ISTROMENTO IX.

PER LE CURVE GENERATE DAL MOTO COMPOSTO DI DUE CIRCOLI.

CIOE

Per la Linea retta, Elisse, Circolo, Fiori geometrici, Cicloidi di base circolare, Spirali, *e particolarmente la* Spirale d'Archimede.

PEr gli usi amplissimi, che porta in fronte questa macchinetta, ho giudicato non disconvenirle il nome di *Penna Geometrica*, e spero che chiunque prenderà in grado di leggere questo scritto, resterà facilmente persuaso, che se gli debba meritamente adattare un simil titolo. Ma affine di dare alla molta materia un certo ordine, l'ho divisa in quattro parti, e distinta ciascuna parte in articoli. La prima delle quali comprenderà la *descrizione per punti* delle proposte linee. La seconda, la *costruzione organica*. La terza, gl'usi dell'Istromento. La quarta, essendo che questo Istromento agisce per il moto composto di due cerchj, conterà gli usi di un Istromento simile nel supposto, che fosse stato concepito come adoperante con tre.

PARTE PRIMA.

ARTICOLO UNICO.

Descrizione per punti delle predette Linee.

IN quella maniera, che per dare ad intendere le stazioni, direzioni, e regressi de' Pianeti Tolomeo s'immaginò, che questi fossero posti nella periferia di un mobile *Epiciclo*, il di cui centro fosse nel medesimo tempo

rapi-

rapito lungo la circonferenza di un altro *primo Mobile*, e quindi nelli ſpazj del Cielo veniſſero a tracciare una Curva ſimile per eſempio alla *Fig.* 5. *Tav.* 15. Così figuriamſi ora, che (*Fig.* 2. *Tav.* 15.) di due dati cerchj (il primo *nop* ec. chiamato *primo Mobile*, ed un altto *a*, 1, 2, 6 chiamato *Epiciclo*) il raggio *na* di detto *Epiciclo* volgaſi d'intorno al proprio centro *n* nello ſteſſo tempo, che queſto centro *n* dal raggio *cn* del *primo Mobile* ſia portato per tutti i punti *n*, *o*, *p*, *q* ec. della circonferenza di detto *primo Mobile*. Perchè quindi verranno dal punto *a* qualunque di detto *Epiciclo* generate delle Curve, che il Celebre P. Abate Guido Grandi, ſotto il nome di *Rodonee* generalmente comprende, e ſpecialmente deſcrive (1) col farle paſſare per infiniti rami tirati da un medeſimo centro, ed eguali ai ſeni di angoli corriſpondenti in data ragione, ad altri angoli formati da detti rami con una poſizione coſtante data. Ma con un eſempio, che ſervirà per tutt' altre Curve, che foſſero propoſte di queſta ſchiera, produrrò quella *deſcrizione per punti*, che ſiccome diede animo all' invenzione del preſente Iſtromento, così a quello ha grandiſſimo rapporto. Prima però è da conſiderare, che tre cauſe coſpirano alla modificazione, o ſia generazione di queſte tali Curve.

Prima, perchè la lunghezza de' raggi *cn*, ed *na* dei due *Mobili primo*, ed *Epiciclo*, può eſſer in data ragione diverſa.

Seconda, perchè le velocità angolari de' *Mobili* poſſono parimenti eſſere in data diverſa ragione, che riduceſi a tre caſi: Primo, perchè la velocità dell' *Epiciclo* può eſſer maggiore di quella del *primo Mobile*; ſecondo, perchè può eſſer minore; terzo, perchè può eſer eguale. E qui notate, che ſempre che ſi diran *velocità*, ſi vogliono intendere *angolari*.

Terza, perchè un *Mobile* può muoverſi, o in conſeguenza

(1) *Flores Geomet.* Par. I. Definit. 1.

za dell' altro, o in verſo contrario. Ora dunque ſia data la *deſcrizione per punti* di una di queſte linee proveniente. 1. da due cerchj, de' quali ſiano i raggi qualunque dati. 2. mobili con velocità date eguali. 3. l'uno dell' altro moventeſi in ſenſo contrario.

