ALGEBRÆ NOVÆ
LIBER II.
De
ALGEBRA ANALYTICA
CAPVT I.
De
Algebræ Analyticæ Regula, eiusq; Divisione.

1 HActenus egimus de Algebra Synthetica, in qua ad numerationem certæ magnitudines dabantur, ut ignota investigaretur; *sequitur Analytica, in qua ex non datis ad quæsitũ devenitur*, per *A*nalysin videl. quæ non secus ac in *A*rithmeticis Regula Positionũ, alias dicta Regula Falsi, quę falsa principia assumit, ut vera ex illis falsis eliciat.

2 *In hac Analysi considerabimus eius Regulam, & aliquot eius ænigmata.*

3 *Regula huius Analyseos universalis hæc est:*

Quotiescunq; aliqua quæstio enucleanda proponitur: ante omnia diligenter despiciendum, an tot sint data, quot quęsita: Quandoquidem inter plura quæsita, non plura, quàm unum simul & semel inquiri potest. Quapropter, si plura indagantur quàm unum, omnia sub unam notionem redigenda sunt. Si plura quęsita, quàm data fuerint, aliquid pro dato, quod datum non est, asumendum: ac existimandum, factum esse, quod imperatur: Optimaque instituta ratiocinatione pro magnitudine invenienda ponenda magnitudo quæcunque, ex. gr. magnitudo A, vel alia aliqua vocalis aut consona. Cum eaq; procedendum iuxta quęstionis propositæ tenorem, non secus, ac si illa foret magnitudo quęsita; pro magnitudinibus autem datis substituendæ sunt literę prioribus aliquanto majores, minoresve, quo facilius magnitudines datæ à quæsitis distingui queant. Tum, si de

 lon-

longitudine quæſtio ſit, & ſub involucris eorum, quę proponuntur, æquatio deliteſcat, quæſita longitudo, latus; ſi de planitie, planum, & ſi de ſoliditate quęſtio, ſolidum aut cubus erit. Deinde cū magnitudine tam data, quàm quęſita iuxta problematis ſententiam ita progrediendum, addendo ſc. ſubtrahendo, multiplicando, & dividendo: ut tādem aliquando aliquid magnitudini, de qua quæſtio, vel ſuę poteſtati, ad quam adſcendit, ęquale inveniatur. Hęc æquatio inventa, ſi opus ſit, reducenda. (ut infra capite 4. dicetur) deniq; per maximam poteſtatem reliquum ęquationis dividenda, & emerget magnitudo quęſita latens vel in quoto, vel in aliquo ejus latere, quod, quale ſit, poteſtas diviſoris indicabit.

4 *In hac regula ſpectabimus eius obiectum & partes.*

CAPVT II.

De

Æquatione.

1 Tantum de Algebræ Regula, ſequitur obiectum circa quod, vel ſubiectum in quo verſatur, quod eſt *Aequatio*: quandoquidem tota Regula occupata eſt in explicatione *Aequationis*.

2 *Aequationis conſideranda eſt definitio, & diviſio.*

3 *Eſt autem Aequatio comparatio incertæ cum certa magnitudine,*

Definiente ſic *Francisco Vieta* iſag. cap 8. id eſt, æquatio eſt nihil aliud quam proportio æqualitatis, inter duas magnitudines, duaſve quantitates, vel res variè denominatas, quarum una ſit certa & nota, altera incerta & ignota: ſiquidem inter ea, quę ſunt ejuſdem denominationis *Aequatio, vel inutilis eſt*, ut inter 6 A & 6 *A*. vel inter 14. *BB* & 14 BB. *vel non eſt propriè æqualitas*, ut inter 4. *A* & 8. *A*. vel inter 5. CC & & 9. CC. Sed hęc erit vera æquatio, ſi dicam ex. gr. 6. *A* æquari 84, ita æquabuntur 3. *A* ipſis 42, & 1. A æquabitur 14 $\frac{1}{3}$ hoc modo:

6. *A* ——— 84
2 ÷ ——— 2 ÷
3. *A* ——— 42
3. *A* ÷ ——— 3 ÷
1. A ——— 14. $\frac{1}{3}$

4 *Aequationis Varietas conſiſtit in hoc potiſſimum, ut utrique termino ęquationis idem commune addatur, aut ab utroque idem commune ſubducatur; vel ut u-*

terque

terque terminus per eandem quantitatem multiplicetur & dividatur. Hac ratione sub terminis mutatis semper reliqua erit eadem æqualitas.

Quod ex hac appoſita figura manifeſtum fiet. Sit autem *A* linea quędam partium ſub certo quodam numero, ſeu ſeries quædam quarumcunq; rerum ſub numero aliquo determinato. Vt in hoc parallelogrammo quatuor lineæ longitudinis, quarum quælibet partes habet 7; ſimiliterq; ſeptem lineę latitudinis, in quarum qualibet inveniuntur partes 4. Liquet ex hiſce, ut 4. *A*. longitudinis ęqualia ſint huic numero 28. quia 4. lineæ, ſeu 4. *A*. longitudinis complent totam figuram continentem partes 28. deinde liquet, ut 7. A latitudinis æquentur eidem numero 28. Totam enim figuram continentem partes

28. deinde liquet, ut 7. *A* latitudinis æquentur eidem numero 28. Totam enim figuram continentem partes 28. conſtituunt 7. *A* latitudinis, ſeu 7. lineæ latitudinis, ut ex ſchemate apparet. Ex. gr. aſſumamus 7. *A* latitudinis, ut æqualitas ſuborіatur inter 7. *A* & 28. Et quoniam, ſi ab æqualibus ęqualia demantur, quæ reliqua ſunt, æqualia ſunt; ſi ex utroque numero æquationis auferantur 3. *A*, manebit adhuc ęqualitas inter 4. *A* & 28 — 3. *A*. Vt:

$$\begin{array}{lcl} 7.A & = & 28 \\ 3.A\,- & & 3.A\,- \\ \hline 4.A & = & 28.-3.A. \end{array}$$

5 *Eodem modo in additione, ſi æqualibus ęqualia addantur, quę fiunt, æqualia ſunt.*

Vt ſi utrique parti huius ultimæ æquationis addantur 6, erit æquatio inter 4. *A* + 6 & 34 — 3. *A*. ut:

$$\begin{array}{lcl} 4.A & = & 28-3.A \\ 6\,+ & & 6\,+ \\ \hline 4.A+6 & = & 34-3.A. \end{array}$$

Similiter procedemus in multiplicatione & diviſione.

Ex. gr. detur æquatio inventa inter 3. *A* + 12 & 72 — 7. A, quam ſi per 2 multiplicaveris, habebis æqualitatem inter 6. *A* + 24 & 144 — 14. *A*, Et hanc ſi per 6. diviſeris, invenies reliquum æquationis eſſe inter 1. *A* + 4 & 24 — 2 $\frac{1}{3}$. Vt:

$$\begin{array}{lcl} 3.A+12 & = & 72-7.A \\ 2\,* & & 2\,* \\ \hline 6.A+24 & = & 144-14.A \\ 6\,\div & & 6\,\div \\ \hline 1.A+4 & = & 24-2\tfrac{1}{3} \end{array}$$

6 *Eſt autem Aequatio ſimplex vel compoſita.*

Simplex eſt, in qua unus terminus comparatur uni termino.

7 Vt cum dicitur A æquari B, ſeu A A ęquari C, ſeu *AAA* æquari CC, ſeu DD æquari 25. Vt:

$A = B$. $AA = C$. $AAA = CC$. $DD = 25$.

8 *Compoſita eſt, quando plures poteſtates ſeu dignitates certæ magnitudini comparantur.*

Ex. gr. *AA* + *AB* ęquatur *BB*. Vel *BB* + *BC* æquatur CC. Vt:

$AA + AB = BB$. $BB + BC = CC$.

9 *Homogeneum comparationis dicetur magnitudo certa numeruſve, cui reliqua comparantur.*

Ex. gr. in hac æquatione *AA* + *AB* = *BB*, magnitudo *BB* eſt homogeneum comparationis, idemque eſt CC in æquatione BB + BC = CC. Vt:

$AA + AB = BB$ $BB + BC = CC$.

10 *Gradus parodici ad poteſtatem dicuntur dignitates infra poteſtatem exiſtentes in æquatione.*

Ita ad cubum *AAA* ſunt gradus parodici quadratum *AA* & latus *A*. Sic ad biquadratum *BBBB* gradus parodici ſunt cubus *BBB*, quadratum BB & latus *B*. Vt:

AAA — *AA*. *A*. BBBB — *BBB*. *BB*. *B*.

Aequatio ſimplex eſt vel ſimplex abſolute, vel climatica.

11 *Simplex abſolute eſt, quando latus, de quo eſt quæſtio, in ſua baſe conſiſtens datæ*

12 *magnitudini homogeneæ comparatur.*

13 *Aequatio Polinomia eſt, cùm poteſtas quæſiti lateris affecta ſub deſignato gradu,*

dataque

14 *dataque coefficiente datæ magnitudini homogeneę comparatur.*

Aequatio Composita est vel affirmata vel negata.

15 *Affirmata est, quæ copulatur per signum affirmatum.*

Ex. gr. hæc æquatio CC + CD = DD. est æquatio affirmata, cùm CC copuletur cum CD per signum affirmatum; + sic DD + DE = EE est ęquatio affirmata, quia DD copulatur cũ DE per signum affirmatum +. Vt:

CC + CD = DD. DD + DE = EE.

Hæc potestas dicitur affici adjunctione plani sub latere, & data coefficiente longitudine.

16 *Negata est, quæ disiungitur per signum negatum.*

Ex. gr. hæc æquatio CC — CD = DD est æquatio negata, cum CC disiungatur à CD per signum negatum —. Sic æquatio DD — DE = EE est negata, quia DD disiungitur à DE per signum negatum —. Vt:

CC — CD = DD. DD — DE = EE.

Hæc potestas affici dicitur multa plani sub latere, dataque coefficiente longitudine.

17 *Hæc Aequatio Negata est vel directa, vel inversa, vel indirecta.*

18 *Directa est, quando minor dignitas gerit signum negatum*, seu quando afficiens homogeneum de potestate negatur.

Ex. gr. sit data æquatio AA — BA = BB, dico hanc ęquationem negatam esse directam, quia minor dignitas BA gerit signum negatum —. Sic BB — CD = DD est æquatio negata directa, quia minor dignitas CD gerit signum negatum — vel quia afficiens homogeneũ CD de potestate BB negatur. Vt:

AA — BA = BB. BB — CD = DD.

19 *Inversa seu ambigua est, cùm dignitati majori præfigitur signum negatum*, seu quã do planum sub latere & data coefficiente longitudine afficitur multa quadrati.

Ex. gr. AB — AA = BB est ęquatio inversa seu ambigua, quia dignitati maiori AA prę figitur signum negatum —. Sic CD — BB = DD erit æquatio inversa, quia dignitati maiori BB prępomitur signum negatum — seu quia planum AA vel BB sub latere A & C & data coefficiente B & D longitudine afficitur multa quadrati. Vt:

AB — AA = BB. CD — BB = DD.

Dicitur autem hæc ęquatio ambigua, quoniam duplex habet latus.

20 *Indirecta est, quando potestas negatur de afficiente homogeneo sub gradu.*

21 *Aequatio dicitur æquationi similis, regulariter, cùm par est utrobique potestas, seu æque alta, & ipsa affecta vel afficiẽs sub pari gradu, vel eadẽ nota affectionis.*

22 *Notandum hic est, nondum excogitatam esse artem explicandi ęquationes omnes compositas, sed tantum illas, quarum tres termini servant Arithmeticam proportionalitatem.*

Quales sunt hę subsequentes æquationes.

Q — L = N ———— 2. 1. 0.
Q + L = N ———— 2. 1. 0.
L — Q = N ———— 1. 2. 0.
QQ — Q = N ———— 4. 2. 6.
QQ + Q = N ———— 4. 2. 0.
Q — QQ = N ———— 2. 4 0.
CC — C = N ———— 6. 3. 0.
CC + C = N ———— 6. 3. 0.
C — CC = N ———— 3. 6. 0.

23 Si exponentes Arithmeticè proportionales omnes sint maiores quam 0, abbreviandi sunt per subductionem minimi numeri exponentis.

24 Quando autem exponentes non gaudent proportionalitate Arithmetica, ut si ęquatio foret inter C — L & N, cuius exponentes sunt: 3, 1. 0. & C — Q & N, cujus exponentes sunt: 3. 2. 0, nondum inventa est methodus, cuius beneficio ex hisce ęquationibus latera erui possint, ac propterea eiusmodi æquationes explicari nequeunt. Consule Christ. Clavium Algeb. cap. 12. pag. mihi 48. & 49.

CA-

CAPUT III.

De Æquationis Inventione.

1 *ITA fuit Regulæ Algebricæ obiectum; sequuntur eius partes, quarum duę sũt necessariæ, & duæ non necessarię.*

Partes Necessariæ sunt Aequationis Inventio, & Divisio.

2 In omni namque proposito problemate invenienda necessario est æquatio inter duas magnitudines tam datas, quàm quæsitas, & tum divisio Instituenda.

3 *Partes non necessarię sunt totidem: Aequationis Reductio & Analysis.*

Dicuntur non necessarię, quoniam non in omni æquatione inventa instituenda est eius reductio, neq; semper ex invento quoto latus extrahendum est, quod ubertim ex sequentibus cuivis patebit.

4 *Inventio Aequationis est pro magnitudine invenienda unius A, id est, unius lateris positio, atque cum illo secundum problematis tenorem processus.*

Estque quatuor harum partium omnium difficillima,

5 Cum non mediocrem tum Arithmeticæ, tum Geometriæ, reliquarumque disciplinarum inprimis Mathematicarum cognitionem præsupponat: Omnis namq; ęquatio, quo altiorem in ordine scalę tenet locum, eo difficiliorem habet explicationem. Nec ullo præcepto particulari, pręter Euclidis elementa, opus est, ad indagandum lateris in sua base existentis valorem. Ad æquationes vero altiorum graduum commode explicandas, indigemus propriis cuiusq; gradus effectionibus Geometricis. Ad ęquationes autem Cubicas, aliorumq; altiorum graduum explicandas non se extendit Geometria, sed ibi alia adhibẽda sunt principia, sicuti de hisce infra prolixius disseremus.

6 Hic notandum quod cap. pręced. 1. huius libri diximus, videlicet, ut pro quęsita magnitudine ponatur A. seu unum latus; & si magnitudo quæsita simplicem intendat longitudinem, pro ea ponatur *A* latus; si sit superficies seu planum, *AA*, seu quadratum; si sit solida, *AAA* cubus. Tunc pergatur iuxta Regulę præscriptum, notando, quod repertis tribus magnitudinibus proportionalibus, fiat æquatio inter quadratum mediæ, & factum sub extremis; si quatuor, inter factum ab extremis & factum à mediis. Præterea si eidem vel iisdem magnitudinibus inquirãtur ignotæ magnitudines æquales, fiant æquales inter se.

Exemplum 1.

7 *Sunt duæ magnitudines datę, quarum summa est 5, & maior ex ipsis ponitur A: quænam est altera? quæ ipsarum differentia? quod sub ipsis rectangulum? quæ quadratorum summa? & differentia.*

Respondeo, si tota magnitudo ponatur esse s, & major A; erit minor per subductionem maioris à summa, s — *A*; magnitudinum differentia itidem per subductionem minoris à maiori colligitur 2. A — s; Rectangulum à maiori per minorem productum est s *A* — *AA*; quadratum maioris est *AA*. quadratum minoris ss — 2. s A + AA, cui adde quadratum maioris *AA*, ut habeas quadratorum summam ss — 2. s *A* + 2. *AA*; & à quadrato maioris AA subtrahe quadratum minus ss — 2. s. A + AA, ut habeas quadratorum differentiam ss — 2. s A. hoc modo:

s
A —
———
s — *A*   s — *A*
A —   A *
———
2. *A* — s   s. *A* — *AA*

A   s — A
A *   s — *A* *
———
AA.   ss — s A
s A + *AA*
———
ss — 2. s A + *AA*   ss — 2. s A + *AA*
AA +   AA —
———
ss — 2. s A + 2. AA.   ss — 2. s A.

In

In Numeris. Sit data tota magnitudo 5, partium 6; & maius eius segmentum A. 4; erit minus 2, differentia segmentorum itidem 2; rectangulum sub ipsis 8, quadratum majoris 16; minoris 4; quadratorum summa 20, eorundem differentia 12. *Vt*:

```
 4          6——4
 4 *        6——4 *
————————————————————
16         36——24
               24 + 16
           ————————————
           36——48 ✠ 16
                    16 ✠
           ————————————
           36——48 + 32
           32
           ————————————
           68
           48——
           ————
           20.
```

```
6
4——
————————
6——4 = 2.        6——4
   4——           4 *
——————————————————————————
8——6 = 2.        24——16 = 8.

36 = 48 + 16
      16——
————————————
36——48
    36——
————————————
12.
```

8 *Si verò minus segmentum sit B, & summa laterum (ut ante) 5;*

Erit segmentum maius 5——B, differentia segmentorum 2. *B*——5, rectangulum 5 *B*——*BB*, quadratum majoris segmenti 55——5 *B* + 2.BB, quadratum minoris *BB*, quadratorum summa 55——2.5 *B* + 2.BB, eorundem differentia 55——2.5 B. Vt

```
 B          5——B
 B *        5——B *
————————————————————
BB         55——5B
               5B + BB
           ————————————
           55——2.5B + BB
                      BB ✠
           ————————————————
           55——2.5B + 2.BB.
```

```
5
B——
————————
5——B             5——B
   B——           B *
——————————————————————————
2.B——5.          5B——BB

55——2.5B ✠ BB
           BB——
————————————————
55——2.5B.
```

In Numeris. Sit data (ut superius) sũma laterum *A* + B seu 5.6, & B minus segmentum 2; erit maius 4, segmentorum differentia 2, eorum rectangulum 8, quadratum maioris 16, minoris 4, quadratorũ summa, eorundem differentia 12. Vt;

```
 2          6——2
 2 *        6——2
————————————————————
 4         36——12
               12 ✠ 4
           ————————————
           36——24 + 4
                    4 ✠
           ————————————
           36——24 + 8
            8 +
           ————————————
           44
           24——
           ————
           20.
```

```
6
2——
————————
6——2 = 4.        6——2
   2——           2 *
——————————————————————————
6——4 = 2.        12——4 = 8.

36——24 + 4
         4——
————————————
36——24
24——
————————————
12.
```

Ex

9 *Ex hisce veluti consectarium fluit æquatio.* Exemplum

1. Si detur differentia D, seu $2A - s$

erit hæc $2.A - s = D.$

& $A = \frac{s + D}{2}$

Eodem modo $s - 2.B = D,$

erit $B = \frac{s - D}{2}$

2. Si detur rectangulum R, seu $sA - AA$ vel $sB - BB$, erit

$sA - AA = R$

Vel $sB - BB = R$

3. Si detur summa quadratorum s. seu $ss - 2.sA + 2.AA$. vel $ss - 2.sB + BB$, erit

$sA - AA = \frac{ss - s}{2}$

vel

$sB - BB = \frac{ss - s}{2}$

4. Si detur quadratorum differentia D, seu $2.sA - ss$, vel $ss - sB$. erit $A = \frac{ss + D}{2.B}$

& $B = \frac{ss - D}{2.s}$

Exemplum 2.

10 *Sunt duæ magnitudines, quarum differentia est D, & maior ex ipsis statuitur A: quænam est altera? quænam ipsarum summa? quod sub ipsis rectangulum? quæ quadratorum summa? & eorundem differentia?*

Respondeo, minor erit $A - D$, ipsarum summa $2.A - D$, rectangulum $AA - DA$, quadratorum summa $2.AA - 2.DA + DD$, quadratorum differentia $2.DA - DD$, hoc modo:

$$\begin{array}{l} A \\ D - \\ \hline A - D \\ A + \\ \hline 2.A - D \end{array} \qquad \begin{array}{l} A - D \\ A * \\ \hline AA - DA. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A \\ A * \\ \hline AA. \end{array} \qquad \begin{array}{l} A - D \\ A - D * \\ \hline AA - AD \\ \quad AD + DD \\ \hline AA - 2.AD + DD \\ AA + \\ \hline 2.AA - 2.AD + DD \end{array} \qquad \begin{array}{l} AA - 2.AD + DD \\ AA - \\ \hline 2.AD - DD \end{array}$$

In Numeris. Sit A (ut supra) 4. partium, qualium D 2; erit minor magnitudo $4 - 2$, id est, 2, ipsarum summa $8 - 2$, id est, 6, sub ipsis rectangulum $16 - 8$, id est 8, summa quadratorum $32 - 16 + 4$ id est, 20, quadratorum differentia $16 - 4$, id est, 12. Ut:

$$\begin{array}{l} 4 \\ 2 - \\ \hline 4 - 2 \\ 4 + \\ \hline 8 - 2 = 6. \end{array} \qquad \begin{array}{l} 4 - 2 = 2. \\ \\ \\ \\ \end{array} \qquad \begin{array}{l} 4 - 2 \\ 4 * \\ \hline 16 - 8 = 8. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4 \\ 4 * \\ \hline 16 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 4 - 2 \\ 4 - 2 * \\ \hline 16 - 8 \\ \quad 8 + 4 \\ \hline 16 - 16 + 4 = 4. \\ 16 + \\ \hline 32 - 16 + 4 = 20. \end{array} \qquad \begin{array}{l} 16 - 16 + 4 = 4. \\ 16 - \\ \hline 16 - 4 = 12 \end{array}$$

11 *Si verò minus segmentum sit B, & laterum differentia D;*

Erit segmentum maius B — D, segmentorum summa 2. B — D, rectangulum sub ipsis BB + BD, quadratorum summa 2. BB + 2, BD + DD, & eorundem differentia 2. BD + DD. Vt:

B
D —
B — D
B +
B — D
B *
2.B — D
BB — BD.

B
B *
B — D
B — D *
BB.
BB — BD
BD + DD
BB — 2.BD + DD
BB +
BB — 2.BD + DD
BB —
2.BB — 2, BD + DD
2.BD + DD.

In Numeris. Si B. est 6, & D 4; erit sectio maior 6 — 4, id est, 2, sectionum summa 12 — 4, id est 8, sub sectionibus factum rectangulum 36 — 24, id est, 12, quadratum maioris 36, minoris 36 — 48 + 16, id est, 4, quadratorum summa 72 — 48 + 16, id est, 40, eorum differentia 48 — 16, id est, 32. Vt:

6
4 —
6 — 4 = 2.
6 +
6 — 4
6 *
12 — 4 = 8
36 — 24 = 12

6
6 *
6 — 4
6 — 4 *
36.
36 — 24
24 + 16
36 — 48 + 16 = 4.
36 +
36 — 48 + 16
36 —
72 — 48 + 16 = 40.
48 — 16 = 32

12 *Succedunt harum magnitudinum æquationes.*

Exemplum 1. si detur laterum summa S, seu 2. A — D, vel 2. B + D. erit

$$2.\,A - D = S$$

quare $$A = \frac{S + D}{2}$$

Sic si $$2.\,B + D = S.$$

erit $$B = S - D$$

2. Si detur rectangulum R, seu AA — DA, vel BB + BD. erit

$$AA - AD = R,\ \text{vel}$$

$$BB - BD = R.$$

3. Si detur quadratorum summa S, seu 2. AA — 2. DA + DD, vel 2. BB + 2. BD + DD, erit

$$AA - DA = \frac{S - DD}{2}$$

& $$BB + BD = \frac{S + DD}{2}$$

4. Si detur quadratorum differentia D, seu 2. DA — DD, vel 2. BD + DD. erit

$$A = \frac{D - DD}{2.D}$$

& $$B = \frac{D - DD}{2.D}$$

Exemplum 3.

13 *Sunt duæ magnitudines, quarum major ad minorem est in ratione C. ad D, & major ex ipsis ponitur A, quęnam est magnitudo altera, quæ ipsarum summa, & differentia, quod sub ipsis rectangulum, quæ quadratorum summa & eorundem differentia?*

Respon-

Respondeo, minor erit $\frac{DA}{C}$, multiplica enim majorem A per D, & factam DA divide per C, tum pro magnitudinum summa, duc majorem A in C & D, & factas CA & DA adde per signū affirmatum, summamq; CA + DA divide per C, & habebis magnitudinum summam quæsitam $\frac{CA + DA}{C}$; magnitudinum ergo differentia erit $\frac{CA - DA}{C}$. Vt habeas sub ipsis rectangulum, multiplica majorem A per minorem $\frac{DA}{C}$ & rectangulum emerget $\frac{DAA}{C}$. Quadratorum summā indagabis ita: multiplica in se tam maiorem $\frac{CA}{C}$, quàm minorem $\frac{DA}{C}$, factasque $\frac{CCAA}{CC}$ & $\frac{DDAA}{CC}$ per signum additionis in unam summam collige, eritq; $\frac{CCAA + DDAA}{CC}$, ergo quadratorum differentia erit $\frac{CCAA - DDAA}{CC}$. Vt:

A — D * C — A * D — A *

DA — C ÷ CA, DA — DA + CA — DA —

$\frac{DA}{C}$ $\frac{CA + DA}{C}$ ÷ $\frac{CA - DA}{C}$ ÷ $\frac{DA - A}{C}$ | $\frac{DAA}{C}$

$\frac{CA - CA}{C - C}$ | $\frac{CCAA}{CC}$ $\frac{DA - DA}{C - C}$ | $\frac{DDAA}{CC}$

$\frac{DDAA}{CC}$ ✠ . — .

$\frac{CCAA + DDAA}{CC}$ $\frac{CCAA - DDAA}{CC}$

14 *In Numeris.* Sit data magnitudo A 8, & ratio C ad D, 2 ad 1. Erit ergo C, 2, & D. 1. quæruntur, ut superius, singula? Resp. Multiplica maiorem 8 per 1, factumq; 8 divide per 2, numerum videlicet secundo datum, & quotus $\frac{8}{2}$, id est, 4 est minor. Secundò, ut habeas magnitudinum summam, duc maiorem 8, in 2 & 1, factasque 16 & 8 adde, & aggregatum 16 + 8, hoc est 24 divide per 2, & magnitudinum summa quæsita erit $\frac{16 + 8}{2}$, hoc est, 12, & earundem differentia $\frac{16 - 8}{2}$, hoc est. 4. Ad obtinendum sub ipsis rectangulum, multiplica numerum minorem, $\frac{8}{2}$, hoc est, 4, per maiorem 8, factumque est rectangulum $\frac{64}{2}$, hoc est: 32. Vltimo pro quadratorum summa duc tam maiorem $\frac{16}{2}$, hoc est, 8; quam minorem $\frac{8}{2}$, id est, 4 in se, factosque $\frac{256}{4}$, hoc est, 64, & $\frac{64}{4}$ id est, 16 adde, & quadratorū summa quæsita erit $\frac{256 + 64}{4}$, id est, 80. Ergo differentia quadratorum erit $\frac{256 - 64}{4}$, hoc est, 48. Vt:

8 — 1 * 8 — 2 * 8 — 1 *

8 — 2 ÷ 16 — 8 + 8 16 — 8 —

$\frac{8}{2}$ id est 4 $\frac{16 + 8}{2} = 24$ ÷ $\frac{16 - 8}{2} = 8$ ÷

$\frac{16 + 8}{2} = 12$ $\frac{16 - 8}{2} = 4$

$\frac{8 - 8}{2}$ | $\frac{64}{2} = 2$

$\frac{16}{2}$ —— $\frac{16}{2}$ | $\frac{256}{4} = 64$. $\frac{8}{2}$ —— $\frac{8}{2}$ | $\frac{64}{4} = 16$

$\frac{64}{4} = 16 +$. ——

$\frac{256}{4} + \frac{64}{4} = 80$ $\frac{256}{4}$ —— $\frac{64}{4} = 48$

11 *Si vero magnitudo minor ex ipſis data ſit B, & ratio minoris ad majorem D ad C,*

Erit maior BC multiplicetur enim magnitudo minor B per C, & facta BC dividatur per D.
Ita ſumma ma D gnitudinum erit BC + BD, nam multiplicetur B per C & D, & facta BC
& BD dividantur per D, & magni D tudinum erit differentia BC —— BD; ſubtra-
hatur enim BD à BC, & reliqua BC —— BD dividatur per D. Vt habeas D ſub ip-
ſis rectangulum BBC, multiplicabis maiorem BC per minorem B. Quadratorum ſumma
BBDD + BBCC D invenitur hoc modo: duc D majorem inventam BD & minorem
DD DD BC in ſe, & factas BBDD & BBCC adde per ſignum D affirmatum;
per negatum ver D ò, ut habeas DD DD quadratorum differentiam, BBDD
BBCC. Vt: DD
DD

B	C	D
C *	B *	B *

$\frac{BC}{D} \div$ BC BD $BD +$ BC BD ——

$\frac{BC}{D}$ $\frac{BC + BD}{D} \div$ $\frac{BC + BD}{D}$ $\frac{BC — BD}{D} \div$ $\frac{BC — BD}{D}$ $\frac{BC — B}{D}$ | $\frac{BBC}{D}$

$\frac{BD — BD}{D — D}$ | $\frac{BBDD}{DD}$ $\frac{BBCC}{DD}$ + . —— $\frac{BC — BC}{D — D}$ | $\frac{BBCC}{DD}$

$\frac{BBDD + BBCC}{DD}$ $\frac{BBDD — BBCC}{DD}$

12 *In Numeris. Sit data magnitudo minor B, 4, ratioque minoris D ad majorem C, ut 1 ad 2, ut D ſit 1, & C 2.*

Dico magnitudinem maiorem fore 8. ut ex multiplicatione 4 per 2, factique 8 per 1. diviſio-
ne conſtat. Magnitudinum ſumma erit 4 + 8, hoc eſt, 12: Multiplica enim 4 per 1 & 2, pro-
ductaſq; 4 & 8 divide per 1; eodem modo 1 differentia magnitudinum erit 8 —— 4, hoc
eſt, 4. Rectangulum 32, hoc eſt, 32 invenietur, ſi minorem 4 per maiorem 8 1 mul
tiplicaveris. Deni 1 que ſumma quadratorum ſc. 64 + 256, hoc eſt, 1 80 innote-
ſcit ſi maiorem 16 & minorem 8 in ſe duxeris, fa 4 4 ctaſq; 256, hoc eſt, 64,
& 64, hoc eſt, 2 16 addideris 2. Ita quadratorum differentia erit 64 4 256, id eſt,
4 48, per ſubductionem quadrati 64 à 256. Vt: 4 4
4 4

4	4	4
2 *	1 *	2 *

$\frac{8}{1} \div$ 4 8 + 8 8 4 —— 8

$\frac{8}{1} = 8.$ $\quad \frac{4 + 8 = 12}{1 \div}$ $\quad \frac{8 - 4 = 4}{1 \div}$

$\frac{4 + 8}{1} = 12.$ $\quad \frac{8 - 4}{1} = 4.$

$\frac{8 - 4}{1}$ | $\frac{32}{1} = 32.$

$\frac{8}{2} - \frac{8}{2}$ | $\frac{64}{4} = 16.$ $\quad \frac{16}{2} - \frac{16}{2}$ | $\frac{256}{4} = 64.$

$\frac{256}{4} = 64 + .$

$\frac{256}{4} + \frac{64}{4} = 80.$ $\quad \frac{256}{4} - \frac{64}{4} = 48$

13 *Harum magnitudinum numerationem excipit earundem Aequatio.*

Ergo 1. Si detur summa S, vel $\frac{CA + DA}{C}$ vel $\frac{BC + BD.}{D}$

Erit $\frac{CA + DA}{C} = S$

Et $\frac{BC + BD}{D} = S.$

Quare $A = \frac{SC}{C + D}$

Et $B = \frac{SD}{C + D}$

2. Si detur differentia D, vel $\frac{CA - dA}{C}$ vel $\frac{BC - Bd}{d}$ (D notat differentiam, & d rationis terminum.)

