Werk

Titel: Zeitschrift für Mathematik und Physik

Verlag: Teubner

Jahr: 1876

Kollektion: mathematica

Signatur: 8 MATH I, 755:21

Werk Id: PPN599415665_0021

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN599415665_0021|LOG_0066

Historisch-literarische Abtheilung.

Adolph Zeising als Mathematiker.

Von

Dr. S. Günther.

Vor nicht langer Zeit verschied zu München ein Gelehrter, der dem grösseren Publikum wohl hauptsächlich als geistreicher Novellist bekannt und — wie es Leuten seiner Geistesrichtung nun einmal zu gehen pflegt — auch in den eigentlichen Fachkreisen nicht zu der ihm gebührenden Anerkennung durchgedrungen war. Wir meinen Adolph Zeising,* den geistreichen Schöpfer der mathematischen Aesthetik, einen Mann, der den zunftmässigen Vertretern der Schönheitslehre wohl allzuviele mathematische, d. h. fremde Elemente in ihre Domäne hineintragen mochte, während er doch auf der andern Seite ebenso wenig darauf rechnen durfte, dem Gros der Mathematiker Interesse für das mit so grosser Liebe von ihm cultivirte Seitengebiet ihrer Wissenschaft einzuflössen. Vielleicht aber erwächst gerade aus diesem Verhältnisse die Berechtigung, den Lesern dieses mathematisch-naturwissenschaftlichen Fachblattes mit kurzen Zügen ein Bild von den so eigenthümlich gearteten Bestrebungen des Verewigten zu entwerfen, und um so getroster nehmen wir für uns diese Berechtigung in Anspruch, als wir uns bewusst

* Betreffs des äusseren Lebensganges des Verstorbenen sei auf den ausführlichen Nekrolog verwiesen, welchen die „Beilage“ der Augsburger allgem. Zeitung brachte. Uns genügt es, zu bemerken, dass Zeising am 24. September 1810 zu Ballenstedt geboren ward und seit einer Reihe von Jahren bis zu seinem (am 27. April d. J. erfolgten) Tode als anhaltischer Gymnasialprofessor a. D. in München lebte. Er war Mitglied der „kaiserl. leopoldinisch-karolinischen Akademie der Naturforscher“, welche im Sinne ihrer liberalen Statuten dem fleissigen Forscher durch Aufnahme grösserer mit Kosten verbundener Arbeiten in ihre officiellen Publicationen mehrfach entgegenkam.

sind, nicht mit unserem Helden durch Dick und Dünn zu gehen, sondern Absicht und wirklichen Erfolg recht wohl zu sondern.

Schon früh hatte sich bei dem eifrig mit ästhetischen Untersuchungen beschäftigten Gelehrten die Ueberzeugung festgesetzt, es müsse ein bestimmtes, nach Mass und Zahl genau angebbares Kriterium geben, welchem zufolge sich der Schönheitsbegriff direct präcisiren liesse. Diesem seinem Funde widmete er eine erste selbstständige Schrift[1]), welcher noch viele andere mit analogen Tendenzen nachfolgen sollten. Diese fundamentale Idee besteht nun darin, dass die Theilung einer gegebenen Strecke a dann den befriedigendsten Eindruck auf unser Auge und Gemüth mache, wenn dieselbe im Theilungspunkte nach dem sogenannten goldenen Schnitte erfolge, wenn also der grössere und kleinere Abschnitt (Major und Minor) beziehungsweise durch die Zahlen