Onde primo fatto centro in C coll' apertura C*n* raggio dato del *primo Mobile* ſi deſcriva il circolo *nop* ec. di detto *primo Mobile*. Così fatto centro in *n* coll' apertura *na* raggio del dato *Epiciclo* ſi deſcriva detto *Epiciclo a*, 1, 2, 6, ed i raggi C*n*, *na* poſti ſiano per dritto in una medeſima linea, figurandoſi che così ſteſsero prima che foſsero poſti in moto, e che la Curva abbia a principiare, e a deſcriverſi dal punto *a*.

2. Le periferie di detti due Mobili ſi dividano in numero di parti, che ſia in ragion data inverſa della velocità. Come ſe la velocità del *primo Mobile* foſse alla velocità dell' *Epiciclo* come 1 a 2, la periferia del *primo Mobile* ſi potrebbe comodamente dividere in parti 8, e quella dell' *Epiciclo* in 4. Ma eſsendo nel noſtro caſo le velocità date eguali, ciaſcuna periferia ſi divida in 8 parti, ed a quelle del *primo Mobile* dal centro *c* ſiano condotti i raggi *co*, *cp* ec., ed oltre a detta periferia anche prodotti. Poi fatto centro in *o*, in *p* ec. con l'apertura *na* ſi deſcrivano cerchj eguali all' *Epiciclo*.

3. Supponendo, che il raggio del *primo Mobile* della primiera ſituazione *cn* ſi muova a ſiniſtra verſo *o*, *p* ec. e ſeco porti l'*Epiciclo*, quando il raggio C*n* volgendoſi ſarà pervenuto in *co*, il raggio *na* coinciderebbe con *o*V, ſe anch' egli non ſi foſse moſso o verſo 3, ſe i moti foſser dati in conſeguenza, o verſo *b*, ſe i moti, come nel preſente caſo, dati foſsero contrarj. Inoltre perchè, quando il raggio *cn* è giunto a coincidere con *co* ha già percorſo uno ſpazio *no*, così preſa col compaſso una parte *a*1 della periferia dell' *Epiciclo*, da V verſo *b* ſi ſegni; e ſe il raggio

raggio C*n* s'intenda già trascorso due spazj sino a *cp*; pressi parimente due spazj *a* 2 nella periferia dell'*Epiciclo* da X si segnino verso *d*, e così andate dicendo. Onde i punti *a*, *b*, *d* saranno elementi della Curva, e di questa maniera si otterranno anche gli altri, e si legaranno poi con una linea, che sarà la proposta, sarà dico un *circolo*, come (1) a suo luogo si dimostrarà.

Qui per fine è generalmente da notare, che procedendo con questo metodo l'arco V*b* dell'*Epiciclo* sarà al corrispondente arco *no*, che si suppone nel medesimo tempo percorso dal *primo Mobile* (o sia l'angolo V*ob* sarà all'angolo *n*C*o*) in ragion data della velocità; la quale, per esser qui stata data eguale, così gli angoli V*ob*, *n*C*o* sono eguali. Esposta pertanto la *descrizione per punti* si passerà all'*organica* nella seguente parte.

PARTE SECONDA.

Della costruzione dell' Istromento.

ARTICOLO PRIMO.

Piano orizzontale di detta costruzione.

BEnchè altri s'immaginarono (2) delle Curve provenienti dal moto composto di due cerchj applicati l'uno all'altro, come sopra s'è detto, nissuno però le ridusse per anco alle leggi di meccanica. Laonde questa parte addossandomi io, si supponga che (*Fig.* 1. *Tav.* 11.) un *cilindro* TQZ stia fermo ed immobile nel centro di un *primo Mobile* 2, 3, 4, 5, 6, quantunque il raggio Q*r* (di cui fa le veci

(1) Part. 3. Art. 5.