Erit $A = \frac{DC}{C - d}$

Et $B = \frac{Dd}{C - d}$

3. Si detur rectangulum R, vel $\frac{dAA}{C}$, seu $\frac{BBC}{d}$,

Erit $A = \sqrt{Q} \frac{RC}{d}$

Et $B = \sqrt{Q} \frac{Rd}{C}$

4. Si detur quadratorum summa S, vel $\frac{CCAA + ddAA}{CC}$, seu $\frac{BBdd + BBCC}{dd}$.

Erit $AA = \frac{SCC}{CC + dd}$

Et $BB = \frac{Sdd}{CC + dd}$

5. Si detur quadratorum differentia D, vel $\frac{CCAA - ddAA}{CC}$, seu $\frac{BBdd - BBCC}{dd}$;

Erit $AA = \frac{DCC}{CC - dd}$

Et $BB = \frac{Ddd}{CC - dd}$

14 Exemplum 4. *Sunt duę Magnitudines, quarum rectangulum est R : & major magnitudo ex ipsis datis est A, quænam est altera, quæ illarum summa, quæ differentia, quæ quadratorum summa, & eorundem differentia?* Re-

Respondeo; magnitudo minor erit $\frac{R}{A}$, diuide enim aream rectanguli sc. R. per longitudinem eius A, eritq; latitudo ejus quæsita $\frac{R}{A}$, quam adde ad longitudinem A, vel ad fractionem huic integro æquivalentem, videlicet $\frac{AA}{A}$, & habebis magnitudinū summā $\frac{AA + R}{A}$, erit ergo earūdem differentia $\frac{AA - R}{A}$ Iam multiplica magnitudinem majorem $\frac{AA}{A}$ & minorem $\frac{R}{A}$ in se, factasq; magnitudines $\frac{AAAA}{AA}$ & $\frac{RR}{AA}$ Collige in vnam summam, eritq; quadratorum summa: $\frac{AAAA + RR}{AA}$, & consequenter eorundē differentia: $\frac{AAAA - RR}{AA}$ Vt:

$$A = \frac{AA}{A}$$

$$\frac{R}{A} \div \qquad \frac{R}{A} + \qquad \frac{AA}{A} - \frac{AA}{A} \;\Big|\; \frac{AAAA}{AA} \qquad \frac{R}{A} - \frac{R}{A} \;\Big|\; \frac{RR}{AA}$$

$$\frac{RR}{AA} + $$

$$\frac{R}{A}. \quad \frac{AA + R}{A}. \quad \frac{AA - R}{A}. \qquad \frac{AAAA + RR}{AA} \quad \frac{AAAA - RR}{AA}$$

15 *In Numeris. Sit datum retangulum 32. & major numerus 8., quærenda sunt singula, vt supra?*

Dico numerum minorem esse $\frac{32}{8}$, hoc est, 4. ut patet ex diuisione 32. per 8. deinde addantur $\frac{64}{8}$, hoc est, 8 & $\frac{32}{8}$, hoc est, 4. eritq; numerorum summa quæsita $\frac{64 + 32}{8}$, id est, 12. & eorundem differentia $\frac{64 - 32}{8}$, id est, 4. Tertio multiplicentur & major $\frac{64}{8}$ & minor $\frac{32}{8}$ in se, factique $\frac{4096}{64}$, hoc est, 64. & $\frac{1024}{64}$ id est, 16. addantur, & summa quadratorum emerget $\frac{4096 + 1024}{64}$ hoc est, 80. & per consequens eorundem differentia $\frac{4096 - 1024}{64}$, id est, 48. Vt:

$$\frac{32}{8} \div \qquad \frac{64}{8} \qquad \frac{32}{8} +$$

$$\frac{32}{8} = 4. \qquad \frac{64 + 32}{8} = 12. \qquad \frac{64 - 32}{8} = 4.$$

$$\frac{64}{8} - \frac{64}{8} \;\Big|\; \frac{4096}{64} = 64 \qquad \frac{32}{8} - \frac{32}{8} \;\Big|\; \frac{1024}{64} = 16$$

$$\frac{1024}{64} = 16 +$$

$$\frac{4096 + 1024}{64} = 80. \qquad \frac{4096 - 1024}{64} = 48.$$

16 *Si verò rectangulum, ut ante, sit R, & magnitudo minor B,*

Erit major $\frac{R}{B}$, ut ex divisione R per B constat. Vt habeas magnitudinum summam $\frac{BB + R}{B}$, adde majorem $\frac{R}{B}$ minori B, seu in fractione $\frac{BB}{B}$, eritq; earumdem differentia $\frac{BB - R}{B}$. præterea duc majorem $\frac{R}{B}$ & minorē $\frac{BB}{B}$ in se, factasq; $\frac{RR}{BB}$ & $\frac{BBBB}{BB}$ adde, ut summa quadratorū sit $\frac{BBBB + RR}{BB}$ & eorundē differentia $\frac{BBBB - RR}{BB}$. Vt:

$$B = \frac{BB}{B}$$

$$\frac{R}{B} \div \qquad \frac{R}{B} +$$

$$\frac{R}{B} \qquad \frac{BB + R}{B} \qquad \frac{BB - R}{B}$$

$$\frac{BB}{B} - \frac{BB}{B} \;\Big|\; \frac{BBBB}{BB} \qquad \frac{R}{B} - \frac{R}{B} \;\Big|\; \frac{RR}{BB}$$

$$\frac{RR}{BB} +$$

$$\frac{BBBB + RR}{BB} \qquad \frac{BBBB - RR}{BB}$$

In Numeris. Sit datum (vt supra) rectangulum 32, & numerus minor 4.

17 Erit major $\frac{32}{4}$, hoc est, 8., ut liquet ex divisione rectanguli per minimum latus. Deinde adde majorē $\frac{32}{4}$ hoc est, 8 minori $\frac{16}{4}$, id est, 4. & habebis numerorum summam $\frac{32 + 16}{4}$ hoc est, 12. erit idcirco eorūdē differentia $\frac{32 - 16}{4}$, id est, 4. Cęterùm multiplica quadratè tàm majorem $\frac{32}{4}$ quàm minorem $\frac{16}{4}$ & factos $\frac{1024}{16}$ & $\frac{256}{16}$, hoc est, 64. & 16. adde,

adde, ut summa quadratorum sit $\frac{1024}{16} + \frac{256}{16}$ hoc est, 80., & eorundem differentia $\frac{1024}{16} - \frac{256}{16}$ id est, 48. ut ex hoc calculo liquet.

$$\frac{32}{4} = 8$$

$$\frac{32}{4} \div \qquad \frac{16}{4} = 4 + -$$

$$\frac{32}{4} = 8. \qquad \frac{32 + 16}{4} = 12. \qquad \frac{32 - 16}{4} = 4.$$

$$\frac{32}{4} - \frac{32}{4} \;\Big|\; \frac{1024}{16} = 64. \qquad \frac{16}{4} - \frac{16}{4} \;\Big|\; \frac{256}{16} = 16$$

$$\frac{256}{16} = 16 + -$$

$$\frac{1024 + 256}{16} = 80 \qquad \frac{1024 - 256}{16} = 48.$$

18 *Sequuntur Aequationes horum problematum.*

Si detur summa S, seu $\frac{AA + R}{A}$ vel $\frac{R + BB}{B}$,

Erit $\frac{AA + R}{A} = S.$ | Vel $\frac{R + BB}{B} = S.$

Quare $SA - AA = R$ Et $SB - BB = R.$

2. Si detur differentia D, seu $\frac{AA - R}{A}$ vel $\frac{R - BB}{B}$,

Erit $AA - DA = R.$ Et $BB + DB = R.$

3. Si detur quadratorum summa S, vel $\frac{AAAA + RR}{AA}$ vel $\frac{RR + BBBB}{BB}$.

Erit $SAA - AAAA = RR.$ Et $SBB - BBBB = RR.$

4. Si detur Differentia quadratorum D, seu $\frac{AAAA - RR}{AA}$ vel $\frac{RR - BBBB}{BB}$

Erit $AAAA - DAA = RR.$ Et $BBBB - DBB = RR.$

19 Exemp. 5. *Data media trium rectarum linearum proportionalium, & extremarum differentia, inquirere extremam minorem. Vt sit data media C., sitq; D. data.* Extremarum differentia, esto minor extrema B. propterea major erit $B + D$, & rectangulum, sub his $BB + BD$, & quoniam per propos. 17. lib. 6. Euclidis, in datis tribus proportionalibus factum sub extremis æquatur quadrato mediæ, erit $BB + BD$ rectangulum factum ab extremis B & $B + D$ æquale CC quadrato mediæ, quod erat propositum. Vt:

Exemplum 6.

20 *Data media trium proportionalium, & differentia inter extremas, inquirere extremam majorem.*

$$B - C - B + D$$
$$C * \quad B *$$
$$CC = BB + BD.$$

Ex gr. sit major extrema C eritq; minor $C - A$, (vt ex sub ductione liquet) rectangulum sub C & $C - A$ est $CC - CA$, eritq; ob superius citatã ratione æquatio inter $CC - CA$ & BB; Vt:

21 Exemplum 7.

Data media trium proportionalium, & earũdem summa, inquirere alterutrã extremarũ.

$$C$$
$$A -$$
$$C - A \qquad B$$
$$C * \qquad B *$$
$$CC - CA = BB$$

Ex. gr. sit data media B, & extremarum summa sit C, indaganda est alterutra extremarum? Extrema minor esto A, eritq; extrema major $C - A$, idpropter erit æquatio inter $CA - AA$ & BB. Viciſſim, sit major extrema A, erit minor extrema $C - A$, & æquatio, ut modo dictũ, erit inter $CA - AA$ & BB. Quapropter A enuntiari potest tam de minori quam de majori extremarum: Duplex enim hæc æquatio habet latus, cùm ambigua sit. Vt:

$$C$$
$$A -$$
$$C - A \qquad B$$
$$A * \qquad B *$$
$$CC - AA = BB.$$

22 Ex. 8. *Data prima & summa ex sec. & quarta ex quatuor cōtinue proportionalibus, indagare secundam.*

Ex gr. sit secunda data *B*, eritq; propterea quarta *D* — *B*, at verò cubus è secunda æquatur solido sub quadrato primæ, & quartæ: sunt enim hi termini ita proportionales, vt sit quadratum primæ ad quadratum secundæ, ita secunda ad quartam: quapropter multiplicetur *A A* videlicet quadratū primę in *D* — *B* quartam, & fiet solidum AAD — AAB atq; ita cubus BBB ex secunda B æquabit solidum *AAD* — *AAB*, & per antithesin fiet æquatio inter *BBB* + AAB & *AA* D quæ desiderabatur. Vt:

A   *B*   *D* — *B*
A *   *B* *   *AA* *

AA   *BB*   *AAD* — *AAB*
B *

BBB = *AAD* --- *AAB*
AAB +   *AAB* +

BBB + *AAB* = AAD.

23 Ex 9. *Data prima inter extremas minore, & differentia inter secundam & quartā e quatuor continue proportionalibus, indagare secundam.*

Sit data *A* prima minor inter extremas, & differentia inter secundam & quartam sit *D*, inquirenda est secunda? secunda sit *B*, erit quarta B + D & quia solido facto sub quadrato primæ, & quarta æquat cubum ex secunda, multiplicabimus *A*A nempe quadratum primę in *B* + D, videlicet quartā, fiet solidum *AA*B + AAD, quod æquat cubus BB*B* ex secunda *B*, & per antithesin fiet ęquatio inter *B*BB — *AA* B & *AA*D. Vt:

A — B — — — B + D
A *   B *   *A*A *

AA   BB   *AA*B + AAD
B *

BBB — A*A*B + *AAD*
A·*AB* —   *AA*B —

BBB — A*AB* = *AA*D

24 Ex. 10. *Data prima inter extremas majore, & differētia inter secundā & quartam è quatuor continuè proportionalibus, indagare secundam.*

Sit data prima major A inter extremas, differētia verò inter secundam & quartā sit D, inquirenda est secunda? Sit autem ipsa secunda B, ergo quarta erit *B* — D, & quia cubus secundæ sc. *B*BB æquat solidum AAB — *AA*D factum sub quadrato AA primę *A* & quarta *B* — D, multiplicabimus *A*A in B — *D*, & solidum AAB — *AA*D æquabitur Cubo *BBB* è secunda *B*. & per antithesin erit æquatio inter *A*AB — BBB & AAD Vt:

A — B —   — B — D
A *   B *   *AA* *

AA   BB   AAB — AA*D*
B *

BBB = *AA*B — AAD
*A*AB —   AAB —

AAB — BBB = AAD.

25 Ex. 11. *Data prima minore inter extremas, & differentia inter secundā & quartā è quatuor continuè proportionalibus, indagare differentiam inter primā, & quartā.*

Data sitè serię quatuor continuè proportionalium prima A illaq; sit inter extremas minor. Differentia verò secundæ, & quartæ sit *C*, inquirenda sit differentia inter primam, & tertiam? Quęsita differentia ponatur B, ergo tertia erit B + A, est autem ut B ad *C*, ita A ad AC/B ergo AC/B erit ipsa secunda, cum sit, ut differentia inter primam, & tertiam, ad differentiam inter secundam, & quartam, ita prima ad secundam. Atq; parallelogrammum sub prima & tertia ęquatur quadrato è secunda; sequitur AB + AA parallelogrammum sub prima, & tertia æquale esse AA—CC/BB, puta quadrato secundæ: omnia autem multiplicanda sunt per BB & in A dividenda. Vt existat ęquatio inter BBB + ABB & ACC, hoc autem est, quod impesabatur. Vt:

B — C — *A*
C *
AC
B ÷
AC/*B* — *AC*/B

B + A
A *

AACC/BB = AB + AA

BBB + ABB = ACC

26 Exemp. 12 *Data prima & summa ex secunda & quarta in serie quatuor continuè proportionalium, indagare summam ex prima & tertia.*

Data sit prima D major, seu minor inter extremas, sitq; summa ex secunda & quarta C in serie quatuor continuè proportionalium, inquirenda est summa ex prima & tertia? sit summa quæsita B, ergo tertia erit B —— D, est vero ut B ad C, ita D ad $\frac{CD}{B}$ quartam proportionalem, quæ est secunda, quia est, ut summa ex prima & tertia ad summam ex secunda & quarta, ita prima ad secundam: parallelogrammum autem sub prima & tertia æquat quadratum ex secunda, ut propterea futura sit equatio inter, BD —— DD & $\frac{CCDD}{BB}$, parallelogrammum, videlicet sub prima D & tertia B —— D, id est, BD —— DD æqualeerit quadrato ex secunda $\frac{CD}{B}$, hoc est, $\frac{CCDD}{BB}$. Hęc omnia multiplicentur per BB & diuidantur per D, & fiet æquatio quæsita inter BBB —— DBB & DCC. Vt

B —— C —— D

DC*

27 Exemp. 13 *Data prima inter extremas majore, & differentia secundæ & quartæ in serie quatuor continuè proportionalium, indagare differentiam secundæ, & quartę.*

CD

B ÷

CD —— CD | CCDD

B —— B | BB —— BD —— DD

BBB —— DDD —— DCC

B —— D

D *

Data sit C prima in serie quatuor continuè proportionaliũ, eademq; major inter extremas, differentia secundæ, & quartę sit B, invenienda est differentia secundæ & quartę? Quæsita differentia, sit A, erit id propter tertia C —— A. Vt autem est A ad B, sic est C ad $\frac{BC}{A}$ secundum, cùm sit ut differentia primæ & tertię ad differentiam secundæ & quartæ, ita prima ad secundam; at vero parallelogrammum sub prima & tertia æquatur quadrato secundæ, ergo erit æquatio inter $\frac{BBCC}{AA}$ & CC —— CA, omnia multiplicentur per AA & dividantur per C, ut fit æquatio inter CAA —— AAA & CBB. Vt

A —— B —— C

B*

BC

A ÷

BC —— BC

A —— A | BBCC —— CC —— CA

AA

CAA —— AAA —— CBB

C —— A

C *

28 Exemplum 14 *Datum numerum dividere in duas partes, quę datam habeant differentiam.*

Ex gr. sit numerus dividendus 24., & differentia diuisarum partium sit etiam data 7. Esto numeri minor pars 1. A, erit major 1. A + 7., ratio est, quia una pars alteram debet superare intervallo 7., vtiq; requiritur, ut si una pars sit 1. A, altera sit 1. A + 7 nunc despiciendum, qua ratione cum hisce numeris inventis sit procedendum iuxta quæstionis propositæ legem; constat autem ex axiomate Euclideo, omnes partes simul acceptas æquales esse toti, cum itaq; totum sit 24, necesse est harum partium aggregatum 2. A + 7. æquari 24. & ita æqualitatem invenimus, sc. 2. A + 7 —— 24. Vt

24 —— 7

1. A minor.

7 +

1. A + 7 major

1. A +

2. A + 7 —— 24.

29 Exemplum 15. *Datum latus ita secare, ut rectangulum sub segmentis ad quadratum unius segmenti, datam habeat rationem.*

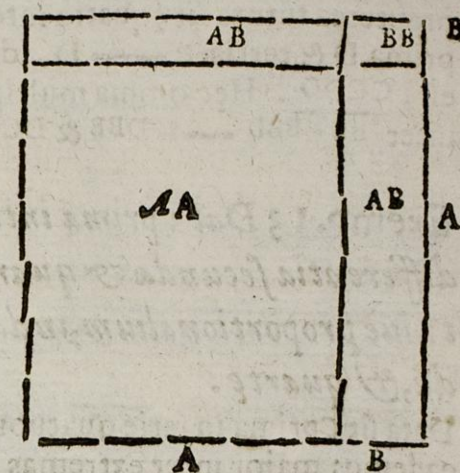
Ex. gr. Sit datum latus A + B secandum ita, ut rectangulum A B sub segmentis A & B ad quadratum AA vnius segmenti A datam habeat rationem, qua ex. gr. est R ad P. Cùm segmentũ, ad cujus quadratum debet rectangulum habere datam rationem est A B, ergo segmentum alterum necessario concludetur esse A + B —— A, id est B 4, quoniam autem rectangulum AB 24 sub his segmentis A 6 & B. 4. debet habere rationem, ut R. 2. ad P. 3., ad quadratum unius segmenti, propterea debet fieri illud rectangulum, quod erit A B 24. et quadratum unius segmenti est AA, 36., alterutrum enim segmentorum assumi potest, ac proinde erit, ut R 2. ad P. 3, ita AB 24 ad AA 36. Cùm autem sint quatuor magnitudines proportionales, et facta à medijs æquetur factæ ab extremis, erit quęsita æquatio inter R 2 in AA 36 hoc est, R AA 72 & P. 3 in AB 24, hoc est P A B 72. Vt:

A A 6 6
B * A * 4* 6*

R — P — AB — AA 2 — 3 — 24 — 36
AB * R * 24 * 2 *

PAB ═ RAA ═ 72 ═ 72

30 **Exemplum 16.** *Dato extremo ex tribus lateribus continuè proportionalibus, & summa ex secundo, et tertio, discernerè latera singula.*



Ex. gr. sit datum extremum primum latus *A* 2 summa vero reliquorum sit B. 12. secundum latus esto *C* 4, erit propterea tertium B — *C* 8. Constat autē rectangulū sub extremis *A* 2 & B — C 8, quod est *A*B — *A*C 16, æquale esse quadrato CC 16 medij C. 4., proinde ęquatio erit inter CC 16 & AB — AC 16., quæ quęrebantur. Vt:

A. C. B — C
2. 4. 8
B
12

A — B — C   2 — 12 — 4
C —   4 —

A — C — B — C   2 — 4 — 8
C * A *   4* 2 *

CC ═ *A*B — AC ═ 16 ═ 16.

31 **Exemplum 17** *Sint duæ magnitudines datæ, quarum prima est* 3. *A* + 6. B. — 2. C + 8. D. — 7 E, *altera* 1. *A* — 3 B + 7 C — 9 D + 6 E, *quęritur, cui magnitudini hæ duæ æquentur?*

Respondeo per additionem, 4. *A* + 3 B + 5 C — 1 *D* — 2. E, hoc modo:

3. A + 6. B — 2. C + 8 *D* — 7 *E*
1. A — 3 B + 7 C — 9. D + 5. *E* +

4. A + 3. B + 5. C — 1. *D* — 2. E ═ 3. A + 6 B — 2. C + 8. D — 7. *E* + 1. *A* — 3. B + 7. C — 9. *D* + 5. *E*

In numeris. Sit et valeat *A* 10., B 8., C 6., *D* 4., et E 2., quæritur, cui magnitudini æquentur singulę datæ, & cui datarum summa? ℞. 3. *A* + 6. B — 2. *C* + 8. D — 7. *E* ęquabitur 30 + 48 — 12 + 32 — 14; sic 1. *A* — 3 B + 7. C — 9. D + 5. E hisce 10 — 24 + 42 — 36 + 10., ut iex multiplicatione singularum datarum per quemlibet valorem satis superq; manifestum est. Ex. gr.

3. A + 6. B — 2. C + 8. D — 7 *E*   1. *A* — 3. B + 7. *C* — 9. *D* + 5. *E*
20 8 6 4 2 *   10 8 6 4 2 *

30 + 48 — 12 + 32 — 14   10 — 24 + 42 — 36 + 10.

Datarum autem magnitudinum aggregato sc. 4. *A* + 3. B + 5. C — 1. *D* — 2. *E* respondebit 40. + 24 + 30 — 4 — 4, id est, per redutionem cap. 4. lib. 1. traditam 94 + 8, id est, 86. *Vt*

30 + 48 — 12 + 32 — 14
10 — 24 + 42 — 36 + 10 +

40 + 24 + 30 — 4 — ═ 94 + 8 ═ 86.

24   4 +
30 +   8
94
8 —
86

Vel

Vel etiam hoc modo: Dicendo 30 + 48 — 12 + 32 — 14 æquantur 110 — 26, id est, 84, & 10 — 24 + 42 — 36 + 10 æquantur 62 — 6, hoc est, 2. Addita ergo 84 & 2, constituunt, ut ante 86. Vt:

30 + 48 — 12 + 32 — 14
48
32 +
110
26 —
84.

14 +
26

10 — 24 + 42 — 36 + 10
42
10 +
62
60 —
2.

24 +
60

Itaq; 3. A + 6. B — 2. C + 8. D — 7. E æquantur 84, & 1. A — 3. B + 7. C — 9. D + 5. E æqualia sunt 2. sic deniq. 4. A + 3. B + 5. C — 1. D — 2. E æquantur 86. duarum sc. propositarum magnitudinum summæ prout voluit quæstio. Vt:

3 A + 6. B — 2. C + 8. D — 7. E = 30 + 48 — 12 + 32 — 14 = 110 — 26 = 84.
1. A — 3. B + 7. C — 9. D + 5. E — 10 — 24 + 42 — 36 + 10 = 62 — 6 = 2.

4. A + 3. B + 5. C — 1. D — 2. E = 40. + 24 + 30 — 4 — 4 = 94 — 8 = 86.

32 Exemplum 18 *Linea, si utcunq; in duas partes divisa, in alterutrum suum segmentum ducatur: parallelogrammum illud duplicatum cum quadrato alterius segmenti æquabitur quadratis lineæ totius & segmenti multiplicantis.*

Hoc est, si tota linea (S) æquatur ejus partibus (A + B) tum duplex parallelogrammum ex tota & majori parte (2. SA) cum quadrato minoris partis (BB) æquale erit quadrato totius (SS) & quadrato majoris partis (AA). Item duplex rectangulum ex tota & parte minori (2. SB.) cum quadrato majoris partis (AA) æquabitur quadrato totius (SS) & quadrato minoris partis (BB). Vt:

33 *In Numeris.* Sit tota linea A + B 6 & segmentũ majus A 4; minus B ergo erit 2. dico, si tota linea 6. æquatur suis partibus 4 & 2; æquabitur etiam duplex rectangulum ex tota & segmento majori factum, cum quadrato minoris (48 + 4) quadrato totius cum quadrato majoris (36 + 16) sicuti & duplex rectangulum ex tota & segmento minori cum quadrato majoris (24 + 16) ipsi quadrato totius cum quadrato minoris (36 + 4) Vt.

S B S A
A * B * S * A *
SA BB SS AA

2 *
2. SA + BB = SS + AA.

Item

S A S B
B * A * S * B *
SB + AA = SS + BB

Ergo

S = A + B.
2. S A + BB = SS + AA
2. SB + AA = SS + BB.

6 = 4 + 2
48 + 4 = 36 + 16 hoc est.
4 + 16 +
52 = 52. Et
24 + 16 = 36. + 4. hoc est,
16 + 4 +
40 = 40

Hoc ipsum paulo aliter hoc modo demonstrabitur:

6
2 *
SB 12 6
2 *
24 SS. 36
AA. 16 * BB 4 *
40 = 40.

6
4 *
SA. 24 6
2 * 6 *
48 SS. 36
BB 4 * AA. 16 *
52 = 52.

34 Exemplum 19 *Si linea in duas partes dividatur, & secus; quadratum bisectionis minus parallelogrammo sub segmentis inæqualibus descripto, æquale est quadrato inter segmenti, sive semi differentiæ segmentorum.*

Ll 2 Hoc

Hoc eſt, ſi tota linea (S) ſit æqualis ejus ſegmentis (A + B) erit quarta pars quadrati ſummæ laterum ($\frac{1}{4}$ SS) minus parallelogrammo ſub lateris ſegmentis (AB) æqualis dimidiæ lineę ($\frac{1}{2}$ S) minus dimidio ſegmenti minoris (B) ſive quartæ parti quadrati differentiæ ($\frac{1}{4}$ DD) Vt:

S —— A + B   A
S *   B ——

SS/4 ÷   A   A — B —— D
B *   D *

SS/4   AB.   DD/4 ÷
AB ——   S/2 ÷   B/2 ÷

SS/4 — AB —— S/2   B/2 ——   DD/4

Ergo.