$$\frac{a}{2}(\sqrt{5}-1) \text{ und } \frac{a}{2}(3-\sqrt{5})$$

gegeben seien. Ob nun in der That ein solches Mass vorhanden oder nicht, darüber werden die Meinungen wohl noch für lange auseinandergehen, — uns genügt es, zu constatiren, dass, wofern überhaupt seine Existenz zugestanden wird, Zeising's Postulirung nach übereinstimmendem Urtheil am meisten für sich hat. Wir möchten noch bemerken, dass der Versuch, ästhetische Begriffe direct auf die geometrische Formenlehre anzuwenden, gerade nicht absolut neu genannt werden darf. Seitdem Albrecht Dürer seine bekannten constructiven Regeln für die Herstellung einer möglichst stylgerechten Buchstabenform entworfen[2]), trifft man nicht selten auf verwandte Tendenzen, und noch in neuerer Zeit könnten wir aus Kunze's Geometrie eine Stelle anführen, wo von dem „Rechteck der schönsten Form" die Rede ist[3]). Allein derartige Gedanken und Bestrebungen stehen eben vereinzelt und zusammenhangslos da, und Zeising war es vorbehalten, sie zu einem Ganzen zusammenzufassen und einheitlich zu gestalten.

In der That wusste er den oben skizzirten einfachen Grundgedanken sofort gewaltig zu verallgemeinern, indem er die weitere, nunmehr sehr umfassende Forderung aufstellte: Jeder irgendwie in zwei Theile zerspaltene Gegenstand unterliege nur dann dem ästhetischen Princip, wenn das Ganze zum grössern Theile, wie dieser selbst zum kleinern sich verhalte. Und nun stellte er sich die Aufgabe, allenthalben auf dem ungeheuren Gebiete der Formen die Richtigkeit seines Grundgesetzes am speciellen Falle nachzuweisen, eine Riesenaufgabe, welcher er in der That bis zu einem unglaublichen Grade gerecht geworden ist. Um den Umfang des Problems zu veranschaulichen, ist es vielleicht angezeigt, die Worte hier wiederzugeben, mit welchen der Autor selbst ein späteres Werkchen einleitete: „Da die Frage, um die es sich hier handelt, die gesammte Anthropologie, namentlich die Anatomie, Physiologie und

Ethnographie, ferner die Zoologie, Botanik und Mineralogie, die Geographie und Astronomie, die Mathematik, Physik und Chemie, kurz alle Gebiete der Naturwissenschaft, und nicht minder die gesammte Aesthetik, namentlich die Theorie und Praxis der Baukunst, Bildhauerkunst und Malerei, der Musik, Poesie und Mimik berührt, so liegt es in der Natur der Sache, dass es dem Einzelnen schlechthin unmöglich ist, den Gegenstand nach allen Seiten und Richtungen hin erschöpfend zu behandeln . . . ." Indem hier vom Autor selbst das Wesen und der vielseitige Charakter der zu erledigenden Fragen charakterisirt ist, könnten wir selbst unsere Schilderung an seine Schematisirung anzulehnen uns versucht fühlen, d. h. wir müssten für jede der oben aufgezählten Disciplinen nachzuweisen suchen, wo und wie sich das Zeising'sche Gesetz in ihr offenbare. Es leuchtet jedoch ein, dass uns ein derartiges Verfahren weit über die uns gezogenen Grenzen hin ausführen müsste, und so schlagen wir denn lieber einen andern Weg ein: wir führen dem Leser kurz die hauptsächlichsten Schriften des Verfassers vor und analysiren ihren Inhalt, soweit er für unsern Zweck herangezogen werden kann.

Vorher aber halten wir es für eine Pflicht, eine Verwahrung dagegen einzulegen, als ob wir uns von vornherein mit sämmtlichen Ergebnissen Zeising'scher Forschung identificirten. Wir halten allerdings dafür, dass die Grundidee gesund, der Fundamentalsatz richtig und das Recht, für denselben allüberall Substrate aufzusuchen, principiell unbestreitbar sei, aber wir meinen nichtsdestoweniger, dass der Erfinder mit sehr begreiflichem Idealismus von diesem seinem Rechte häufig einen allzu unumschränkten Gebrauch gemacht habe. Ist es doch bisher noch immer so gegangen, dass der eifrig nach einem bestimmten Factum Suchende dasselbe schliesslich auch da auffand, wo der Unbefangene Nichts zu sehen vermochte, und es ist doch nur allzuschwer, einer vorgefassten Idee ungeachtet ausschliesslich die Kritik walten zu lassen. Es wäre nicht schwierig, Analoga für ein solches Vorkommniss namhaft zu machen. Als Piazzi Smith sich von der Ueberzeugung hatte durchdringen lassen, dass in der Cheops-Pyramide eine Verkörperung des geometrisch-astronomischen Wissens der alten Aegypter vor uns stehe fand er allenthalben die unglaublichsten Belege für seine Ansicht; als Franz Lihařzik in dem magischen Quadrate das Bildungsschema für den menschlichen Körperbau erkannt zu haben glaubte, fügten sich anscheinend ganz ungezwungen alle Massverhältnisse seinen Berechnungen* — und wieviele

