

Werk

Titel: Rasonnements über wichtige Anwendungen der Algeber in Geometrie und Trigonometrie...

Autor: Schübler, Christian Ludwig

Ort: Leipzig

Jahr: 1788

Kollektion: vd18 digital; mathematica

Gattung: Geometrie

Signatur: 8 MATH III, 6715

Werk Id: PPN601792610

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN601792610> | LOG_0005

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=601792610>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

hat wirklich etwas unbeschreiblich-reizendes,
welches ihm, meines Erachtens, auch die subtilste Zergliederung niemals nehmen wird. —

Auf welche Art sich die Sätze des letzten §. auch aus Euklids Elemente herleiten lassen, hat Hr. Prof. Pfleiderer zu Tübingen sehr vortreflich in einer (mir eben erst zu Gesicht-gekommenen) Dissertation gezeigt, welche die Aufschrift hat: *Analys. triangul. rectilin.* (1784); Ich verweise diejenige meiner Leser darauf, welche auch bei einigen meiner obigen Sätzen nach tieferer Belehrung begierig sind.

Nähere Anwendung für den praktischen Geometer erfordert übrigens auch Kenntniß der Tangenten Lehre, welche ich in diesen Blättern gesichtlich nicht berührt habe.

A n h a n g.

Ehe ich schliesse, erlaube ich mir, mit Rücks-
Erinnerung an eine Stelle im Räs. zu §. 8.
(oben S. 101), noch die Velschließung folg-
spheus.

§. 19.

Wenn man das Verb. der Zehneck- Seite
zum Rad, auf die bekannte Weise ausgepöht
hat

hat, so lassen sich sehr leicht verschiedene Probleme auflösen, bei deren Vortrag für sich niemand an die Zeichnung und Größe des X Ecks im Kreis denken dürfte. Man fragt zum Beispiel: (I) Wie läßt sich eine gerade Linie, af, dergestalt in einem ihrer Punkte, b, abtheilen, daß sie (die ganze Linie,) zu dem größern Segment, oder Stück, ab, sich verhalte, wie dies. größ. Stück zu dem restirenden kleinern Stück, (bf)? S. 96. Fig. II. Der Gedanke ist also der: Das größ. Stück, ab, soll die Mittelprop. Lin. seyn, zwischen der ganzen Linie, af, und dem kleinern Stück, bf; oder, $af : ab = ab : bf$, heißt es wesentlich in der Forderung. — (II) Oder man fragt: Wie wird wol eine Linie, af, in zwei Segmente so getheilt, daß das Qu. des größern Segments, ab², dem Rectangel gleich wäre, welches aus der ganzen Linie, in Verbindung mit dem kleinern Segment, (rechtwinklich zusammengestellt, af $\times$ fb, oder af $\times$ fd,) Fig. 16. construiert würde? *)

Die

*) Newtons Ausdruck hierüber (Arithm. univ. Sect. IV. § 1.) war mir lange unverständlich: Quadratum maximae partis sit aequale rectangulo sub tota & minore parte

Die Antworten sind Folgende:

ad Qu. (1) Die gegebene Linse sei, af, was
Fig. 11. S. 96. synthetisch da stand, als
ab $\mp$ bf, oder $= x \mp \frac{1}{2} r$; Mit einer Sig-
natur heiße diese Linse, M; folglich das kleine

Segment allein: $M - x = \frac{1}{2} r = af - ab$,

Der Hypothesis nach, muß die Proport. statt

haben: $x \mp \frac{1}{2} r : x = x : \frac{1}{2} r$.

oder: $M : x = x : M - x$.

Die Mittel, Prop. ist $xx = MM - x$, oder
 $MM - Mx = x^2$; also auch, $MM = x^2 \mp Mx$.

Stehe da aber die nehmliche quadratische Gleichung ganz, wie oben S. 93. nr. II; also auch die Erforderniß der selbstigen Auflösung! wo

durch dann $x = \sqrt{\frac{5}{4} M^2 - \frac{1}{2} M}$ werden muß.

Aber laßt uns wol bedenken, daß M nichts als der Radius des größern Kreises,

af

parte contento. — Endlich schlug ich Euclid. El. L. II. Pr. XI auf, und fand, daß es die Sprache des lat. Uebersetzers sei. — *Ορθογωνιον ὑπο της ολης . . . περιχομενον* war mir dann, mittelst Aufsicht der vorigen Figur, sehr leicht verständlich.

