getrieben; denn den Behauptungen Gassendi's und Pulkowski's entgegen sagt Berti, dass Copernicus dieser letztern ganz unwissend war.

Unter den Männern, deren Vorlesungen er mit Sicherheit besuchte, ergiebt sich als Lehrer von Copernicus, einer langen ununterbrochenen Sage nach, die sich in und ausserhalb der Universität von Bologna erhält, der Ferrarese Dominicus Maria da Novara. Mit den mündlichen Ueberlieferungen stimmen die Thatsachen überein und Berti beweist seine Aussage mit einer Menge unwiderleglicher Urkunden, so dass, was Gassendi schrieb, nunmehr vollständig gerechtfertigt erscheint, dass nämlich Copernicus vom Ruhme Dominicus Maria's angezogen nach Italien kam, und ihre Zusammenkunft bildet den Zeitpunkt, in welchem Copernicus weit und breit das Feld der Sternkunde zu durchwandeln und die Beobachtungen des Himmels zu Rathe zu halten begann, indem er die Materialien, deren er sich nachher bediente, um darauf sein System zu gründen, sammelte.

Dominicus Maria's Verdienste, vorzüglich jene, welche die Sternkunde anbelangen, in welcher sichere und glänzende Spuren der von ihm gemachten Fortschritte sich erhalten haben, sind von Berti mit grosser Tiefe analysirt und geprüft. Die Bewegung der Erdaxe und die Bestimmung der im Almagest von Ptolomaeus katalogisirten Gestirne, sowie die Andeutung der Schiefe der Ecliptik sind Werke, die die Bedeutsamkeit seiner Lehren bezeugen und die hohe Achtung, in der er mit Recht gehalten wird, rechtfertigen.

Die grosse Liebe, die Copernicus für die mathematischen Wissenschaften hegte, steht uns Bürge, dass er die Schulen, in denen man diese lehrte, besuchte. Er wird also, nach Berti's Meinung, die Lectionen Scipio Ferri's benutzt haben, und durch die bei der Krakauer Universität begonnenen Studien war er nachher im Stande, in die Wissenschaft die Berechnung der Secanten einzuführen und weitläufig die trigonometrische Calculation zu behandeln. Auch in der griechischen Literatur konnte sich nach Berti's Bericht Copernicus in Bologna ausbilden, indem er den von Anton Codro Urceo, einem äusserst wunderlichen und gelehrten Manne, gegebenen Lectionen beiwohnte, und er benutzte das in unseren Schulen erlernte Griechische, ausser zur Uebersetzung der Briefe von Theophilactus, auch, um die astronomischen Fragmente jener Philosophen des Alterthums, die fast alle den Namen von Pythagoras erhalten, zu lesen und anzuführen. Berti glaubt, dass Copernicus zu Bologna, oder vielleicht in Padua, jenes griechische Wörterbuch von Craston, das jetzt mit anderen von ihm besessenen Büchern in der Bibliothek von Upsala aufbewahrt wird, postillirt habe. Berti glaubt, dass am Anfange des Jahres 1499 Copernicus sich wiederum zu Frauenburg habe sehen lassen, um in demselben Jahre nach Bologna zurückzukehren, und dass kurze Zeit nachher, nämlich gegen Ende März oder wenig vor November des Jahres 1500, er sich auf den Weg nach Rom machte.

Berti spricht sich nicht bestimmt über die Gründe aus, welche ihn haben bewegen können, sich nach Rom zu begeben, aber er ist nicht abgeneigt, zu glauben, dass das vom Papste Alexander VI. in jenem Jahre angekündigte Jubiläum und die hohe Ehre, in welcher bei der Universität Rom die mathematischen Studien standen, und der Wunsch, vor seiner Rückreise in das Vaterland die ewige Stadt zu besuchen, ebenso viele Gründe seien, die einen solchen Entschluss haben begünstigen können.

So gewiss die Thatsache ist, dass Copernicus zu Rom unter Beifall zahlreicher Studenten, Künstler und berühmter Männer gelehrt hat, ebenso ungewiss ist es, in welcher Berufsstellung er seinen Unterricht ertheilte. Sehr scharfsinnig untersucht Berti diesen Streitpunkt. In der That schreibt er: Und erstens können wir nicht recht begreifen, wie er, der im März 1500 vielleicht noch nicht in Rom, und im Mai 1501 schon abgereist war, bei angefangenem Schuljahre plötzlich das Amt eines ordentlichen oder ausserordentlichen Lehrers habe übernehmen, und im Jahre 1501 bei noch nicht geendetem Schuljahre niederlegen können. Zweitens ist es schwer zu erklären, wie die römischen Obrigkeiten einem unbekannten oder sehr wenig bekannten jungen Manne den Titel Professor verleihen konnten; und schwerer noch kann man begreifen, wie er ohne weitere Umstände angenommen und sogleich in der römischen Universität einen regelmässigen Cursus von Lectionen begonnen hätte. Andererseits meint Berti noch, Rom hätte ihn nicht ernannt und Copernicus hätte nicht angenommen, ohne davon dem Capitel von Frauenburg und dessen rechtmässigem Präses, dem Bischof, Nachricht zu geben, während davon keine Spur vorhanden ist. Gesetzt aber, er sei zum Professor ernannt worden, wie verliess er dann nach der Ernennung das Lehramt? Solcher Umstände wegen scheint dem Berti, dass Copernicus in der obenerwähnten kurzen Zeit zwar nicht regelmässig Mathematik lehrte, wohl aber über irgend einen der so vielen Gegenstände, die dem weiten Felde der Mathematik angehören, Lectionen gegeben habe. Der Stand der zu seinem Auditorium gehörenden Personen und der Titel Professor, welchen er statt des gewöhnlichen eines Magisters zu führen pflegte, stärken die Vermuthung Berti's, welche auch darin Bestätigung findet, dass man keinerlei Erwähnung eines so ehrenvollen Amtes in dem Beschlusse findet, durch welchen das Frauenburger Domcapitel den 27. Juli 1501, also gleich nach seiner Rückkehr aus Rom, ihm bewilligt, dass er wiederum auf zwei Jahre Studien halber verreise, wozu man ihm dasselbe zuwies, was man den Studenten zu geben pflegte. Es ist in der That nicht wahrscheinlich, dass, sollte Copernicus schon mit dem Titel eines Professors geziert worden sein, die Domherren ihm auf seine neue Studienreise kein Document mitgegeben hätten, welches in irgend einer Weise das von ihm an der Universität zu Rom bekleidete Amt andeutete.

Als Copernicus zum dritten Male nach Italien kam, nahm er seinen Aufenthalt in der einzigen Stadt, die mit dem gelehrten Bologna wetteifern konnte, in Padua.

Ueber des Copernicus Aufenthalt in Padua waltet die grösste Dunkelheit: auf Papadopoli's Aussage behaupteten Viele, dass Copernicus sich bei der Universität von Padua dem Studium der Philosophie und der Medicin widmete, und im Jahre 1499 in beiden Disciplinen den Doctorhut erwarb; aus den Urkunden aber, die man bei der Universität selbst aufbewahrt, erscheint dies als ungenau. Unter den Matrikeln der Polen, die sich in dem Universitätsarchiv befinden, sind die dem Jahre 1492 vorhergehenden nicht mehr vorhanden. Man findet nun zwar die Acten des medicinischen Collegiums in Bänden aufgezeichnet; aber die Doctorwürde, die Copernicus, wie man sagt, im Jahre 1499 erhalten haben sollte, findet weder bei diesem Jahre Erwähnung, noch findet sie sich in den Acten, welche den Zeitraum von 1489—1502 in sich begreifen. Es könnte freilich sein, dass Papadopoli jene Notiz der Doctorwürde aus fliegenden Papieren geschöpft habe, denn es geht aus den Acten des medicinischen Collegiums hervor, dass es Gebrauch war, nicht alle, sondern nur einige in denselben abzuschreiben. Dagegen bemerkt Berti, dass, sollte man auch die erwähnten Blätter zugeben, es dessen ungeachtet unmöglich wäre, dass sie für das Jahr 1499 die Ertheilung der Doctorwürde an Copernicus enthielten, da er sich in besagtem Jahre zu Bologna befand. Ueberdies ist es nicht annehmbar, dass das Domcapitel, dem Copernicus zugehörte, zugäbe, dass er im Jahre 1501, um Medicin zu studiren, nach Italien zurückkehre, nachdem er in genannter Facultät schon die Doctorwürde erhalten hatte. Aus diesen Gründen folgert Berti, dass die Acten der Polen in Padua für das Jahr 1499 die Doctorpromotion von Copernicus nicht enthalten konnten, und dass Papadopoli, was er über dieselben mittheilt, wohl nicht nach eigenem Augenschein, sondern nach Hörensagen wiederholt. Alles dies wird durch den Umstand bestätigt, dass Papadopoli nach mehreren Seiten hin sich als ein sehr unverlässiger und unverständiger Historiker zu erkennen giebt.

Dennoch ist, ungeachtet des allgemeinen Stillschweigens der gleichzeitigen Schriftsteller und der durch Papadopoli erzeugten Verwirrung, ausser Zweifel, dass Copernicus in Padua sich dem Studium der Medicin gewidmet hat. Denn es ist keine Spur, dass er zu diesem Zwecke vor seinem Aufenthalte in Italien oder nach demselben die Universitäten anderer Nationen besucht habe: und andererseits ist es gewiss, dass er sich auf die Medicin verlegt hatte und sie in seinem Vaterlande mit grossem Ruhme übte, und es ist beständige und bewährte Sage, dass er eben in den Schulen von Padua jene Wissenschaft erlernte: nur soll man nicht mit Papadopoli jene Thatsache auf die letzten Jahre des XV. Jahrhunderts, wohl aber auf die ersten des XVI., nach dem Aufenthalt zu Bologna und Rom beziehen. Während der drei Jahre seines Aufenthalts in Padua konnte Copernicus sich auch die Lectionen der Mathematik und der Astronomie zu Nutzen machen, und es ist ausser Zweifel, dass er diesen Umstand benutzte, um sich in dem Studium der griechischen Sprache zu vervollkommnen.