* Lihařzik, über dessen Bemühungen wir bei einer andern Gelegenheit referirten[4]), befolgte bei seinen anthropometrischen Untersuchungen offenbar eine ganz ähnliche Tendenz wie Zeising. Fleiss und Mühe haben beide Gelehrte in reichstem und gleichem Masse angewandt; der unparteiische Richter aber wird, was auch sonst sein Urtheil über das — möglicherweise utopische — Endziel sein

Beispiele könnte die Geschichte in dieser Hinsicht noch aufführen. Und diesen fast allen erfinderisch angelegten Köpfen anhaftenden Fehler vermochte auch Zeising nicht gänzlich zu vermeiden; allein dafür ist ja auch noch kein abschliessendes Ziel erreicht, der ruhig und gemessen dem oft allzuhastigen Schritte des Pfadfinders nachgehenden Forschung wird es mit der Zeit schon gelingen, die Spreu vom Weizen zu trennen und das methodische Fundament, wenn auch nur für einen Theil der Resultate des Erfinders, zu bestätigen.

Indem wir nun von dem obengenannten Erstlingswerke einen kurzen Ueberblick zu geben versuchen, folgen wir der Eintheilung des Verfassers. Als erste Aufgabe betrachtet er es, an den Normalmaassen der menschlichen Figur das stete Auftreten der Theilung nach dem äussern und mittlern Verhältnisse darzulegen und so der bereits von Dürer[5]) ins Leben gerufenen anatomischen Proportionslehre einen festen Untergrund zu verleihen. Als charakteristisches Beispiel sei die Thatsache angeführt, dass einem mit herabhängenden Händen (in militärischer Stellung) dastehenden Menschen durch das Handende die Körperlänge nach der *sectio aurea* getheilt werden soll. Auf die zahllosen Einzelheiten, welche der mit den Untersuchungen eines Camper, Carus, Quetelet des Genauesten vertraute Verfasser von überall her zur Bestätigung seiner These zu holen weiss, kann hier natürlich nicht näher eingegangen werden, vielmehr sei auf das Hauptwerk und zwei an dasselbe sich anschliessende Monographieen verwiesen, deren eine[6]) besonders die Wachsthumsverhältnisse, die andere[7]) die Stammverschiedenheiten erörtert. Bemerkt sei nur noch, dass gewisse Specialitäten, wie z. B. der Versuch, die symbolischen Zahnformeln der zoologischen Lehrbücher zu einer wirklich diesen Namen verdienenden mathematischen Formel umzugestalten, einen vertrauenerweckenden Eindruck machen, wogegen wieder andere Lehrsätze den Zweifel wachrufen müssen, so z. B. der folgende: „Die Cubikwurzel aus dem Gewichte des kleinen Gehirns verhält sich zu der Cubikwurzel aus einer Grosshirnhemisphäre wie der Major zum Minor.“ Wichtiger in mathematischer Rücksicht ist das nun folgende Capitel, welches die Beziehungen des goldenen Schnittes zum Baue der Pflanzen abhandelt. Zeising offenbart sich hier als begeisterter Anhänger der von Schimper und Braun inaugurirten mathematischen Richtung in der Botanik. Und in der That, unter welchem der von verschiedenen Seiten aufgestellten Gesichtspunkte man auch die sogenannte Blattstellungslehre betrachten mag, Zeising's Idee findet stets ihren vollberechtigten Platz. Nach den Anschauungen der deut-

---

möge, doch immer dafür eintreten, dass Zeising's geometrisches Verfahren als dem wahren Sachverhalte ungleich adäquater betrachtet werden muss, als die algebraischen Methoden Lihařzik's.