S —— A + B
$\frac{1}{4}$ SS — AB —— $\frac{1}{2}$ S — B —— $\frac{1}{4}$ DD

35 *In Numeris.* Sit data ſmma laterum A + B ſeu S partium 12, quarum A ſit 8 & B 4; erit 12 æquale 8 + 4, dico $\frac{1}{4}$ quadrati ſummæ laterum (36) minus rectangulo AB 32; æquari 6, id eſt, $\frac{1}{2}$ totius lineę S, minus, hoc eſt, $\frac{1}{2}$ ſegmenti minoris B, & hęc æqualia 2 eſſe, ipſis 4, id eſt $\frac{1}{4}$ quadrati differentiæ laterum (DD) Vt

12 —— 8 + 4.   8
12 *   4 ——

24   D. 4
24   4 *

SS 144/4 ÷   8/4 *   12/2 ÷   4/2 ÷   DD. 16/4 ÷

36 — 32 —— 6 — 2 —— 4
$\frac{1}{4}$ SS   AB $\frac{1}{2}$ S $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{4}$ DD

36 *Exemplum 20 Si recta linea extrema ac media ratione ſecetur, quadratum ſegmenti majoris aſſumentis dimidium totius, determinare quanto ſit majus quadrato totius dimidij.*

Sit data recta linea A, quæ ſecta ſit extrema ac media ratione, ſitq; in ea ſegmentũ majus B, minus verò A — B. Cum autem tota linea ſit A, dimidia erit $\frac{A}{2}$ ſeu C, & quoniam ſegmentum maius erat B, propterea ſegmentum majus B aſſumens dimidium totius erit B + C, quod ergo inquirendum, eſt quantitas exceſſus quadrati ex B + C ſupra quadratum ex C. Quoniam ergo A ſecta ſtatuitur extrema ac media ratione, erit rectangulum ſub tota A & ſegmento minori B — B æquale quadrato majoris ſegmenti; ſed rectangulum ſub tota & ſegmeuto minori eſt AA — AB, & quadratum majoris ſegmenti B eſt BB. Ergo AA — AB æquabitur BB; at vero quadratum ex B + C eſt BB + 2 B C + CC, huic dematur AA — AB et loco ipſius BB ſubſtituatur id, quod ipſum ęquat, nimirum AA — AB, & fiet aggregatum 5. BB. Itaq; BB + 2. BC + CC nempe quadratum ex B + C æquabit 5. BB. Itaq; quadratum ex B + C quintuplum eſt quadrati, quod linquirendum. *Vt* :

B + C   A
B + C *   B ——

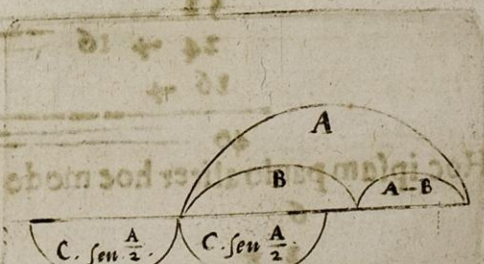
BB + BC   A —— B
BC + CC   A *

BB + 2. BC + CC   AA —— AB
AA —— AB ——

5. CC —— BB + 2. BC + CC

ergo

CC. quintuplum BB + 2. BC + CB



37 Exemplum 21. *Si recta linea partis ipſius quintuplum, poſſit, duplex dictæ partis extrema ac media ratione ſecta, quæritur an majus ſegmentum sectę ſit reliqua pars eius, quæ à principio rectæ lineæ.*

Sit recta quædam linea conſtans ex ſegmentis C & B, quod poſsit quintuplum ſegmenti C, cujus du-

duplum prĕsupponatur esse A, quæ secta sit extrema ac media ratione: inquirendum est, verum segmentum maius sit B, videlicet reliquum segmentum, quod à principio rectæ lineæ. Quoniã ergo ipsius A segmentnm unum est B, erit reliquum A — B, sed A esse lineam majorem ipsa B ex sequentibus planum erit. Cùm vero ex C + B quadratum ponatur quintuplum quadrati ex C, proinde BB + 2. BC + CC æquabitur 5. CC, utrinque ablato CC, & ita BB + 2. BC æquabitur 4. CC, utrinq; tollatur 2. BC, & remanebit ęquatio inter BB & 4 CC — 2. BC, quæ ęquatio revocetur ad analogismum, ut sit proportio talis: A — B. B & 2. C. Proinde 2. C secta est extrema ac media ratione, & majus segmentum est B, cum sit medium proportionale inter totam A, & segmentum minus A — B, quod inquirebatur. Vt:

a	b + c
b —	b + c *
a — b	bb + bc
a *	bc + cc
aa — ab	bb + 2. bc + cc quintuplum ipsius cc.
	5 *

bb + 2. bc + cc	5. cc.
cc —	cc —
bb + 2. bc	4. cc.
2, bc —	2. bc —
bb	4. cc — 2. bc

38 Cum hęc æquationis inventio sit omnium partium Algebræ difficillima ex supra allatis causis, nõ inutile existimavi, si eam theorematibus *Euclidæis* illustrem: tum ut dicta pars cuivis minus obscurior fiat; tùm etiam, ut nova plane & facillima in declarandis & demonstrandis theorematibus & propositionibus *Euclidæis* via & methodus aperiatur, qua, tanquam ianua *Euclidis* reserata usus, facillimè & vix sine ullo labore quodvis etiam ejus problema à te explicari & solvi posse credas. Aggredimur autem librum 2 *Elem* & nonnullas propositiones, quæ illustriores videbuntur in *Elem*, lib. 1. 3. & 6. *Agit autem Euclides*, hoc citato libro secundo *Elem. de potentijs linearum rectarum*, ubi explicat & inquirit, quanta sint & quadrata segmentorũ cujusvis lineæ rectæ in aliquot segmenta sectę, insuper etiam parallelogramma rectangula sub ejusdem lineæ sectæ segmentis comprehensa, tam inter se, quàm comparata cum quadrato totius lineæ, &c. Ad quæ demonstranda præmittit illis theorematibus duas definitiones, quarum prima est hæc:

39 *Omne parallelogrammum rectangulum contineri dicitur sub rectis duabus lineis, quæ rectum comprehendunt angulum.*

In hac definitione explicat hęc tria:

40 1. Quid sit parallelogrammum rectangulum, sc. cujus omnes anguli sunt recti. 2. sub quibus rectis lineis contineatur illud parallelogrammum rectangulum, & 3. quid sit, parallelogrammum sub duabus illis rectis lineis contineri. De quibus egi lib. 1. huius, qui plura volet, consulat Ioh. *Regiomontanum* de triangulis lib. 1. prop. 16. Sequitur definitio altera.

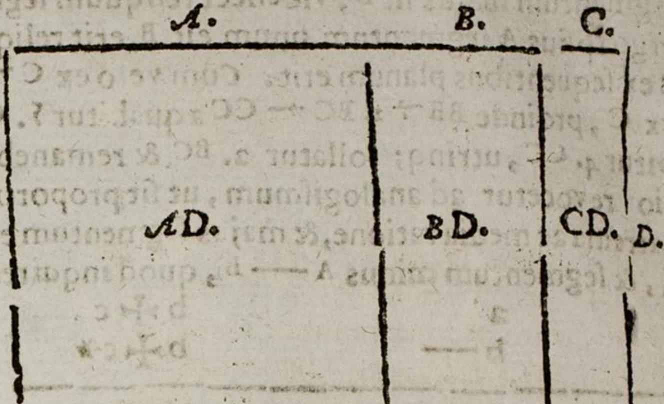
41 2. *In omni parallelogrammo spatio, unum quodlibet eorum, quæ circa diametrum illius sunt, parallelogrammorum, cum duobus complementis, Gnomon vocetur.*

42 *In hac exponit gnomonem*, quid sit, de quo supra lib. 1. hujus aliquid diximus, ut huic explicationi hic supersedere possimus; succedunt nunc theoremata 12. verè nobilissima: Ex hisce enim petuntur demonstrationes Regularum *Algebrę* mirabiles, item quo modo inter se addantur, subducantur, multiplicentur & dividantur latera surda, item qua ratione magnitudinũ quadratarum latera investigentur, deniq; qua via superficies seu areæ triangulorum cognoscantur, & ex qua cognitione rursus omnium magnitudinum dimensio originem suam trahat. Quæ omnia qualia & quanta sint, partim in precedentibus vidimus, partim in sequentibus videbimus. Est autem tale theorema 1.

43 *Si duæ fuerint rectæ lineæ, seceturq; ipsarum altera in quotcunq; segmenta: Rectangulum comprehensum sub illis duabus rectis lineis, ęquale est eis, quæ sub*

insecta

insecta, & quolibet segmentorum comprehenduntur, rectangulis.



Sint duæ rectæ D & A + B + C secta utcumque in partes A, B & C, dico rectangulum sub A + B + C & D comprehensum æquari omnibus rectangulis simul sumptis, quæ sub linea indivisa D, & quolibet segmento comprehenduntur, sc. rectangulo sub A et D; item sub B & D; & sub C & D, comprehenso. Vt ex multiplicatione segmentorum constat.

A + B + C   A   B   C
D *   D   D   D*

AD + BD + CD ═ AD + BD + CD.

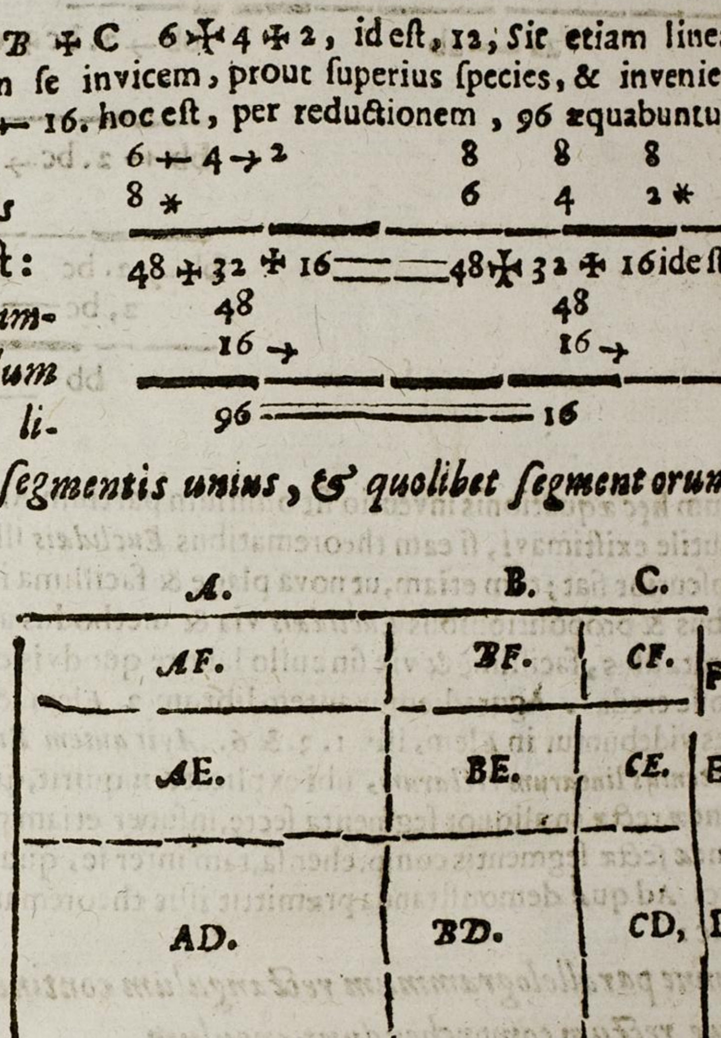
In numeris. Sit A 6, B 4 et C 2, erit A + B + C 6 + 4 + 2, id est, 12, Sit etiam linea indivisa D 8. multiplica hosce numeros in se invicem, prout superius species, & invenies
44 48 + 32 + 16. æqualia hisce 48 + 32 + 16. hoc est, per reductionem, 96 æquabuntur 96. Vt:

6 + 4 + 2   8   8   8
8 *   6   4   2*

48 + 32 + 16 ═ 48 + 32 + 16 id est,
48   48
16 +   16 +

96 ═ 16

Proponit hic *Federicus Commandinus* duo alia theoremata, quorũ primũ est:
45 *Si fuerint duæ rectæ lineæ, secenturq; ambæ in quotcunq; segmenta: Rectangulum comprehensum sub illis duabus rectis lineis, æquale est eis, quæ sub singulis segmentis unius, & quolibet segmentorum alterius continentur rectangulis.*



Sint duæ rectæ A + B + C & D + E + F rectũ angulũ AD continentes, quæ secentur in partes A, B, C, D, E, F, dico rectangulum sub rectis A + B + C & D + E + F comprehensum æquale esse rectãgulis, quæ sub A & D, A, & E, A, & F, B & D, B & E, B & F, C & D, C & E, C & F, continentur. Vt ex multiplicatione segmentorum, liquet. Vt

A + B + C
D + E + F *

AD + BD + CD
    AE + BE + CE   A   B   A   C   B   A   C   B   C
      AF + BF + CF.   D   D   E   D   E   F   E   F   F*

AD + BD + AE + CD + BE + AF + CE + BF + CF ═ AD + BD + AE + CD + BE + AF + CE + BF + CF.

In numeris. Sit A 2, B 4, C 6, D 4, E 2, & F 1. Erit rectangulum sub ipsis duabus lineis 8 + 20
46 + 34 + 16 + 6 æquale omnibus rectangulis sub laterum segmentis descriptis, videlicet 8 + 4 + 2 + 16 + 8 + 4 + 24 + 12 + 6, quæ æquantur 84. Vt:

2 × 4 × 6 ═ 12
4 × 2 × 1 * ═ 7*

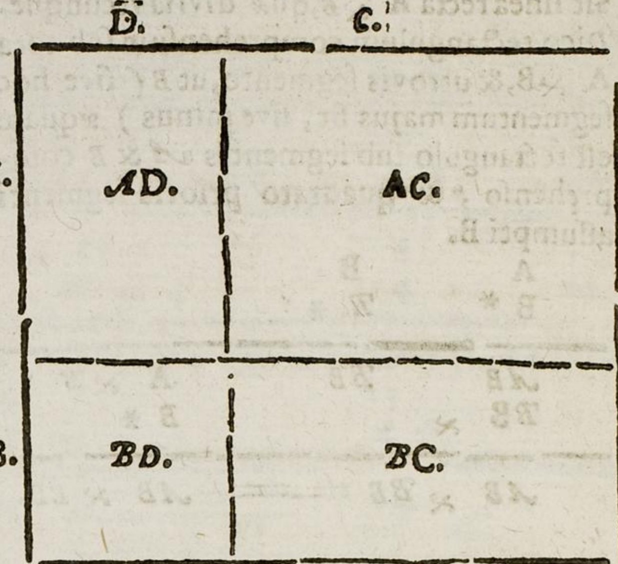
8 × 16 × 24   84.
  4 × 8 × 12   4   2   2   4   4   4   6   6   6
    2 × 4 × 6   2   2   1   4   2   1   4   2   1*

8 × 20 × 34 × 16 × 6 ═ 84 ═ 8 × 4 × 2 × 16 × 8 × 4 × 24 × 16 × 6 ═ 84

Theorema *Commandini* secundum est hujusmodi:

Si

47 *Si sint duæ rectæ lineæ, secenturq; ambæ utcunq; Rectangulum comprehensum sub illis duabus rectis lineis, una cum rectangulo sub una parte unius, & una parte alterius comprehenso, æquale est eis, quę sub totis lineis & dictis partibus mutuo continentur, rectangulis, una cum rectangulo sub reliquis partibus comprehenso.*



Sint duæ rectæ D ϰ C & A ϰ B, quæ habent angulum rectum A D, & secta sunt utcunq;. Dico rectangulum comprehensum sub D ϰ C & A ϰ B, vna cum rectangulo comprehenso sub partibus A ϰ D, ęquari rectangulis contentis sub D ϰ C & A, sicuti & A ϰ B & D; una cum rectangulo sub C & B comprehenso. Vt:

A ϰ B
C ϰ D *

AC ϰ BC   A   C ϰ D   A ϰ B   B
AD ϰ BD   D *   A *   D *   C*

AC ϰ BC ϰ AD ϰ BD ϰ AD ═══ AC ϰ AD ϰ AD ϰ BD ϰ BC:

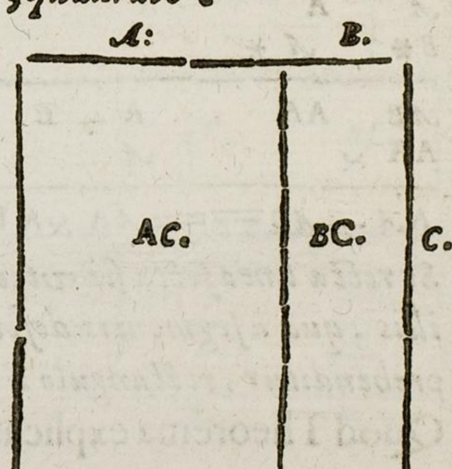
48 *In numeris.* Sit A 6, B 4, sicuti & C 9, & D 3, erit A ϰ B 6 ϰ 4, id est, 10; & C ϰ D 9 ϰ 3, id est, 12. Eritq; rectangulum comprehensum sub 9 ϰ 3 & 6 ϰ 4, vna cum rectangulo comprehenso sub partibus 6 & 3 ęquale rectangulis contentis sub 9 ϰ 3 & 6, sicuti etiam 6 ϰ 4 & 3; vna cum rectangulo sub 9 & 4 comprehenso. Vt:

6 ϰ 4
9 ϰ 3 *

54 ϰ 36   6   9 ϰ 3   6 ϰ 4   9
18 ϰ 12   3 *   6   3   4 *

54 ϰ 54 ϰ 12 ϰ 18 ═══ 138 ═══ 54 ϰ 18 ϰ 18 ϰ 12 ϰ 36 ═══ 138

49 *Si recta linea secta sit utcunq;: Rectangula, quę sub tota, & quolibet segmentorum comprehenduntur, æqualia sunt ei, quod à tota fit, quadrato.*



Sit data recta linea A ϰ B, quæ dividatur vtcumq; in duas partes. Dico duo rectangula comprehensa sub tota A ϰ B, & ejus partibus A & B, simul sumpta, æquari quadrato totius lineæ A ϰ B. Vt.

A   B   A ϰ B
C *   C *   C *

AC   BC   AC ϰ BC.
BC ϰ

AC ϰ BC ═══

50 *In numeris.* Sit A 4, B 2, & C 6. Erit rectangulum 24 conjunctum cum rectangulo 12, id est, 36, ęquale quadrato totius lineę 4 ϰ 2. Vt:

6   6   4 ϰ 2 ═══ 6
4 *   2 *   4 ϰ 2 ═══ 6 *

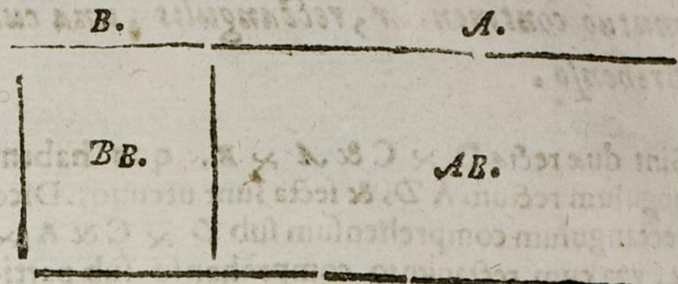
24   12   16 ϰ 8   36.
12 ϰ   8 ϰ 4

36 ═══ 16 ϰ 16 ϰ 4, idest 36

Huius theorematis veritas non solum patet in linea in duas partes vtcũq; divisa prout hoc *Euclides* demonstrat, verùm etiam in linea in quotcũq; partes secta.

Si

51 *Si recta linea secta sit vt cunq; ; Rectangulum sub tota, & vno segmentorum comprehensum, æquale est illi, quod sub segmentis comprehenditur, rectangulo, & illi, quod à prædicto segmento describitur, quadrato.*

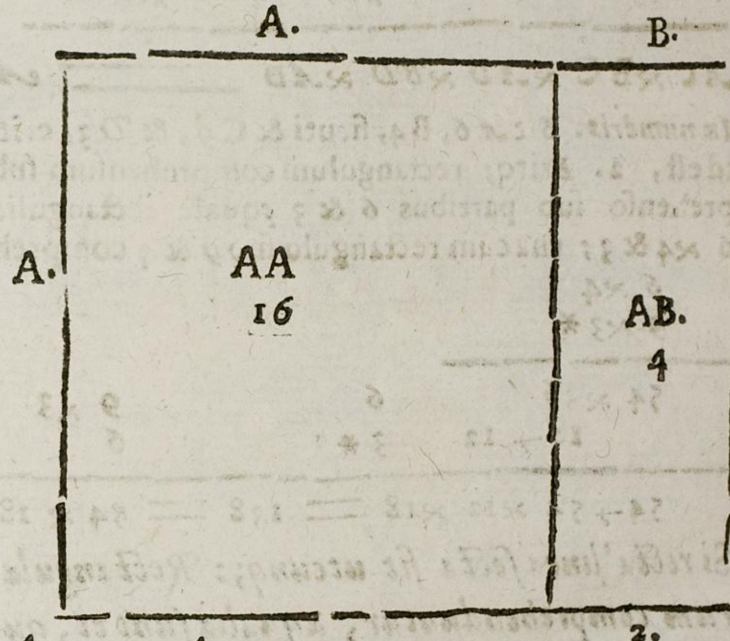


Sit linea recta A + B, quæ divisa vtcunque. Dico rectangulum comprehensum sub tota A + B, & utrovis segmento, ut B (sive hoc segmentum majus sit, sive minus) æquale est rectangulo sub segmentis A & B comprehenso, & quadrato prioris segmenti assumpti B.

A   B   4   2
B *   B *   2 *   2 *

AB   BB   A + B   8   4   4 + 2
BB +   B *   4 *   2

AB + BB ══ AB + BB.   8 + 4 ══ 12 ══ 8 + 4 ══ 12.



52 *In numeris*. Sit A 4, et B 2, erit rectangulum ex 4 et 2. sc. 8 additum quadrato 2. videl. 4 æquale rectangulo ex 4 + 2 et 2. videli. 8 + 4 idest 12.

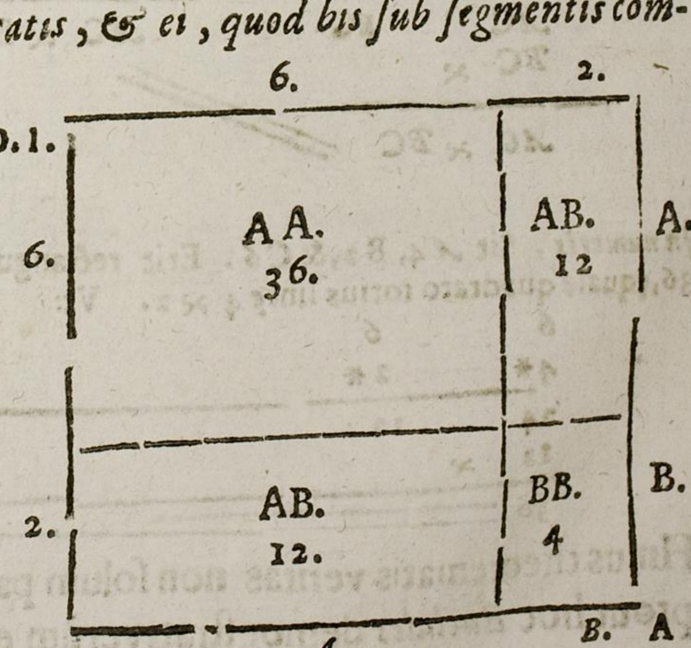
Sumamus etiam alterum segmentum majus A, quod quadrandum, vt sit AA, quod additum AB rectangulo, erit summa AA + AB æquale rectangulo facto ex A + B et A. Quod etiam in numeris videre licet. Vt:

A   A   4   4
B *   A *   2 *   4 *

AB   AA   A → B   8   16   4 + 2
AA +   A   16 +   4 *

AA → AB ══ AA + AB   16 + 8 ══ 24 ══ 16 + 8 ══ 24.

53 *Si recta linea secta sit vtcumq; : Quadratum, quod à tota describitur, æquale est illis, quæ à segmentis describuntur quadratis, & ei, quod bis sub segmentis comprehenditur, rectangulo.*



Quod Theorema explicavimus supra lib. 1.

Et demonstravimus etiam lib. 1.

Quam explicationem et demonstrationem hic aliquo modo aliter proponemus. Sit itaq; data linea recta a divisa vtcunq; in duas partes inæquales. Dico quadratum totius rectæ A + B æquale esse quadratis segmentorum A et B, et rectangulo insuper comprehenso bis, sub segmentis A et B. Quod ex multiplicationibus perspicuum. Vt:

A → B
A → B *　　　A A B
　　　　　　A * B * B *

AA ✠ AB　　　AA　AB　BB.
AB → BB　　　2 *

AA + 2. AB → BB ———— AA + 2. AB + BB.

54 *In Numeris*. Sit A 6, B 2, erit quadratum 36 + 24 + 4, id est, 64 à latere 6 → 2 descriptū æquale 36., id est, quadrato lineæ 6. & 4., id est, quadrato lineæ 2., ficuti et duplici rectangulo 24, super 6 & 2. descripto. Vt:

6 ✠ 2　　6　　2　　6
6 ✠ 2　　6 *　　2 *　　2 *

36 → 12　　36　　4　　12
12 → 4　　　4　　2 *

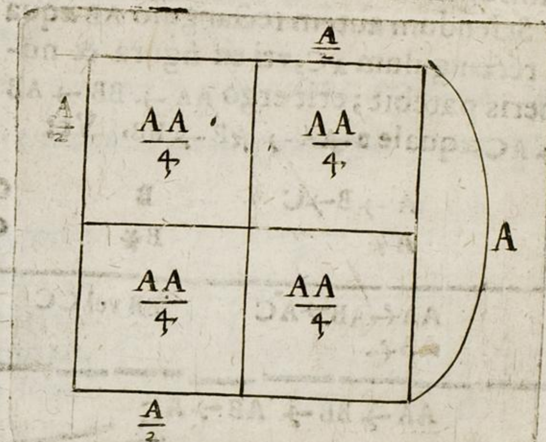
36 + 24 → 4 ———— 36 → 4 → 24. id est
24　　24
4 +　　4 ✠

64 ———— 64.

Consectarium.

55 *Si linea recta fuerit dupla lineæ rectæ, quadratum ex illa descriptum est quadruplum quadrati ex hac descripti. Et si quadratum fuerit duplū quadrati, latus illius duplum est lateris huius.*

Sit A ✠ A, id est 2. A dupla lineæ A dico, rectæ A → A quadratum esse quadruplum quadrati rectæ A. 56 *Sic etiam in numeris*: sit A 2, erit 2. A vel A ✠ A 4, cujus quadratum sc. 16 est quadruplum 4, sc. quadrati super 2. descripti. Vt:



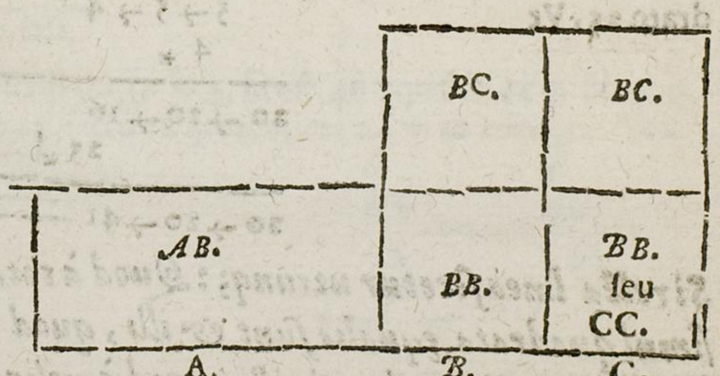
A + A　　2 → 2
A → A *　　2 → 2 *

AA → AA　　A　　4 → 4　　2
AA ✠ AA　　A *　　+ 4　　2 *

AA + 2. AA + AA — AA.　　4 ⋊ 8 ⋊ 4 — 4.

57 *Si recta linea secetur in æqualia & non æqualia: Rectangulum sub inæqualibus segmentis totius comprehensum, una cum quadrato, quod ab intermedia sectionū, æquale est ei, quod à dimidia describitur, quadrato.*

Dividatur recta A + B ✠ C in duas partes equales, ut A æquale fit B → C: dividatur etiam eadem linea A ⋊ B ⋊ C in partes duas inæqualea, vt hic major pars est A ⋊ B & minor C. Sectio media ergo est B, qua nimirum dimidia B ⋊ C, minus segmentum C superat, vel qua majus segmentum A ⋊ B, dimidium A excedit. Dico rectangulum sub segmentis inæqualibus A ⋊ B & C comprehensum, una cum quadrato rectæ B, quæ inter duas est sectiones, equari quadrato dimidiæ B ⋊ C: sic rectangulum A B ⋊ 2. BB æquabitur BB ⋊ 2. BC → CC; ratio est, tum quia AB est duplum BB vel CC vel etiam BC, vti ex thesi & constructione liquet; tum etiam, quia BC BB & CC sunt magnitudines æquales, vt patet.



A ⋊ B　　B　　B ⋊ C
B *　　B *　　B ⋊ C *

AB ⋊ BB　　BB　　BB ⋊ BC
BB ⋊　　　　BC ⋊ CC

AB ⋊ 2. BB ———— BB ⋊ 2. BC ⋊ CC

58 *In numeris*. Sit data A 6, & B ⋊ C 6, erit ergo B 3, & C totidem, rectangulum 36 ex 9 ⋊ 3 & quadrato 9 equabitur quadrato 36, facto ex 2 ⋊ 3, hoc est 6. Vt.

9 3 3 ϰ 3 = 6
3* 3* 3 ϰ 3* = 6*

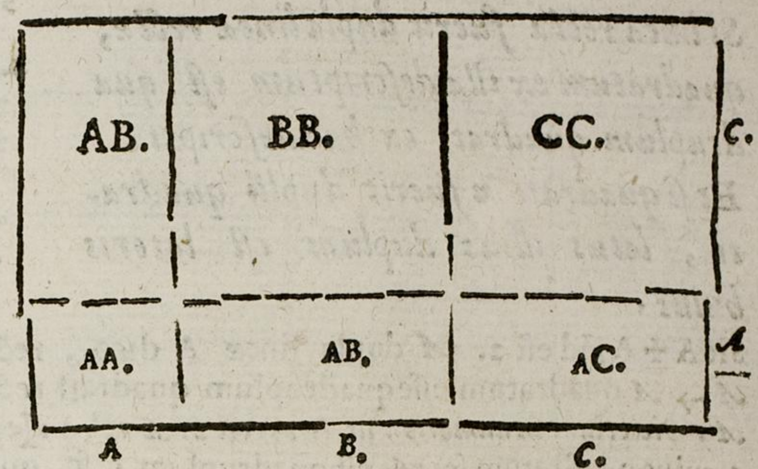
27 9 9 ϰ 9 36.
9 ϰ 9 ϰ 9

36 = = 9 ϰ 18 ϰ 9 = 36.

59 *Si linea recta bifariam secetur, & illi recta quædam linea in rectum adiciatur: Rectangulum comprehensum sub tota cum ad, ecta, una cum quadrato à dimidia, æquale est quadrato à linea, quæ tum ex dimidia, tum ex adiecta componitur, tanquam ab una, descripto.*

Sit data recta B⇸C secta in duas partes æquales, cui in rectum adiecta linea A, dico rectangulum comprehensum sub tota composita A⇸B⇸C, et adiecta A, una cum quadrato dimidię B vel C, ęquati quadrato lineæ A⇸B, quæ ex dimidia B & adiecta A componitur.

Sciendum autem rectangulo AB æquari rectangulum AC, uti ex figura & numeris patebit; erit ergo AA⇸BB⇸AB⇸AC æquale 2.AA⇸AB⇸BB. Ut:



A⇸B⇸C B C A
A* B* C* B*

AA⇷AB⇸AC BB vel CC A⇸B
AA⇷ A⇸B*

AA⇸BB⇸AB⇸AC AA⇸AB
AB⇸BB

AA⇸2.AB⇸BB.