Nachher wendet Berti seine Aufmerksamkeit auf das unsterbliche Werk von Copernicus, dem er über 25 Jahre seines Lebens widmete, ohne den Trost zu haben, es vor der Rückkehr seiner grossen Seele zu Gott durch den Druck veröffentlicht zu sehen. Während aber Berti mit zahlreichen und kräftigen Gründen den Beweis führt, dass dieses Werk sein, ganz sein ist, unternimmt er zugleich, darzustellen, wie

Copernicus auf die Bewegung der Erde durch häufige Gespräche geleitet wurde, in welchen die italienischen Gelehrten mit mehr oder weniger Klarheit der Begriffe jenen Gedanken streiften. Indem Berti von der neuen Wissenschaft, die sich unabhängig von der Autorität des Aristoteles und der heiligen Schrift erhob, redet, erhebt er sich zu einer von der Liebe zur Wahrheit und Gerechtigkeit entflammten glänzenden Sprache: er schildert uns mit den lebhaftesten Farben jenen langen und harten Kampf, in welchem zwei schöne Persönlichkeiten sich gigantisch auszeichnen, und auf verschiedene Weise und mit verschiedenem tragischem Wechsel des Schicksals ihren Namen mit dem Triumph der Copernicanischen Ideen vereinigten: Giordano Bruno und Galileo Galilei!

Während in Deutschland Rhaeticus die Copernicanische Lehre, ohne sie zu erweitern, annahm, Reinhold unschlüssig blieb, Peucer sie als Hypothese bezeichnete, Tycho sie verstiess, Mästlin sie schwach und nur leise bekannte, und Kepler allein den Muth hatte, sie mit unvergleichlicher Kühnheit zu verkünden und öffentlich zu bekennen, ist man wohl ganz anders damit bei den Italienern verfahren.

Bruno, in der Blüthe seines Alters von Italiens Ufern auf jene Englands geschleudert, fordert die Gelehrten Oxfords und Londons auf, sich mit ihm den Copernicanischen Ideen anzuschliessen, ja er erweitert diese, er kleidet sie in dichterische Form und übergiesst sie mit dem glänzendsten und lebhaftesten Lichte. Berti hatte schon im Jahre 1868 über das Leben von Giordano Bruno ein äusserst schätzbares Werk veröffentlicht, in diesem neuen aber werden uns die Züge des unglücklichen Philosophen von Nola durch Hilfe neuer Urkunden mit mehr Lebhaftigkeit geschildert. Die erhabene Gestalt des Gelehrten erscheint uns mit einem neuen Lichte umstrahlt und lässt uns neue Thränen über das Schicksal dieses Unglücklichen vergiessen, der 57 Jahre nach der Ausgabe des Werkes des Copernicus unerschrocken den Scheiterhaufen bestieg, den letzten Blick auf jenen Himmel heftend, auf dessen Alleinbesitz seine unmenschlichen Scharfrichter Anspruch machten, und so die unüberwindliche Standhaftigkeit, Erhabenheit und Festigkeit seiner Begriffe und Ueberzeugungen durch den Augenschein erweisend. Der Asche jenes Scheiterhaufens entnahm die Wissenschaft zwei Begriffe: Erstens, dass im unbestimmten und grenzenlosen Raume unzählbare Welten gleichzeitig bestehen; zweitens, dass unzählbare Welten in einer nicht minder grenzenlosen Zeit sich aufeinander folgen. Diese Ideen erfüllten Kepler's Seele mit Begeisterung und Wunder, und ermunterten ihn in seinen Studien, so sehr, meint Berti, dass man dem Einflusse dieser Begriffe einige der schönsten Blätter des Sternkundigen von Weil zu verdanken hat. Beide, Bruno und Kepler, klatschen mit dichterischen Tönen der Harmonie der Gestirne lauten Beifall zu; während aber

Kepler sich beugt und zu Gott dem Schöpfer betet, identificirt sich Bruno mit demselben, weil der Uranfang des Guten Alles ist, was sein kann, und selbst nicht das Beste wäre, wenn es nicht Alles wäre.

Bruno lebte noch, als schon bei der Universität von Pisa in einem sehr jungen Alter Galileo lehrte, und die erhabene Persönlichkeit dieses grossen Italieners wird von Berti in seiner ganzen Vollständigkeit dargestellt. Die Entdeckungen von Galileo, die von ihm überstandenen Processe, weil er Worte des Heils und der Wahrheit den Worten der Heiligen vorgezogen hatte, seine beständigen Anstrengungen, um die Hindernisse, seine Gedanken und Gesinnungen offenbaren zu können, wegzuschaffen, das feindische Anstürmen der Peripathetiker und der Theologen, die durch des Pisaners Telescop eine von der ihrigen ganz verschiedene Natur erblickten, alles dies wird von Berti erklärt und bewunderungswürdig erläutert. Die wenig übereinstimmenden Meinungen über den Process des Galileo sind bekannt, und wir wissen es Berti Dank, dass er diesen Streitpunkt in neue Prüfung gezogen hat, indem er sehr viele unausgegebene und andere sehr wenig bekannte Documente, die er in der Folge sammelte, zu langen und mühevollen Untersuchungen benutzte.

Nach Berti's Meinung sind drei Hauptpunkte zu berücksichtigen: 1. der Brief von Galileo an Benedict Castelli, mit dem der Process anfängt; 2. die Untersuchung des Buches der Sonnenflecken, mit welcher er fortgesetzt wird; 3. zum Beschluss die Warnung des Inquisitionsgerichts und das Decret der Indexcongregation, mit dem er endigt.

Aus den zum erwähnten Briefe von dem Inquisitionsgerichte gemachten Beobachtungen, die nach dem Texte von Berti angeführt werden, ergiebt sich, dass keineswegs die mehrere Male wiederholte Behauptung bestehen kann, dass Galileo nicht wegen seiner astronomischen Lehren, sondern wegen seiner theologischen Meinungen verurtheilt worden sei; dass Berger, Feller, Monsignor Marini und Andere in einer der Wahrheit untreuen und der Religion schädlichen Weise geschrieben haben, als sie schrieben, dass Galileo der Meinung war, man sollte die Bewegung der Erde als Glaubenslehre anerkennen und durch Stellen der heiligen Schrift die Meinung stützen, dass die Sonne still stehe und die Erde sich bewege; dass, was Pater Olivieri schrieb, kindisch und romanhaft erscheint, nämlich dass das Inquisitionsgericht die Copernicanischen und Galileischen Lehren wegen der unzureichenden Beweise, die man dafür gab, verboten habe.

Von der grössten Wichtigkeit für die Geschichte dieses schweren Streitpunktes ist ein von Berti zuerst veröffentlichter Brief des Galilei an eine Person, deren Namen unbekannt ist. Mit vollem Rechte meint der Verfasser, dass man keine andere gleichzeitige Schrift in Tiefsinnigkeit der Lehre und Richtigkeit der Kritik mit diesem Briefe vergleichen könne. In diesem Briefe schliesst Galileo: „Die für mich ganz leichte, sichere und geschwindeste Art, zu beweisen, dass die Copernicanische Hypothese der heiligen Schrift nicht zuwider ist, wäre mit tausend Proben zu beweisen, dass sie eben wahr ist und dass die entgegengesetzte Ansicht auf keine Weise bestehen kann; denn da die Wahrheit sich nicht widersprechen kann, so ist es alsdann nöthig, dass jene und die heilige Schrift vollkommen übereinstimmen."

Und dass Galileo sehr dem Studium über Copernicus ergeben war und seine Lehre in grösstem Werthe hielt, beweisen augenscheinlich zwei Exemplare des Werkes *De revolutionibus* mit vielen von Galileo gemachten Randglossen. Diese zwei Bände bilden jetzt einen Theil der Galileischen Autographensammlung der Nationalbibliothek von Florenz; der eine ist von der Nürnberger Ausgabe des Jahres 1543, der andere von jener von Basel des Jahres 1566. Die Randglossen des ersteren sind nicht alle von der eigenen Hand des Galileo; vielmehr hat Berti Grund zur Behauptung, nur die erste Randbemerkung den Worten gegegenüber „*Nicolaus Schonbergius Nicolao Copernico*" rühre von Galilei her. Die Randglossen des Exemplars der Ausgabe von 1566 sind zahlreicher und alle eigenhändig von Galileo.

Da der Brief an Castelli keinen Anhaltspunkt gab, gegen Galileo zu verfahren, untersuchten die theologischen Consultoren das Buch der Sonnenflecken und berichteten, man müsse die zwei Hauptgrundsätze verwerfen, die man vielmehr, wie folgt, umändern sollte:

Propositio prima.	*Censura.*
Sol est centrum mundi et omnino immobilis motu locali.	*Omnes dixerunt dictam propositionem esse stultam et absurdam in philosophia et formaliter hereticam, quatenus contradicit expresse sententiis Sacrae Scripturae in multis locis, secundum proprietatem verborum et secundum communem expositionem et sensum SS. Patrum et theologorum doctorum.*
Propositio secunda.	*Censura.*
Terra non est centrum mundi nec immobilis, sed secundum se totam movetur etiam motu diurno.	*Omnes dixerunt hanc propositionem recipere eandem censuram in philosophia et spectando veritatem theologicam ad minus esse in fide erronea.*

Die Versammlung des Inquisitionsgerichts verurtheilte also als thöricht und philosophisch abgeschmackt und durchaus ketzerisch die Lehre, welche die Sonne in den Mittelpunkt unseres Planetensystems setzt, und ebenso thöricht und abgeschmackt in Philosophie, und was den Glauben anbelangt, mindestens irrig jene, die nicht die Erde als Centrum der Welt annimmt und ihr den täglichen Umlauf um sich selbst herum beilegt. Und da in diesen Beschlüssen weder das Buch der Sonnenflecken, noch jenes von Copernicus erwähnt wird, so folgert richtig Berti, dass das Inquisitionsgericht die neue Lehre an und für sich selbst verwarf und verurtheilte, abgesehen von jeder Beziehung zu den oben angeführten Büchern. Deshalb meint der Verfasser, dass, obgleich Viele und Galileo selbst geglaubt haben, dass es in dem Rechte der Gelehrten stände, sie *ex suppositione* beizubehalten, dennoch die durchaus bestimmten Ausdrücke, in welchen jene Beschlüsse verfasst sind, eine solche Erklärung zweifelhaft machen. Jedoch, wie auch deren Sinn sein möge, gewiss ist es, dass durch die in der Folge dem Galileo auf Befehl des Papstes vom Cardinal Bellarmino auferlegte Verpflichtung ihm auch das Recht, sich derselben als Hypothese bedienen zu können, genommen worden ist.