(2) Il P. Castel *Traité* 50.^me^ *de Mathematique: Des Especes des Courbes Liv. primier des divers Ordres.*

veci l'asta MN) di detto *primo Mobile* si volga d'intorno al centro Q, e si supponga un altro cilindrino *mrd* stare nel centro *r* di un *Epiciclo* 2, 3, 4; cosicchè movendosi detto cilindrino *mrd* in un si muova anche il raggio *rs* dell' *Epiciclo*, che con detto cilindrino costituisce un medesimo pezzo.

Inoltre nel punto T della periferia del cilindro TQZ sia fissato un filo, che d'indi condotto al punto *m* della periferia del cilindrino *mrd*, ed intorno ad esso prima più volte rivolto, pur finalmente vi si fissi. Dico ormai, che dal rotante raggio Q*r* del *primo Mobile* per i punti di detto *primo Mobile* 2, 3, 4, 5, 6 portato il centro *r* dell' *Epiciclo*, nel medesimo istante sarà costretto a girare il cilindrino *mrd*, in un col raggio *r*S dell' *Epiciclo* d'intorno al proprio centro *r*. Perchè, stando fermi li due centri Q, ed *r* nella già determinata distanza, non può una parte qualunque del filo T*m* piegarsi sulla circonferenza del cilindro TQZ, che altrettanta parte non si spieghi giù dalla circonferenza del cilindrino *mrd*; nè spiegar puossi, se il cilindrino cedendo all' attrazione del filo, non si volge d'intorno al proprio centro *r*, ed intanto da uno stilo posto nel punto S non venga sul piano della carta delineata una Curva, a modificar la quale le tre suddette cagioni cospirano, che si dovranno da quì innanzi aver ben fisse nella memoria, e che nel seguente articolo si richiameranno alla presente costruzione.

ARTICOLO SECONDO.

Cagioni moderatrici delle Curve soggette a questo Istromento richiamate alla presente costruzione.

TRe sono le cagioni, come già dissi, onde queste Curve pigliar possono nuove sembianze, e talvolta nemmeno parer più desse. Alla prima delle quali si vedrà quanto prima nel piano verticale come l'Istromento si componga, e

 si

ſi determini la lunghezza de' raggi Qr, rS in data ragione.

Per la ſeconda cagione eſſendo tre i caſi, come ſi è detto, delle velocità, a tutti tre per ordine ſi applicherà l'Iſtromento. Onde primo è da ſapere che le velocità (dico ſempre angolari) dei *mobili* ſono in ragion inverſa dei diametri de' cilindri. Il che per render chiaro con un eſempio, ſupponiamo, che il diametro del cilindrino *mrd* ſia al diametro del cilindro TQZ, come 1 a 3; e perchè ſono le periferie come i diametri, ſaranno eſſe ancora nella ſteſſa ragione di 1, a 3. Supponiamo inoltre eſſere ſtato il centro *r* dell' *Epiciclo* traſportato dal raggio Qr del *primo Mobile* ſino al numero 3., cioè ſino alla terza parte della periferia del *primo Mobile*. Onde il filo T*m* avrà acquiſtata la ſituazione Z3, e nello ſteſſo tempo, eſſendoſi piegato d'intorno al cilindro TQZ, avrà occupata una terza parte di eſſo, o ſia tutto l'arco TZ; alla quale eſſendo per ſuppoſto eguale l'intiera periferia del cilindrino *mrd*, ſegue indubitatamente, che il cilindrino *mrd* inſieme col congiunto raggio *r*S abbia compita un' intiera revoluzione intorno al proprio centro *r*, e però due altre rimangono da farſi, mentre una ſola ne compie d'intorno al proprio centro Q il raggio Qr, o ſia QR del *primo Mobile*. Dunque la velocità dell' *Epiciclo* è alla velocità del *primo Mobile*, come 3 a 1. Dico in ragion inverſa del diametro del cilindrino *mrd* al diametro del cilindro TQZ, che era, come 1 a 3. Quì pertanto non reſta, che per le date velocità applicare all' Iſtromento cilindri, che ſiano in data ragione. Ma per non andare all' infinito l' ho provveduto di ſoli 12.; il primo de' quali ſia di diametro eguale ad una delle parti eguali della figura ſeconda; il ſecondo a due; il terzo a tre ec. Coſicchè il diametro del minimo cilindro ſarà eguale ad una parte, ed a tutte dodici il diametro del maſſimo.