60 *In numeris.* Sit A 5 & totidem B, C 4, ut tota linea A⇸B⇸C sit 5⇸5⇸4, æquabitur ergo quadratum 25⇸40⇸16 ex 5⇸4 factum, rectangulo 20⇸20⇸16 facto ex 5⇸5⇸4 & quadrato 25. Ut

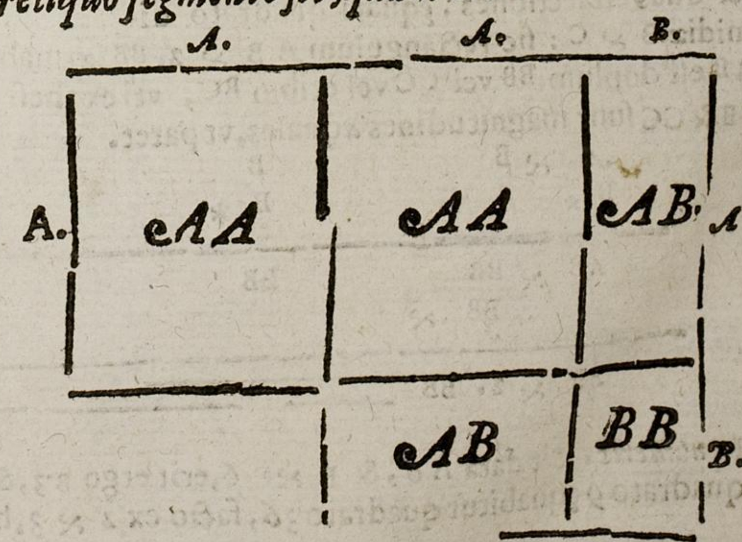
5⇸5⇸4 5 5⇷4
4* 5* 5⇷4*

20⇸20⇸16 25 25⇸20
25* 20* 16

20⇸20⇸41 = 81 = 25⇸40⇸16 = 81

61 *Si recta linea secetur utcunq;: Quod à tota, quod; ab uno segmentorum utraque simul quadrata, ęqualia sunt & illi, quod bis sub tota, & dicto segmento comprehenditur, rectangulo, & illi, quod à reliquo segmento fit, quadrato.*

Secantur recta A ϰB ut cumq; dico quadratum totius A⇸B, & quadratum segmenti, sive majoris A, sive minoris B, æqualia esse rectangulo bis comprehenso sub tota A⇸B & dicto segmento B, una cum quadrato reliqui segmenti majotis A Ut.



A $\qquad$ A + B $\qquad$ A + B $\qquad$ B
A * $\qquad$ A + B * $\qquad$ 2 * $\qquad$ B *

AA. $\qquad$ AA + AB $\qquad$ 2. A + 2. B $\qquad$ BB
AB + BB $\qquad$ A *

AA + 2. AB + BB $\qquad$ 2. AA + 2. AB
AA + $\qquad$ BB +

2. AA + 2. AB + BB ═══ 2. AA + 2. AB + BB.

62 *In numeris*. Sit data A 6. B 4, erit A + B 10. Æquabitur autem quadratum 36. cum quadrato 100 sc. 136., isti rectangulo 120 ex 6 & duplo 10 facto. idest, 20. sicuti & quadrato 16 ex 4 in se ipsũ ducto. Vt:

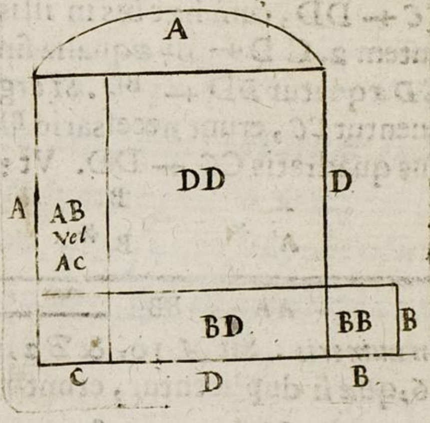
6 $\qquad$ 10 $\qquad$ 10 $\qquad$ 4
6 * $\qquad$ 10 * $\qquad$ 2 * $\qquad$ 4 *

36 $\qquad$ 100. $\qquad$ 20 $\qquad$ 16.
100 + $\qquad$ 6 *

136 $\qquad$ 120
16 *

136.

63 *Si recta linea secetur in partes inæquales: earum partium quadrata æqualia sũt rectangulo, quod bis dictis partibus continetur, vna cum quadrato ejus lineæ, qua major pars superat minorem. Commandinus c l.*



Secetur A + B in partes inæquales A & B; ponatur autem minori parti B æqualis linea C, ut D sit excessus, quo pars A superat partem B. Dico quadrata partium A & B æquari rectangulo, quod bis continetur sub A & B, vna cum quadrato lineæ D. Cùm autem quadrato AA æquetur AB + DD + BD, ut nos vel ipsa schematis αὐτοψία instruit, & alteri rectanguli AB æquale sit BD + BB; sequitur AA + BB æquari 2. AB + DD. quod erat demonstrandum. Vt:

A $\qquad$ D
B * $\qquad$ D *

A $\qquad$ B $\qquad$ AB $\qquad$ DD
A * $\qquad$ B * $\qquad$ 2 *

AA + BB. + BB ═══ 2. AB + DD.

64 *In numeris*. Sit data A 6, & B 2, erunt hæc duo quadrata 36 + 4, id est, 40 æqualia ex 6 & 2 rectangulo duplicato sc. 24. cum addito quadrato 16, facto ex 4. videlicet 24 + 16 ═ 40. Vt.

65 *Si recta linea secetur vtcumq; : Rectangulum quater comprehensum sub tota & uno segmentorum, cum eo, quod à reliquo segmento fit, quadrato, æquale est ei, quod à tota & dicto segmento, tãquã ab una linea describitur, quadrato.*

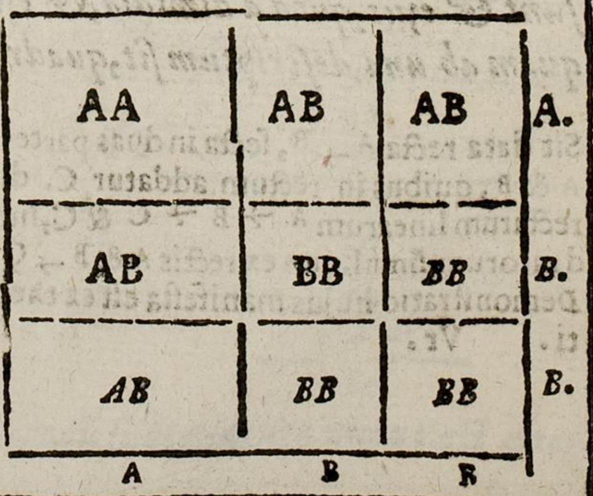
6 $\qquad$ 4
2 * $\qquad$ 4 *

12 $\qquad$ 16
2

6 $\qquad$ 2 $\qquad$ 24
6 * $\qquad$ 2 $\qquad$ 16 +

36 + 4 ═ 40 ═ 24 + 16 ═ 40.

Sit recta data A + B, quæ secta in duas partes vtcunq; dico rectangulum quater comprehensum sua A + B, & segmento sive majore A, sive minore B, vna cum quadrato reliqui segmenti A, æquale esse quadrato lineæ, quæ ex recta A + B, & dicto segmẽto B. cõponitur.



vt $\qquad$ A + B $\qquad$ A $\qquad$ A + B + B
4. * $\qquad$ A * $\qquad$ A + B + B *

4. A + 4. B $\qquad$ AA. $\qquad$ AA + AB + AB
B * $\qquad$ AB + BB + BB
AB + BB + BB

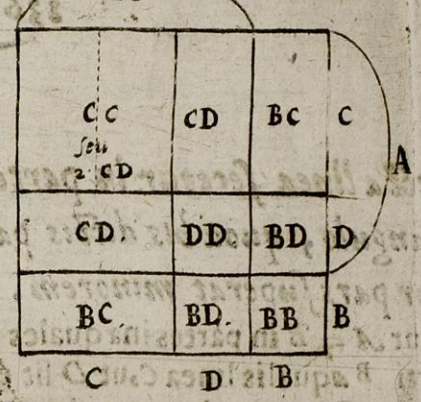
4. AB + 4. BB
AA +
AA + 2. AB + 2. AB + 2. BB + BB. idest.

AA + 4. AB + 4. BB ═══ AA + 4. AB + 4. BB

66 *In Numeris.* Sit data *A* 6, B 4 & A + B 10; erit quadratum 36 cum rectangulo 160 facta ex 4 & quadruplo 10, æquale quadrato 196, ex 4 & 10 constituto. Ex. gr.

10	6	10
4*	6	4*
40	36.	14
B. 4*		14*
160		56
36*		14
196.		196.

67 *Si recta linea secetur in æqualia, & non æqualia: Quadrata, quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt, simul duplicia sunt & ejus, quod à dimidio, & ejus, quod ab intermedia sectionum fit, quadrati.*



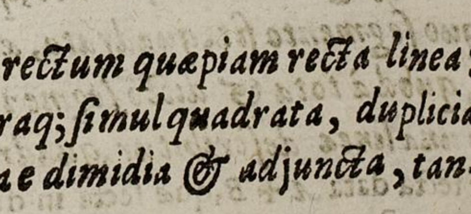
Secetur enim recta A + B bifariam, ut una semissis sit C, altera D + *B*; & non bifariam, ut partes inæquales fiant A & B. Dico, quradrata segmentorum inæqualiũ A & *B*, simul dupla esse quadratorum simul, quæ fiunt ex dimidia C, & ex inter media sectionum D. Sic AA, id est, CC + 2. C D + DD & BB est duplum ipsorum CC + DD, probatur; quia 2. C D + *B*B æquatur CC + DD, ergo AA + *BB* sunt dupla quadratorum *CC* + DD, cum hæc bis in illis contineantur. Quod autem 2. C D + BB æqualia sint *CC* + *D*D sic probo: C*D* æquatur *D*D + BD. Si ergo BB + BD + *CD* æquentur *CC*, erunt necessario BB + 2. C*D* æqualia duobus quadratis CC + DD. Vt:

A	B	C	D
A*	B*	C	D
AA + BB		CC + DD	

68 *In numeris.* Sit *A* 10. & *B* 2, C 6, D 4, erit quadratum 100. + 4 duplum quadratorum 36 + 16, quæ si duplicentur, erunt 100 + 4 id est, 104 æqualia quadratis duplicatis sc. 104. Vt.

10	2	6	4
10*	2*	6*	4*
100	4	36	16
4 +		16	
104		52	
		2*	
104		104.	

69 *Si recta linea bifariam secetur, adjiciatur autem ei in rectum quæpiam recta linea: Quod à tota cum adjuncta, & quod ab adjuncta, utraq; simul quadrata, duplicia sunt & ejus, quod à dimidia, & ejus, quod à composita e dimidia & adjuncta, tanquam ab una, descriptum sit, quadrati.*



Sit data recta A + B, secta in duas partes æquales, ut sunt A & B, quibus in rectum addatur C. dico duo quadrata rectarum linearum A + B + C & C, simul dupla esse quadratorum simul, quæ ex rectis A & B + C describuntur. Demonstratio hujus manifesta est ex theoremate præcedenti. Vt.

A + B + C
A + B + C *

AA + AB + AC
AB + BB + BC
AC + BC + CC

AA + 2. AB + 2. AC + BB + 2. BC + CC.
CC +

C
C *

CC.

B + C
B + C *

BB + BC
BC + CC

BB + 2. BC + CC
AA +

AA + BB + 2. BC + CC
2

A
A. *

AA

AA + 2. AB + 2. AC + BB + 2. BC + 2. CC ═══ 2. AA + 2. BB + 4. BC + CC.

70 *In numeris*. Sit data Sectio A 4 & totidem B, C verò 2, erit quadratum totius lineæ 16 + 32 + 32 + 16 + 4 vna cum sectionis C quadrato, sc. 4 æquale quadrato 32 + 32 + 40 ex B + C cum quadrato 16 ex A, duplicato, videlicet 32 + 32 + 40, quę æquantur 104. Vt:

4 + 4 + 2
4 + 4 + 2 *

16 + 16 + 8
16 + 16 + 8
8 + 8 + 4

16 + 32 + 32 + 16 + 4
4 +

2
2 *

4

4 + 2
4 + 2 *

16 + 8
8 + 4

16 + 16 + 4
16 +

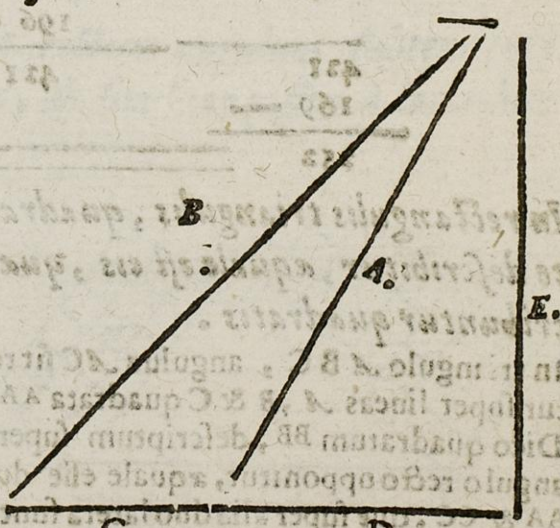
16 + 16 + 20
2 *

4
4 *

16

16 + 32 + 32 16 + 8 ═══ 104 ═══ 32 + 32 + 40 ═══ 104.

71 *In Amblygonijs triangulis, quadratum, quod fit à latere angulum obtusum subtendente, majus est quadratis; quæ fiunt à lateribus obtusum angulum comprehẽdentibus, rectangulo bis comprehenso & ab vno laterum, quæ sunt circa obtusum angulum, in quod, cum protractum fuerit, cadit perpendicularis, & ab assumpta extertus linea sub perpendiculari prope angulum obtusum.*



Sit triangulum prædictum ABC, habens angulum AC, in quo ad latus D ad partes anguli obtusi protractum cadat perpendicularis *E*. Dico quadratum lateris B, quod obtuso angulo opponitur, majus esse quadratis larerum *A* & *C*, rectangulo bis comprehenso C & *D*, hoc est, quadratum lateris B æquale esse duobus quadratis laterum A & C, una cum rectangulo sub C & *D* bis comprehenso. Vt.

B	A	C	C
B *	A	C	D
BB.	AA	CC	CD
		CC +	2

BB — CC + AA ═══ 2. CD

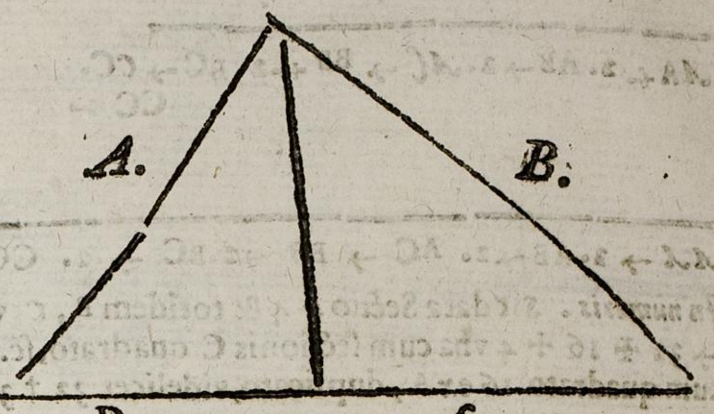
72 *In Numeris*. Sit B latus 40, A 32, C 16, & D 10; erit 1600 minus 1280 ęquale 320, quod voluit theorema.

B. 40	16	C. 16	A. 32
40 *	10 *	16 *	32 *
1600	160	96	64
1280	2 *	16	96
320 ═══	320	256	1024
			256 +
			1280.

73 *In Oxygonijs triangulis, quadratũ à latere angulũ acutũ subtendente minus est qua-*

dra-

dratis, quę fiunt à lateribus acutum angulum comprehendentibus, rectangulo bis comprehenso, & ab uno laterum, quæ sunt circa acutum angulum, in quod perpendicularis cadit, & ab aßumpta interius linea sub perpendiculari prope acutum angulum.



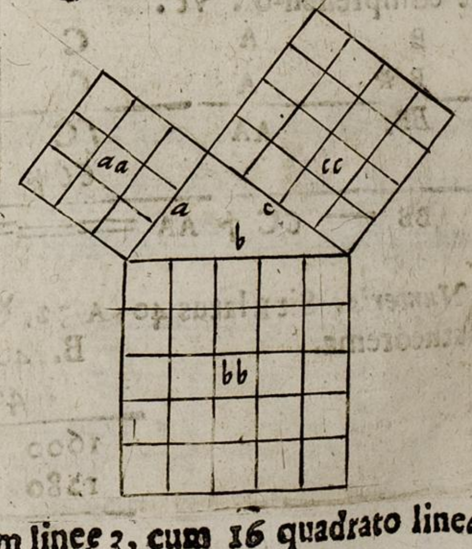
Sint omnes trianguli ABD†C anguli acuti, & ex vertice trianguli perpendicularis demissa cadat in latus D†C. Dico quadratum lateris A, quod acuto angulo B(opponitur, minus esse quadratis laterum B, & D†C, circa angulum acutum dictum, rectangulo bis comprehenso sub D†C & C, hoc est, quadratum lateris A, vna cum rectangulo bis comprehenso D†C & C, æquale esse duobus quadratis laterum B & D†C. Vt

A	B	D.	C.
		D†C	D†C
A *	B *	D†C	C *
AA.	BB	DD ✕ CD	CD ✕ CC
		CD ✕ CC	2 *
		DD ✕ 2. DC ✕ CC	2. DC † 2. CC.
		BB ✝	
		BB ✕ DD ✕ 2. DC ✕ CC	
		AA —	
		BB ✕ DD †2. DC ✕ CC — AA ═ 2. DC ✕ 2. CC.	

74 *In numeris.* Si datum latus A 13, B 15 & D ✕ C, 4, cuius pars D 5, & C 9. erit quadratum 169 vna cum rectangulo bis comprehenso 252 ex latere 14 & 9 duplicato, æquale duobus quadratis laterum 225 & 196. Vt:

A. 13	B. 15	D ✕ C 14	D ✕ C 14
13 *	15 *	14	C 9 *
39	75	56	126
13	15	14	2 *
169	225	196	252.
	196 ✝		
421	421		
169 —			
252	═══ 252.		

75 *In rectangulis triangulis, quadratum, quod à latere rectum angulum subtendente describitur, æquale est eis, quæ à lateribus rectum angulum continentibus describuntur quadratis.*



In triangulo *A* B C, angulus *A*C sit rectus, describantur super lineas *A*, B & C quadrata AA, BB & CC. Dico quadratum BB, descriptum super latus B, quod angulo recto opponitur, æquale esse duobus quadratis AA & CC, quę super alia duo latera sunt descripta. Sive hæc duo latera *A* sc. & C æqualia sint, sive inæqualia. Vt:

A	C	B
A*	C *	B*
AA	CC	BB
CC *		
AA ✝ CC	═══ *BB.*	

76 *In numeris.* Sit data *A* 3 & C 4, sicuti & B 5. Dico 9 quadratum linee 3, cum 16 quadrato lineæ 4 æquale esse 25, quadrato sc. lineæ 5. Vt

3	4	5
3*	4*	5*
9	16	25
16 *		
25	═══ 25	

Co

77 *Cognitis ergo duobus quadratis, tertium non ignorabitur, & consequenter cognitis in triangulo prædicto duabus lineis tertia non ignorabitur, si videlicet ex quadrato invento latus ejus extrahatur.*

Exemplum 1.

Dantur latus A 3 & C 4, queritur B? ℞. 5. Vt:

A C B | 3 4 5
A * C * B | 3 * 4 * 5 *
AA CC BB | 9 16 25
CC † In Numeris. | 16 †
AA † CC ═══ BB LQ | 25 ═══ 25 LQ.
A † C ═══ B. | 5 ═══ 5.

Exemplum 2.

Dantur latera A 3, & B 5, quæritur latus C? ℞. 4.

A B C | 3 5 4
A * B * C * | 3 * 5 * 4 *
AA BB CC | 9 25 16
AA — In Numeris. | 9 —
BB — AA ═ CC | 16 ═══ 16
LQ | LQ
B — A ═ C. | 4 ═══ 4.

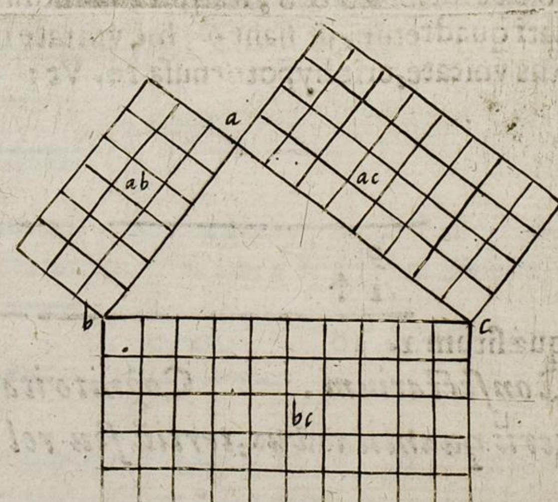
Exemplum 3.

Eodem modo investigatur latus A 3, ex datis B 5, & C 4.

B C A | 5 4 3
B * C * A | 5 * 4 * 3 *
BB CC AA | 25 16 9
CC — In Numeris. | 16 —
BB — CC ═ AA | 9 ═══ 9
LQ. | LQ.
B — C ═ A. | 3 ═══ 3.

78 *In triangulis rectangulis, figura quævis à latere rectum angulum subtendente descripta, æqualis est figuris, quæ priori illi similes, & similiter positæ à lateribus rectum angulum continentibus describuntur.*

Sit triangulum rectangulum ABC, habens angulum A rectũ, describaturq; super BC quæcunq; figura rectilinea BC; cui similes similiterq; positæ super A & B, itẽ A & C constituantur sc. AB & AC. Dico figuram BC æqualem esse duabus figuris AB & AC.



Ex. gr. detur rectanguli AB longitudo 6. latitudo 3. & AC longitudo 8, latitudo 4, similiter BC longitudo 10. & latitudo ejus 5. querantur ex duobus datis quæsita. Vt

Exemplum 1.

Dantur latera rectanguli AB & AC, quæritur rectangulum BC? ℞. 50.

A A B | 6 8
B * C * C * | 3 * 4 *
AB † AC ═ BC | 18 32 10
| 18 * 5 *
| 50 ═══ 50.

Exemplum 2.

Dantur latera rectanguli AB & BC, queritur AC? ℞. 32. Vt:

A B* AB | B C* BC | A C* AC

AB —

BC — AB = AC.

6 3* 18 | 10 5* 50 | 8 4* 32

18 —

32 = 32.

Exemplum 3.

Dentur rectanguli AC & BC latera, quæritur AB? ℞. 18. Vt:

A C* AC | B C* BC | A B* AB

AC —

BC — AC = AB.

8 4* 32 | 10 5* 50 | 6 3* 18

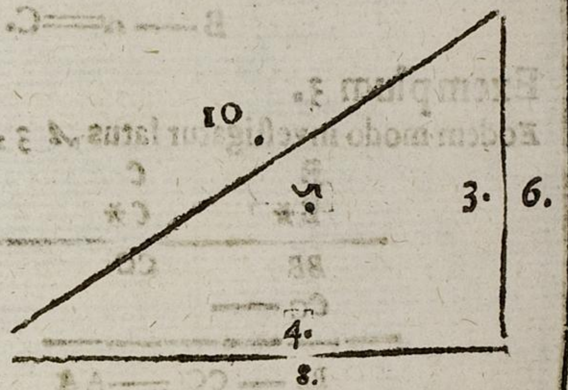
32 —

18 = 18.

79 Aurea hæc sunt theoremata, pro cujus prioris inventione *Pythagoras* hecatôbam, vt *Laertius*, vel vt *Proclus* tradit, bovem obtulit. *Solet autem hoc theorema duplici modo numeris explicari: altero Pythagoræ, altero Platonis.*

80 *Pythagoræ ratio est ex numero impari: Si quadratus imparis numeri pro crure primo & minimo dati anguli recti, minuatur unitate; dimidius reliqui erit crus alterum; auctus unitate erit subtensa.*

Ex. gr. in hoc triangulo quadratum subtensæ est 25, æqualis quadratis 16 & 9 è cruribus 4 & 3 angulum rectum comprehendentibus: itaq; si 3 imparis pro crure anguli recti primo dati, quadratus 9 minuatur vnitate, vt fiant 8, dimidius hujus reliqui sc. 4. erit crus alterum: idemq; ille 4. dimidius vnitate auctus, dat subtensam 5, Vt:



81 *Platonica ratio est è numero pari: Si dimidius paris numeri, pro crure primo et minimo dati, quadretur; quadratus minutus unitate, erit crus alterũ; auctus unitate, erit hypothēusa* Vt in hoc triangulo quadratus hypothenusæ 100 æquatur quadratis 64 & 36 ex cruribus 6 & 8, itaq; si 3 dimidius paris numeri pro primo crure dati quadretur, ut fiant 9, hic vnitate minutus erit 8 crus alterum; auctus vnitate, erit hypothenusa 10. Vt:

3 Datum
3*
9
1 —
8
2 ÷
4 quæsitum 1.
1 +
5. quæsitum 2.

6 datum
2 ÷
3
3*
9
1 —
8 quæsitum 2.

9
1 +
quæsitum 1. 10

82 Consectarium. *Cognito itaq; per geodæsiam duorum trianguli rectanguli laterũ quantitatibus, tertiũ seu reliquũ ope hujus theorematis facile investigabitur.*

CAPVT IV.

DE

Reductione Æquationis.

1 *SEquitur Aequationis reductio, quę est magnitudinis ex vna æquationis parte in alteram partem sub contraria affectionis nota transpositio.*

Per

Per hanc reductionem debemus certam magnitudinem ex vna æquationis parte constituere, cui reliqua comparetur.

2 *Instituitur autem hæc Reductio æquationis tùm, quando in alicujus ænigmatis analysi ad æqualitatem deventum fuerit, ita ut per magnitudinem majoris potestatis reliqua magnitudo inventæ æqualitatis dividi nequeat, tum, quam, reducetur æqualitas inventa prius, quàm divisio instituatur.*

3 *Ita vero Divisio institui nequit, quando potestas major, per cujus magnitudinem sentanda est divisio, vel non sola collocatur in altera parte æquationis; vel etiamsi sola collocetur, tamen in parte etiam reliqua eadem potestas invenitur.* Vt ex hisce exemplis luce meridiana clarius. Ex. gr. Sit inventa æquatio inter 3. *A* — 21 & 16. Hic patebit apparet, divisionem non posse institui per 3, numerum sc. majoris potestatis *A*, quandoquidem non solum 3. *A* alteram æquationis partem formant, sed 3. *A* — 21. Eadem ratione, si æquatio fuerit inter 6. A & 37 — 4. *A*, non poterit divisio fieri per 6, numerun videlicet hujus potestatis *A*, quia licet hic solus numerus 6. *A* occupet alteram partem æquationis, eadem tamen potestas *A* etiam in altera æquationis parte invenitur.

4 Iuxta Francisci Vietæ consilium per hanc reductionem omnes dignitates ex vna æquationis parte reponuntur, vt ex alia iis respondeat comparationis homogeneum. Quapropter illi, qui existimant collocandam esse potestatem solam ex vna æquationis parte, censent divisionem per magnitudinem majoris potestatis fieri non posse, nisi hoc modo instituatur reductio, sicuti nec ipsam divisionem fieri posse, quando in utraq; æquationis parte eadem invenitur potestas, vel numerus absolutus utrobiq; invenitur, Ex. gr. Si esset æquatio 6. *A* † 10 æquari 70 † 2. *B*, in qua in utraq; æquationis parte est latus, seu *A* & B, & numerus absolutus; idcirco prius hæc æquatio sc. 4. *A* ═ 60 inquirenda est, quàm instituatur divisio. Sed videtur cum Vieta institui reductio, non quia ex una æquationis parte sola debeat esse major potestas, sed quia potestates omnes debeant ex una parte reponi, & insuper, quia eadem potestas ex vtraq; parte esse non debet, sicut nec numerus absolutus.

5 *Sũt ergo omnes hæ æquationes reducendæ ad alias, in quibus major potestas in altera æquationis parte sola statuitur, & in altera parte amplius non repetitur, & in quibus nulla potestas bis ponitur.*

6 Totumq; reductionis artificium in duobus hisce consistet axiomatibus *Euclidæis*: Si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ reliqua, sunt æqualia: & si æqualibus æqualia addantur, composita sunt æqualia.

7 *Peragitur autem hæc reductio variatione seu permutatione illa particularum æquationis*, de qua in cap. 2. hujus egimus.

Vt æquatio inter 3. *A* — 21. & 26 reducitur per restaurationẽ hujus negati — 21, hoc est, per additionem hujus numeri 21, ad vtramq; partem, ad hanc, inter 3. *A* ═ 37. Vt:

3. *A* — 21 ═ 16
21 ✠ 21 ✠
3. *A* ═ 37.

Ita etiam æquatio inter 6. *A* & 37 — 4. *A* per restaurationem hujus negati — 4. *A*, hoc est, per additionem 4. *A*, ad vtramq; partem, revocatur ad æquationem inter 10. A & 37, hoc modo:

6. *A* ═ 37. — 4. A
4. *A* + 4. A +
10. *A* ═ 37

Similiter inter 4. AA — 6 *A* & 65 reducitur per restaurationem negati hujus — 6 *A*, ad æquationem inter 4. AA & 6. *A* † 65: vtriq; enim parti additæ sunt 6. *A*. Vt:

4. AA — 6. *A* ═ 65
6. A + 6. A +
4. AA ═ 6. A + 65.

Sit data hæc æquatio inter 3. *A* A † 6 A † 24 & 3. AA † 15. *A*, quę reducitur ad 9. A & 24 hoc modo: tollo ab utraq; parte 3. *AA*, vt remaneant hęc æqualia: 6. *A* ✠ 24 & 15. *A*. Rursus aufero ab vtraq; parte 6. *A*, erunt hæc 9. *A* æqualia 24. Vt:

3. AA † 6. A † 24 // = 3. AA † 15. A
3. AA — 3. AA —

6. A † 24 = 15. A
6. A — 6. A —

24 = 9. A

8 *Omnis ergo æqualitatis reductio, vt accuratior existat, exordietur à restauratione negati, si quod fuerit.*

Hoc est, magnitudo negata vtriq; ęquationis parti addenda, ac tum reductio instituenda, id est, magnitudo affirmata ex vna parte in alteram transponenda, hoc est, ex vtraq; parte aufferenda.

9 *Hæc Restauratio seu additio, & Transpositio seu subductio,*

Quanvis rectissimè fiant per regulam additionis & subductionis, vti ex exemplis videre licuit; *tota amen reductionis methodus hisce duabus gubernatur regulis, quarum prima est:*

10 *Omnis Transpositio fit mutato signo.*

Id est, particula æquationis negata, transposita in alteram partem, fit affirmata; & contra particula affirmata, trasposita, fit negata.