Die Persönlichkeit des Bellarmino wird lebhaft von Berti geschildert. Dieser Cardinal war zweifellos der gelehrteste und ansehnlichste Mann, der im Gerichte der Inquisition sass: in und ausser dem Vatican äusserst mächtig, hatte er einen grossen Antheil an der Verurtheilung des Bruno, verfasste und sprach die Warnung gegen Galileo aus, corrigirte das Buch von Copernicus, — kurz, er war der Vertreter der religiösen Autorität in allen ihren Verhältnissen zu dem Weltlichen, und während eines Zeitraumes von mehr als 20 Jahren war er die Personificirung des Widerstandes gegen die Wissenschaft, oder der Anstrengungen, um die Wissenschaft zu einer Sclavin der Theologie zu machen.

Berti unternimmt nicht, uns den berühmten Cardinal mit der fehlerhaften Methode abgetrennter Anführungen zu beschreiben, wie es einer gewissen Classe Kritiker zu thun gefällt, die geneigt sind, durch jedwedes Mittel vielmehr ihre Aufgabe, als jene der Wahrheit zu beweisen, wohl aber mit der Kraft und der Wirksamkeit eines wohlgeordneten Ganzen von Vernunftschlüssen und Thatsachen. Berti studirt den Bellarmino in seinen Büchern, welche jener dialectischen Gaben ermangeln, die dem Geiste Kraft geben und ihn in das Innerste des Gegenstandes zu dringen befähigen. So macht es uns Berti begreiflich, dass Bellarmino, gewohnt, in der Ueberlieferung das höchste Kennzeichen der Wahrheit anzuerkennen, und instinctmässig Allem zuwider, was von jener sich entfernte, und der nur den erhabensten Geistern eigenen Forschungskraft verlustig, zu philosophischen und streng wissenschaftlichen Untersuchungen untauglich war. Vollends dem Galileo gegenübergestellt und zu dessen Ankläger und Richter gemacht, tritt er in das wahre Licht, wird er kaum des Mitleids würdig.

Ein jetzt durch Berti zum ersten Male veröffentlichter Brief an Pater Anton Foscarini offenbart die Verwirrung, die in Bellarmino's

Sinne über die Lehren, die er beurtheilen sollte, herrschte, indem sich aus demselben mit der grössten Klarheit darthut, dass Galileo verlangte, dass man die Copernicanische Lehre als Glaubensartikel anerkenne, dass dagegen Bellarmino die entgegengesetzte Lehre der Unbeweglichkeit der Erde zu einer solchen Würde erhob.

So ist es, wie die beiden Grundsätze: Trennung der Wissenschaft von der Religion und Abhängigkeit der ersten von der zweiten zusammenstossen, der eine in der Person des Mathematikers von Pisa, der andere in jener des Cardinals von Montepulciano.

Auf den ebenerwähnten Brief und auf die von Theologen ihm entgegengesetzten Einwendungen antwortete Galileo mit drei noch ungedruckten, aber von Berti gesehenen Briefen, in welchen, da er ohne Rückhalt seine Gedanken darstellt, noch mehr der Abstand zwischen beiden Grundsätzen hervortritt, und hier bezeichnet er mit sicherer Hand die Grenzen, innerhalb welcher er sich zu halten gedenkt. Seine Gewohnheit der Beobachtung, seine grosse Liebe zur Wahrheit, die Achtung, die er für Thatsachen hegt, die Kritik, mit welcher er sie durchforscht, zwingen ihn bei Streitfragen, der Wahrheit, und nur der Wahrheit allein zu dienen.

Und hier machen wir einen Zwischensatz und nehmen von einem Versprechen Act. Berti macht sich in diesem Buche zu einer zweiten Auflage seiner Lebensbeschreibung von Giordano Bruno anheischig und lässt auch zugleich unverzüglich eine vollständige Ausgabe der Originalacten des Processes von Galileo, in deren Besitz er seit langer Zeit ist, hoffen. Es war zuerst seine Absicht, sie als Anhang zu einer Arbeit über das Leben von Galileo und die wissenschaftliche Philosophie im XVI. Jahrhundert zu veröffentlichen; aus Furcht aber, dass die ersehnte Veröffentlichung eine zu grosse Verspätung erleiden könnte, verspricht er, in einem Separatbande die Acten der zwei Processe von Galileo, wie er sie aus dem 1102. Bande, den man in dem geheimen Archiv des Vaticans aufbewahrt, abgeschrieben hat, herauszugeben.

Der zweite Process gegen Galileo entstand aus der Herausgabe der Gespräche über die zwei grössten Weltsysteme. Nach dem, was Berti für richtig hält, irren sich sehr jene Schriftsteller, welche, diesen zweiten Process mit dem ersten verwechselnd, glauben, dass man in diesem zweiten neuerdings den Werth der Copernicanischen Lehre untersucht habe, ohne zu bedenken, dass man diese schon als eine abgethane Sache halten sollte, und ebenso sollte man für ausgemacht halten, dass Galileo, ohne sich stark der Ketzerei verdächtig zu machen, darüber auf keine Weise reden durfte, noch konnte. Thatsächlich, wie Berti beweist, verlangte man nicht von Galileo in diesem zweiten Processe neue Beweise, noch strengte er sich an, irgend einen Grund vorzubringen, um einer als ketzerisch und abgeschmackt verurtheilten Lehre zu nützen;

er beschränkte sich also nur, zu sagen, dass er in seinen Gesprächen nicht der Meinung war, deren Wahrheit zu bestimmen, wohl aber die Gründe, die dafür und dagegen ständen, darzustellen, und dass er sie mit der Erlaubniss der rechtmässigen Obrigkeit dem Drucke habe übergeben lassen. Die Folgen dieses Processes sind wohl bekannt. Am 22. Juni schwur Galileo Galilei vor seinen Richtern kniend die Copernicanische Lehre ab. Die Gespräche der grössten Systeme wurden auf den Index gesetzt.

Die Verurtheilung des Galilei setzte dem Kampfe kein Ende. Im Jahre 1693, also 40 Jahre und mehr nach dem Tode von Galileo, schrieb Baldigiani aus Rom an Viviani: „Ganz Rom steht in Harnisch gegen die Mathematiker und die Physico-Mathematiker", und in demselben Jahre schrieb ebenfalls aus Rom Alexander Aldobrandini: „Es handelt sich darum, 40 der besten Schriftsteller zu verbieten, die über die neuen Wissenschaften handeln, und unter diesen auch unsern armen Galileo." Wittenberger Theologen zeigten sich nicht minder feindselig gegen die Unabhängigkeit der Wissenschaft, als Römische. Luther und Melanchthon sind, was dies anbelangt, nicht nachgiebiger als Bellarmino. Sowohl die Reformatoren, als die Römischen Theologen kamen in dem Grundsatze überein, dass die Wissenschaft von der heiligen Schrift ihre Regelung und Richtung anzunehmen habe.

Die Entdeckung der neuen Welt und die Reformation, schreibt Berti, von denen die Neuzeit benannt wird, bewirkten in der menschlichen Gesellschaft keine so grosse Veränderung, wie die Bücher von Copernicus und Galileo und die Erfindung des Fernrohres. Diese zwei Männer sind in der Geschichte der Wissenschaft untrennbar. Sie haben verschiedene Schicksale des Lebens; aber die Bescheidenheit, die Liebe zur Wahrheit und die Standhaftigkeit, sie zu suchen, haben sie gleich. Beide verfahren so behutsam in ihren Behauptungen, dass sie kaum eine Hypothese vorauszusetzen wagen. Beide erweitern die Forschungskraft des Geistes durch seltene Begriffe und Lehren und durch neue, oder vorher nicht bemerkte tiefe Untersuchungen. In beiden findet sich Erhabenheit und Weite des Geistes, Ehrfurcht vor der Natur, fast ausserordentliche Originalität und Liebe für die Wissenschaft. Beide vernachlässigen oder achten so wenig den Ruhm, dass Copernicus sein Buch bei sich behält, und stirbt, ehe es gedruckt wird; und Galileo in seiner ländlichen Einsamkeit betrachtet und schreibt fast ohne eine Hoffnung, dass seine Werke von den Menschen gelesen werden können.

Copernicus wandte über 30 Jahre an, um sein Buch zu vollenden, mehr als 30 Jahre lang bemühte sich Galileo, um es zu vertheidigen, zu erweitern, zu erklären. Galileo war es, der die wissenschaftliche Augenscheinlichkeit der Copernicanischen Lehre fördernd, sie mit vielen Thatsachen bekräftigte; er erleichterte ferner die Verständlichkeit durch den vortrefflichen Entwurf einer durch allgemeine, auf alle Gestirne ausgedehnte Gesetze gebildeten ebenso allgemeinen Physik. Deswegen behauptet Berti mit Recht, dass die reformirende Thätigkeit des Copernicus auf die Sternkunde beschränkt ist, während jene von Galileo über alle physischen Wissenschaften sich erstreckt.

Wir wissen nicht, ob es uns gelungen ist, ein hinreichend treues Bild dieser Arbeit von Berti zu geben; wir würden uns aber glücklich schätzen, wenn es uns gelungen wäre, dem deutschen Leser einen geringen Theil jener lebhaften Bewunderung einzuflössen, die wir diesem unserm Schriftsteller zollen, welcher zu den Bänden der Geschichte der Kämpfe des menschlichen Geistes um die Erlangung seiner Unabhängigkeit und Freiheit ein neues, sehr glänzendes Capitel hinzugefügt hat. Die aufrichtigen Freunde der Wahrheit haben allen Grund, Hrn. Berti dankbar zu sein, dass er in der Behandlung einer Aufgabe, die so sehr zu hohlen Declamationen und hochtönenden Phrasen Anlass giebt, sich lediglich mit dem Gegenstande zu identificiren wusste, sich daran genug sein liess, der Erklärer jener Geistesriesen zu sein, von denen man sich so ungern trennt, wenn man an das Ende des gelehrten Buches gekommen ist.

Dr. A. Favaro,
Professor an der königl. Universität zu Padua.

