hat wirklich etwas unbeschreiblich-reizendes, ...; welches ihm, meines Erachtens, auch die subtilste Zergliederung niemals nehmen wird. — Auf welche Art sich die Säze des lezten §. auch aus Euklids Elemente herleiten lassen, hat Hr. Prof. Pfleiderer zu Tübingen sehr vortreflich in einer (mir eben erst zu Gesicht-gekommenen) Dissertation gezeigt, welche die Aufschrift hat: Analysis triangul. rectilin. (1784); Ich verweise diejenige meiner Leser darauf, welche auch bei einigen meiner obigen Sphen nach tieferer Belehrnng begierig sind.

Nähere Anwendung für den praktischen Geometer erfordert übrigens auch Kenntnis der Tangenten Lehre, welche ich in diesen Blättern geflissentlich nicht berührt habe.

Anhang.

Ehe ich schliese, erlaube ich mir, mit Rück-Erinnerung an eine Stelle im Räs. zu §. 8. (oben S. 101), noch die Beischliessung folg. Sphens.

§. 19.

Wenn man das Verh. der Zehneck-Seite zum Rad. auf die bekannte Weise ausgespäht

hat

hat, so lassen sich sehr leicht verschiedene Probleme auflösen, bei deren Vortrag für sich niemand an die Zeichnung und Gröse des X Ecks im Kreiß denken dürfte. Man fragt zum Beispiel: (I) Wie läst sich eine gerade Linie, af, dergestatt in einem ihrer Puncte, b, abtheilen, daß sie (die ganze Linie,) zu dem grösern Segment, oder Stück, ab, sich verhalte, wie dies. grös. Stück zu dem restirenden kleinern Stück, (bf)? S. 96. Fig. 11. Der Gedanke ist also der: Das grös. Stück, ab, soll die Mittelprop. Lin. seyn, zwischen der ganzen Linie, af, und dem kleinern Stück, bf; oder, af : ab = ab : bf, heist es wesentlich in der Forderung. — (II) Oder man fragt: Wie wird wol eine Linie, af, in zwei Segmente so getheilt, daß das Qu. des grösern Segments, ab, dem Rectangel gleich wäre, welches aus der ganzen Linie, in Verbindung mit dem kleinern Segment, (rechtwinklicht zusammengestellt, af ⋊ fb, oder af ⋊ fd,) Fig. 16. construirt würde? *) Die

*) Newtons Ausdruck hierüber (Arithm. univ. Sect. IV. § 1.) war mir lange unverständlich: Quadratum maximæ partis sit aequale rectangulo sub tota & minore parte

Die Anworten sind Folgende:

ad Qu. (I) Die gegebene Linie sei, af, was Fig. 11. S. 96. synthetisch da stand, als $ab + bf$, oder $= x + \frac{1}{2} r$; Mit einer Signatur heise diese Linie, M; folglich das kleine Segment allein: $M - x = \frac{1}{2} r = af - ab$. Der Hypothesis nach, mus die Proport. statt haben: $x + \frac{1}{2} r : x = x : \frac{1}{2} r$.

oder: $M : x = x : M - x$.

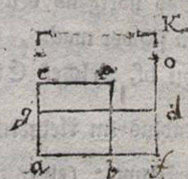
Die Mittel-Prop. ist $xx = MM - x$, oder $MM - Mx = x^2$; also auch, $MM = x^2 + Mx$. Siehe da aber die nehmliche quadratische Gleichung ganz, wie oben S. 93. nr. II; also auch die Erforderniß derselbigen Auflösung! wodurch dann $x = \sqrt{\frac{5}{4} M^2} - \frac{1}{2} M$ werden mus. Aber last uns wol bedenken, daß M nichts als der Radius des grösern Kreises,

af

parte contento. — Endlich schlug ich Euclid. El. L. II. Pr. XI auf, und fand, daß es die Sprache des lat. Uebersezers sei. — Ορθογωνιον ὑπο της ὁλης . . . περιεχομενον war mir dann, mittelst Ansicht der vorigen Figur, sehr leicht verständlich.