11 Secunda regula est: *Homogenea signa negant*, Heteroge *nea affirmant*. Hæc locum habet, si particula illa transponenda in altera parte simili gavisa fuerit denominatione, in quam est trasponenda. Vult autem hæc secunda regula, si particula æquationis traspon enda habens signum quodcunq; ex illis duobus † vel —, habuerit in altera parte æquationis magnitudinem majorem ejusdem denominationis cum eodem signo, subtrahenda est magnitudo illius particulę à magnitudine, & idem relinquēdum signum, quod habet magnitudo, à qua fit subductio. Ac propterea transpositio est incipienda à minori magnitudine. Si verò particula transponenda habuerit in altera parte magnitudinem ejusdem denominationis cum opposito signo, addenda est magnitudo illius particulę huic magnitudini, ac relinquendum idem signum, quod habet magnitudo, cui fit additio. *Atque, vt hæc abolitio, quæ tantum in æquemultiplicibus fit*, eo melius intelligatur, adhuc unam aut alteram æquationem reducendam subijciemus.

Exemplum 1. Sit æquatio inter 8. A — 14 & 13. A — 45, quoniam igitur numeri 14 & 45 habent idem signum —, propterea ut minor 14 transferatur, subducendus est numerus 14 ex 45, ut ęquatio reliqua fit inter 8. A & 13. A — 31. Rursus quia potestates ipsę 8. A & 13. A iden habent signum †, id circo minor 8. A à majori 13. A subducitur, ut æquatio fit inter 0. A & 5. A — 31. Vltimo transpone — 31, eritq; 5 A æquale 31. Vt.

8. A — 14 = 13. A — 45
14 — 14 —

8. A = 13. A — 31
8. A — 8. A —

0. A = 5. A — 31

31 = 5. A

Sit etian ęquatio inventa inter 26 † 2. A & 1. AA — 4. A † 20. Primo quia † 2. A & — 4 A diversa signa habent, idcirco conjungūtur 4. A & 2. A, ut ęquatio sit inter 26 & 1. AA — 6. A † 20. Deinde quia 26 & 20 idem signum † habent, ideo subducuntur 20 à 26, ut ęquatio suboriatur nova inter 6 & 1. AA — 6. A. Tertiò transponitur — 6. A, ut æquatio reducta sit inter 1. AA & 6. A — 6. Vt:

26 — 2. A = 1. AA — 4. A † 20
2. A † 2. A †

26 = 1. AA — 6. A † 20
20 — 20 —

6 = 1. AA — 6. A

1. AA = 6. A — 6.

12 *Hoc eodem modo reducuntur omnes æquationes etiam in meris speciebus institutæ, transpositione videlicet magnitudinum ex vna parte in aliam mutato signo, si sc. illę magnitudines, quæ in vna parte inveniuntur, etiam reperiantur in altera.*

Vt detur æquatio inter AB — BC & B † C † CD † BC, in qua primò transponetur BC à sinistra parte in dextram, ut fiat 2. BC; deinde ipsum B à dextra in sinistram, vt æquatio cernatur inter AB — B & 2. BC † CD † C Vt:

AB — BC = B † C † CD † BC
C † C †

AB — = 2. BC † CD † C:

Exem-

Exemplum 2. Sit æquatio data $AB + AC = DB - DC$ reducenda, addatur vtrinq; DC, afficitur enim signo negato, à cujus restauratione debet huius operationis initium sumi, & fiet $AB + AC + DC = DB$, vtrinq: auferatur AB, ut sit æquatio reliqua, $AC + DC = DB - AB$. Vt.

$$\begin{array}{l} AB + AC = DB - DC \\ \quad DC + \qquad\qquad DC + \\ \hline AB + AC + DC = DB \\ AB - \qquad\qquad AB - \\ \hline AC + DC = DB - AB. \end{array}$$

Exemplum 3. Sit data æquatio $AA - B = CC - BD$ reducenda, addatur utriq; parti BD, ut æquatio sit $AA + BD - B = CC$, addatur vtriq; parti B, & erit æquatio $AA = B = CC - BD$ reducta ad hanc: $AA + CC = CC + B$. Vt.

$$\begin{array}{l} AA - B = CC - BD \\ \quad BD + \qquad BD + \\ \hline AA + BD - B = CC \\ \qquad B + \qquad B + \\ \hline AA + BD = CC + B. \end{array}$$

Exemplum 4. Sit data æquatio $AA - B = DD - CA$ reducenda: vtrobiq; addatur $B + CA$, & fiet ex communi notione $AA - B + CA = DD - DA + B + CA$, sed affectio negata in eadem æquationis parte allidit affirmatam, proinde illic evanescet affectio B, & hic affectio CA, & remandit æquatio inter $AA + CA$ & $DD + B$. Vt.

$$\begin{array}{l} AA - B = DD - CA \\ \quad B + AC + \quad B + CA + \\ \hline AA - B + CA = DD - CA + B + CA \\ \quad B - \qquad\qquad CA - B - \\ \hline AA + CA = DD + B. \end{array}$$

13 *In æquationibus, si magnitudines quæsitę annexam habeant fractionem, fiat omnium magnitudinum ad vnam denominationem reductio: ut communis tandē denominator omittatur, & in solis tantum numeratoribus ęquatio appareat. Quod fiet, si multiplicentur fractiones in crucem sc. numerator prioris fractionis in denominatorem posterioris, & denominator prioris in numeratorem posterioris.*

Ex. gr. detur ęquatio $\frac{21}{A} + A$ & 10 reducenda, vt etiam hęc $\frac{21}{B} + B$ & 10. multiplicatis terminis fractionis per crucem, erit $21 + AA$ æquale $10.A$, sic B uti etiam $21 + BB$ hisce $10.B$. Vt:

$$\frac{21}{A} + A = 10 \qquad \text{Item} \qquad \frac{21}{B} + B = 10$$

$$\overline{21 + AA = 10.A.} \qquad \overline{21 + BB = 10.B.}$$

Exempl. 2. detur æquatio inter nudas fractiones, videlicet inter $\frac{6.AA + 3.A + 14}{3.A}$ & $\frac{8.A - 32}{4}$ multiplicatis terminis fractionum per crucem, erit hæc $24.AA + 12.A + 56$ æqualis $24.AA - 96$. Vt:

$$\frac{6.AA + 3.A + 14}{3.A} = \frac{8.A - 32}{4}$$

$$24.AA + 12.A + 56 = 24.AA - 96.$$

Exemp. 3. Sit data æquatio inter $\frac{A - B}{C}$ & $\frac{A + B}{C} + B + D$ reducenda in aliam huic æquipollētem, quod fiet reductione hujus ad idem nomen sc. $\frac{CA - CB}{C}$ & $\frac{A + B + CB + CD}{C}$ & abiectione communis nominis sc. C, vt ęquatio in solis numeratoribus censeatur. Vt

$$\frac{A - B}{C} = \frac{A + B}{C} + B + D$$

$$\frac{CA - CB}{C} = \frac{A + B + CB + CD}{C}$$

$$CA - CB = A + B + CB + CD.$$

14 *Demōstrari reductiones æquationū inter fractiones facillimè possunt hoc modo:* Quoniam si duæ fractiones ponantur esse æquales, erit proportio eadem numeratoris antecedentis ad denominatorē ejusdē fractionis, quo est numeratoris fractionis consequentis ad deno-

minatorem eiusdem. Quocirca si fractiones per crucem multiplicentur, hoc est, numerator fractionis antecedentis per denominatorem consequentis multiplicetur, & denominator antecedẽtis in numeratorem consequentis, videlicet magnitudo prima in quartam & secunda in tertiam, factę erunt magnitudines ęquales, Atq; hac ratione æquatio inventa. Quod erat demonstrãdũ.

15 Atq; hæc est *Isomæria*, qua fractiones ad idem nomen reducimus, & homogeneum commune denominans, vel ortos ab eo gradus per coefficientes datas multiplicamus; datumq; comparationis homogeneum. Latera vero multiplicamus per coefficientes longitudines; quadrata, per coefficientes planas, per homogenea tamen datę mensurę plana; cubos in parabolas solidas, seu homogenea datę meusurę solida. Quod autem fit ex communi denominatore, & latere datę ęquationis, erit ęquationis ita præparatæ Latus. Vt:

Exemplum 1. Sit data ęquatio inter 1. AAA + $\frac{2}{3}$ A & 25, per hanc Isomæriam reducetur hęc ęquatio data ad hanc quęsitam, sc. 1. AAA + 6. A = 575, hoc modo: multiplica 1. AAA per 3 denominatorem fractionis $\frac{2}{3}$, vt fiat 3. AAA, cujus cubus est 27. AAA, qui si dividatur per 27 cubum videlicet ipsius 3 denominatoris, erit quotus 1, AAA. Multiplicetur etiam 2. A numerus laterum in 3 denominatorem fractionis, & factus erit 6 A. Vltimo multiplicetur 25 comparationis homogeneum in 27 cubum denominatois, ut factus fit 575. Erit itaq; ęquatio data 1. AAA + $\frac{2}{3}$ A = 25 per Isomęriam reducta ad hanc: 1. AAA + 6. A = 575. Vt:

1. AAA + $\frac{2}{3}$ A	=	25.
3 *	2. A *	27 *
3. AAA.	6. A	75
3 *.		50
9		575.
3 *		
27		
27 ÷		
1. AAA + 6. A = 575.		

Exemplum 2. Sit data itidem ęquatio inter 1. BBB + $\frac{5}{6}$ B & 432, quæ per Isomæriam reducta restituit hanc: 1. BBB + 30 B = 93312. Ducatur enim 1. BBB per denominatorem 6, & 6. BBB cubetur, cubusq; 216 dividatur per 216 cubum denominatoris 6, ut quotus sit 1. BBB. Multiplicetur etiam numerator 5. B per denominatorem 6, ut factus sit 30 B. Tertio ducatur comparationis homogeneũ 432 in 216 cubum denominatoris, & productus numerus sit 93312. Est itaq; æquatio proposita 1. BBB + $\frac{5}{6}$ B = 432 reducta ad hanc in numeris integris consistentem: sc. 1. BBB + 30. B = 93312. Vt:

1. BBB + $\frac{5.8.}{6}$	=	432
6 *	5 *	216 *
6. BBB.	30. B	2592
6 *		432
		864
36		93312
6 *		
216.		
216 ÷		
1. BBB + 30. B = 933 12.		

16 *Præterea, si de Rectangulo A B, latus B sit reijciendũ, ita tamẽ vt reservemus valorem τȣ̃ AB, erit (ut superius) A cũ valore τȣ̃ A B multiplicandum, & hoc facto semper pro A B vtendum:*

Sic etenim aliquid reijciendum, ut unum simul & semel inveniamus, ex. gr. illud A, ut sit B æquale 17, detur vero rectangulum AB, ad reijciendum B, dele vtrumq; B, & A multiplica per valorem τȣ̃ B sc. per 17; productumq; 17. A erit loco AB rectanguli statuendum. Vt

B = 17
A B

A = 17.

17 *Si æquatio detur in majoribus terminis; deprimenda est, seu reducenda ad minores species, quod fiet, si datarum omnium magnitudinum fiat ad eundem gradum communis adplicatio.*

Cujus vsus in numerosa adfectarũ æquationũ reductione non exiguus est; quãdoquidẽ non secus ac fractionum, sic magnitudinum quæsitarum valor facilius cognoscitur in minoribus potestatibus, quàm in majoribus. Dicitur hæc depressio *Hypobibasmus*, cùm nihil aliud sit, quàm æqua potestatis & parodicorum graduum depresio, observato scalæ ordine, donec homogeneum sub depresiori gradu in datum omnino homogeneum cadat, cui reliqua comparantur, quod (ut dixi) fit subtrahendo gradum depresiorẽ parodicũ tam à potestate, quàm ab alijs gradibus reduces parodicis. Ex. gr. detur æquatio AAAA + BAAA = SAA, quã ad minores species reduces subtrahendo à singulis ejus partibus quadratum AA, & invenies ęquationem in minoribus speciebus constitutam, sc. in hisce: AA + BA = S. Vt.

A

$$\begin{array}{ccc} AAAA + BAAA & = & S\,AA \\ AA \quad\; AA & & AA \\ \hline AA + BA & = & S. \end{array}$$

Exemplum 2. Sic hæc æquatio $AAA + DAA = BC$ reducetur per lateris A divisionem ad hanc: $AA + DA = \frac{BC}{A}$ vel per quadrati AA divisionem ad $A + D = \frac{BC}{AA}$. Vt:

$$\begin{array}{ccc} AAA + DAA = BC \\ A \div \quad A \div \quad A \div \\ \hline AA + DA = \frac{BC.}{A} \end{array} \qquad \text{Vel} \qquad \begin{array}{ccc} AAA + DAA = BC \\ AA \div \quad AA \div \quad AA \div \\ \hline A + D = \frac{BC.}{AA} \end{array}$$

Exemplum 3. Sit data æquatio deprimenda $AB + CAA = DA$, si fiat dicta potestatum depressio, æquatio reducetur ad hanc: $AA + CA = D$ subducendo ab utraq; parte A. Vt:

$$\begin{array}{c} ab + caa = da \\ a \quad\; a \\ \hline ab + ca = d. \end{array}$$

Illud est, dicente *Vièta*, omnia solida divisisse per communem divisorem, seu omnia ad communem adplicasse magnitudinem. *Ex.* gr. sit data adhuc æquatio inter BAA & $CDA - CAA$, facta depressione emerget hæc alia: $BA = CD - CA$ omnibus nimirum adplicatis ad A Vt:

$$\begin{array}{c} baa = cda - caa \\ a \qquad\qquad a \\ \hline ba = cd - ca. \end{array}$$

17 *Hujus abbreviationis, seu reductionis ad minores species demonstratio facilis est:*

Quia singulæ potestates ita deprimuntur, ut eadem prorsus sit distantia, inter potestates, ad quas facta est reductio, quæ inter potestates primò datas; habebunt ergo potestates, ad quas facta est reductio, eandem proportionem, quam priores potestates datæ.

18 *Ex hisce sequitur Reductio æquationis per divisionem, vt majoris potestatis magnitudo solitariè posita sit vnitas.*

Si enim facta æquationis reductione, ut major potestas ex altera æquationis parte sola collocetur, quæ major sit quam latus, qualis est quadratum, cubus, quadrato-quadratum, cubo-cubus, &c. omnium magnitudinum æquationis ad magnitudinem illius potestatis majoris adplicatio instituenda est, si non est vnitas: ita ut vnitas ab illa potestate denominata æquetur alteri parti æquationis.

Vt si æquatio inventa sit inter 3. AA & 6. A + 54, divides singula hęc ęquationis membra per 3, ut facta æquatio sit inter 1. AA & 2. A + 18. Vt:

$$\begin{array}{c} 3.\,aa = 6.\,a + 54 \\ 3. \div \qquad 3. \div \quad 3. \div \\ \hline 1.\,aa = 2.\,a + 18 \end{array}$$

Aliud exemplum. Sit æquatio inventa inter 3. AAA + 12 A & 27. AA + 18. A 75, erit per divisionem ternarij reducta ęquatio inter 1. AA + 4. A & 9. AA + 6. A + 25 hoc modo:

$$\begin{array}{c} 3.\,aaa + 12.\,a = 27.\,aa + 18.\,a + 75 \\ 3 \div \qquad\qquad\qquad 3 \div \\ \hline 1.\,aaa + 4.\,a = 9.\,aa + 6.\,a + 25. \end{array}$$

19 *Demonstratur hæc Reductio æquationis ita:*

Cum omnes & singuli numeri per eundem numerum dividantur, puta per numerum majoris potestatis, obtinebunt eandem inter se proportionem quoti, quàm numeri divisi. Quapropter ut inter numeros divisos, ita etiam inter quotos ęqualitas exorietur.

20 *In omni porro æquatione, si reperiatur quadratum imperfectum, est illud perficiẽdum, & ex invento quadrato perfecto ejusdem latus extrahendum.*

Ex. gr. datur hęc ęquatio inter 864, & 12. B + BB. Hic 12. B + BB dicitur *quadratum imperfectum summæ laterum*, uti constat ex lib. 1. hujus. Ad quod perficiendum, dicito: magnitudinem coefficientem seu affectam esse 12 = 2. A, si itaq; 12. æquantur 2. A, 6 æquabũtur 1 A, quæ est simpla radix, quę in se multiplicata dat 36 pro quadrato AA, erit ergo, per

ad-

additionem hujus 36 ad 12. B + BB, quadratum perfectum super summam laterum descriptū, 36 + 12. B + BB, ex quo quadrato eductum latus, erit 6 + B. Vt:

$$854 \quad = \quad 12.B + BB$$
$$2 \div$$
$$6$$
$$6*$$
$$36 \quad = \quad AA$$
$$12.B + BB +$$
$$36 + 12.B + BB \quad LQ.$$
$$6 + B.$$

Aliud ex. in quadrato imperfecto differentiæ laterum.

Sit ergo data æquatio inter 240. & 2. AB —— BB idest, 240 æquantur quadrato imperfecto differentiæ, quod reducetur hoc modo: magnitudo coefficiens est 2. A, quæ per 2. dividatur, vt fiat simpla radix, A quadratè in se multiplicata constituit AA quadratum, ab hoc subtrahe quadratum imperfectū differentiæ laterum 2. AB —— BB, erit quadratū perfectum differentiæ laterum AA —— 2. AB + BB, cujus latus est A —— B. Vt

$$240 \quad = \quad 2.ab - bb$$
$$2.a$$
$$2 \div$$
$$a$$
$$a*$$
$$aa$$
$$2.ab - bb -$$
$$aa - 2.ab + bb \quad LQ.$$
$$a - b.$$

22 *Si magnitudo fuerit latus surdum, in ipsis potestatibus instituetur æquatio.*

Ex. gr. datur æquatio √q. AB + C = CD, quæ per specierum trāspositionem reducetur adhāc: √q. AB = CD — C, & hęc per vtriusq; membri quadraturam ad hanc sequentem, sc. AB = CC, DD —— 2. CDC + CC. Vt

$$\sqrt{q}.ab + c = cd$$
$$c - \quad c -$$
$$\sqrt{q}.ab = cd - c$$
$$cd - c*$$
$$cc.dd - cdc$$
$$cdc + cc.$$
$$ab = cc.dd - 2.cdc + cc.$$

Hoc exemplum quadratum excipit exemplum Cubicum.

23 Ex. gr. data æquatio inter A + B + C & √c. DE + C + F + G, quæ reducenda est ita, ut evitetur vitium asymmetriæ. Ad hoc faciendum, multiplica vtramq; partem in se cubice propter signum irrationale √C, quod fiet hoc modo: A + B + C multiplicetur per se quadrate, & quadratum AA + 2. AB + 2. AC + BB + 2. BC + CC ducatur in ejus latus A + B + C, vt cubus sit AAA + 3. AAB + 3. AAC + 3. ABB + 6. ABC + BBB + 3. ACC + 3. BBC + 3. BCC + CCC Præterea multiplicetur etiam cubicè altera æquationis pars, quæ est √C. DE + C + F —— G, quæ multiplicatio absolvetur dempta solum potestate sibi adjuncta, vt constat ex lib. 1. hujus, sect. 2. tit. 1. memb. 1. cap. 3. §. 12. & sic cubus quęsitus erit DE + C + F —— G, ut æqualitas maneat inter AAA + 3. AAB + 3. AAC + 3. ABB + 6. ABC + BBB + 3. ACC + 3. BBC + 3 BCC 3, + CCC & DE + C + F —— G. Vt:

$$a + b + c = \sqrt{C}.de + c + f - g$$
$$a + b + c*$$
$$aa + ab + ac$$
$$ab + bb + bc$$
$$ac + bc + cc$$
$$aa + 2.ab + 2.ac + bb + 2.bc + cc.$$
$$a + b + c*$$
$$aaa + 2.aab + 2.aac + abb + 2.abc + acc$$
$$aab + 2.abb + 2.abc + bbb + 2.bbc + bcc$$
$$aac + 2.abc + 2.acc + bcc + 2.bcc + ccc$$
$$aaa + 3.aab + 3.aac + 3.abb + 6.abc + bbb + 3.acc + 3.bbc + 3.bcc + ccc = de + c + f - g.$$

Exemplum 3. *In Quadrato* —— *quadrato.*

Sit

Sit data æquatio inter √qq. ABC + E & D reducenda. Ad hoc præstandum multiplica biquadrate vtramq; æquationis partem, videlicet √qq. ABC + E & D, quod fiet, si √qq; ABC + E == D reduxeris prius ad hanc: √qq. ABC == D — E, ita quadrato — quadratum lateris √qq. ABC erit ABC, sicuti & lateris D — E quadrato — quadratum est: DDDD — 4 DDDE + 6. DDEE — 4. DEEE — EEEE, vt æquatio sit inter ABC & DDDD — 4 DDDE + 6. DDEE — 4. DEEE — EEEE. Vt:

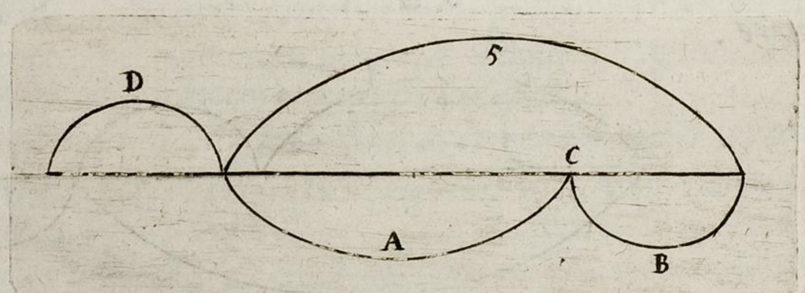
√qq. abc + e ———————— d
e — ———————— e —

√qq. abc ———————— d — e
d — e
dd — de
dd — ee
dd — 2. de + ee
d — e
ddd — 2. dde + dee
dde + 2. dee — eee
ddd — 3, dde + 3. dee — eee
d — e
dddd — 3. ddde + 3. ddee — deee
ddde + 3. ddee — 3. deee + eeee

abc ———————— dddd — 4. ddde + 6. ddee — 4. deee + eeee

Et hæc de regulis seu præceptis de reducendis æquationibus sufficiunt; mantissæ loco aliquot exempla explicabimus, quæ penitius ponderata non mediocrem huic æquationum reductioni lucem afferent. Sunt autem hæc:

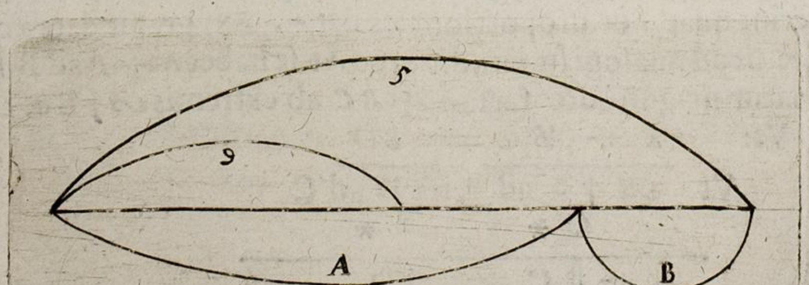
22 *In omni magnitudine inæqualiter secta, majus segmentum duplicatum æquale est aggregato totius, & differentiæ segmentorum.*



Ex. gr. Sit magnitudo data S, que secta in C, majus segmentum sit A, minus B, & differentia segmentorum D, dico majus segmentum A duplicatum esse æquale aggregato totius S, & differentiæ segmentorum D. Ergo 2. A æquabuntur S + D, hoc modo: adde æquationem A + B == S æquationi A — B == D. erit aggregatum A + B == S + A — B == D, id est per reductionem, 2. A == S + D. Vt:

A + B == S datum 1.
A — B == D + datum 2.
A + B == S + A — B == D. id est.
A — B + D + == D.
2. A == S + D. quæsitum.

23 *In omni magnitudine inæqualiter secta, minus segmentum duplicatum æquatur residuo ex tota & differentia segmentorum.*



Sit

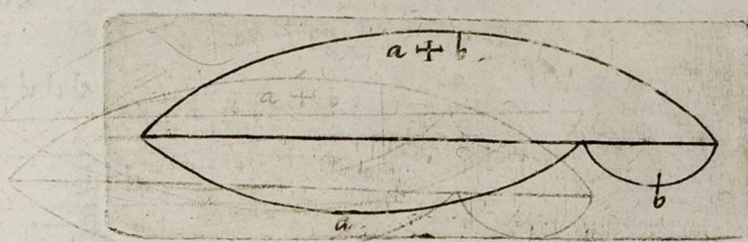
Sit ut ante ſegmentum majus A, minus B, tota linea S, differentia ſegmentorum D. dico minus ſegmentum B duplicatum æquari reſiduo ex tota S & differentia ſegmentormu D. Subtrahatur enim $A - B = D$, ab $A + B = S$, erit magnitudo reſidua $A + B = S - A - B = - D$, id eſt, per reductionem $2. B = S - D$.

$$A + B = S \quad \text{datum } 1.$$
$$A - B = D - \quad \text{datum } 2.$$

$$A + B = S - A - B = - D. \text{ id eſt,}$$
$$- A - B - D -$$

$$2. B = S - D. \quad \text{quæſitum}.$$

24 *Data ſumma a ſegmentorum, vel dato ſegmento majore, & minore conjunctim, ipſa ſegmenta diſcernere.*

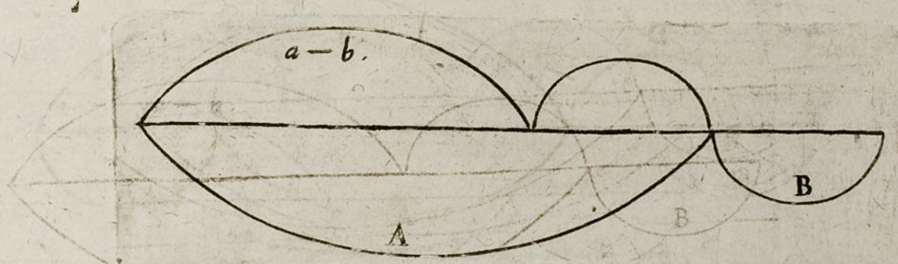


Sit ergo ſegmentū majus A, minus B, ſit etiam $A + B$ ſegmentorum ſumma 8, quęritur, quantum ſit ſegmentum A, quantum etiam B? Reſpondeo, ſi $A + B$, id eſt, ſegmentorum ſumma æquatur 8, æquabitur A ſegmentum majus $8 - B$, & B ſegmentum minus $8 - A$. Vt:

$$A + B = 8 \quad \text{datum} \qquad A + B = 8 \quad \text{datum.}$$
$$B - B - \qquad\qquad A - A -$$

$$A = 8 - B \quad \text{Quęſitum } 1 \qquad B = 8 - A \quad \text{Quęſitum } 2.$$

25 *Data differentia ſegmentorum, id eſt, dato ſegmento majore minus minore, ipſa lateris ſegmenta diſcernere.*



Sit ſegmentum maius A, minus B, differentia ſegmentorum $A - B$, quæ ponatur eſſe 4, quęritur ſegmentum maius A? quæritur itidem minus B? Reſpondeo, ſi ſegmentorum differentia $A - B$ ęquatur 4, ęquabitur ſegmentum maius A, $4 + B$, & B ſegmentum minus $A - 4$. Vt:

$$A - B = 4 \text{ datum.}$$
$$B + \quad B +$$

$$A = 4 + B \quad \text{quæſitum } 1.$$
$$B = A - 4. \quad \text{quęſitum } 2.$$

26 Supereſt nunc vt huic capiti annectam, *qua ratione æqualitas in proportionem transmutari poſſit, & contra proportio in ęqualitatem*; maximi namq; in Algebra eſt momenti ſcire, quomodo ad analogiſmum reducenda ſit ęquatio. Ad hoc prętandum, notandum eſt, *magnitudinem factam ab extremis æquare quadratum mediæ, & contra, ſi fuerint tres magnitudines proportionales; vel factæ ſub medijs*, & contra, ſi fuerint quat uor proportionales datæ. *Ex. gr.* Sit data æquatio $A + B C = BD$, quę reducenda venit ad analogiſmum, dic ergo, vt ſe habet $A + B$ ad B ſic ſe habebit D. ad C, in qua analogia æquatur magnitudo facta $A + B C$ ab extremis $A + B$ & C magnitudini BD factę à mediis B & D. Vt:

$$A + BC = BD$$

$$\text{Vt } A + B \text{ ad } B, \text{ ita } D \text{ ad } C$$
$$C * \qquad B *$$

$$B + BC = BD,$$

Exem-

Exemplum 2. Sit data æquatio $AB + CB = CD - AD$, seu quod perinde est, $\frac{A + C\;B}{} = C - AD$ revocanda ad proportionem quod fiet hoc modo: dic, ut $A + C$ ad $C - A$; ita D ad B: multiplicetur enim $A + B$ magnitudo prima per B quartam, sicuti etiam $C - A$ secunda per D tertiam, & videbis factam $A + C\,B$ ab extremis $A + C$ & B æquari factæ $C - A\,D$ à mediis $C - A$ & D. Vt pote ubi supponitur terminus minor A, & major C. Vt:

$$AB + CB = CD - AD$$

seu

$$A + C\,B = C - AD$$

Vt $A + C$ ad $C - A$ ita D ad B.

$$B* \qquad D*$$

$$A + C\,B = C - AD.$$

Notandum hic probe est, quod, cùm plana sint proportionalia, etiam latera sint
27 *proportionalia.*

Ex. gr. Si sint plana hæc: $AA - BB$, $CC4 + AA - BB$, BB, DD proportionalia, erunt etiam proportionalia ipsa latera, ut sunt: LQ. $(AA - BB)$ LQ. $(CC4 + AA - BB)$, B, D. Vt:

$AA - BB$, $CC4 + AA - BB$, BB DD. *Plana.*

LQ. $(AA - BB)$ LQ. $(CC4 \pm AA - BB)$ B, D. Latera.

28 *Præterea, ut æqualitas transmutatur in proportionem, ita & proportio mutari potest in æqualitatem.*

Cũ autẽ fractio sæpenumero æquet integrã magnitudinẽ, nõ omnis æquatio in sua membra resolubilis erit, nisi illa, cujus numerator in duas magnitudines resolvi potest, quę sua multiplicatione ipsum generant numeratorem.

29 *Resolutio autem hæc, cujus beneficio æquatio convertitur in proportionem, absolvitur hoc modo: Denominator fractionis resolvendæ, & integra magnitudo, quam æquat ipsa fractio, sint extremi in proportione termini, at verò magnitudines, quæ sua multiplicatione numeratorem producunt, medij termini.*

In quibus tamen observandum, ut primus, & secundus terminus sint magnitudines homogeneæ, cum heterogeneæ ad se invicem comparari nequeant.