Galileo Galilei und die Römische Curie, nach den authentischen Quellen von Karl von Gebler. Stuttgart, Verlag der J. G. Cotta'schen Buchhandlung. 1876.

Wir haben bereits in der Allg. Zeitung (Nr. 93 Beilage und Nr. 94 des Jahrg. 1876) eine eingehende Besprechung dieses 27 Druckbogen starken Buches veröffentlicht und dabei unsere Uebereinstimmung mit den Ansichten des Verfassers kundgegeben. Wir können uns fast darauf beschränken, hier einfach auf unser citirtes ausführliches Referat zu verweisen, da es in dem Werke selbst sich wesentlich um Dinge handelt, welche seit 1864 den Lesern unserer Zeitschrift in grosser Häufigkeit und mit steter Rücksichtnahme auf das jüngst eröffnete Material zu Gesicht gekommen sind (Bd. IX S. 172—197 und Literaturzeitung zu Bd. IX, X, XIII, XVI, XVII); Herr v. Gebler — um es kurz zu sagen — steht auf derselben Seite, wie Wohlwill und Gherardi; er ist davon überzeugt, dass der Process des Jahres 1633 mit schlechten Hilfsmitteln begonnen und durchgeführt wurde, dass das sogenannte Protokoll von 1616, d. h. jenes unterschriftlose Actenstück vom 26. Februar 1616, nach welchem Galilei durch den Inquisitionscommissar Bruder Michel

Angelo Segnitius de Lauda das Verbot empfangen habe, die Lehre von der Bewegung der Sonne in irgend einer Weise zu lehren, ein Falsum ist, muthmasslich zu dem Zwecke verfertigt, um gegen Galilei eine Handhabe zu besitzen, um gegen ihn einschreiten zu können. Auch wir sind heute noch der gleichen Meinung und können weder die Versuche, welche Friedlein seiner Zeit anstellte, um das Protokoll zu retten, für geglückt ansehen, noch die eben dahin gerichteten Bestrebungen von Prof. Reusch in der Historischen Zeitschrift (Jahrg. 1875) und in dem Theologischen Literaturblatte (Jahrg. 1870 und 1873). Wenn neuerdings, wie aus der unmittelbar vorhergehenden Anzeige aus der treu berichtenden Feder von Herrn Favaro hervorgeht, Prof. Berti in Rom in seinem von uns bisher nicht zu Gesicht erhaltenen Werke gleichfalls die formelle Richtigkeit des Verfahrens gegen Galilei in jedem Punkte behauptet, wenn er sich dabei auf seine genaue Kenntniss sämmtlicher Acten beruft, deren Veröffentlichung er in Bälde zusagt, so müssen wir einfach unser Urtheil bis zu jener Veröffentlichung aufsparen.

Nur die Bemerkung können wir schon heute nicht unterdrücken, dass es immerhin kühn von Herrn Berti ist, die gewissenhaftesten Forscher des Irrthums zu zeihen und den Beweis des Irrthums der Zukunft vorzubehalten. Das lässt man sich gefallen in einem kleinen Aufsatze, welcher als Vorläufer einem Buche vorausgeschickt wird; bei einem selbst 255 Seiten starken Bande stellen wir wenigstens andere Anforderungen. Herr v. Gebler scheint gleich uns jenem künftigen Beweise gegenüber sich etwas skeptisch zu verhalten, denn in einer Anmerkung sagt er, dass das Berti'sche Werk ihm erst zugekommen sei, als die Drucklegung seiner eigenen Schrift nahezu vollendet war, und setzt hinzu: „Hingegen muss ich aber gestehen, dass jenes Werk, welckes den Galilei'schen Process nur sehr flüchtig berührt, meine Auffassung desselben in keiner Weise zu modificiren vermochte.“ Eine andere italienische Schrift: „*Urbano VIII e Galileo Galilei. Memorie storiche del sacerdote Sante Pieralisi, Bibliotecario della Barberiniana*“, *Roma* (Mailand, Brigola) 1875, etwa 24½ Druckbogen, scheint Herrn v. Gebler ganz unbekannt geblieben zu sein. Auch wir lernten ihren Titel und einen Theil ihres Inhalts erst durch die Recension von Prof. Reusch im Theologischen Literaturblatt vom 9. April 1876 kennen, welche deren Verfasser die Freundlichkeit hatte, uns zuzusenden. Pieralisi's Buch enthält offenbar Neues und Wichtiges, unter Anderem einen Brief des Inquisitionscommissars an den mit dem Papste in Castel Gandolfo verweilenden Cardinal Barberini vom 28. April 1633, in welchem über eine geheime Besprechung mit Galilei vom 27. April berichtet wird, von welcher man bisher keine Ahnung hatte. Der Versuch, die bekannten fehlenden drei Unterschriften unter dem Urtheile über Galilei als bedeutungslos zu schildern, dürfte dagegen verfehlt sein. Wenn beispielsweise gesagt wird, Cardinal

Barberini habe als Nepote selten an den Sitzungen theilgenommen, wie es Brauch gewesen sei, so möchten wir fragen, ob „grössere Freiheit in der Behandlung der Geschäfte' vorhanden war, wenn der Neffe des Papstes sich fernhielt, der Bruder aber anwesend war? Cardinal Antonio Barberini hat nämlich an den Verhandlungen theilgenommen, hat wenigstens das Urtheil unterschrieben. Aus dem Gebler'schen Buche müssen wir noch einen Gegenstand hervorheben. Der Verfasser hat durch eine genaue Vergleichung sich überzeugt, dass ein anonymer Aufsatz in den Historisch-politischen Blättern für das katholische Deutschland (München 1841), als dessen Urheber von clericaler Seite (Marino Marini, Beckmann u. s. w.) stets Prof. Clemens in Bonn genannt wurde, sich vollständig mit einer 1872 in Bologna erschienenen nachgelassenen Schrift des Dominicanergenerals Olivieri deckt, desselben, der in der Galilei-Literatur bereits durch das Gespräch bekannt ist, welches Biot 1825 mit ihm führte und welches im *Journal des savants* für 1858 abgedruckt ist. Dadurch entsteht die Frage, wie diese Identität zu erklären sei? Die nächstliegende Muthmassung musste dahin gehen, eine erst 1872 veröffentlichte, im Nachlasse eines Verstorbenen aufgefundene Abhandlung werde wohl eine Uebersetzung der deutschen, in ihrer Mache vortrefflichen, wenn auch auf wesentlich falschen Voraussetzungen beruhenden Arbeit sein, welche nur von den Ordnern jenes Nachlasses nicht richtig erkannt wurde. Dieser Auffassung stand das Datum des am 27. September 1845 erfolgten Todes von Olivieri keineswegs entgegen, und für sie sprach die unleugbare geistige Begabung von Clemens, dem Verfasser des in seinem Inhalte nahe verwandten schönen Buches „Giordano Bruno und Nicolaus von Cusa" (Bonn 1847). Es hält schwer, sich zur Ueberzeugung zu bequemen, dass dieser Mann zu dem Handlangerdienste eines blossen Uebersetzers sich hergab und gestattete, dass man später, 1850, während er noch lebte, in einer officiellen Schrift ihn als Verfasser nannte, ohne dagegen Einsprache zu erheben. Auch dass der Herausgeber Bruder Tommaso Bonora vom Predigerorden angiebt, Olivieri habe jene Abhandlung 1840 geschrieben (mithin ein Jahr vor Erscheinen des deutschen Aufsatzes), würde keine zwingende Gewalt für uns haben, so zweifelsüchtig sind wir unbewiesenen Behauptungen von gewissen Seiten gegenüber geworden, seit wir vor vielen Jahren die Darstellung des Galileischen Processes durch Marino Marini studirt haben. Beweisend sind dagegen zwei Umstände. Erstens eine noch vorhandene Widmung der oftgenannten italienischen Abhandlung an Papst Gregor XVI., in welcher Olivieri sich geradezu als Verfasser nennt; zweitens ein französischer Auszug, der im Märzhefte 1841 der Pariser Zeitschrift *L'université catholique* unter dem Titel „*Galilée et l'Inquisition romaine*" anonym erschien und der nach einer Aussage des Redacteurs im Novemberheft 1855 von Olivieri herrührt. Somit ist es unzweifelhaft erwiesen, dass Olivieri in der That jene Abhandlung verfasste, dass Clemens nur eine Uebersetzung für die Zeitschrift von Görres anfertigte. Herr v. Gebler hat gleichfalls diese Reihenfolge erkannt und zuerst darauf hingewiesen. Die Bemerkungen, welche wir beifügten, mögen zeigen, dass es immerhin nicht ganz überflüssig war, eine Begründung dieser Annahme auszusprechen. CANTOR.

Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften, von Dr. SIEGMUND GÜNTHER. Leipzig, 1876, bei B. G. Teubner. VII, 352 S. mit in den Text gedruckten Holzschnitten und 4 lithogr. Tafeln.

Der Titel giebt schon Rechenschaft darüber, was wir von dem gegenwärtigen Buche des ungemein productiven, auf historisch-mathematischem Gebiete wohlbewanderten Schriftstellers zu erwarten haben. Es ist kein zusammenhängendes Werk, welches er uns bietet; es ist vielmehr nur eine Sammlung von sieben Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik und theilweise auch der Physik, gewissermassen ein Band einer historisch-mathematischen Zeitschrift, an welcher Herr Günther als alleiniger Mitarbeiter sich betheiligt hätte. Wir müssen demgemäss auch von einem Urtheile über das Buch für's Erste absehen und statt dessen Urtheile über die einzelnen Aufsätze aussprechen, welche der Verfasser in seiner Inhaltsübersicht nur sehr uneigentlich Capitel nennt.