$af = kf = x \pm \frac{1}{2} r$ ist; demnach als Zals
Größe immer doch nicht mehr, als $r = 1$. Folg-
lich müssen wir schlechterdings ganz auf die
nehmliche Gleichung, wie oben S. 94—97.
hinauskommen: $x = \frac{\sqrt{5-1}}{2} r$, auf welche
wir durch Quadrirung der Größe, $x \pm \frac{1}{2} r$,
und deren Aequivalents, gelangt waren; dann
M läßt sich notwendig, ganz wie dort r, be-
handeln Also ist das gesuchte Stück x,
oder ab, damit hinlänglich ausgeforcht, und
als die verlangte Mittel- Prop. bestimmt eru-
irt. Die Seite des X Eckß ist ebendieselbe.
Ihre Gränze giebt den Punct der Theilung,
daher selbst an.

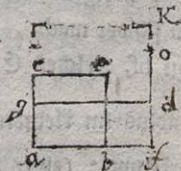
ad Qu II. Die Grund-
Linie auch in der nebenst.
Figur bleibt,

$ab \pm bf = M = x \pm \frac{1}{2} r$.
Das Qu. des größern
Segments ist

$(ab)^2 = xx$, hier, $abce$. Das Rectangel, $afgd$,
ist (der Construction gemäß, da $bf = df = M - x$,
sind,) $= af \times bf$, oder $af \times df$, $= M.M - x$.

Allen

Fig. 16.



Allen Rechtecken correspondiren ja bekanntlich solche zween Factoren die gebildet werden, in so ferne man auf den 2 rechtwinklicht zusam-
 mengestellten Linien, (der Höhe und Basis) gleichartige Theilchen zählt, und mit einand. multiplicirt. Das Product, $M. M = x$, aber haben wir aus der obigen Proportion überzeugend, als $= xx$, als das Qu. der Zehneck Seite kennen lernen. Da beginnt also abermals der Calcul völig, wie S. 148 und die quadratische Gleichung erhält notw. dieselbige Auflösung; x wird die Helfte von $\sqrt{5} - 1 M$; wo dann für M wieder r zu denken ist. Die Antwort auf die Ilte Frage ist demnach, wie ad I. Der Einschnitt zu Markirung des größern Segments ist die Gränze der Zehneck Seite, ab
 Was übrigens den Ideenlauf hiebet einigermaßen schwer macht, ist die doppelte Beziehung von bf , welches Einmal, als die Helfte des Radius im kleinern Kreis, als $\frac{1}{2} r$, in Fig. 11. vorkommt; (eines Radius, der in Fig. 16 wieder im Rechteck, noch im Qu. xx , mehr ersichtlich ist,) zweitens aber auch als kleineres Fragment des Rad, als $= kf = gd$, welcher

cher der Radius eines größern Kreises ist. Dieser Unterschied ist in der letzten Fig. auf der Seiten-Linie, angedeutet; Da ist so, was (der kleinere Radius,) Fig. 11, $bk = 2 bf$, ist.

Laßt uns zum letzten mal zurück sehen! Die gemachte Entdeckung ist sehr schön. Für unzahlige Linien u. Diameter ist damit das größere Segment bestimmt, und zugleich als Mittelpunktsale, zugl. als X Eck Seite für einen gewissen Kreis anerkennbar. Eine Eigenschaft giebt die Probe der andern. Diese Einsicht freut, und erhebt uns billig, gleich als ein großer Blick in die Geheimnisse der ewigen Natur, der tausenden versagt ist. Johnsons Stelle fällt mir wieder hier ein, — aber noch mehr Sulzers Beleuchtung (S. 32. in s. verm. phil. Schriften) einiger geom. Fälle, in so ferne sie hohe intellectuelle Vergnügung gewähren. Unsre Sätze da sind der anpassendste Pendant zu denen, über die er dissertirt. Unübersehbliche Mannichfaltigkeit auf Einheit, auf ein Gesetz, auf eine Probe reducirt, ist wesentlicher Charakter ihrer Eigenheit,

Um