30 *Interdum accidit, ut tres duntaxat requirantur termini, cùm revera quatuor sint; nam unus si bis accipiatur, habebit rationem duorum.*

Ex. gr. Sit data æquatio $\frac{AA}{B} = C$, quæ fractio $\frac{AA}{B}$ resolvenda est in sua membra, ut æquatio transmutetur, quandoquidem numerator in duas magnitudines resolvi potest, quę sua multiplicatione ipsum numeratorem efficiunt. Vt sint dati termini extremi B & C, & medius sit A, erit itaq; proportio, ut B ad A, sic A ad C. Vt: $\frac{AA}{B} = C$. vt B ad A, sic A ad C.

Quoniam est vt B ad A, ità A ad $\frac{AA}{B}$, ut manifestum est, factum enim sub extremis æquatur facto sub mediis, ergo erunt termini proportionales; sed $\frac{AA}{B}$ æquatur ipsi C, ergo erunt proportionales.

31 Exemplum 2. Sit data æquatio $\frac{AC}{B} = D$. Sunto extremi termini B & D, medii verò A & C, vt fiat proportio talis: ut B ad A, sic C ad D. Vt: $\frac{AC}{B} = D$. vt B ad A, sic C ad D.

Quoniam est, vt B ad A, ita C ad $\frac{AC}{B}$ & hæc fractio ęqualis est ipsi D, ergo ut B ad A, ita C ad D. possent etiam extremi termini fieri, A & C.

32 Exemplum 3. Sit data æquatio $\frac{A\,B}{C + D} = E$, sunto extremi termini $C + D$ & E, medii verò A & B vel econtra, & fiet proportio; vt $C + D$ ad A ita B ad E. Vt:

$\frac{A\,B}{C + D} = E$. vt $C + D$ ad E, sic B ad E.

Exemplum 4. Sit data æquatio $\frac{ABC}{D} = EE$, in qua extremi termini sunt D & EE, medii autem
33 A & BC, vel B & AC, vel etiam C & AB, eruntq; termini isti (ut supra) proportionales, quare erit, ut D ad A sic BC ad EE; secundò ut D ad B, sic AC ad EE; tertiò, ut D ad C, sic AB ad EE. Vt:

$$\frac{ABC}{D} = EE. \quad \text{ut D ad} \left\{ \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} \right\} \text{ita} \left\{ \begin{matrix} BC \\ AC \\ AB \end{matrix} \right\} \text{ad } EE$$

Exemplum 5. Sit data æquatio $\frac{AB+CB}{E} = F$. in qua extremi sunt termini E & F, & medij $A+C$ & B, vel è contra; eritq; analogismus, ut E ad $A+C$, ita B ad F. Vt:

$$\frac{AB+CB}{E} = F. \quad \text{vt } E \text{ ad } A+C, \text{ sic } B \text{ ad } F.$$

Exemplum 6. Sit data æquatio $\frac{AA-BB}{C} = D$, ubi extremi termini sunt C & D. & medii $A+B$ & $A-B$, & contra, & erit proportio talis: vt C ad $A+B$, ita $A-B$ ad D. Vt:

$$\frac{AA-BB}{C} = D \quad \text{vt } C \text{ ad } A+B, \text{ sic } A-B \text{ ad } D.$$

Exépl. 7. Sit data æquatio $\frac{AA+BB+2.AB}{D} = E$ in qua termini extremi sunt D & E, & medius $A+B$, nã exmultiplicatione $A+B$ in se fit ille fractionis numerator $AA+2.AB+BB$, fiatq; analogismus ita: vt D ad $A+B$ ita $A+B$ ad E. Vt:

$$\frac{AA+BB+2\,AB}{D} = E \quad \text{vt } D \text{ ad } A+B, \text{ ita } A+B \text{ ad } E.$$

Exemplum 8. Sit data æquatio $\frac{AABB}{CC} = DD$ vbi extremi termini sunt CC & DD, & medius AB, erit proportio, vt CC ad AB, ita AB ad DD. Vel vt CC ad AA, sic BB ad DD. Vt:

$$\frac{AABB}{CC} = DD. \quad \text{vt } CC \text{ ad } \left\{ \begin{matrix} AB \\ AA \end{matrix} \right\} \text{ sic } \left\{ \begin{matrix} AB \\ BB \end{matrix} \right\} \text{ ad } DD.$$

Exemplum 9. Sit data æquatio $\frac{AA+AB+AC+BC}{D} = E$, in qua extremi termini sunt D & E, & medii sunt $A+B$ & $A+C$. Dico ergo, ut D ad $A+B$ sic $A+C$ ad E. Vt:

$$\frac{AA+AB+AC+BC}{D} = E. \quad \text{vt } D \text{ ad } A+B, \text{ sic } A+C \text{ ad } E.$$

Et tantum de fractionibũs, quę ęquant integras magnitudines, & quarum numeratores possunt resolvi; sequntur ejusmodi fractiones, quarum numeratores non sunt resolubiles, & idpropter fractiones istæ in sua membra resolvi nequeunt.

31 *Reducuntur autem ejusmodi æquationes ad analogismum hoc modo: pro extremis terminis trium proportionalium statue fractionis denominatorem, sicuti & magnitudinem integram, cui fractio data comparatur; pro medio autem termino latus, quod vocant ligatum, quod parenthesi includi solet.*

Ex. gr. Sit data æquatio $\frac{AB+CD}{E} = F$, in qua extremi termini sunt E & F, & medius fractionis $\frac{AB+CD}{E}$ numerator $AB+CD$, ut fiat proportio, dicendum est, ut E ad L ($AB+CD$) ita L ($AB+CD$) ad $\frac{AB+CD}{E}$, idest ad F. Vt:

$$\frac{AB+CD}{E} = F. \quad \text{vt } E \text{ ad } L\,(AB+CD) \text{ ita } L\,(AB+CD) \text{ ad } \frac{AB+CD}{E} \text{ id est, ad } F.$$

CAPVT V.

DE

Divisione Æquationis.

1 ET tantum de inventione & reductione Aequationis; *sequitur ejusdem Resolutio, quæ est ęquationis divisio, & ex ista lateris quadrati, cubici, quadrato-quadrati &c extractio,*

De hac agetur capite 6. sequenti, de ista sc. divisione hoc loco.

2 *Divisio est homogeneorum, quibus constat æquatio, ad datam magnitudinem, quæ in altiorem quæsiti gradum ducitur, communis adplicatio.*

Divisio autem ista in hoc potissimum versatur, vt si facta reductione, ab vna parte sit numerus absolutus, ab altera potestas quædam Algebrica, iste per hunc numerũ, abiecta tamẽ potestate, dividatur: erit enim id quod provenit, magnitudo quęsita.

3 *Innititur autem hęc operatio communi illi axiomati Euclideo: Si æqualia per ęqualia dividantur, quæ fiunt, sunt ęqualia.*

5 *Estq; hęc divisio aliquod compendium regulæ illius proportionum,*

Nonnullis regulam trium, quasi de tribus terminis, dicta. Nam si ex. gr. 2. A ęquantur huic nume-

numero 6, quæstio erit, cui numero 1. A æquetur? Ad hoc inquirendum, iuxta regulam proportionum tertius terminus, ut hic 1. A multiplicandus est per secundum puta 6, & factus 6. *A* dividendus per primum sc. 2. *A*, ut quotus sit 3. pro valore vnius *A*: *Quando enim numerus Algebricus per Algebricum eiusdem potevatis dividitur, quotiens semper est numerus absolutus.* Hinc est, quod regula Algebræ præcipiat, ut per numerum majoris potestatis alter numerus æquationis dividatur. Hac enim ratione idem ille numerus creatur, qui per regulam trium alioquin crearetur. Vti ex apposito exemplo constat. Idem enim numerus producitur ex divisione 6. *A* per 2. *A*, qui ex divisione 6. per 2. Vt: 2. *A* ═══ 6

2 ÷

——————— Vel 2. A —— 6 —— 1

2. A ═══ 3. 1 *

6 / 2 { 3

Exemplum 2. Item detur æquatio inter 19. *A* & 228. quæritur valor vnius A? ℞. 12, uti ex divisione 228. per 19 constat. Vt: 19. A ═══ 228

19 ÷

———————

1 A ═══ 12,

Exemplum 3. Sic data æquatione inter 26. *A* & 598, erit per divisionem 1. A 23. *Vt:*

26. A ═══ 598

26 ÷

———————

A ═══ 23.

Exemplum 4. Similiter si 12. AA æquentur 96. A † 60? quæritur, cui numero æqualis sit 1. AA? multiplica ergo inter se 96. *A* † 60 & 1. AA, quæ multiplicatio producet 96. AAA † 60 AA: Hunc factum divide per 12. A*A*, ut vult regula proportionũ, quotus erit 8. *A* † 5, sc. valor vnius *AA*. Idem hic factus proveniet, si per 12. AA, abiecta tamen eius potestate *AA*, dividas 96, *A* † 60, vti videre est ex calculo, ac propterea rectè docet Algebræ Regula, per numerum majoris potestatis dividendum esse simpliciter reliquum æquationis numerum, ne longior operatio per regulam proportionis instituatur. Vt 12. aa ═══ 96. a † 60

1. aa 1 aa *

———————

96. aaa † 60. aa

12. aa ÷ 12. aa ÷

———————

1. aa ═══ 8. a † 5

Exemplum 5. Sit etiam æquatio inventa inter 4, quadrato —— quadrata, & 256 cubos plus 223. inquirendum est pretium unius quadrato —— quadrati? quod assequeris per regulam triũ, si argumenteris ita: 4. aaaa dant 256. aaa, quid dabit 1. aaaa? multiplicabis igitur 256. aaa † 223. per 1. aaaa, et factum 256. aaaaaaa † 223. aaaa divides per 4. aaaa, & habebis 1. aaaa æquale 64. aaa † 58. Vt 4. aaaa ═══ 256. aaa † 223

1. aaaa * 1. aaaa *

———————

256. aaaaaaa † 223. aaaa

4. aaaa ÷ 4. aaaa ÷

———————

6 Ex. 1. in speciebus. 1. aaaa ═══ 64. aaa † 58.

Sit æquatio data ABB † PB ═══ SA, quæ dividenda est, quod fiet dividendo PB per A, sicuti & in altera parte A per *A*, vt quotiens sit BB † PB ═══ S. *Vt:*

ABB † PB ═══ SA

A ÷ *A* ÷

———————

$BB † \frac{PB}{A}$ ═══ S

Exemplum 2. Sit æquatio data BCC —— BFC —— HFC ═══ MMH, quæ dividenda est ita, ut omnia adplicentur ad B, & fiet æquatio CC —— FC $\frac{HFC}{B}$ ═══ $\frac{MMH}{B}$. *Vt:*

BCC —— BFC —— HFC ═══ MMH

B ÷ B ÷

———————

CC —— FC $\frac{HFC}{B}$ ═══ $\frac{MMH}{B}$

7 Facilius instituetur calculus abiectis potestatibus, ut supra diximus. Ex. gr.

4. AAAA ═══ 256. AAA † 223

4 ÷ 4 ÷

———————

1. AAAA ═══ 64. AAA † 58.

8 *Quod si aceidat, ut in æquatione reducta divisor fuerit vnitas à majore potestate denominata, non necesse est, hoc in casu, instituere divisionem, quandoquidem unitas dividens non variat operationem, ut*
ex vulgari illo axiomate patet: vnitas non multiplicat, nec dividit. Vt si $1.\,AA = 6.\,A + 14$. Quare in omni æquationum reductione in hoc vnicè incumbendum, ut æquatio ita reducatur, ut numerus majoris potestatis fiat vnitas, sic enim factum, quod imperatur.
Sequuntur aliquot ænigmata, quæ per divisionem hanc solvuntur. Quorum 1. est:

Exemp. 1. *Datis tribus numeris Geometricè proportionalibus, inquirere ijs quar-*
9 *tum proportionalem.*

Pone pro numero quarto proportionali magnitudinem *A*, iuxta regulam *Algebræ, & cùm in 4. numeris proportionalibus rectangulum mediorum æquale sit rectangulo extremorum*, erit quoq; æqualis factus primi & quarti, ipsi facto secundi & tertij. Multiplicetur igitur A per 2, item 8, per 6, eritq; æqualitas inventa inter 2. A & 48. erit ergo 1. A, per divisionem, 24. id est, quartus proportionalis.

Data. $2 — 6 — 8 — A\,? = 24.$

$A *$ $\quad$ $6 *$

$2.\,A = 48$

$2 \div$

$1.\,A = 24.$ proportionalis quartus quæsitus.

10 Ex. 2. *Sic in speciebus dantur tres magnitudines Geometricè proportionales, quærenda est ijs proportionalis quarta.*

Sint proportionales datæ A. B. C. erit per regulam trium quarta proportionalis quæsita BC divisa per *A*. hoc modo:

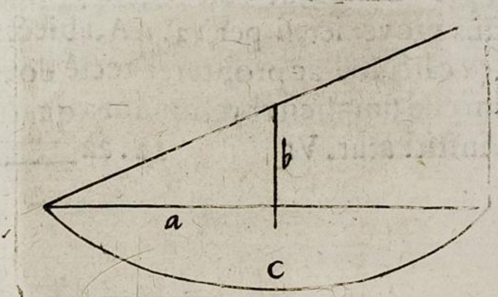
data. $A — B — C — \frac{BC}{A}$

$B *$

BC

$A \div$

$\frac{BC}{A}$ quæsitū



11 Ex. 3. *Data duorum segmentorum differentia, & ratione, inquirere ipsa segmenta.*
Data sit B datorum segmentorum differentia, & ratio eorundem, ut R. ad P, segmenti minoris ad majus: segmentum minus esto A eritq; idcirco majus $A + B$; quapropter erit, ut R. ad P. ita A. ad $\frac{AP}{R}$, hoc est, $A + B$. Seu ut P. ad R, ita $A + B$ ad $\frac{RA + RB}{P}$, hoc est, A. Vel etiam hoc modo per divisionem rationis tribus datis quartum proportionalem indagare licet, dicendo. Vt $p - r$ ad r. sic b. ad $\frac{br}{p - r}$ idest, ad a, vt:

$r — p — a$ $\qquad$ $p — r — a + b$ $\qquad$ $p - r — r — b$

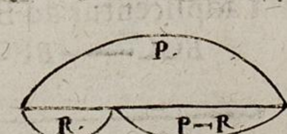
$p *$ $\qquad$ $r *$ $\qquad$ $r *$

ap $\qquad$ $ra + rb$ $\qquad$ br

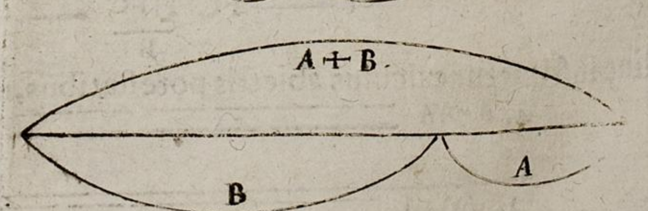
$r \div$ $\qquad$ $p \div$ $\qquad$ $p - r \div$

$\frac{ap}{r} = a + b$ $\qquad$ $\frac{ra + rb}{p} = A.$ $\qquad$ $\frac{br}{p - r} = A.$

12 *Ergo, vt differentia terminorum rationis datæ ad terminum minorem, ita data laterum differentia ad latus minus.*



Ex. 4. *Data lineā in duas partes ita*
13 *dividere, ut rectangulū sub partibus*



ad

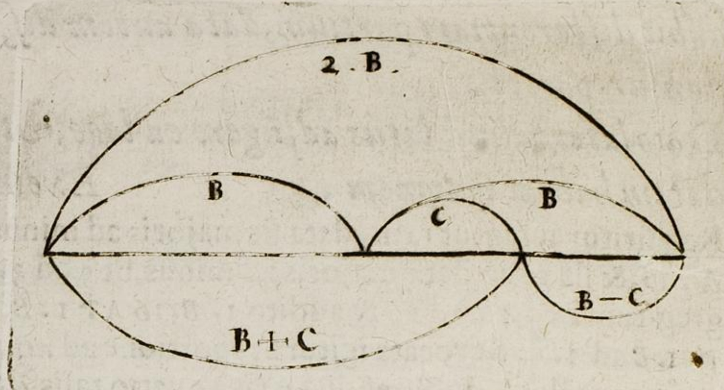
ad quadratum differentiæ partium datam habeat rationem.

Data sit linea dividenda 2. B & ratio data sit, ut R ad P. pars vna esto $B + C$, erit altera $B - C$, ita ut differentia partium sit 2. C, rectangulum sub partibus est $BB - CC$, & quadratum differentię partium est 4. CC. Dico ut se habet R. ad P, ita se habet $BB - CC$ ad 4. CC. Vel ut 4. R. ad P, ita $BB - CC$ ad $\frac{PBB - PCC}{4.R}$ id est, ad CC. Et componendo erit, ut 4. R + P. ad P. sic BB ad $\frac{PBB}{4.R+P} = CC$. Vt:

$B + C$
$B - C -$
$B + C -$
$B - C *$

$B+C - B+C$ $BB + BC$
$- B+C+$ $- BC - CC$.
$2.C$ $BB - CC$
$2.C *$

$4.CC$.



$R - P - BB - CC$ | $4.R - P - BB - CC$ | $4.R + P - P - BB$
$P *$ | $P *$ | $P *$

$PBB - PCC$ | $PBB - PCC$ | PBB
$R \div$ | $4.R \div$ | $4.R+P \div$

$\frac{PBB - PCC}{R} = 4.CC.$ $\frac{PBB - PCC}{4.R} = CC.$ $\frac{PBB}{4.R+P} = CC.$

16 *Ergo ut est quadruplum primi termini plus termino secundo, ad ipsum terminum secundum, ita est quadratum dimidij lateris dividendi ad quadratum dimidię differentię partium.*

17 Exemp 5. *Datam rectam in duas dispescere partes, ita, ut partium quadrata dato quadrato differant.*

Requiritur autem hic, ut latus dati quadrati minus sit data linea dividenda. Sit data linea 18, quæ ita in duas partes est dividenda, ut quadratum majoris partis excedat quadratum partis minoris quadrato 36, puta ex 6. Ad hoc faciendum ponatur quæsita partium differentia 1. A, erit per additionem 18 ad 1. A dupla pars major 18 + A, & per subductionem 1. A ab 18 dupla pars minor 18 − 1. A, quę duple partes bifariam dividantur, ut fiat simpla pars major $9 + \frac{1}{2}A$ & simpla pars minor, $9 - \frac{1}{2}A$; ducatur in se quadrate utraq; pars simpla tam major $9 + \frac{1}{2}A$, quàm minor $9 - \frac{1}{2}A$, & quadratum $81 - 9.A + \frac{1}{4}AA$ simplæ minoris $9 - \frac{1}{2}A$ subtrahatur à quadrato $81 + 9A + \frac{1}{4}AA$ simplæ minoris $9 + \frac{1}{2}A$, ut horum differentia sit 18. A, quæ æqualis est 36, quadrato ex data differentia 6, hęc ęqualitas divisa per 18, dat 2. pro valore vnius A. Vt:

18	18
1. A +	1. A −
18 + 1. A	18 − 1. A
2 ÷	2 ÷
$9 + \frac{1}{2}A$	$9 - \frac{1}{2}A$.
$9 + \frac{1}{2}A$ *	$9 - \frac{1}{2}A$ *
$81 + 4\frac{1}{2}A$	$81 - 4\frac{1}{2}A$
$4\frac{1}{2}A + \frac{1}{4}AA$.	$4\frac{1}{2}A + \frac{1}{4}AA$
$81 + 9.A + \frac{1}{4}AA$.	$81 - 9.A + \frac{1}{4}AA$.

$81 - 9A + \frac{1}{4}AA -$

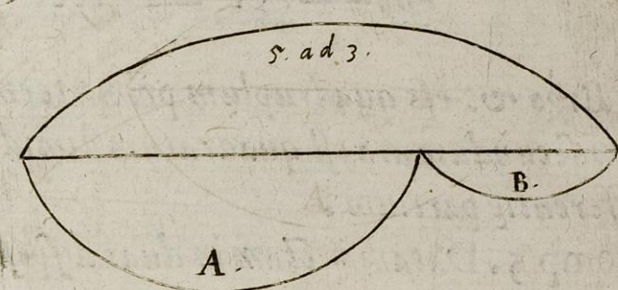
18. A = 36
18. A ÷ 18 ÷
A = 2.

Hoc

18 *Hoc Problema etiam sic proferri potest:*
Data summa duorum laterum, & differentia quadratorum ex ipsis, discernere latera. Ergo
19 *Quadratum datum pro differentia adplicetur ad latus dividendum, & quotus dabit differentiam partium, data autem differetia partium, & earumdem summa, dantur partes.*
20 *Dato lateri aliud latus adjũgere ea lege, ut datum cum adjuncto ad adjunctum datam habeat rationem. Exemplum 6.*

Requiritur autem ut ratio data sit majoris ad minus. *Ex. gr.* Latus cui fieri debet additio sit A. 16, & sit ratio data majoris ad minus, ut 5 ad 3. *Latus*, ad quod addi debet, sit 1. B, erit aggregatum ex dato A. 16 & addito 1. *B*, 16 A † 1. *B*. Vt autem est 5 ad 3, ita debet esse 16 *A* † 1. *B* ad 1. B: Revocata igitur proportione ad æqualitatem, videlicet 48. *A* † 3. *B* ——— 5. B. utrinq; tollatur 3. *B*, residua erit æquatio talis 48. A ✢ 2. B. quę dividatur per 2 propter 2. B, & B ęquabitur ipsis 24, quod est latus addendum quæsitum; *Vt* se enim habent 5 ad 3, sic se habebit A ✢ *B* 40 ad B 24. Vt:

B. 1.
A. 16 ✢
5 —— 3 —— 16. *A* † 1. *B*
3 *
48. *A* † 3. B ——— 5. B
3. B ——— 3 B ——
48. A ——— 2. *B*
2 ÷ 2. B ÷
24 ————— B.
16. *A* †
5 —— 3 —— 40 A. † B ——— 24. B.
3 *
——— Examen.
120
5 ÷
24. B.



21 *Ergo, Latus, cui fieri debet additio, ducatur in terminum minorem datæ rationis, & productum adplicetur ad differentiam terminorum datæ rationis, ut quotus sit latus addendũ.*
22 Exemplum 7. *Dato segmento majore diviso per minus, ipsa segmenta seorsim cognoscere.*

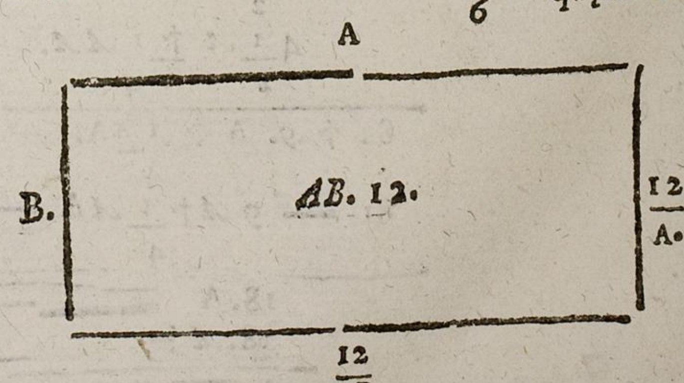
Sit datum segmentum majus A divisum per minus B, æquale $\frac{6}{2}$, quæruntur segmenta singula? ℞. A erit $\frac{6.B}{2}$ *B*. erit $\frac{3.A}{6}$. Vt:

$\frac{A}{B}$ ——— $\frac{6}{2}$ datum.
A ——— $\frac{6.B}{2}$ quæsitum 1
B ——— $\frac{3.A}{6}$ quęsitũ 2.

23 Exemplum 8. *Dato plano alicujus Rectanguli, seu data superficie parallelogrammi, ipsa latera, id est, ejus longitudinem & latitudinem invenire.*

Sit ergo rectanguli area data 12, erit per divisionem longitudo A, 12 divisa per B; & latitudo B, divisa per *A*. Vt:

AB ——— 12 datum
B ÷ A ÷ B ÷ A ÷
A ——— $\frac{12}{B}$ quæsitum. 1.
B ——— $\frac{12}{A}$ quæsitum 2.



24 Exemplum 9. *Data summa segmentorum ipsa segmenta discernere.*

Sint ergo 2. A † 6. B ęqualia 24, & 6 *A* † 2. B ęqualia 48, quæritur, cui segmenta seorsim æqualia sint, id est, cui ęquale sit majus A, cui itidem *B*? ℞. *A* æquabitur $7\frac{1}{2}$, B verò $1\frac{1}{2}$ hoc modo: Adde segmenta laterum, ut summa sit 8. A † 8. *B* = 72, hęc per 8. divisa dant quotum A † B = 9, hunc duplica, eritq; 2. *A* † 2. B = 18. ab hoc subtrahe segmentum 2. A † 6 *B* = 24, reliquum erit 4. B = 6. quod per 4 divisum, erit quotus quæsitus *B* = $1\frac{1}{2}$ ab hoc subtrahe A † B = 9, & invenies quęsitum *A* = $7\frac{1}{2}$. Vt:

25 Exemplum 10 *Data segmentorum summa, & eorundem differentia, ipsa latera discernere.*

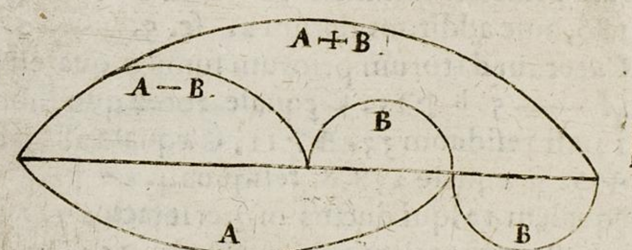
2. A † 6. B	=	24	datum 1.
6. A † 2. B	=	48 †	datum 2.
8. *A* † 8 B	=	72	
8 ÷		8 ÷	
A † B	=	9	
2 *		2 *	
2. A † 2 B	=	18	
2. *A* † 6. B	=	24 —	
4 B	=	6	
4 ÷		4 ÷	
B	=	$1\frac{1}{2}$	quęsitum 1.
A † B	=	9 —	
A	=	$7\frac{1}{2}$	quęsitū 2.

26 *Id fieri potest dupliciter, puta per additionem, & subductionem.*

1. Per additionem.

27 Data sit segmentorum summa *A* † 6, B, & segmentorum differentia A — B 4, erunt per additionem horum segmentorum A æquale 6; & B, 2. Addatur enim *A* ad *A*, ut summa sit 2. A? addatur etiam † B ad — B, ut summa sit nulla, ut constat ex lib. 1. part. 1. sect. 1. tit. 1. cap. 4 §. 14: addantur etiam numeri 8 & 4, ut 2. *A*, æquentur 12, hęc per 2. divisa, erit quotus *A* ęqualis 6, hic subtrahatur ab *A* † B, & residuum erit B æquale 2. pro quæsito secundo. Vt

A †	=	8	datum 1.
A — B	=	4	datum 2.
2. *A*	=	12.	
2 ÷		2 ÷	
A	=	6.	quæsitum 1.
A † B	=	8 —	
B	=	2.	quęsitum 2.



28 Per subductionem.

Sint segmenta data, ut prius, quærenda sunt singula singulatim? ℞. per subductionem, A 6, B 2. ut ante Subtrahatur enim A — B 4 ab A † *B* 8 iuxta elementum 14. cap. 5. tit. 1. sect. 1. part. 1. lib. 1. & residuum erit *A* † B — A † B ęquale 8 — 4, hoc est per reductionem, 2. *B* æquātur 4, cuius dimidium dat B quæsitum 2. ęquale 2, ab hoc subductum A † B 8, reliquum erit quæsitū 2. videlicet A æquale 6.

A † B	=	8	datum 1.
A —	=	4 —	datum 2.
A † *B* — A † B	=	8 — 4	
2. *B*	=	8 — 4 = 4.	
2 ÷		2 ÷	
B	=	2	quęsitum. 1.
A † B	=	8 —	
A	=	6	quęsitum 2.

Hujus generis exemplum 2.

29 Quæritur, si 3. *A* — 3. *B* æquentur 13, & 6. *A* † 9. B, 68; cui æquale sit *A*, cui etiam *B*? ℞. *A* æquabitur $7\frac{2}{15}$ & *B*, $2\frac{4}{5}$. *A*ddantur enim segmenta data, ut summa sit 9. A † 6. B = 183. quam divide per 3, erit quotus 3. *A* † 2. B = 27, at quo subtrahe datum primum 3. *A* — 3. *B* = 13, erit reliquus 5. *B* = 14. quem divide per 5, & reperitur quæsitum 1. B, $2\frac{4}{5}$, quod duplicatum dat 2. *B* = $5\frac{3}{5}$, ab hoc subductum 3. *A* † 2. *B* = 27, & reliquus 3. *A* = $21\frac{2}{5}$ per 3. divisus dabit quæsitum alterum *A*, $7\frac{2}{15}$. Vt:

3. A — 3. B	=	13	datum 1.
6. A † 9. B	=	68 †	datum 2.
9. *A* † 6. B	=	183	
3 ÷		3 ÷	

3. A † 2. B ——— 27
3. A —— 3. 6 ——— 13 ——
5. B ——— 14
4 ÷ 5 ÷
B ——— $2\frac{4}{5}$ quæsitum 1.
2 * 2 *
2. B ——— $5\frac{3}{5}$.
3. A ✠ 2 B ——— 27 ——
3. A ——— $21\frac{2}{5}$
3 ÷ 3 ÷
A ——— $7\frac{2}{15}$ quęsitum 2.