Er beginnt mit der geschichtlichen Entwickelung der Lehre von den Sternpolygonen und Sternpolyedern in der Neuzeit. Referent ist gewiss der Letzte, welcher einen Tadel darüber aussprechen möchte und dürfte, wenn ein Schriftsteller von dem ausdrücklich genannten Thema nach einer oder der andern Richtung hin sich entfernt, aber erwähnen wollen wir, dass hier in der That ziemlich Vieles mitgetheilt wird, was genau genommen nicht unter jenen Titel unterzubringen ist. So behandelt er die ganze Frage nach den durch gerad- und krummlinig sich schneidende Linienverbindungen hervorgebrachten Flächenräumen, und Girard's Eintheilung der Vielecke in Arten muss sich ebenso, wie der Euler'sche Satz über die Polyeder in den weit angelegten Plan einfügen. Von besonderem Interesse dürften für viele Leser die zu wenig gekannten Arbeiten des Göttinger Mathematikers Meister sein, der, in vielen Dingen seinem Jahrhundert vorauseilend, sogar schon im Besitz von Gedanken war, welche denen unserer Zeit über Curvenverzweigungen nicht unähnlich sind. Dass auch Poinsot's berühmte Abhandlung in dem Berichte des Herrn Günther nicht zu kurz kommt, versteht sich von selbst. Die grosse Vollständigkeit, welche Herr Günther angestrebt und, soweit wir sehen, auch erreicht hat, möge uns als Entschuldigung dienen, wenn wir noch eine kleine, an sich nicht gerade wichtige Ergänzung beifügen. Aus den *Comptes rendus* der Pariser Akademie der Wissenschaften ist bekannt, dass Graf Leopold Hugo verschiedene antike Polyeder in Alterthumsmuseen, z. B. im ägyptischen Museum des Louvre, aufgefunden hat, eine Entdeckung, welche möglicherweise Bedeutung gewinnen kann, wenn es gelingen sollte, das Alter jener Spielzeuge zu bestimmen und dadurch Gewissheit über ein vielleicht sehr frühes Datum zu erhalten, zu welchem die regelmässigen Körper bekannt waren. Graf Hugo, welcher einem gewissen Zahlenmysticismus huldigt, machte nun in einem wenig verbreiteten Schriftchen „*La Valhalla des sciences pures et appliquées*“ (Paris 1875) auf folgendes, gewiss nur zufälliges Zusammentreffen aufmerksam: Apollo und die neun Musen sind an Zahl den neun Ziffern von 1 bis 9 und der Null gleich; dieselbe Zahl liefern die Kugel, die fünf platonischen regelmässigen Körper und die vier Sternpolyeder; endlich sind unter den Zahlen von 1 bis 9 neben fünf Primzahlen vier zusammengesetzte Zahlen vorhanden, welche den Sternpolyedern verglichen werden!

Die Lehre von den aufsteigenden Kettenbrüchen in ihrer geschichtlichen Entwickelung bildet den zweiten Aufsatz. Dass dafür ein zur Darstellung auf 43 Druckseiten ausreichendes Material sich gefunden haben sollte, erschien uns beim ersten Anblick wunderbar. Um so begreiflicher wird aber dieser Reichthum, wenn man sich daran gewöhnt, mit Herrn Günther auch die Lehre von den Decimal- und Sexagesimalbrüchen hierher zu ziehen, ein Verfahren, welches ungewohnt sein mag, dem man aber die Berechtigung gewiss nicht versagen kann. Weit zweifelhafter ist es uns, ob die ägyptisch-griechischen Stammbrüche wirklich hierher gehören, da der Fall, dass die Nenner der in einer Rechnung auftretenden Stammbrüche lauter Ergebnisse fortgesetzter Multiplication sind, die Brüche also $\frac{1}{a}, \frac{1}{ab}, \frac{1}{abc}, \ldots$ heissen, zwar für die Praxis der bequemste ist, aber keineswegs allein oder auch nur als häufigster vorkommt. Wir sind es übrigens dem Verfasser schuldig, zu bemerken, dass er keineswegs eine solche Behauptung aufstellt, vielmehr zugiebt, dass jene antiken Stammbrüche einen aufsteigenden Kettenbruch oder eine Summe von solchen darbieten. Soll auch aus diesem Aufsatze eine besondere Stelle der Aufmerksamkeit der Leser empfohlen werden, so sei es die Darstellung von Lagrange's und Lambert's hier einschlagenden Arbeiten, welche seither fast der Vergessenheit anheimgefallen waren, und der Nachweis der Erfindung des sogenannten abgekürzten Multiplicationsverfahrens bei Decimalbrüchen durch Jobst Bürgi.

Das Newton'sche Parallelogramm und die Kramer-Puiseux'sche Regel folgt nunmehr. Aus einer Gleichung $f(x, y) = 0$, deren Functionalzeichen f eine rationale algebraische Function bedeutet, eine neue Gleichung $y = \Sigma a_n x^n$ abzuleiten, in welcher n irgend rationale Werthe besitzt, deren Aufeinanderfolge einem Gesetze genüge, das ist die allgemeinste Aufgabe der Theorie der Gleichungen. Newton hat bereits in seiner *Methodus fluxionum* ein empirisches Verfahren zur näherungsweisen Lösung dieser Aufgabe kennen gelehrt. Kaum war das Newton'sche Parallelogramm 1736 durch den Druck bekannt gegeben, als verschiedene Schriftsteller zur Erläuterung seiner Methode schritten. Den ersten gründlichen Beweis derselben gab 1750 Cramer in seiner *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, demselben Werke, welches auch für die Lehre von der Elimination Epoche bildet; ausführlicher noch war die 1794 veröffentlichte Darstellung von Kästner. Aber jeder Satz aus der Theorie der Gleichungen hat auch eine geometrische Bedeutung, und wenngleich erst seit dem zweiten Drittel unseres Jahrhunderts etwa mit immer deutlicherem Bewusstsein auf diesen Dualismus eingegangen wurde, so war muthmasslich bereits bei Newton eine anticipirende Anwendung dieser Methode vorhanden. Ihr entspricht die Abhandlung Puiseux': „*Recherches sur les fonctions algébriques*“ in dem *Journal des mathématiques* für 1850, und dieser Abhandlung zu Ehren hat Herr Günther die Ueberschrift seines Aufsatzes gebildet. Wer einen Einblick in das allmälige Werden der modernsten Untersuchungsgebiete sich verschaffen will, wird gerade diesen Aufsatz zum Gegenstande fruchtbringenden Studiums machen; allerdings wird der Leser aber die Geneigtheit zu einem wirklichen Studium mitbringen müssen, denn leicht ist dieser Aufsatz nicht geschrieben.

Historische Studien über die magischen Quadrate. Auf etwas über fünf Druckbogen sich erstreckend, bildet diese Abhandlung für unsern Geschmack den hervorragendsten Theil des uns vorliegenden Bandes. Der Verfasser war hier in der Lage, wirklich neues Material zu verarbeiten, und zwar nach zwei Richtungen. Er hatte es zu thun mit bisher nur handschriftlich Vorhandenem, aber auch mit bereits Gedrucktem und bisher Unverstandenem. In beiden Fällen ist er seiner Aufgabe gleich gerecht geworden. Die nunmehr durch ihn veröffentlichte Schrift des byzantinischen Gelehrten Moschopulos, wahrscheinlich aus dem Anfange des XV. Jahrhunderts, die jetzt verständlich gemachten Methoden des Michael Stifel aus der Mitte des XVI. Jahrhunderts sind Leistungen Günther's, in welchen er keine Vorgänger besitzt und welche er mit dem namentlich von Mollweide bereits verarbeiteten Material, aber auch mit den ziemlich zahlreichen, später als 1823 entstandenen Forschungen glücklich zu verschmelzen wusste. Wir wollen bezüglich des Moschopulos nur Eins hervorheben, was Herr Günther in einer kurzen Randnote ausspricht, was aber, wie uns scheint, der weitesten Beachtung werth ist: dass nämlich hier zuerst der Ausdruck einer „cyklischen Aneinanderreihung“ auftritt, wo von einem geometrischen Kreise keine Rede ist. Herr Günther verweist ferner gleichfalls für den Text des Moschopulos auf Nesselmann, Algebra der Griechen, S. 125, um die griechische Sitte mit Beispielen zu belegen, welche bei dem Bestimmen des Stellenwerthes der Glieder einer Reihe Anfang- und Endglied zählt. Zur Ergänzung bemerken wir, dass das Gleiche in den beiden französischen Ausdrücken *huit jours, quinze jours* der Fall ist, während die deutsche Sprache mit auffallendem Wechsel des Gedankens in griechischer Weise von 8 Tagen, dann aber nicht-griechisch von 14, statt von 15 Tagen redet.

Der V. Aufsatz: Skizzen aus der Logarithmotechnie des XVII. und XVIII. Jahrhunderts, behandelt aphoristisch drei voneinander durchaus verschiedene Gegenstände: Erstlich wird wiederholten Irrthümern gegenüber der Nachweis geführt, dass Neper's Logarithmen durchaus nicht mit den natürlichen Logarithmen verwechselt werden dürfen; zweitens wird der Verdienste von Johann Bernoulli III. um die Berechnung der Proportionaltheile gedacht; drittens wird der Gedanke der sogenannten Gauss'schen Additions- und Subtractionslogarithmen bis zum Anfang des XVIII. Jahrhunderts zurückverfolgt, wo er, wie es scheint, ziemlich gleichzeitig im Besitze des Basler Gelehrten Hermann und eines Stadtarztes von Glatz Muschel von Moschau gewesen zu sein scheint.

In dem nun folgenden, gleichfalls kürzeren Aufsatze: Zur Geschichte der jüdischen Astronomie im Mittelalter, kommt es auf Neumondsberechnungen an, welche in der jüdischen Chronologie eine wichtige Rolle spielen. Mag auch die eigentlich gestellte Frage noch nicht abschliessend beantwortet werden können, so hat Herr Günther sich doch jedenfalls das Verdienst erworben, hier auf eine noch nicht bearbeitete Richtung historisch-mathematischer Forschung hingewiesen zu haben, bei welcher auch nebenbei mancherlei Fund zu machen ist, wie wir z. B. mit dem Verfasser übereinstimmend den mittelalterlich jüdischen Näherungswerth $\sqrt{2} = \frac{7}{5}$ für höchst interessant halten.

Endlich begegnen wir in der Quellenmässigen Darstellung der Erfindungsgeschichte der Pendeluhr bis auf Huyghens einer neuen Bearbeitung eines von demselben Verfasser vor einigen Jahren in den Sitzungsberichten der Erlanger physikalisch-medicinischen Societät veröffentlichten Aufsatzes. Frühere Forschungen von van Swinden und Alberi, welche damals dem Verfasser noch nicht bekannt waren und von denen die erstgenannten in der That auch nur dem Namen nach kaum irgend einem Historiker, mit Ausnahme Poggendorff's, gegenwärtig gewesen sein mögen, sind nunmehr nach Verdienst berücksichtigt und haben die Untersuchung zu einem abgerundeten Schlusse führen lassen.