schen Gelehrten nämlich kann man sich die Befestigungspunkte der Blattstiele durch eine um den Stamm herumlaufende Schraubenlinie verbunden denken, und zählt man nun ab, nach wieviel Umläufen (m) und mit Ueberschreitung wievieler Blätter (n) man von einem beliebigen Blatte zum nächsten senkrecht darüber stehenden gelange, so ergiebt sich das im Allgemeinen bei sämmtlichen Pflanzen wiederkehrende Gesetz

$$m : n = p_{r-2} : p_r,$$

unter $\frac{p_{r-1}}{p_r}$ den r^{ten} Näherungswerth des Kettenbruches

$$\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\ldots}}} = \tfrac{1}{2}(\sqrt{5}-1)$$

verstanden; die Zahl r ist bei verschiedenen Pflanzenformen ebenfalls verschieden. — Folgt man im Gegensatze hierzu der von den Gebrüdern Bravais ins Leben gerufenen Theorie, so steht überhaupt streng genommen kein einziges Blatt des Stengels senkrecht über irgend einem andern, vielmehr entspricht der Divergenz zweier Blätter ein constanter Winkel α von $137^0\,30'\,28''$, und bringt man sowohl diesen Winkel, als auch den mit 360^0 zu berechnenden Stengelumfang auf das gemeinschaftliche Mass der Secunde, so gelangt man zu der sehr nahe richtigen Gleichung

$$\frac{1296000}{800972} = \frac{800972}{1296000-800972},$$

und in der That hat der Winkel α die durch den Nenner des zweiten Buches angegebene Anzahl von Secunden. Kurz — wie man auch die Sachlage betrachtet, es stellt sich, um mit Zeising zu reden, „das Verhältniss des goldenen Schnittes als das eigentliche Normalverhältniss der Blattstellung dar“. Freilich dürfen wir uns nicht verhehlen, dass die neuere Botanik, und zwar gerade insofern sie Anspruch auf den Namen „exact“ erhebt, die Blattstellungslehre über Bord geworfen hat, indem sie — allen teleologischen Erwägungen abhold — einen ersichtlichen causalen Zusammenhang jener Gesetze mit den uns bekannten, im Pflanzenkörper wirksamen Kräften nicht aufzudecken vermag. Da wir aber noch keineswegs behaupten können, ein solcher Zusammenhang sei absolut und für immer unauffindbar, und da uns zudem ein hervorragender Vertreter jener modernen Richtung ausdrücklich versichert[8]): „Wir möchten die Blattstellungslehre in unserer Literatur ebenso wenig entbehren, als etwa die heutige Astronomie in ihrer Geschichte die alte Theorie der Epicyklen beseitigt wünschen kann“, so dürfen wir sicher die hohe Bedeutung der ganzen Hypothese und damit auch die willkommene Bestätigung anerkennen, welche Zeising's Lehre in einem der wichtigsten Zweige der organischen Naturwissenschaft gefunden hat.

Kürzer dürfen wir uns bei den folgenden Kategorien fassen, wo Zeising in der Krystallographie, in der musikalischen Akustik, in der Astronomie und Geographie den massgebenden Einfluss seines Gesetzes darthun will. Unzweifelhaft bieten seine Bemerkungen über den Grund der Harmonie viel Richtiges und für den Kenner Anregendes dar, obwohl alle solche ästhetisch-mathematischen Theorieen* seit der Begründung einer physikalischen Harmonielehre durch Helmholtz antiquirt erscheinen. Dagegen will uns die Adaptirung der in den Distanzen und Massen der Planeten zu Tage tretenden Massverhältnisse etwas gekünstelt vorkommen, und ebenso wenig sagen uns die allerdings mit grösster Sachkunde ausgeführten geographischen Constructionen Zeising's zu. Bei allen solchen Versuchen tritt denn doch zu offenkundig das Bestreben hervor,** die thatsächlich vorhandenen Verhältnisse den Voraussetzungen anzupassen, ein Bestreben, dessen Consequenzen schliesslich zu dem vagen Analogieenspiele der sogenannten Naturphilosophie führen muss. Zeising hat allerdings diese Klippe nicht gänzlich umgangen, z. B. da, wo dem „Parallelismus zwischen der Gestalt der Erde und der Menschengestalt" das Wort geredet wird; allein sein gesunder und durch ernste mathematische Studien geschärfter Takt liess ihn bei dergleichen Extravaganzen nicht lange verweilen. Nur mit wenigen Worten sei auch noch der Versuche gedacht, die *sectio aurea* als das „Normalverhältniss der chemischen Proportionen" zu fixiren. Dieser Idee widmete der geistreiche Forscher eine Specialschrift[10]), aus deren Vorrede wir oben eine Stelle ausgezogen haben. Ueber den absoluten Werth dieser jedenfalls mit allen Mitteln eines eminenten Wissens in Scene gesetzten Leistung steht uns kein Urtheil zu; der Respirationsprocess, die Drehung der Polarisationsebene des Lichtes, die Aequivalentgewichte und Volumina und vieles Andere wird einer eingehenden Untersuchung unterworfen.