3. *Ejusdem generis aliud exemplum 3. in quo tria proponuntur data, & totidem inveniuntur quæsita.*

Dantur enim 3. A —— 4. B ✠ 5. C æqualia 2; dantur secundò 5. A † 3. B —— 2. C æqualia 58; dantur tertiò 7. A —— 5. B † 4. C ęqualia 14. Queritur A. B. C? R. A æquatur 7 5 6 11, C 5. Vti ex hoc apposito sequenti calculo liquet: in quo datum 1 sc. 3. A —— 4. B † 5. C ęquale 2 est additum 2. dato 5. A † 3. B —— 2. C æquale 58, & aggregatum 8. A —— B ✠ 3. C æquale 60 multiplicatum per 4, & ab hoc facto 32. A —— 4. B † 12. C ęquale 40 subtractū datū 1. sc. 3. A —— 4 6 † 5. C æquale 2, ut residuum sit 29. A † 7. C æquale 239. Propterea datorum priorum summa 8. A —— 6 ✠ 3. C æquale 60 triplicata est 24. A —— 3. B ✠ 9. C æquale 180, huic additum datum 2. sc. 5. A —— 2. C æquale 58. summa erit 29. A ✠ 7. C æquale 238. Cæterum datorum priorum summa, quæ est 8. A —— B † 3 C ęquale 60, quintuplicata est 40. A —— 5. B † 15. C ęquale 300, à quo subtractum datum tertium 7. A —— 5. 6 † 4. C æquale 14, est residuum 33. A † 11. C æquale 286, ab hoc residuo subductum superius inuentum 29. A ✠ 7. C æquale 238, & reliquus 4. A † 4. D ęqualis 48 divisus per 4, exhiber quorum —— A † C ęqualem 12, qui ductus in 7, erit factus 7. A † 7. C æqualis 84, qui sublatus ex 29. A † 7. C ęquali 238. erunt reliqui 22. A ęquales 154, qui divisi per 22, dant quæsitum 1. quod est A æquale 7 subductum à superiori invento —— A † C 12, reliquum erit quæsitum 2, videlicet C ęquale 5. Deniq; quæsitum 1. sc. A æquale 7 quintuplicatum, est 5. A ęquale 35, sicuti quæsitum secundum C æquale 5 duplicatum, est 2. C æquale 10. Nunc ab 7 quintuplicato, nimirum 5. A 35 subducantur 2. C æqualia 10, & ex residuo 5. A —— 2. C æquali 25 tollantur 5. A † 3. B —— 2. C æqualia 58, & reliquo 3. B ęquali 33 addantur 25, & ex summa 3. B † 25 æquali 58 subducā-
1 tur 25, residuumq; 3. B æquale 33 dividatur per 3, & quotis ostendet quæsitum tertium, quod est, B æquale 11.

3. A —— 4 B † . C ——— 2 datum 1.
5. A † 3. B —— 2. C ——— 58 † datum 2.
8. A —— B † 3. C ——— 60
4 * 4 *
32. A —— 4. 6 † 12. C ——— 40
3. A —— 4 B ✠ 5. C ——— 2 ——
2 ——— 29. A † 7 C ——— 238. ———
8. A —— B ✠ 3. C ——— 60
3 * 3 *
24. A —— 3. B † 9. C ——— 180
5. A † 3. —— 2. C ——— 58 †
3 ——— 29. A † 7. C ——— 238. ———
8. A —— B † 3. C ——— 60
5 * 5 *
40. A —— 5. 6 † 15. C ——— 200
7. A —— 5. B † 4. C ——— 14 —— datum 3.

33. A. † 11. C == 286
29. A † 7 C == 238 —

4. A † 4. C == 48
4 ÷ 4 ÷

— A † C == 12
7 * 7 *

7. A † 7. C == 84
29. A † 7. C == 238 —

22. A == 154
22 ÷ 22 ÷

A == 7 quæsitum 1.
— A † C == 12 —

C == 5 quæsitum 2.
A == 7
5 * 5 *

— 5. A == 35. —
C == 5
2 * 2 *

— 2. C == 10 —
5. A == 35
2. C — 10 —

5. A — 2. C == 25.
5 A † 3. B — 2. C == 58. — †

3. B † 25 == 58
25 — 25 —

3. B == 33
3 ÷ 3 ÷

B == 11. quęsitum 3.

Dătur etiam nonnulla exempla: quæ nullam divisionem requirunt, quorum duo tantum hic proferam.

Exemplum 1. *Datur numerus, cui si addantur 22, & ab eodem subtrahantur 14, prior sit duplus posterioris, quæritur quis ille?* R. 50.

Nam 50 si addantur 22, fit 72, & si ab eodē subducātur 14, ut fiat 36, erit prior 72 duplus hujus 36. Ponatur autem pro numero quæsito 1. A, cui addantur 22, ut summa sit 1. *A* † 22, subtrahantur etiam ab eodem 1. *A*, 14, ut residuum sit 1. *A* — 14, erit igitur ex natura ænigmatis 1. *A* † 22 == 2. A — 28. deme ab utraq; parte 1. A, ut æqualitas remaneat inter 22 & 1. *A* — 28, cui adde 28, & reperies 1. A valere 50. Et is est verus numerus, qui quæritur. Vt:

1. *A* 1. *A*
datum. 22 † 14 —
1. *A* † 22 1. A — 14
2 *

Examen.
50 50
22 † 14 —
72 36
2 *
72 == 72.

1. A † 22 == 2. A — 28
1. A — 1 A —
22 == 1. A — 28
28 † 28 †
50 == *A* quæsitum.

Exemplum 2.

Detur numerus, ex cujus $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{6}$. Si aufferantur 80, restent 100. quęritur, quis ille numerus sit?

℞ 180. Nam si ejus $\frac{1}{2}$, idest, 90, & $\frac{1}{3}$, id est, 60, & $\frac{1}{6}$, id est, 30, subducas 80, relinquentur 100. Ad inveniendum istum numerum, pone pro isto quasi invento 1. A, hujus $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{6}$ constituunt 1. A, aufferantur ergo 80, eritq; æquatio inter 1. A — 80 & 100, quibus adde 80, ut ęquatio supersit inter 1. A & 180. Vt:

Examen.

180	1. A
90	$\frac{1\ A}{2}$
60	$\frac{1\ A}{3}$
30 +	$\frac{1\ A}{6}$
180	1. A
80 —	80 —
100.	

1. A — 80 = 100
80 — 80 —

1. A = 180.

Et tantum etiam in universum de Æquationis divisione; sequitur Lateris eductio.

CAPVT VI.

DE

Eductionibus laterum ex reductis æquationibus.

1 Restat nunc ultima Regulæ Algebricę pars, quæ nos instruit, quando quotus ex divisione ortus numerum quæsitum aperiat; quando itidem quoti istius latus educendum, & quodnam illud sit.

2 Primum ergo quod attinet, *quotus tum demum numerum absconditum indicat, si sc. peracta reductione, maior potestas fuerit latus, ut A. B. D. C* Ex. gr., si 6. A. ęqualia fuerint 42, instituta divisione 42 per 6, erit quotus 7, valor unius lateris A.

6. A = 42
6 ÷

7

3 Sic etiam, *Si potestas aliqua æquetur potestati proxime minori, dividitur numerus minoris potestatis per numerū maioris, & quotus dicitur, pretium unius lateris etiamsi potestates non fuerint abbreviatæ.* Vt si 6. quadrato — quadrato — cubi sint ęquales 48 quadrato — cubo — cubis, erunt per divisionem 48 per 6, 8 æqualia pretio unius lateris. Vt

6. a a a a a a a = 48. a a a a a a a a
6 ÷

1. A = 8.

4 *Quale autem latus educendum sit, docet ipsa potestas, quæ in una parte ęquationis major est, quam latus. Extrahitur autem ex illo numero absoluto, qui in altera æquationis parte reperitur.*

Vt si potestas fuerit AA, extrahatur latus quadratum; si AAA, cubicum; si AAAA, quadrato — quadratum. Ex. gr. sit æquatio data inter 4 6560. E & 10. AAA, dividantur, ut quotus sit 46656, ex quo extrahatur latus cubi. Vt:

10. a a a = 466560
10 ÷

1. a a a = 46656
— IC.

A = 36.

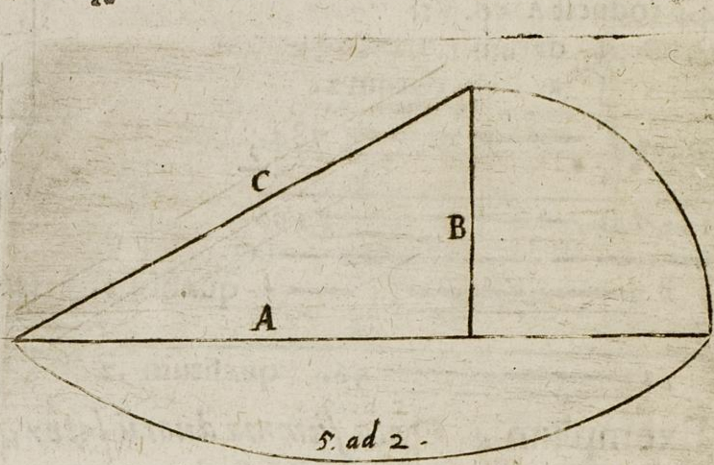
5 Præterea quomodo latera ex quolibet numero absoluto, & Algebrico educantur, dictum est lib. 1. hujus, cap. 12, & 13, item cap. 16, ut merito illa hoc loco transilire possimus.

Se-

Sequuntur exemplorum duo genera : quorum prius requirit eductionem lateris quadrati, posterius, Cubi.

Exemplum 1. *Dato, in triangulo rectangulo, latere rectum angulum subtendente, et proportione reliquorum laterum, invenire ipsa latera.*

Sit triangulum datum A. B. C, cujus latus recto angulo oppositum est C, datumque partium 52 reliqua autem latera angulum rectum continentia ut A & B, proportionem habent duplam superbi partientem quintas, id est, ut 5. ad 12. quæritur latus A & B? R: A erit 48; B verò. 20. Laterum enim A & B quadrata sunt AA ╪ BB ═ 144╪25, id est, 169, æqualia quadrato CC, 2704, quod dividatur per 169, eritque AA ═ 16, cujus latus A ═ 4; minus ergo latus D. 5 multiplicatum per A sc. 4, producit quæsitum latus B. 20. Idem A 4, multiplicatum per A majus latus 12, gignit quæsitum alterum latus A. 48. Vt:



5. B   12. A   datum 2.
                       52. C.
5 *   12 *   52 *

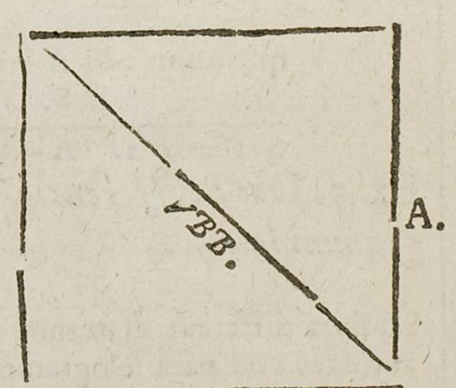
25. BB   24   104
           12   260

144. aa.   2704 (C.
25. BB ╪

aa ╪ BB. 169 ═══════ 2704. CC.
169 ÷   169 ÷
aa ═══════ 16
               L. A.
a ═══════ 4   4
B. 5 *   a. 12 *

quæsitum 1. B ═══════ 20   48
quæsitum 2. A ═══════ 48.

Exemplum 2. *Dato latere quadrati, inquirere diametrum; & contra, data diametro inquirere latus.*



Sit datum latus A. 6, erit ejus quadratum AA 36, cujus duplum sc. 2. AA 72. est æquale quadrato diametri BB; erit ergo ipsa diameter B, √BB. 72. Vt 6. a datum.

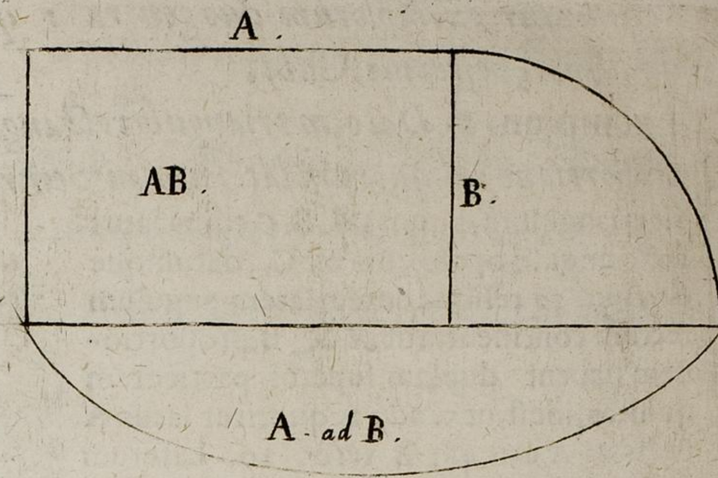
6 *
36. aa
2 *
72. 2. aa ═══ BB
                LB.
√bb. 72 ═══════ B. quæsitum.

Vel sit datum quadratum, cujus diameter est √bb. 72, quæritur latus A? R. 6. Nam quadratum diametri 6, duplum est quadrati lateris A, vt §. 28. cap. 3. hujus demonstravimus. *Est* autem quadratum diametri 72, erit ergo hujus dimidium 36 sc. quadratum lateris A. & latus ipsum A. 6. Vt:

√bb. 72 datum.
√bb. 72 *
72. bb.
2 ÷
36. AA.
═══════ L. A.
A ═══ 6. quæsitum.

Exemp. 3. *Data rectanguli are a, & proportione duorũ laterũ, indagar e ipsa latera.*

Ponatur latitudo 1. *A*, erit ergo longitudo A 4, hæc inter se multiplicata faciunt AB 4, quæ æquantur 784, hæc divisa per 4, est quotus 1. *AB* 196, cujus latus B 14 est quæsitum primum, hoc multiplicatum per 4, producit A 56. Vt:



1. *B* } datum 1.
4. A } * datum 2.

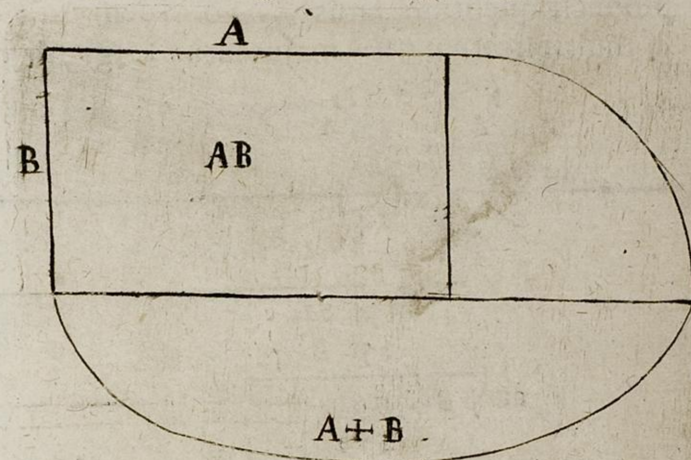
4. *AB* —— 784
4   4 ÷

1. *A* B —— 196
—— LQ.
B —— 14 —— quæsitũ 1.
4 *

A —— 56. quæsitum 2.

Exemplum 4. *Data summa duorũ laterum & rectangulo, indagare ipsa latera.*

Sit data summa laterum A + B 8, sit data etiam superficies rectanguli AB 12, quærẽda sunt singula latera A & B? *A*d hoc faciendum, rectãgulum quadruplicatum subtrahe à quadrato summæ laterum, & ex reliquo sc. quadrato differentiæ laterum extractum latus adde summæ laterum, inventaq; erit æquatio inter 2. A & 12, hinc elicitur A. esse 6 & *B* 2. *V*t:



datum 1. a + b —— 8   a + b —— 8
datum 3. ab —— 12   a + b * 8 *
4 *   aa + ab 64
ab + bb

4. ab —— 48   aa + 2. ab + bb —— 64
4. ab —— 48 ——

aa − 2. ab + bb —— 16
—— 1Q.
a —— b —— 4
a + b —— 8 +

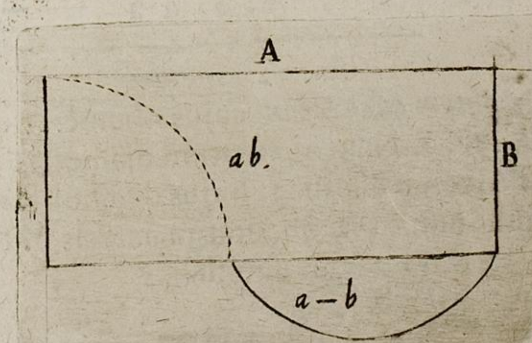
2. a —— 12
2 ÷   2 ÷

quæsitum 1. A —— 6
8.   8 ——

quæsitum 2. A —— 8. —— *B* —— 2.

Ex. 5. *Data differentia laterum & parallelogrammo, inquirere ipsa parallelogrammi latera.*

Sit data differentia laterum A —— B 12. datũ etiã parallelogrammi planũ, A B 13653, quærenda sunt singula, idest, ejus lõgitudo *A* & latitudo B? Datum *A B*, 13653 rectangulum quadruplicatum sc. 4. A B, 54612 adde quadrato differentiæ laterum A A —— 2. A B + BB, 144, vt aggregatum sit quadratum summæ laterum *A* A + 2. AB + BB æquale 54756, ex hoc aggregato extrahe latus, A + *B*, 234, à quo subtrahe differentiæ laterum quadratum A —— B 12, eritq; 2. *B* æquale 222. Hinc exorietur per



divisio-

divisionem binarij, ipsum quæsitum, primum *B* 111. cui additum quadratum differentiæ laterũ A — B 12, erit alterum quæsitum *A* 123. Vt.

a — b = 12 datum 1.
a — b * 12 *

aa — ab 124.
ab + bb 12

aa — 2.ab + bb = 144.

datum. 2.
a b = 13653.
4 * 4 *

4. a b = 54612
aa — 2. ab + bb = 144 +

aa + 2.ab + bb = 54756.
LQ.

a + b = 234
a — b = 12 —

2. b = 222
2 ÷ 2 ÷

quæsitum 1. *B* = 111.
A — b + = 12 +

quæsitum 2. *A* = 123

Exemplum 6.

Data summa quadratorum, & eorundem differentia quærere partes laterum.

Sit summa quadratorum data *A*A + *B*B æquari 16 + 9, hoc est, 25, data etiam quadratorum differentia *A* A — — BB æquari 16 — 9, hoc est, 7. queritur, quãtũ futurũ sit latus *A*, quãtũ etiã *B*? R. A erit 4; *B* verò 3: Sũma etenim quadratorum summæ & differentiæ per duo divisa, & ex quotiente latus quadrati extractum, erit quæsitum 1. *A*. Deinde ex residuo quadrati *A*A & quadrati summæ laterum latus quadratum eductum, erit quæsitum alterum B. 3. Vt:

datum 1. aa + bb = 16 + 9 = 25.
datum 2. aa — bb = 16 — 9 = 7. idest.

aa + bb = 25
aa — bb = 7 +

2. aa = 32
2 ÷ 2 ÷

aa = 16
L. *A*.

quæsitum 1. *A* = 4

aa + bb = 25
aa = 16 —

bb = 9
LB.

quæsitum 2. *B* = 3.

33 *Succedit alterum genus exemplorum, quod eductionem lateris cubici requirit.*

Exemplum 1. *Data Cuborum summa & eorundem differentia, indagare partes laterum.*

Ex. gr. Sit summa cuborum data AAA + BBB æquari 27 + 8, hoc est, 35. Sit itidem data cuborum differentia AAA - BBB æquari 27 — 8, hoc est, 19, quæritur, quantum sit latus cubi *A*, quantum etiam B? R. *A*. erit 3, *B*. 2. Summa namq; cuborum aggregati, & differentiæ per duo divisa, & ex quoto latus cubicum extractum erit quæsitum 1. *A*; tum ex residuo cubi *AAA* à cuborum summa AAA + BBB eductum latus cubi erit B, quæsitum alterum, ut voluit quæstio.

aaa + bbb = 27 + 8 = 35. datum 1.
aaa — bbb = 27 — 8 = 19. datum 2.
id est.

aaa + bbb = 35
aaa — bbb = 19 +

2. aaa = 54
2 ÷ 2 ÷

aaa = 27
LA.

A = 3. quæsitum 1.

aaa + bbb = 35
aaa — = 27 —

bbb = 8
LB.

B = 2. quæsitum 2.

Exemplum 2. *Data parallelepipedi soliditate, unà cum proportione laterum indagare ipsa latera.*

Sit

Sit parallelepipedum datum *A* B C, id est, columna quadrilatera pedum 18432. altitudo C, ad longitudinem basis B, & hæc longitudo ad latitudinem basis *A* proportionem habet duplam, quæruntur singula latera? ℞. C erit *96* *B* 48. & *A* 24. Ponatur enim altitudo 8. A, erit latitudo 2. A & longitudo 4. *A*. in continua proportione dupla. Latitudo in longitudinem facit 8. *AA*, & hęc in altitudinem facit soliditatem parallelepipedi 64. AAA, æqualem 18432, hisce divisis per 64, erit A*AA*, id est, 1. cubus ęqualis 288, cujus latus A 12. *Erunt ergo* 8. A *96*. 4. A 48. & 2. *A* 24. *Ut voluit quæstio. Ex. gr.*

a. 8 —— a. 4 —— a. 2 datum 1.
a. 2 *
aa. 8
a. 8 *
aaa. 64 ———— 18432. datum 2.
64 ÷ 64 ÷
aaa ———— 288
———— LA.
A ———— 12 12 12
8 * 4 * 2 *
96. 48. 24.

Quęsita
III.

CAPUT VII.

De Algebræ Aenigmatibus.

1 ET tantum etiam de ipsa Regula *Algebræ*, ejusq; partibus; Sequuntur (ex §. 2. cap. 1. hujus *A*enigmata.

2 *Sunt autem hæc ænigmata triplicis generis. Quędam enim sunt, quæ commodè per hanc Regulam solvi possunt; quædam etiam sunt, quæ, etiamsi solvi possint, tamen ut inepta ac nugatoria solvuntur; quædam deniq: sunt, quę nulla ratione solvi poßunt.*

3 *Ad prius ænigmatũ genus referemus* (brevitatis habita ratione) *quatuor ænigmata Ptolomęi*, ex libro 1. Epigrammatũ Græcorum desumpta, *sicuti & quintum illud Euclidis*, quod ipsis Epigrammatibus Græcis adscriptum est.

Ænigmata autem Ptolomæi sunt hęc:

4 Primum est *de Palladis statua, quot nam illa auri talenta appendat.*

Πρῶτον.

Παλλὰς ἐγώ τελέθω σφυρήλατος, αὐτὰρ ὁ χρυσὸς
Αἰζηῶν πέλεται δῶρον ἀοιδοπώλων.
Ημισυ. μὲν χρυσοῖο χαρίσιος, ὀγδοά την δὲ
θέσπις, καὶ δεκατην μοῖραν ἔθυκε Σόλων.
Α' υτὰρ εεικος ἠν Θεμίσων, τὰ δὲ λοιπὰ τάλαντα
Ε'ννέα. καὶ τέχνη, δῶρον Αρισοδίκȣ.

Pallas ego sum, malleo hunc in modum fabrefacta: Sed aurum munus est iuvenum, qui in studio versantur Poetices. Dimidiam quidem auri partem contulit Charisius. Octavam verò Thespis: Decimam de hinc Solon: Et vigesimam Themison: Reliqua autem novem talenta, & mercedem item, quæ artifici debebatur, contulit Aristodicus. Quæritur de toto pondere statuæ, & quot quisq; talenta adjunxerit?

Res-

Respondeo statuam fuisse talentorum 40, & *Charisium* dedisse talenta 20, sicuti & *Thespidem* 5, *Solonem* 4, *Themisonem* 2, & *Aristodicum* 9. Vti ex ænigmate constat.

Ponatur enim pondus totius statuæ 1. *A* talentorum auri, dedit itaq; *Charisius* $\frac{1}{2}$ *Thespis* $\frac{1}{8}$ A. Themisō 1 A Et *Aristodicus* 9. talēta, quæ oēs talētorū partes gignūt $\frac{31}{40}$ *A* + 9 2, sum, 8 mā sc. 20 æ 20 qualē 1. *A*. subductis ergo $\frac{31}{40}$ *A*, vtrinque, erit æqua 40 tio inter 9, & $\frac{9}{40}$ *A*. Divisis itaq; 9, per $\frac{9}{40}$ *A*, fiet 1. *A* æ 40 quale 40; sc. talentorum statuę. Idcirco 40 *Charisius* contulit 20 40 talenta, videlicet semissem totius ponderis. *Thespis* 5. talenta, octavam puta partem, *Solon* 4 talenta, vt partem decimam. *Themison* 2. talenta, partem nimirum vigesimam. Quę partes omnes & singulę cum illis 9 talentis, quę adjunxit *Aristodicus*, summatim procreant 40 talenta. Vt:

$$\frac{1.\ A}{2} \quad \frac{1.\ A}{8} \quad \frac{1.\ A}{10} \quad \frac{1.\ A}{20}$$

$\frac{1}{2}$. *A*. Char. $\frac{1}{8}$ *A*. Thes. $\frac{1}{10}$ *A*. Sol. $\frac{1}{20}$ A. Them.

$\frac{1}{2}$ *A*

$\frac{1}{8}$ *A*

$\frac{1}{10}$ *A*

$\frac{1}{20}$ A +

$\frac{31}{40}$ *A* + 9 = 1. *A*

$\frac{31}{40}$ — $\frac{31}{40}$ —

9 = $\frac{9}{40}$ *A*

$\frac{9}{40}$ ÷

A = $\frac{40}{2}$ ÷ $\frac{40}{8}$ ÷ $\frac{40}{10}$ ÷ $\frac{40}{20}$ ÷

char. 20. 5. Thes. 4. Sol. 2. Them.

Examen.

20
5
4
2 +
—
31
9 + Arist.
—
40. statua.

5 Aenigma secundum *est de Augeę armentis, quotnam boves fuerint.*

Δεύτερον.

Αυγέην εἴρετο μεγασθενὸς Ἀλκείδαο.
Πληθὺν βουκολίων διζήμενος, ὃς δ' ἀπάμειπτο
Ἀμφὶ μὲν Ἀλφειοῖο ῥοὰς φίλος ἥμισυ τῶνδε,
Μοίρη δ' ὀγδοάτη ὄχθον Κρόνου ἀμφινέμονται.
Δωδεκάτη δ' ἀπάνευθε Ταραξίπποιο παρ' ἱρὸν,
Ἀμφὶ δ' ἄρ Ἤλιδα δῖαν ἐεικοστὴ νεμέθονται.
Αὐτὰρ ἐν Ἀρκαδίῃ τριηκοστὴν προλέλοιπα,
Λοιπὰς δ' αὖ λεύσσεις ἀγέλας τόδε πεντήκοντα.

Augeam interrogavit generosus Hercules de multitudine armentorum, cui ille respondit. Media horum pars, amice, circa fluvium Alpheum pascitur: octava autem circa Saturni collem: cæterum duodecima procul hinc iuxta loca Taraxippi extrema: at vigesima eorum pars circa Elidem pascitur: trigesimam verò in Arcadia ego reliqui: Reliqua autem quinquaginta numero armenta videas ipse. Quæstio est de numero boum, & quotnam in singulis locis fuerint. Respondeo, boves adfuisse 240, quorum 120 fuerunt circa fluvium *Alpheum*, 30 circa *Saturni* collem, 20 juxta *Taraxippi* extrema. 12. Circa *Elidem* montem, & in *Arcadia* 8. Ponatur enim 1. *A* pro numero boum. Ergo juxta fluvium *Alpheum* fuerunt $\frac{1}{2}$ *A* boum, circa collem *Saturni* $\frac{1}{8}$ *A*, juxta *Taraxippi* extrema $\frac{1}{12}$ *A*, circa montem *Elidem* $\frac{1}{20}$ *A*, in *Arcadia* $\frac{1}{30}$ *A* & 8 apud *Augeam* 50 boves. Quæ partes omnes additę faciunt $\frac{19}{24}$ *A* + 50, summam sc. æqualem 1. A. Ablatis igitur ab utraq; parte $\frac{19}{24}$ A, existet ad huc æquatio inter 50 & $\frac{5}{24}$ *A*. Divide ergo 50 per $\frac{5}{24}$ *A*, ut habeas 240, scilicet valorem vnius A. qui est numerus boum. Quorum dimidia

midia pars 120 fuit circa fluvium *Alpheum*, & $\frac{1}{8}$, hoc est, 30 circa collem *Saturni* & $\frac{1}{12}$, hoc est, 20 juxta *Taraxippi* extrema, & $\frac{1}{20}$, hoc est, 12 juxta *Elidem*, & in *Arcadia* boves 8, pars videlicet $\frac{1}{30}$. Atq; omnes hi boves cum 50, qui prope *Augeam* fuerunt, summatim constituunt 240. Vt:

$$\frac{1.A}{2 \div} \quad \frac{1.A}{8 \div} \quad \frac{1.A}{12 \div} \quad \frac{1.A}{20 \div} \quad \frac{1.A}{30 \div}$$

$$\frac{1.}{2}A. \quad \frac{1.}{8}A. \quad \frac{1.}{12}A. \quad \frac{1.}{20}A. \quad \frac{1.}{30}A.$$

Alph. Sat. Tar. El. Arc.

$$\frac{1}{2}A + \frac{1}{8}A + \frac{1}{12}A + \frac{1}{20}A + \frac{1}{30}A$$

$$\frac{19}{24}A + 50 = 1.A$$

$$\frac{19}{24} \qquad \frac{19}{24}$$

$$50 = \frac{5}{24}A$$

$$\frac{5}{24}A \div$$

$$A = \frac{240}{2 \div} \quad \frac{240}{8 \div} \quad \frac{240}{12 \div} \quad \frac{240}{20 \div} \quad \frac{240}{30 \div}$$

Alph. 120. 30. Sat. 20. Tar. 12. El. 8. Arc.

Examen. 120 + 30 + 20 + 12 + 8 = 190; 190 + 50 Aug = 240.

7 **Aenigma tertium, *de Leonis ænei canalibus*.**

Τρίτον

χάλκεός εἰμι λέων, κρουνοὶ δέ μοι ὄμματα δοιά,
Καὶ σόμα σὺν δ' θέναρ δεξιτεροῖο ποδός.
Πλήθει δὲ κρατῆρα δύ' ἤμασι δεξιὸν ὄμμα,
Καὶ λαιὸν τρισσοῖς, καὶ πισύρεσσι θέναρ.
Αρκιον ἓξ ὥραις πλῆσαι σόμα, ἐν δ' ἅμα πάντα,
Καὶ σόμα, καὶ γλῆναι, καὶ θέναρ, εἰπὲ πόσον:

Aeneus ego sum leo: canales verò mihi sunt oculi duo: & os cum palma dextri pedis. Implent autem craterem eundem, dexter quidem oculus duobus diebus: sinister verò tribus: Et palma quatuor diebus: porro sex horis os implere eum potest. Hęc igitur simul omnia, & os, & oculi, & palma, dic quanto tempore eundem craterem impleant?