Dies sind die Abhandlungen, welche uns vereinigt geboten werden. In allen zeigt sich Herr Günther als der fleissige Geschichtsschreiber von colossaler Belesenheit, als welchen ihn auch die Leser seiner anderen Schriften in dieser Zeitschrift, wie anderwärts wiederholt kennen gelernt haben. Wir sind überzeugt, dass dieses unser Urtheil von allen Kennern des Faches bestätigt werden wird, und können mit gutem Gewissen Jeden, der für historisch-mathematische Studien im Allgemeinen oder für die in den genannten Abhandlungen behandelten Gegenstände sich interessirt, auf diesen Band als Quelle reicher Belehrung verweisen.

Cantor.

Die Elemente der projectivischen Geometrie in synthetischer Behandlung. Vorlesungen von Dr. Hermann Hankel. Leipzig 1875.

Aus den nachgelassenen Schriften des Prof. Dr. Hermann Hankel sind von Dr. Axel Harnack „Die Elemente der projectivischen Geometrie. Vorlesungen von Dr. Hermann Hankel“ herausgegeben worden. Sie enthalten in einer anregend geschriebenen Einleitung eine historische Uebersicht des Entwickelungsganges der neueren Geometrie, deren Hauptvorzug im Gegensatz zur Geometrie der Alten dahin charakterisirt wird, dass sie den Zusammenhang geometrischer Gestalten in allem Wechsel und aller Veränderlichkeit ihrer figürlich vorstellbaren Lage zu erkennen sucht. — Die Elemente zerfallen in sieben Abschnitte. In den beiden ersten Paragraphen wird die Theorie des Doppelverhältnisses und dessen projectivische Eigenschaft mittelst Rechnung entwickelt. Indem der Werth des Doppelverhältnisses gleich -1 gesetzt wird, ergiebt sich das harmonische Doppelverhältniss und der natürliche Uebergang zum folgenden Paragraphen, welcher die harmonischen Eigenschaften des vollständigen Vierecks und Vierseits enthält. Zunächst wird für den Hauptsatz, dass jede Diagonale von den beiden anderen harmonisch getheilt wird, der Beweis gegeben, den Steiner in seinem Werkchen „Die geometrischen Constructionen, ausgeführt mittelst der geraden Linie und eines festen Kreises“ mitgetheilt hat und der unmittelbar aus den projectivischen Eigenschaften des Doppelverhältnisses sich ergiebt; dann ein anderer, der auf der Methode der Projection beruht, angeführt. Im weitern Verlaufe werden die aus diesem Satze sich ergebenden Constructionen, die mit blosser Hilfe des Lineals ausgeführt werden können, besprochen und zum Schlusse wird die Bemerkung gemacht, dass man mittelst des Lineals allein Massverhältnisse nur dann construiren kann, wenn irgend ein metrisches Verhältniss gegeben ist. Hier hätte vielleicht näher auf die citirte Steiner'sche Schrift eingegangen und gezeigt werden können, dass mit alleiniger Benutzung des Lineals und eines festen Kreises alle geometrischen Aufgaben zweiten Grades gelöst werden können, zumal die in ihr befolgte Methode, wie es von Kortum geschehen ist dadurch, dass er einen festen Kegelschnitt zu Hilfe nahm, zur Auflösung aller Aufgaben dritten und vierten Grades ausgedehnt werden kann. Im folgenden Paragraphen wird zuerst der Satz abgeleitet, dass, wenn eine Strecke AB in beliebig vielen Punkten C... getheilt wird und man das Verhältniss $AC:BC$ ein Theilverhältniss nennt, ein Product von Theilverhältnissen projectivisch ist, wenn die Endpunkte der getheilten Strecke im Zähler ebenso oft, wie im Nenner vorkommen. Vermittelst desselben und ausserdem durch die Methode der Projection werden die Sätze des Menelaos und des Ceva abgeleitet; für den letztern wird noch der von Ceva selbst herrührende, auf statischen Principien beruhende, Beweis mitgetheilt. Neben Folgerungen über die Eigenschaften des vollständigen Vierecks, die gleichzeitig mit Hilfe der harmonischen Eigenschaften desselben bewiesen werden, werden aus den obigen Sätzen auch die abgeleitet, dass in einem Dreiecke die Winkelhalbirenden, die Höhen, die Mittellinien sich je in einem Punkte schneiden. Weiterhin wird der Lehrsatz des Menelaos vom Dreieck auf ein beliebiges ebenes Polygon und nebst seiner Umkehrung auf ein windschiefes Viereck ausgedehnt, wobei der schöne Satz gewonnen wird: Wird ein windschiefes Viereck von einer Ebene geschnitten, so sind die sechs Durchschnittspunkte die Ecken eines vollständigen ebenen Vierseits.

Der zweite Abschnitt führt den Titel: „Das Princip der Dualität", entwickelt zunächst in elementarer Weise, wie man sie in dem citirten Schriftchen von Steiner findet, die polaren Beziehungen am Kreise, stellt dann die Definition dualer Figuren auf und zeigt im folgenden Paragraphen erst die Möglichkeit dieser Definition, so dass wohl besser die §§ 2 und 3 in ihrer Reihenfolge zu vertauschen wären; denn aus dem ersten Paragraphen ergiebt sich durch die polare Reciprocität der Begriff dualer Figuren. Für zwei duale Figuren wird der Satz entwickelt, dass alle projectivisch metrischen Relationen der einen bei der andern sich in solche verwandeln, welche statt Entfernungen zweier Punkte die Sinus der Winkel zwischen entsprechenden Geraden enthalten, und umgekehrt. Nachdem noch die Anwendung der polaren Reciprocität auf nicht projectivisch metrische Beziehungen zur Umformung einiger Sätze aus der Elementargeometrie, so z. B. des Pythagoräischen Lehrsatzes und des Satzes von der Gleichheit der Peripheriewinkel über demselben Bogen eines Kreises, gezeigt ist, geht die Darstellung im dritten Abschnitte zu den projectivischen Beziehungen von Punktreihen und Strahlenbüscheln. Nachdem die geometrische und insbesondere die projectivische Verwandtschaft zweier Geraden definirt und mittelst des Doppelverhältnisses gezeigt ist, dass dieselbe durch drei Paare homologer Elemente bestimmt ist, wird die Aufgabe gelöst, aus drei Paaren homologer Elemente projectivischer Gebilde zu irgend einem Elemente des einen Gebildes das homologe des andern zu construiren. Darauf wird in § 3 durch die Methode der Projection, sowie durch unmittelbare Lagenbeziehungen der Satz des Desargues, dass die drei Durchschnitte entsprechender Seiten zweier Dreiecke, deren Ecken sich auf drei von einem Punkte ausgehenden Geraden befinden, auf einer Geraden liegen, und seine Umkehrung, die zugleich seine duale Transformation ist, bewiesen. Später, im 7. Abschnitte, ist noch der Staudt'sche Beweis dieses Satzes mitgetheilt. Als Folgerungen aus ihm wird ein Theil der Sätze abgeleitet, die man in Steiner's „Systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten" S. 81 flgg. findet. In den folgenden §§ 4 und 5 werden die metrischen Beziehungen projectivischer Gebilde entwickelt, verschiedene Constructionen der Doppelpunkte aufeinanderliegender projectivischer Gebilde mitgetheilt und in ausführlicher Weise die Bedingungen für die Realität dieser Doppelpunkte abgeleitet und in der folgenden Weise ausgesprochen. Sind J und J' die Fluchtpunkte, die den unendlich fernen Punkten entsprechenden Punkte, und sind A und A' zwei beliebige homologe Punkte, so sind die Doppelpunkte reell,

1. wenn $AJ.A'J' < 0$,
2. „ $AJ.A'J' > 0$ und gleichzeitig
   a) $AA'.J'A' < 0$ oder
   b) $AA'.J'A > 0$ und $(A'J + A'J')^2 > 4AA'.J'A'$.

Für zwei projectivische Punktreihen mit imaginären Doppelpunkten wird dann der in der Theorie der Kegelschnitte (S. 173) benutzte Satz bewiesen, dass es stets zwei symmetrisch liegende Punkte giebt, von denen aus die Entfernungen zweier homologen Punkte immer unter einem constanten Winkel erscheinen.

In diesem Paragraphen erhält man durch die angewandte Methode einen Einblick, in welcher unmittelbaren Verbindung die analytische und die neuere Geometrie miteinander stehen, „so dass es nicht selten einer nur geringen Modification der Ausdrucksweise bedarf, um das Raisonnement der einen Wissenschaft in die andere zu übertragen".

Die Construction der Doppelpunkte wird darauf dazu angewandt, die Aufgabe zu lösen: Ein n-Eck zu construiren, welches einem gegebenen n-Seit $a_1 \ldots a_n$ ein- und einem gegebenen n-Eck $S_1 \ldots S_n$ umgeschrieben ist.

Lässt man das n-Seit $a_1 \ldots a_n$ mit dem n-Eck $S_1 \ldots S_n$ zusammenfallen, so erhält man die Aufgabe: Ein n-Eck zu construiren, welches einem gegebenen n-Eck zugleich ein- und umgeschrieben ist. Es wird gezeigt, dass dieselbe für $n = 3$ unmöglich ist. Dass für $n = 4$ die Doppelpunkte, welche die Aufgabe lösen, imaginär werden, wird nicht bewiesen, sondern nur angeführt, dass Möbius (Crelle, Bd. 3) dies durch Rechnung gezeigt hat und neuerdings dieser Fall in Grunert's Archiv für 1870, S. 1, behandelt worden ist. Jedoch hatte schon Pfaff in seiner neueren Geometrie, Bd. II S. 48, gezeigt, dass diese Doppelpunkte imaginär werden, und ausserdem die interessante Bemerkung hinzugefügt, dass die obige Aufgabe für $n = 5$ unendlich viele Auflösungen hat.

Das Ende des Abschnittes behandelt die Theorie der Involution.