Seinen eigentlichen und wahrsten Triumph jedoch feiert das Zeising'sche Gesetz in der Architektur, denn hier kann sich dasselbe am ehesten in seiner Reinheit offenbaren. Die Masse vollendet schöner Gebäude gestatten die unmittelbarste Vergleichung, und wenn der Grundgedanke richtig ist — hier muss er seine Richtigkeit bewähren. Insbesondere das athenische Parthenon ist es, welches als Fundgrube dient;

---

* Bekanntlich können in diesem Sinne Leonhard Euler und in neuerer Zeit Drobisch als Vorläufer Zeising's betrachtet werden.

** Eine methodisch ganz übereinstimmende, den Prämissen nach jedoch verschiedene Arbeit ist diejenige Reichenbach's[9]), welche nur freilich die schöne Klarheit Zeising's merklich vermissen lässt. Allein schon daraus, dass zwei auf ganz divergentem Fundamente aufbauende Forscher gleichwohl in der Vertheilung von Land und Wasser, in der Gliederung der Küsten u. s. w. ihr supponirtes Gesetz sich immer reproduciren sehen, folgt die Unwahrscheinlichkeit der Existenz einer solchen aprioristischen Bildungsregel.

aus einer Beschreibung desselben von Röber[11]) entnimmt Zeising einen solchen Reichthum von trefflich stimmenden Beispielen, dass an eine Selbsttäuschung nicht mehr gedacht werden kann. Nicht minder enthält die „Proportionslehre", mit der wir uns bisher fast ausschliesslich beschäftigten, den Nachweis, dass die gothische Ornamentik allenthalben auf dem goldenen Schnitte beruht — eine Thatsache, welche u. A. auch Hankel[12]) anerkennt und verwerthet.

Hatten die bisher erörterten Arbeiten den ausschliesslichen Zweck, das neue Gesetz als solches zu begründen und als in den mannigfachsten Wissenszweigen zu Recht bestehend nachzuweisen, so kam es dem Urheber in seinem grösseren ästhetischen Werke[13]) hauptsächlich darauf an, die Position seiner Erfindung in dem Gesammtcomplex der Schönheitswissenschaften klarzustellen und den Tenor derselben in einer den üblichen philosophischen Gepflogenheiten angepassten Weise umzugestalten. Infolge dessen tritt das rein mathematische Interesse hier selbstverständlich zurück, doch fesseln uns auch hier nicht wenige feinsinnige Andeutungen, und zumal die Art und Weise, wie der Verfasser die dem Auge wohlthuendste Form einer aus Kreisbögen sich zusammensetzenden Wellenlinie ausmittelt, dürfte auch auf allgemeinere Beachtung zu rechnen haben[14]).