Respondeo, horis quatuor, cum $\frac{44}{61}$ vnius horæ. Ponatur enim pro tempore 1. A horarum, atq; dicatur: 48. 72. 96. 6. singulæ horæ sigillatim sumptę implent unum craterem, quid implebit 1. A horarum? ℞ pro 48, $\frac{1}{48}$ crateris; pro 72, $\frac{1}{72}$: pro 96, $\frac{1}{96}$: pro 6, $\frac{1}{6}$ crateris: Addantur iam omnes hæ fractiones, ut summa sit $\frac{61}{288}$ A, unius crateris, æqualis vni crateri. Dividantur ergo 1. per $\frac{61}{288}$, erit 1. A æqualis $\frac{288}{61}$ hoc est, horis $4\frac{44}{61}$, quibus crater implebitur. Si enim oculus dexter 48 horis implet unum craterem, horis $4\frac{44}{61}$ implebunt $\frac{6}{61}$ unius crateris & sic de reliquis. Iam omnes partes crateris componunt unum craterem. *Vt:*

48 $\frac{1}{48}$ A

72 $\frac{1}{72}$ A

96 1 —— 1. A $\frac{1}{96}$ A

6 $\frac{1}{6}$ A ✠

1 —— $\frac{61}{288}$ A

$\frac{61}{288}$ A ÷

1. A —— $\frac{288}{61}$

idest.

A —— $4\frac{44}{61}$ horæ.

Examen.

48 $\frac{6}{61}$

72 $\frac{3}{61}$

96 1 —— $4\frac{44}{61}$ $\frac{4}{61}$

6 $\frac{48}{61}$

Aenigma quartum, *de statuis Zethi, Amphionis, ac matris ipsorum Amphionis.*

Τέταρτον.

Αμφω μὲν ἡμεῖς εἴκοσι μνᾶς ἕλκομεν,
ζῆθος τε χ᾽ ὤ ξύναιμος ἢν ᵹ μου λάβῃ
Τρίτον, τὸ τέτρατόν τε τοῦ δ᾽ ἀμφίονος
Εξ πάντ᾽ ἂν ευρών, μητρος εὑρήσεις σταθμόν.

Ambo quidem nos viginti minas appendimus Zethus pariter, & meus consanguineus. At si de meis minis tertiam partem minarum verò Amphionis quartam sumpseris, sex in summa inventis, matris pondus reperies. Quæstio est, quot minas tum Zethus, tum Amphion eius consanguineus appenderit? Respondeo, statuam Zethi extitisse minarum 12: *Amphionis* 8, & *Antiopis* 6, quæ omnes additę dant minas 26. *Pone igitur pro Zetho* 1. A minarum: & pro *Amphione* minas 20 —— 1. A, & constitues tertiam partem *Zethi* $\frac{1}{3}$ A, & quartam partem *Amphionis* 5 —— $\frac{1}{4}$ A, quę coniuncta faciunt 5 + $\frac{1}{12}$ A æqualem 6. Igitur subductis ab utraq; parte 5, erit æqualitas inter 1. & $\frac{1}{12}$ A, diviso nunc 1 per $\frac{1}{12}$, erit 1. A, 12, atq; tot minarum fuit statua *Zethi*, ergo *Amphionis* 8 & *Antiopis* 6, quæ additæ faciunt 26. *Vt:*

1. A Zeth. 20 —— 1. A Amph.

3 ÷ 4 ÷

$\frac{1}{3}$ A 5 —— $\frac{1}{4}$ A

$\frac{1}{3}$ A ✠

6 —— 5 + $\frac{1}{12}$ A

5 —— 5

1 —— $\frac{1}{12}$ A

$\frac{1}{12}$ A ÷

A —— 12. Zeth. 20 —— 12

8. Amph. 6. Anti.

Examen. 6 + 12 = 26.

Aenigma quintum, *quod est Euclidis Geometricum.*

Ευκλείδου Γεωμετρικόν.

Ημίονος καὶ ὄνος φορέοντες οἶνον ἔβαινον,
Αυταρ ὄνος στενάχιζεν ἐπ᾽ ἄχθει φόρτου ἑοῖο.
Τὴν δὲ βαρὺ στενάχουσαν ἰδοῦσ᾽ ἐρέεινεν, . . .
Μητερ τί κλαίουσ᾽ ὀλοφύρεαι ἠΰτε κούρη.
Εἰ μετρον ἔμοι δοίης: διπλάσιον σέθεν ἦρα.
Εἰ δ᾽ ἓν αντιλάβοις, πάντως ἰσότητα φυλάξεις.
Εἰπὲ τὸ μέτρον ἄριστε Γεωμετρίης επίιστορ.

Ibanl Mulus, & Asina vinum portantes: Asina autē ex dolore ponderis sui ingemiscebat. Qua re visa, Mulus graviter ingemiscentem Asinam sic interrogavit. Mater cur ita lamentaris, cur puellæ instar lacrymas fundis? Mensuram mihi unam si dederis, duplo, quam tu, plus sustulero: sin verò tu à me vnam acceperis, idē planè quod ego, pondus feres. Mensuram itaq peritissime Geometer dicas volo.

Qq

Alia versio Melanthonis.

Mula, Asinaq; duos imponit servulus utres
Impletos Vino segnemq; vt vidit *Asellam*
Pondere defessam vestigia figere tarda,
Mula rogat: Quid chara parens cunctare, gemisq;?
Vnam ex utre tuo mensuram si mihi reddas,
Duplum oneris tunc ipsa feram: sed si tibi tradam
Vnam mensuram, fient æqualia vtriq;
Pondera. Mensuras dic docte *Geometer* istas.

Alia versio.

Mulus portabat *Vinum*, comitatus *Asella*.
Hæc oneris quæritur pondera vasta sui.
Ille graves matris gemitus miratur, & inquit,
Cur adeo lacrymis lumina mœsta fluunt?
Mollities teneras mater decet illa puellas,
Quas premit insuetus, debilitatq; labor.
Vnam mensuram, si nostros fundis in vtres,
Ipsa tui vini pondera dupla feram.
Sin unam contra nostro de fasce levabis
Partem, tunc æquum pondus vterq; feret.
Dic mihi mensuras, o docte *Geometer* istas,
Non aliter *Phœbi* nomine dignus eris.

Respondeo, *Mulum* portasse mensuras septem & *Asinam quinque*. Ponatur enim pro mensuris *Muli* 1 *A*, & sic pro mensuris *Asinæ* $\frac{1}{2}$ *A* + 1. $\frac{1}{2}$. Ita enim si *Asina* hęc mulo obtulerit 1. mensuram, erunt *Mulo* mensuræ 1. *A* + 1, quæ erunt duplo majores reliquis mensuris *Asinæ*, quę sunt $\frac{1}{2}$ A + $\frac{1}{2}$. Vt:

1. *A*. Mul. $\frac{1}{2}$ A + 1 $\frac{1}{2}$. *As.*

1 1 —

1. A + 1 ———— $\frac{1}{2}$ *A* + $\frac{1}{2}$

At verò, si *Mulus*, *Asinæ* det 1. mensuram, erit reliquum pondus *Muli* 1. A — 1 æquale ponderi *Asinæ*, quod erit $\frac{1}{2}$ A + 2 $\frac{1}{2}$, addita utriq; parti 1. erit æqualitas inter 1. A & $\frac{1}{2}$ A + 3 $\frac{1}{2}$. Subducta porro ab utraque parte $\frac{1}{2}$ *A*, erit ęqualitas inter $\frac{1}{2}$ A & 3 $\frac{1}{2}$. Divisa jam 3 $\frac{1}{2}$ per $\frac{1}{2}$, erit quotus $\frac{14}{2}$, hoc est, 7 pro A. id est, mensuris Muli, *Asina* ergo habens $\frac{1}{2}$ *A* + 1 $\frac{1}{2}$ portabit mensuras 3 $\frac{1}{2}$ & 1 $\frac{1}{2}$, videlicet 5: *Si* enim *Asina Mulo* det 1. mensuram, habebit *Mulus* 8. quæ dupla sunt 4, ut pote quæ *Asino* reliquæ sunt. *Et* si *Mulus Asinæ* det 1. mensuram, portabit uterq; 6. mensuras.

1. *A* Mul. $\frac{1}{2}$ A + 1 $\frac{1}{2}$ Asin.

1 — 1 +

1. *A* — 1 ———— $\frac{1}{2}$ A + 2 $\frac{1}{2}$

1 + 1 +

1. A ———— $\frac{1}{2}$ A + 3 $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ A — $\frac{1}{2}$ A —

$\frac{1}{2}$ A ———— 3 $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ *A* ÷

A ———— $\frac{14}{2}$ ———— 7. Mul.

$\frac{1}{2}$ A + 1 $\frac{1}{2}$

3 +

$\frac{1}{2}$ *A* + 4 $\frac{1}{2}$ —— 5. As.

CAPVT VIII.

De Aenigmatibus Nugatorijs.

AD secundum Ænigmatum genus pertinent illa, quæ, etiamsi solvi possint, tamẽ vana, inepta ac nugatoria sunt. Quod tum accidit, quando æquatio inventa est inter duos numeros æquales, & ejusdem denominationis, & tali in casu problema propositum solvi poterit per quemvis numerum adhibitum.

Exemplum 1. *Sit numerus 16 dividendus in tales duas partes, ut numerus factus ex una parte in totum numerum propositum, æqualis sit quadrato ejusdem partis, unà cum numero, qui ex eadem parte per alteram multiplicata gignitur.*

Ponatur prima pars esse 1. A, ideoq; altera erit 16 —— 1. A. Et quia ex priori parte, id est, ex 1. A multiplicatione per totum numerum 16, fiunt 16. A: Ex eadem autem parte in se fit. 1. AA & ex multiplicatione 1. A per 16 — 1. A, oriuntur 16. A — 1. AA, quæ addantur 1. AA fiunt 16 A, quia ut 1. AA addi possit ad — 1. AA, instituenda est subductio, ut in prioribus dictum est. Inventa est ergo æqualitas inter 16. A & 16. A. quod nugatorium est ac ridiculum. Vt:

16.   16 —— 1. A   1. A
1 A *   1. A *   1. A *

16. A   16 —— 1. AA   1. AA.
1. AA †

16. A ═══ 16. A.

Exeemplum 2. *Sit numerus quærendus, qui ductus in 3, & factus in 6. A, procreet numerum æqualem ei, qui ex multiplicatione in se ipsum & ex facto in 18. procreatur.*

Ponatur numerus 1. A. Ex multiplicatione 1. A per 3, fiunt 3. A, & ex 3. A per 6. A, fiunt 18. AA Et quia 1. A per se ipsum multiplicatum dat 1. AA, & ex ductu 1. AA in 18. fit 18. AA. Erit æqualitas inventa inter 18. AA & 18. AA. quæ iuventa æquatio inepta est. ut

1. A   1. A
3 *   1. A *

3 A   1. AA
6. A *   18 *

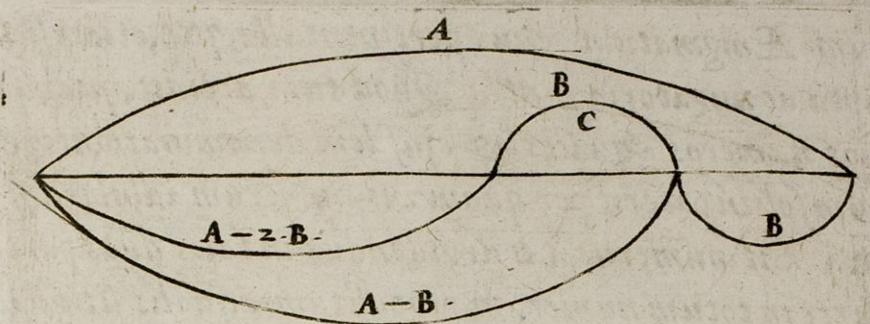
18. AA ═══ 18. AA.

Exemplum 3.

Datam lineam in duas partes ita dividere, ut rectangulum sub tota & partium differentia una cum quadrato partis minoris, æquet quadratum partis majoris.

Quod ænigma similiter vanum est ex eo, quod utcumq; data linea secetur, semper inveniatur ex
ista sectione hoc profiscisci, id videlicet de quo est quæstio, ut constat ex prop. 5. lib. 2. Euclidis, si
sc. illa dimidia ponatur pars major, & intermedia pars minor, sicuti etiam reliqua partium diffe
rentia; si vero instituatur analysis, hæc in æquationem incidet inutilem, cum in utraq; eius par-
te eædem reperiantur magnitudines: Nam si data linea sit A, erit pars minor B, & maior A —— B
eritq; partium differentia A —— 2. B, rectangulum sub tota linea data A & partium differen-
tia A —— 2. B est AA —— 2. AB, cui si adiiciatur quadratum BB partis minoris B, erit summa
AA —— 2. AB ✠ BB, quæ æquat quadratum AA —— 2. AB † BB partis maioris A —— B, &
hæc censetur esse æquatio inutilis, cum in utraq; eius parte contineantur eædem magnitudines,
cujus demonstratio hæc est Marini Ghetaldi lib. de compos. & resolut. Mathematica: Recta A se-
cetur ut cunq; in duas inæquales partes, quæ sint A —— B maior, & B minor, cui æqualis sit C,
& A —— 2. B erit partium A —— B & B differentia. Dico rectangulum AA —— 2. AB fa-
ctum ex differentia partium A —— 2. B & linea tota A, una cum quadrato BB facto ex segmento
minore B, æquari quadrato AA —— 2, AB † BB facto ex segmento majore A —— B; cum enim
rectangulum AA —— 2. AB, hoc est rectangulum sub tota & partium differentia æquale sit qua-
drato totius AA minus rectangulo BB + 2. BC † CC, hoc est, minus duplo rectangulo AB (facto ex
A & B, hoc est, tota & parte minore) quod illi est æquale, cùm B ✠ C sit dupla ipsius B, addatur
utrobique quadratum ipsius B, hoc est, BB, & rectangulum AA —— 2. AB, una cum quadrato
BB, æquabitur quadrato AA ex tota A, una cum quadrato BB, facto ex B, parte minore, minus
duplo rectangulo AB; at verò quadratum AA —— 2. AB ✠ BB partis majoris A —— B
æquale est quadratis AA & BB minus rectangulo AB, bis ergo rectangulum AA —— 2.

AB una cum quadrato BB æquabit quadratum AA — 2. AB + BB partis majoris A — B, quod demonſtrandum. *Vt*:



A
B —

A — *B*   *A* — 2. *B*   *B* ✠ C
A — *B* *   *A* *   *B* + C *

AA — *AB*   *AA* — 2. *AB*   *A*   *BB* + BC
AB + *BB*   *BB* +   A *   BC + CC

AA — 2. *AB* + BB = AA 2. AB + BB = *A*A — B*B* ✠ 2. BC ✠ CC.

Exemplum. 4. *Datam lineam in duas partes ita dividere, ut quadruplum rectangulum ſub partibus, unà cum quadrato differentiæ partium æquale ſit quadrato totius.*

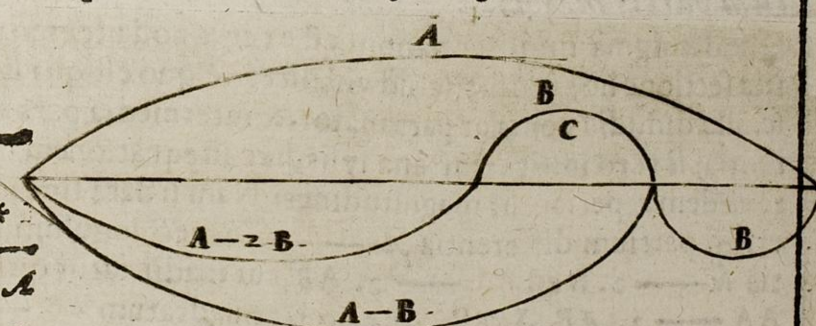
Vtcunque etiam linea data ſecetur, id ſemper continget, ſi tota linea recta ponatur pars major, alterum ſegmentorum pars minor, reliquum verò differentia partium, ut nos inſtruit *Euclidis* propoſitio 8. lib. 2. Sit ergo data recta *A*, pars una eſto B, erit pars altera A — *B*, rectangulum ſub his erit AB — BB, cujus quadruplum eſt 4. AB — 4. *BB* additum quadrato AA — 4. BA ✠ 4. BB differentiæ laterum A — 2. B, æquatur quadrato AA, lineæ totius A. Itaque AA æquabit AA, quæ æquatio eſt inutilis, cum eadem magnitudo æqualis ſit eidem magnitudini.

*A*d hoc demonſtrandum ſit data recta A, quæ ſit ſecta utcunque in duas partes inęquales, ut ſunt *B* & A — B, ut ſupra. Cum autem quadratum AA lineę totius A æquale ſit quadratis partium *A* — *B* & B & duplo rectangulo AB + BB facto ex partibus A — *B* & B, quadratum autem differentię AA — 4. BA + 4. BB æquale eſt iiſdem quadratis minus duplo rectangulo AB — *BB*, erit quadruplum rectangulum AB — BB, exceſſus, quo quadratum totius ſuperat quadratum differentię AA — 4. BA + 4. BB, quo addito ad quadratum differentię, fiet quadratum totius. Quod demonſtrandum. Vt:

A — B   A — 2. B
B *   A — 2. *B* *

AB — BB   AA — 2. BA   A
4 *   2. BA + 4. BB   *A* *

4. AB — 4. BB + AA — 4. BA + 4. BB = *AA*



Et hęc breviter ſufficiant de modo, quo ęnigmata vana & nugatoria cognoſcere licet; ut nihil aliud reliquum videatur, quam tradere artem ęnigmatum impoſſibilitatem deprehendendi. Sciendum itaq; ęnigmata hæc impoſſibilia ęnigmatibus prioribus vanis, & nugatoriis ex diametro opponi; cum illud ſit ęnigma vanum, cum id, quod fieri jubet, quocumque illud ipſum etiam modo fiat, ęnigmati ſatis fit, vel infinitis modis ipſum ęnigma conſtrui poteſt; Ænigma porro impoſſibile dicitur, cùm id, quod ipſum ænigma jubet, nulla ratione fieri poteſt.

CA-

CAPVT IX.
De *Ænigmatibus* Impoßibilibus.

A*D tertium genus Aenigmatum numerantur illa, quę ulla ratione solvi nequeunt*, ac perinde istæ quæstiones impoßibiles judicantur.

Et hoc accidit tum, cum in alicujus problematis analysi incidimus in æquationem impoßibilem, hoc autem nisi animadvertamus, frustra in explicatione oblati problematis impendemus tempus, ut propterea non negligenda sit ratio illa problematum impossibilitatem cognoscendi.

Aequatio impoßibilis illa est, in qua totum proponitur æquari parti, major magnitudo minori & contra:

Quod est absurdum. Hoc autem dupliciter cognoscere possumus; tum quia videmus duas magnitudines inæquales, tanquam æquales inter se conferri; tum etiam, quia ęquatio redditur inexplicabilis.

Exemplum 1. *Quærendus est numerus, cujus quadratus cum numero 56. ęqualis sit 14. lateribus ejusdem quadrati.*

Ponatur ille numerus 1. A, erit ejus quadratus 1. *AA*. Idcirco 1. AA + 56 æqualia sunt 14. *A*; hoc est, 1. AA ęquatur 14. A —— 56. Sumatur jam semissis numeri laterum, sc. 7. & quia ab hujus semisis quadrato, hoc est, ex 49, numerus 56 subduci nequit, erit quæstio hæc impossibilis. Vt:

1. a
1. a *

1. aa + 56 ═══ 14. a

id est.

1. aa ═══ 14. a —— 56
2 ÷

7. a
7. *

49. aa
56 ——

Impoßibile.

Exemplum 2. *Quæratur numerus, qui per 8. multiplicatus, & factus hic in se, tantum faciat, quantum ex ipso numero in se ducto, & ex hoc facto in 14?*

Ponatur quæsitus numerus 1. A. multiplicetur 1. A per 8, ut factus sit 8. A, qui in se ductus gignit factum 64. *AA*; qui numerus debet esse æqualis ei, qui fit ex 1. A in se & ex producto in 14. fit autem ex 1. *A* in se, 1. *AA*, & hic in 14. ductus facit 14. AA, inventaque est æqualitas inter 64. AA & 14. *AA*, quæ est impossibilis. Vt:

1. a | 1. a
8 * | 1. a *

8. a | 1. aa
8. a * | 14. *

64. aa ═══ 14. aa

Impoßibile.

Exemplum 3. *Inveniantur duo numeri, ut ex ductu unius in alterum fiat numerus quintuplus summę ipsorum.*

Ponatur unus, 1 *A*. & alter 2. unitates. Ex 1. *A* in 2, fit 2. *A*, qui quintuplus esse debet summæ ipsorum, quæ est 1. *A* + 2. ergo summa hæc quintuplicata, sc. 5. *A* + 10 æqualis esse debet 2. *A*, quod falsum: impoßibilis ergo est quæstio data, si alter numerorum constituatur 2. Vt:

1. a | 2
2 * | 1. a +

2. a | 1. a + 2
 | 5 *

2. a ═══ 5. a + 10,

Impossibile.

Exem-

Exemp. 4. *Datũ latus ita dividere, vt si à rectangulo comprehenso sub tota et una ex partibus tollatur quadratum eiusdem partis, relinquatur quadratum totius.*

Data sit recta linea A, secanda ita, ut si &c. fit pars ejus una B, erit altera A —— B, rectangulum sub tota A & una ex partibus, vt B, erit A B, a quo si aufferatur quadratum BB ejusdem partis B, reliquum erit AB —— BB quod æquale esse dicitur AA quadrato totius lineæ A. Hoc problema est impossibile, cum in eius explicatione inveniatur æquatio inexplicabilis, cum AA comparationis homogeneum non possit subduci à quadrato dimidiæ coefficientis A, vt ab AA $\frac{1}{4}$, sicuti idipsum hæc æquatio ambigua exigit. Et licet non tam manifeste appareat inæqualitas inter AB —— BB & AA, tamen facile deprehendetur hoc modo: quoniam BB ponitur subduci ab AB, & quod reliquum est, æquari AA, necessario AB maius erit, quàm BB; maius etenim à minori subduci rerum Natura non patitur, & si æquale ab æquali tollatur, nihil relinquitur, consequẽter BB minus erit, quàm AB, ac proinde B minor erit, quàm A, cætero quin ex ductu A in B non produceretur quid maius, quàm ex B in se ducto; cùm autem B sit minor quàm A, sequitur AB minus esse, quàm AA, ac proinde AB —— BB multo minus esse quam AA. Vt:

A
B*

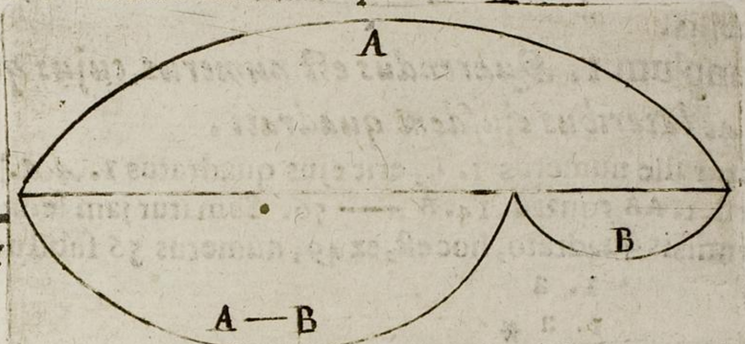
AB

A B

BB ——

A

AA —— BB —— AA



Exemplum 5. *Datam rectam ita in duas partes diuidere, ut ex ductu unius in alteram gignatur quadratum totius.*

Ex. gr. sit data recta A ita dividenda. Sit ergò pars una B, erit altera A —— B, si una multiplicetur per alteram, fiet rectangulum AB —— BB, & æquabitur AA, non potest autem subduci AA ab AA $\frac{1}{4}$. Ad hoc demonstrandum sit secta A in duas partes inæquales, puta in B & A —— B, ut problema uult &c. Quoniam ergo rectangulum AB minus quadrato BB æquatur quadrato AA ex tota A, & quadratum hoc AA est æquale quadratis AA —— 2. AB † BB & BB ex segmentis A —— B & B, una cum duplo rectangulo 2. AB —— 2. BB erit idem rectangulum AB minus quadrato BB æquale quadratis AA —— 2. AB † BB & BB, una cum duplo rectangulo 2. AB —— 2. BB, sed rectangulum AB minus quadrato BB æquatur rectangulo AB —— BB, ergo rectangulum AB —— BB erit æquale duplo rectangulo 2. AB —— 2. BB, una cum quadratis AA —— 2. AB † BB & BB, pars toti; quod est absurdum, non potest ergo latus dividi, ut problema voluit Vt:

A
B*

B
B*

A —— B
A —— B*

AB
BB ——

BB

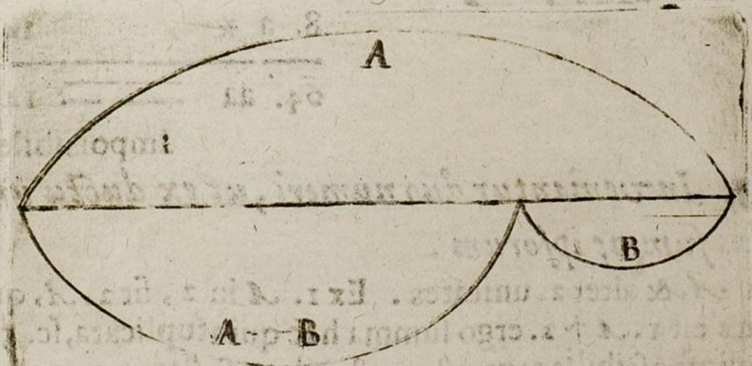
A
A*

AA —— AB
AB † BB

AA —— BB

AA

AA —— 2. AB † BB † BB.



Exemplum 6. *Datam lineam in dividere ita duas partes, ut rectangulum sub partibus, unà cum quadrato differentiæ partium æquale sit quadratis partium.*

Ex. gr. Sit data linea 2. A secanda iuxta problematis præscriptum, sitq. dimidia differentia partium B, eritq; propterea pars maior A † B, pars verò minor A —— B; cum autem rectangulum sub

sub A + B & A — B, quod est AA — BB, unà cum quadrato 4. BB ex 2. B æquatur quadratis AA — BB, factis ab A + B & A — B, (hac namq; ratione recta data 2. A intelligitur divisa) sequitur AA — BB + 4. BB æquari 2. AA + 2. BB, seu AA + 3. BB. æquari 2. AA + 2. BB; subducatur nunc AA ab utraq; æquationis parte, & sic 2. BB + BB, hoc est, 3. BB æquabitur AA, & B æquabitur A, pars nimirum toti, quod est absurdum. Vt:

A + B
A — B *

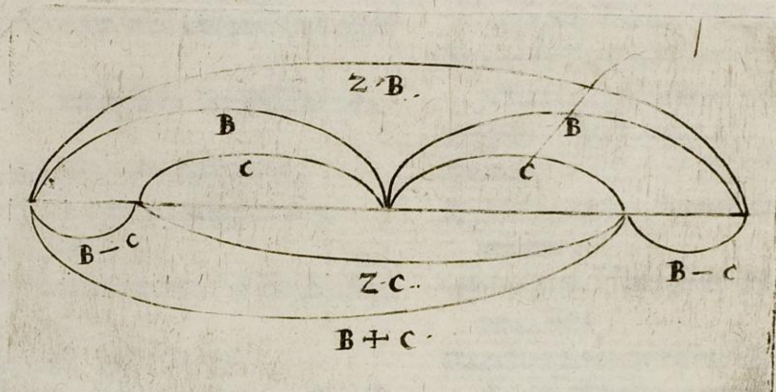
AA + AB — AB — BB   2. B   2. B *

AA — BB + 4. BB = AA — BB. Ergo

AA — BB + 4. BB = 2. AA + 2. BB
BB —

AA + 3. BB = 2. AA + 2. BB
AA —   AA —

3. BB = AA. Et B = A.



Exemp. 7. *Datam rectam lineam in duas partes ita dividere, ut triplum rectangulum sub partibus, unà cum duplo quadrato differentiæ partium æquale sit quadrato totius, unà cum quadrato differentiæ partium.*

Sit ex. gr. data linea 2. B dividenda &c. dimidia differentia partium esto C, ergo pars major erit B + C, pars minor vero B — C, rectangulum sub partibus est BB — CC, cujus triplum est 3. BB — 3. CC, huic si addatur duplum quadratum differentiæ partium, fiet 3. BB — 3. CC + 2. BB, & hoc æquabitur 4. BB + 4. CC, nempe quadrato totius una cum quadrato differentiæ partium, & facta secundum artem translatione, æquabitur CC ipsi BB, atq; adeo C ipsi B, pars toti, quod & impossibile. Vt:

B + C   B
B — C *   B *

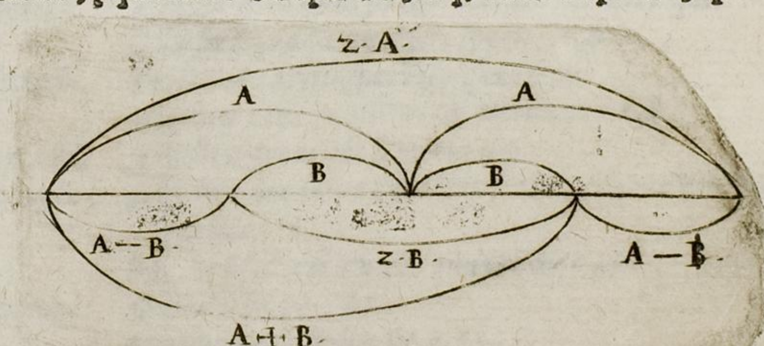
BB + BC   BB
BC — CC   2. *

BB — CC   2. BB
3 *

3. BB — 3. CC + 2. BB = 4. BB + 4. CC idest,

CC = BB

C = B.



Manifesta est ergo ex hisce, quod ex ipsa operatione luce meridiana clarius elucescat, an propositũ problema solvi possit, nec ne: an vero idem problema sit vanum, ineptum ac nugatorium, quod scilicet in omnem numerum conveniat.

Et tantum etiam de ipsa Regula Algebræ,
Deq; eius partibus & ænigmatibus.

FINIS.

τῷ Θεῷ δόξα.