Im vierten Abschnitte werden, wie das Vorwort, S. IV, bemerkt, um an einzelnen Problemen, in denen sich die Forschungen der Alten mit den späteren Ergebnissen berühren, den Vergleich der neuen Methoden mit den früheren erkennen zu lassen, die Aufgaben des Apollonius, *de sectione rationis*, *de sectione spatii*, *de sectione determinata* auf die einfachsten Principien der neueren Geometrie zurückgeführt. Am Schlusse wird die allgemeinere Aufgabe behandelt, welche jene drei als specielle Fälle enthält

Von den projectivischen Eigenschaften wird im fünften Abschnitte eine weitere Anwendung auf die Theorie der Lichtbrechung in einem Linsensysteme gemacht.

Der sechste Abschnitt behandelt die Kegelschnitte als Erzeugnisse projectivischer Gebilde. Ausgehend von dem Satze, dass der Ort der Schnittpunkte homologer Strahlen projectivischer Strahlenbüschel von jeder Geraden in zwei reellen oder imaginären Punkten getroffen wird, gelangt er zum Begriffe der Curve zweiter Ordnung, für welche dann der Satz, dass eine Curve zweiter Ordnung aus zwei beliebigen ihrer Punkte durch zwei projectivische Strahlenbüschel projicirt wird, mittelst des Doppelverhältnisses abgeleitet wird. Nachdem der Kegel zweiter Ordnung als die Fläche definirt ist, auf welcher sich die homologen Ebenen projectivischer Ebenenbüschel schneiden, wird für den Satz, dass jede Curve zweiter Ordnung als Schnitt eines Kreiskegels angesehen werden kann, der von Chasles abgeänderte Poncelet'sche Beweis gegeben. Derselbe beruht auf der Annahme, dass es in der Ebene einer Curve zweiter Ordnung stets eine Gerade giebt, welche die Curve nicht in reellen Punkten schneidet. „Von der Zulässigkeit dieser Annahme," heisst es in einer Anmerkung, „überzeugt man sich sofort, indem man in irgend einem Curvenpunkte S die Tangente der Curve construirt. Bewegt man alsdann diese Gerade parallel zu sich selber nach der einen oder andern Seite hin, so lässt sich, am einfachsten durch Bestimmung der Fluchtpunkte, nachweisen, dass bei der Bewegung nach der einen Seite die Bedingung der Realität für die Doppelpunkte erfüllt bleibt; im Punkte S selber fallen nämlich die Doppelpunkte zusammen. Dagegen wird nun bei einer Verschiebung der Geraden in der entgegengesetzten Richtung die Bedingung der Realität zuerst nicht erfüllt." Für „ein Werk, welches dem Studium der projectivischen Geometrie als Einleitung in die Elemente dienen soll", wäre ein klarerer Beweis wünschenswerth, der sich sofort geben lässt, nachdem die Curven zweiter Ordnung, was an und für sich nothwendig ist, als geschlossene Curven erkannt sind. Dass sie in der That aus einem Zuge bestehen müssen, folgt unmittelbar aus ihrer Erzeugung durch zwei projectivische Strahlenbüschel. Denn sowie ein Strahl des einen Büschels von einer Lage anfangend stetig das ganze Büschel durchläuft, bis er in die erste Lage zurückkehrt, muss auch der Punkt, den er mit der Curve zweiter Ordnung gemein hat, continuirlich diese Curve durchlaufen. Denkt man sich nun in zwei Punkten Tangenten gezogen, so theilen diese die Ebene in vier Theile; in einem von ihnen liegt die Curve, so dass also jede Gerade, welche durch diesen nicht hindurchgeht, die Curve nicht in reellen Punkten schneiden kann. — Am Kegel werden dann die verschiedenen Arten der Kegelschnitte abgeleitet und auch sofort die Kriterien festgestellt, welche dieser Arten zwei projectivische Strahlenbüschel erzeugen. Aus dieser Erzeugung wird eine lineare Construction der Kegelschnitte hergeleitet und gezeigt, dass jeder Kegelschnitt durch fünf seiner Punkte bestimmt ist. Unmittelbar ergiebt sich dann durch die Construction eines sechsten Punktes aus fünf gegebenen der Satz vom Pascal'schen Sechseck, dessen von Steiner und Kirkmann gegebene Erweiterungen gleichfalls entwickelt werden. Als einfache Folgerungen ergeben sich die Eigenschaften der einem Kegelschnitte eingeschriebenen Fünf-, Vier- und Dreiecke. Mittelst des erhaltenen Satzes vom eingeschriebenen Viereck wird dann gezeigt, dass eine bewegliche Tangente eines Kegelschnittes auf zwei festen Tangenten zwei projectivische Punktreihen beschreibt, und die Umkehrung hiervon dadurch bewiesen, dass gezeigt wird, wie ein Kegelschnitt, der die Träger l und l_1 zweier projectivischen Punktreihen in den dem Schnittpunkte entsprechenden Punkten und ausserdem irgend eine Verbindungslinie homologer Punkte berührt und also eindeutig bestimmt ist, durch seine Tangenten auf den Trägern l und l_1 dieselben projectivischen Punktreihen bestimmt. Nachdem der Begriff der Curve zweiter Classe somit entwickelt ist, wird die Identität derselben mit der Curve zweiter Ordnung noch dadurch nachgewiesen, dass mittelst der Poncelet'schen Methode gezeigt wird, wie auch eine Curve zweiter Classe als Schnitt eines Kreiskegels angesehen werden kann. Weiterhin wird diese Identität noch auf einem andern Wege bewiesen. Dazu werden zunächst die Eigenschaften der Curve zweiter Classe auf dem Wege untersucht, der demjenigen dual gegenübersteht, auf welchem die Eigenschaften der Curven zweiter Ordnung erkannt wurden. Auf demselben gelangt man zu dem Satze: Bei jedem einer Curve zweiter Classe umschriebenen Dreiecke schneiden sich die Verbindungslinien der Ecken und der Berührungspunkte der Gegenseiten in einem Punkte. Dieser Satz war auch für Curven zweiter Ordnung abgeleitet und somit sind Curven zweiter Classe und zweiter Ordnung identisch. Dann werden auch die Kriterien festgestellt, durch die man aus der gegenseitigen Lage der erzeugenden Punktreihen die verschiedenen Arten der Kegelschnitte unterscheiden kann. Nachdem die Theorie der Polaren in der gewöhnlichen Art abgeleitet ist, werden aus den polaren Beziehungen die Eigenschaften der Durchmesser und des Mittelpunktes entwickelt. In die weitere Theorie der Kegelschnitte, die hier abgebrochen wird, gewährt noch der Begriff des Kegelschnittbüschels und dessen involutorische Eigenschaft einen Fernblick.

Im letzten Abschnitte wird die Staudt'sche Begründung der projectivischen Beziehungen mitgetheilt, der Begriff der Verwandtschaft von Figuren gegeben und für zwei einstimmige, collinear verwandte Systeme der Satz bewiesen, dass jedes von ihnen durch eine blosse Drehung um einen bestimmten Punkt, Identitätspunkt, in seiner Ebene zum Zusammenfallen mit dem andern gebracht werden kann. Hiervon wird eine Anwendung auf die Construction der Normalen solcher Curven gemacht, welche durch eine mechanische stetige Bewegung eines starren Systems erzeugt werden können, z. B. der Ellipse, der Konchoide des Nikomedes und der Cissoide des Diokles. Zum Schlusse wird noch die Verwandtschaft der Collineation besprochen und der Hauptsatz derselben bewiesen, dass zwei ebene Systeme collinear aufeinander bezogen sind, wenn man ein Viereck des einen als entsprechend einem Viereck des andern ansieht.

Dies ist die ziemlich ausführliche Inhaltsangabe der Elemente. — Der grösste Theil der Sätze, die in ihnen entwickelt werden, ist, wie der Verfasser in § 1 des siebenten Abschnittes sagt, von der Art, dass sie sich auf die Durchschnitte von Geraden in einem Punkte beziehen oder von der Lage verschiedener Punkte auf einer Geraden und von projectivischen Beziehungen von Geraden und Strahlenbüscheln zu einander handeln. Alles dieses aber sind Sätze, welche die Anwendung irgend eines Massverhältnisses nicht nöthig machen. Mit diesen letzten Worten ist aber die neuere Geometrie als eine Geometrie der Lage, wie sie eigentlich sehr unpassend genannt wird, charakterisirt. Der natürlichste Weg aber, die Lagenverhältnisse räumlicher Gebilde zu ergründen, ist die directe Anschauung. Diesen Weg hat v. Staudt eingeschlagen und dadurch „die Geometrie der Lage zu einer selbstständigen Wissenschaft gemacht, welche des Messens nicht bedarf". Die Staudt'sche Methode hat dadurch „den Vorzug grösserer systematischer Einheit, grösserer Sauberkeit und Eleganz". Rechnet man hierzu noch, dass diese Methode (vergl. Reye, Geometrie der Lage) sich ganz besonders dazu eignet, „das Gesetz der Dualität, welches die neuere Geometrie beherrscht, in seiner vollen Reinheit und in seinem ganzen Umfange zur Geltung zu bringen, ein Vortheil, dessen sich kein anderer Lehrgang, der das Mass zu Hilfe nimmt, rühmen kann, weil in der Geometrie des Masses jenes Gesetz nicht allgemein giltig ist", dass sie ferner ganz ungemein die Vorstellungskraft des Lernenden übt, was bei einem für Studirende bestimmten Lehrbuche entscheidend ins Gewicht fällt, so muss man nach den Gründen suchen, welche den Verfasser der Elemente bewegen konnten, nicht dieser Methode zu folgen, sondern sein Werk auf die Theorie des Doppelverhältnisses zu begründen. Ein Grund ist wohl der, dass er, wie das Vorwort sagt, dem Leser die umfassenden Gedanken der grossen Geometer nahe bringen und einen klaren Ueberblick über die verschiedenen, von ihnen benutzten Methoden gewähren will. Doch dürfte dieser für die Anlage eines Lehrbuches nicht massgebend sein. Als einen zweiten Grund giebt er selbst auf S. XXX der Einleitung „eine gewisse Einseitigkeit, die sich selbst rächt" in der Staudt'schen Methode an, eine Behauptung, die ebenso unerwiesen, wie in der That unerweisbar ist. Denn man kann mittelst dieser Methode nicht nur den Inhalt der Elemente natürlich und elegant entwickeln, sondern kommt auch mit ihrer Hilfe zu den klarsten Anschauungen der räumlichen Gebilde und durch sie allein zu dem Bewusstsein von dem stolzen, in sich vollendeten Bau der Geometrie der Lage und zu der Erkenntniss, dass sie in ihrer jetzigen Form als Ideal einer Wissenschaft angesehen werden kann.