Vom rein mathematischen Standpunkte aus am Interessantesten stellt sich jedoch eine Reihe von Aufsätzen dar, welche in der von jeher durch ihre gehaltvollen Essays ausgezeichneten „Deutschen Vierteljahrsschrift" erschienen sind. Zunächst eine ästhetisch-mathematische Arbeit, welche in mancher Beziehung wohl noch mehr befriedigt, als die früheren analogen Untersuchungen des Verfassers, denn hier fällt die Einseitigkeit weg, welche überall nach Manifestationen eines bestimmten Grundgesetzes sich umsah, und es wird die ästhetische Bedeutung der geometrischen Figuren an sich studirt. Von der Voraussetzung ausgehend, dass nur diejenige Form wirklich schön genannt werden dürfe, welche einerseits dem Princip der Freiheit, andererseits aber demjenigen der Gesetzmässigkeit unterworfen sei, unternimmt es Zeising, die von der Elementargeometrie dargebotenen räumlichen Formen auf ihren ästhetischen Gehalt zu prüfen[15]). Man erkennt leicht, dass ein willkürliches Polyeder oder Polygon allzusehr dem zweiten, dagegen Kugel und Kreis allzusehr dem ersten Gesetze widerstreiten — die in ästhetischer Beziehung vollkommensten Figuren müssen sonach in der Mitte liegen, und man erkennt bald, wo der Autor sein eigentliches Ideal erblickt. „Man wird," sagt er[16]), „ohne zuviel zu behaupten, sagen können, dass überhaupt ein Gebilde den zur Schönheit unerlässlichen Eindruck einer irgendwie gesetzmässigen Bildung nur insoweit zu erzeugen vermag, als es in sich durch irgendwelche ihm wesentliche oder charakteristische Eigenschaften das die Kreis- und Kugelform beherrschende Gesetz, nach welchem sich die Vielheit und Verschiedenheit nur als eine Auseinanderlegung und potenzirte Setzung der Einheit und Gleichheit zu erweisen hat, in einer vom ästhetischen Gefühl unmittelbar erfassbaren Weise zur Anschauung bringt. Am Evidentesten genügen dieser Bedingung die regulären Polygone und Polyeder, namentlich die ersteren." Im Anschluss an diese Worte wird nun eine sehr eingehende, zwar populäre, aber doch auch die neuesten Forschungen Poinsot's u. A. berücksichtigende Theorie jener regulären Vielecke gegeben, welche nicht zu viele Seiten besitzen; denn mit Recht wird bemerkt, dass bei Vielecken höherer Ordnungszahl die Complication der Linien etc. den angenehmen Eindruck paralysire. Dabei findet sich durchweg eine solche Fülle feinsinniger Bemerkungen über die künstlerische Anwendung der behandelten Figuren, ihr Auftreten in der Natur und Aehnliches* eingestreut, dass auch der Fernerstehende sich angezogen fühlt und über die Eigenthümlichkeiten der hier und da in naturphilosophischem Sinne gefärbten Terminologie leicht hinweggeht — um so mehr, als der Verfasser von der Gründlichkeit seiner mathematischen und speciell geometrischen Kenntnisse die achtungswerthesten Proben ablegt.** Wünschenswerth wäre es freilich gewesen, dass auch die höheren Curven in den Bereich der Betrachtung gezogen worden wären, wo ja gar manche ähnliche Fragen ihrer Lösung harren. So will, um nur Eins hervorzuheben, der berühmte Architekt Blondel[20]) herausgebracht haben, dass eine sich verjüngende Säule dann am Gefälligsten sich darstelle, wenn ihr Profil mit der Muschellinie des Nikomedes übereinstimme.*** — In noch höherem Grade vielleicht tritt die mit trefflicher historischer Durchbildung† gepaarte Sachkunde Zeising's in seinem schönen Aufsatze über das Sternfünfeck[22]) hervor, welcher eigentlich ganz rein mathematisch-geschichtlichen Inhalts ist und dem Verf.

* Beachtenswerth erscheint uns u. A. die Bemerkung[17]), dass nach Hoffstatt's Angabe bereits in den Bauhütten des Mittelalters jene Regel bekannt und geübt worden sei, der zufolge die halbe Seite des regelmässigen Dreiecks gleich der Siebenecksseite genommen wird. Es wäre demgemäss unrecht, diese Construction, wie es gewöhnlich geschieht, auf Albrecht Dürer zurückzuführen, eine Annahme, gegen welche wir uns bereits früher einmal[18]) erklärt haben.