af = kf = x + $\frac{1}{2}$ r ist; demnach als Zal-Gröse immer doch nicht mehr, als r = 1. Folglich müssen wir schlechterdings ganz auf die nehmliche Gleichung, wie oben S. 94—97. hinauskommen: $x = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} r$, auf welche wir durch Quadrirung der Gröse, $x + \frac{1}{2} r$, und deren Aequivalents, gelangt waren; dann M läst sich notwendig, ganz wie dort r, behandeln ..... Also ist das gesuchte Stück x, oder ab, damit hinlänglich ausgeforscht, und als die verlangte Mittel-Prop. bestimmt eruirt. Die Seite des X Ecks ist ebendieselbe. Ihre Gränze giebt den Punct der Theilung, daher selbst an.

Fig. 16.



ad Qu II. Die Grund-Linie auch in der nebenst. Figur bleibt, $ab + bf = M = x + \frac{1}{2} r$. Das Qu. des grösern Segments ist

$(ab)^2 = xx$, hier, abce. Das Rectangel, afgd, ist (der Construction gemäs, da $bf = df = M - x$, sind,) $= af \times bf$, oder $af \times df$ od. $= M.M - x$.

Allen

Allen Rechtecken correspondiren ja bekanntlich solche zween Factoren die gebildet werden, in so ferne man auf den 2 rechtwinklicht zusammengestellten Linien, (der Höhe und Basis) gleichartige Theilchen zählt, und mit einand. multiplicirt. Das Product, M. M — x, aber haben wir aus der obigen Proportion überzeugend, als = xx, als das Qu. der Zehneck Seite kennen lernen. Da beginnt also abermals der Calkül völlig, wie S. 148 und die quadratische Gleichung erhält notw. dieselbige Auflösung; x wird die Helfte von $\sqrt{5} - 1$ M; wo dann für M wiederum r zu denken ist. Die Antwort auf die IIte Frage ist demnach, wie ad I. Der Einschnitt zu Markirung des grösern Segments ist die Gränze der Zehneck-Seite, ab . . . . Was übrigens den Ideenlauf hiebei einigermasen schwer macht, ist die dopplte Beziehung von bf, welches Einmal, als die Helfte des Radius im kleinern Kreis, als $\frac{1}{2}$ r, in Fig. 11. vorkommt; (eines Radius, der in Fig. 16 weder im Rechteck, noch im Qu. xx, mehr ersichtlich ist,) zweitens aber auch als kleineres Fragment des Rad. af = kf = gd, welcher

cher der Radius eines grösern Kreises ist. Dieser Unterschied ist in der lezten Fig. auf der Seiten-Linie, angedeutet; Da ist so, was (der kleinere Radius,) Fig. 11, bk = 2 bf, ist.

Last uns zum lezten mal zurück sehen! Die gemachte Entdeckung ist sehr schön. Für unzählige Linien u. Diameter ist damit das grösere Segment bestimmt, und zugleich als Mittelproportionale, zugl. als X Eck Seite für einen gewissen Kreis anerkennbar. Eine Eigenschaft giebt die Probe der andern. Diese Einsicht freut, und erhebt uns billig, gleich als ein groser Blick in die Geheimnisse der ewigen Natur, der tausenden versagt ist. Johnsons Stelle fällt mir wieder hier ein,— aber noch mehr Sulzers Beleuchtung (S. 32. in s. verm. phil. Schriften) einiger geom. Fälle, in so ferne sie hohe intellectuelle Vergnügung gewähren. Unsre Säze da sind der anpassendste Pendant zu denen, über die er dissertirt. Unübersehliche Mannichfaltigkeit auf Einheit, auf ein Gesez, auf eine Probe reducirt, ist wesentlicher Charakter ihrer Eigenheit.