Wenn daher auch bedauert werden muss, dass der in den Elementen gewählte Lehrgang sich an die Staudt'sche Methode nicht anschliesst, so ist auf der andern Seite die correcte, anziehende und durchaus klare Darstellung hervorzuheben, welche sie ebenso geeignet macht, den Leser in das Studium der neueren Geometrie einzuführen, als ihn mit den verschiedenen Methoden bekannt zu machen, welche die Geometer zu ihrem Ausbau angewendet haben.

MILINOWSKI.

Modelle von Flächen zweiter Ordnung, construirt nach Angabe von Prof. Dr. A. BRILL. Neue Ausgabe. Darmstadt, Verlag von L. Brill. 1876. 11 Mk.

Bei der neuen Ausgabe dieses, bereits im XX. Jahrg., S. 171, besprochenen Unterrichtsmittels ist der vom Referenten ausgedrückte Wunsch erfüllt, nämlich ein Modell des hyperbolischen Paraboloids hinzugefügt und damit die Reihe der Modelle für Flächen zweiter Ordnung zu einer vollständigen geworden. Das letzte Modell, welches auch für sich allein zum Preise von 2 Mk. bezogen werden kann, besteht aus zwei Reihen geschickt zusammengefügter, geradlinig begrenzter Cartons, welche den geradlinigen Schnitten der Fläche entsprechen. Vielleicht gelingt es dem Constructionstalente des Herrn Prof. Brill auch noch, das einfache Hyperboloid ebenfalls aus dessen geradlinigen Schnitten zusammenzusetzen und somit alle Flächen des zweiten Grades mittelst ihrer einfachsten Schnitte darzustellen.

Gleichzeitig offerirt die Verlagshandlung drei, zum Aufstecken der Modelle dienende Stative, von denen das letzte jedoch überflüssig sein dürfte. Die schon früher ausgesprochene warme Empfehlung dieser netten Modelle möge hier wiederholt sein.

SCHLÖMILCH.

Berichtigung einiger Stellen in dem ersten Theile der von Herrn Dr. Lindemann herausgegebenen Vorlesungen über Geometrie von Clebsch.

Die Herausgabe der Vorlesungen von Clebsch ist gewiss von allen Mathematikern freudig begrüsst worden, und man ist dem Herausgeber grossen Dank schuldig, dass er sich der Mühe der Bearbeitung derselben unterzogen hat. Die grossen Vorzüge, welche diese Bearbeitung in vieler Beziehung besitzt, machen dieses Buch zu einer der werthvollsten Publicationen der Neuzeit, welche bestimmt ist, die Kenntniss der neueren algebraisch-geometrischen Untersuchungen auch in weiteren Kreisen zu verbreiten. Allein in dieser Beziehung ist es doch sehr zu bedauern, dass der Herausgeber sich nicht mehr auf den Standpunkt solcher Leser gestellt hat, welche die in dem Buche behandelten Materien erst aus diesem Buche kennen lernen wollen. Zu den in der Sache selbst liegenden Schwierigkeiten sind dadurch neue auf der Darstellung beruhende Schwierigkeiten in nicht unbeträchtlichem Maasse hinzugekommen, und es ist zu fürchten, dass der Nutzen, den das Buch zu stiften bestimmt ist, infolge dessen erheblich beeinträchtigt werden wird. Die Darstellung gleicht mitunter einer aus übereinandergethürmten Felsblöcken bestehenden Bergspitze. Gelingt es, Block für Block erklimmend, die Spitze zu erreichen, so kann man dann von oben den prakticablern Pfad bemerken, der aber von unten aus verborgen war.

Damit hängt zusammen, dass im Einzelnen manche Unrichtigkeiten sich vorfinden, welche zu grossen Schwierigkeiten Anlass geben, so lange man nicht erkannt hat, dass wirklich etwas Unrichtiges vorliegt. Indem ich mir erlaube, auf einige solcher Stellen, die mir beim Studium des Buches aufgefallen sind, aufmerksam zu machen, verfolge ich die Absicht, damit anderen Lesern Mühe zu ersparen.

Auf S. 340 wird bei dem Beweise des Nöther'schen Satzes, welcher die Bedingungen aufstellt, unter denen eine Curve $f=0$, welche durch die Schnittpunkte zweier Curven $\varphi=0$ und $\psi=0$ hindurchgeht, von denen die erste in einem Schnittpunkte einen q-fachen, die zweite einen r-fachen Punkt besitzt, in der Form $f=A\varphi+B\psi=0$ dargestellt werden kann, eine Zahl P aufgestellt, welche angiebt, wieviele Coefficienten bei f in den Gliedern bis zur k^{ten} Dimension inclusive enthalten sind, und eine zweite Zahl Q für die Anzahl der Coefficienten, die in den nämlichen Gliedern bei den Functionen A und B vorkommen. Es wird dann k so bestimmt, dass in allen Gliedern, die von höherer Dimension sind als der k^{ten}, die Coefficienten von f sich durch die Coefficienten von A und B ausdrücken lassen, ohne dass Bedingungsgleichungen zwischen diesen Coefficienten von f stattzufinden brauchen. Als Bedingung dafür ergiebt sich $k \overline{\gtrless} q + r - 2$. Nun heisst es weiter: „Sobald k dieser Bedingung genügt, sind die Coefficienten $(k+1)^{\text{ter}}$ Dimension in f voneinander unabhängig; wir haben also

$$k' = k + 1 = q + r - 1$$

für k in P und Q einzusetzen.“ Für die letztere Behauptung ist ein weiterer Grund nicht angegeben; es ist ein solcher auch nicht ersichtlich, vielmehr liegt es viel näher, da für $k = q + r - 2$ der gewünschte Fall schon eintritt, diese Zahl und nicht $q + r - 1$ in P und Q zu substituiren, was auch damit übereinstimmt, dass in dem S. 341 ausgesprochenen Satze die Bedingungsgleichungen sich nur auf die Coefficienten der Glieder von f bis exclusive zur $(r + q - 1)^{\text{ten}}$ Dimension beziehen. Setzt man aber in P und Q den Werth $q + r - 2$ für k ein, so erhält man für die Anzahl $P - Q$ der Bedingungsgleichungen denselben Ausdruck $rq - \frac{1}{2} q (q + 1)$, der auch S. 341 angegeben ist.

S. 356 ist in den Formeln Z. 2 und 4 ein $+$-Zeichen statt des $-$-Zeichen zu setzen.

S. 358 Z. 5 ist statt $(a b c)^2 a_y^{n-3} b_y^{n-2} c_y^{n-2} a^3_x$ zu lesen

$$(a b c)^2 a_y^{n-5} b_y^{n-2} c_y^{n-2} a^3_x.$$

Achtet man nicht auf die Dimension, in der das Symbol a vorkommen muss, so kann dieser Druckfehler zu Schwierigkeiten Anlass geben, besonders da über das Verschwinden dieses Ausdruckes nur eine gar sehr kurze Andeutung gegeben ist.

S. 363. Die Z. 3 v. u. aufgestellte Gleichung kann auf die im Texte angegebene Art nicht erhalten werden. Man erhält sie aber, wenn man als verschwindende Glieder nicht $- d\mu\, \Sigma \varphi_{ik}\, x_k$, sondern vielmehr $- v_x\, d\mu\, \Sigma \varphi_{ik}\, x_k$ hinzufügt, und ferner an Stelle der Substitution $p_k = \varrho\, dx_k - x_k\, d\mu$ die folgende $p_k = \varrho\, v_y\, dx_k - x_k\, d\mu$ einführt.

S. 373. Es werden zwei Curvengleichungen abgeleitet:

a) $$(a \alpha \beta)^2 a_y^{n-2} = 0,$$

b) $$(a b \alpha)^2 a_y^{n-2} b_y^{n-2} = 0,$$

und diese folgendermassen interpretirt:

1. Der Ort eines Punktes, dessen conische Polare unendlich viele Polardreiecke besitzt, die einem gegebenen Kegelschnitte eingeschrieben sind, ist eine Curve der Ordnung $(n-2)$; und

2. der Ort eines Punktes, dessen conische Polare in ein einem gegebenen Kegelschnitte zugehöriges Polardreieck (und somit in unendlich viele) eingeschrieben ist, ist eine Curve der Ordnung $2(n-2)$.

Es ist aber der geometrische Ort 1) nicht die Curve a) von der Ordnung $n-2$, sondern vielmehr die Curve b) von der Ordnung $2(n-2)$; der geometrische Ort 2) hingegen nun nicht etwa die Curve a), sondern die nämliche, wie die vorhergehende.

S. 433. Bei dem Beweise des Restsatzes wird gesagt: „Es lassen sich immer zwei adjungirte Curven $\beta=0$, $\gamma=0$ finden, in der Art, dass“ u. s. w. Hier ist wohl $\beta=0$ eine adjungirte Curve, nicht aber $\gamma=0$. Diese muss in dem i-fachen Punkte von f nicht wie die Curve $\beta=0$ einen $(i-1)$-fachen, sondern einen $(i-2)$-fachen Punkt haben. Es ist aber für den Beweis des Satzes auch gar nicht erforderlich, dass $\gamma=0$ eine adjungirte Curve sei.

S. 436 Z. 11 v. u. muss statt $n-2+p \geqq 2(n-2)$ gelesen werden $n-2+p \leqq 2(n-2)$.

Die angeführten Stellen, welche auf Vollständigkeit keinen Anspruch machen, beziehen sich, wie man sieht, nur auf Details in der Ausführung, sie lassen die Vorzüge des Buches durchaus ungeschmälert. Vielleicht aber nimmt der Herausgeber hieraus Veranlassung, sein Werk einer nochmaligen Revision zu unterziehen. Wenn er dies thun wollte und die ihm etwa nöthig scheinenden Abänderungen oder Zusätze in geeigneter Weise veröffentlichen möchte, so würde er damit seinen Lesern einen nicht hoch genug zu schätzenden Dienst erweisen.

Prag, 18. März 1876. H. Durège.