** Nur hier und da kommt dem Mathematiker die ästhetische Anschauung ein wenig in die Quere, so z. B. da, wo er sagt[19]): „es giebt überhaupt kein Dreieck, um welches und in welches sich nicht ein Kreis beschreiben liesse, welches also nicht theils seine Eckpunkte, theils die Mittelpunkte seiner Seiten mit der Peripherie eines Kreises gemein hätte". Hier hatte er offenbar nur ein gleichseitiges Dreieck vor Augen.

*** Auch Galilei thut einmal der „angenehmen" Gestalt der Cykloide Erwähnung[21]), welche diese Curve zur Verwendung beim Brückenbau geeignet mache.

† Nur darin können wir mit unserer Verwunderung nicht zurückhalten, dass Zeising den ihm so gänzlich geistig verwandten Lucas Pacioli und dessen Werk *„de divina proportione"* total vernachlässigt hat.

dieses bei seinen Untersuchungen über die Entwickelungsgeschichte der Sternpolygone wesentliche Dienste leistete.

Indem wir nach dieser kurzen Ueberschau unsern Artikel schliessen, glauben wir wenigstens dazu mitgeholfen zu haben, dass dem unermüdlichen Bearbeiter eines mathematisch-philosophischen Grenzgebietes ein ehrenvolles Andenken in den Kreisen der eigentlichen Fachwelt gewahrt bleibe.

1) Zeising, Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Körpers, Leipzig 1854.
2) Dürer, Unterweysung der Messung mit dem Zirckel und Richtscheid, Nürnberg 1525, Ende des dritten Theiles.
3) Kunze, Lehrbuch der Planimetrie, Weimar 1839, S 124.
4) Günther, Ziele und Resultate der neueren mathematisch-historischen Forschung, Erlangen 1876, S. 121.
5) Dürer, Vier Bücher von menschlicher Proportion, Nürnberg 1528.
6) Zeising, Ueber die Metamorphosen in den Verhältnissen der menschlichen Gestalt von der Geburt bis zur Vollendung des Längenwachsthums, Separat aus dem 22. Bande der neuen Publicationen der kaiserl. leopold.-karol. Akademie der Naturforscher.
7) *Id.*, Ueber die Unterschiede in den Verhältnissen der Racentypen, Archiv f. physiologische Heilkunde Jahrg. 1856, 3. Heft.
8) Sachs, Geschichte der Botanik in Deutschland, München 1875, S. 340.
9) Reichenbach, Die Gestaltung der Erdoberfläche, Berlin 1867.
10) Zeising, Das Normalverhältniss der chemischen und morphologischen Proportionen, Leipzig 1856.
11) Röber, Die ägyptischen Pyramiden in ihren ursprünglichen Verhältnissen, nebst einer Darstellung der proportionalen Verhältnisse im Parthenon zu Athen, Dresden 1855.
12) Hankel, Zur Geschichte der Mathematik im Alterthum und Mittelalter, Leipzig 1874, S 76.
13) Zeising, Aesthetische Forschungen, Frankfurt a. M. 1855
14) *Ibid.* S. 190.
15) *Id.*, Aesthetische Forschungen im Gebiete der geometrischen Formen, Deutsche Vierteljahrsschrift, 31. Jahrg. IV, S. 219 flgg.
16) *Ibid.* S. 236.
17) *Ibid.* S. 273.
18) Günther, Zur Geschichte der deutschen Mathematik im 15. Jahrhundert, diese Zeitschr. 20. Jahrg., 1. Heft.
19) Zeising, S. 236.
20) ***Blondel**, Cours d'Architecture, Paris 1875, P. II, Livre I, Cap. 5.*
21) Poppe, Ausführliche Geschichte der Anwendung aller krummen Linien in mechanischen Künsten und Architektur, Nürnberg 1802, S. 121.
22) Zeising, Das Pentagramm. Culturhistorische Studie, Deutsche Vierteljahrsschrift, 31. Jahrg. I, S. 173 flgg.