Finora però abbiam ſuppoſto la velocità dell' *Epiciclo* maggiore di quella del *primo Mobile*; ma per il ſecondo

caſo

caſo potrebbe darſi ancora minore, e quindi traſmutandoſi la ſituazione dei termini della ragione delle velocità, doverſi traſmutare anche il luogo a' cilindri. I termini della ragione delle velocità furono nell'eſempio adotto 3, e 1: vale a dire (poichè le velocità ſono in ragione inverſa del diametro de' cilindri) il cilindrino *mrd*, ed il cilindro TQZ; però ſe ſi traſmutaſſe reciprocamente il luogo de' due cilindri, di maniera che il cilindrino *mrd* foſſe poſto nel centro Q del *primo Mobile*; ed il cilindro TQZ nel centro *r* dell' *Epiciclo*, quindi all' oppoſto del primo caſo, ſeguirebbe la velocità dell' *Epiciclo* minore di quella del *primo Mobile*.

Potrebbe darſi per fine il terzo caſo, cioè la velocità de' *Mobili* eguale; onde biſogna aver preſto un altro cilindro eguale ad uno di detti dodici, perchè meſſo uno nel centro del *primo Mobile*, ed un altro nel centro dell' *Epiciclo* vengono detti *Mobili* determinati appunto ad eguali velocità. Ricordando che in ciaſcun cilindro ſia ſcolpito il numero delle parti eguali preſe nella figura ſeconda, che eſſo contiene.

Per la terza cagione (nel ſuppoſto che il centro *r* dell' *Epiciclo* ſia condotto dal raggio Q*r* del *primo Mobile* ſecondo l'ordine dei numeri 2, 3, 4, 5, 6.) ſe il filo toccherà i due cilindri alle parti alterne come T*m*, chiaro è che l' *Epiciclo* ſi moverà in conſeguenza di detto *primo Mobile*, cioè e l'un, e l'altro *Mobile* ſi moverà ſecondo l'ordine dei numeri 2, 3, 4 ec. 2, 3, 4 ec.; ma ſe il filo toccherà i due cilindri alle medeſime parti, come Td (ſtando ancora il ſuppoſto predetto, che il raggio Q*r* del *primo Mobile*, ſi muova ſecondo l'ordine dei numeri 2, 3, 4, 5, 6) l' *Epiciclo* girerà contro l'ordine de' proprj numeri 4, 3, 2 ec., cioè i moti de' *Mobiti*, in queſto caſo ſeguiranno l'un dell'altro inverſo contrario. Onde ſi raccoglie, come queſta coſtruzione regge fin' ora aſſai bene all'azione di tutte tre le cauſe producenti le molte trasformazioni di queſte illuſtri Curve, per poter ſenz' altro paſſare al *piano verticale* di detto Iſtromento.

ARTICOLO TERZO.

Piano verticale del preſente Iſtromento.

FOrſe altrui ſembrerà, che confrontando il ſopra eſpoſto *piano orizzontale* con queſto *verticale*, ſi abbiano in queſto tralaſciate troppo più parti, che non doveaſi. Conciosſiacchè di queſto in quello non ſi riſcontrino altro che il filo, i due cilindri, l'aſta MN (che ſta pel raggio del *primo Mobile*) ed il raggio *rS* dell' *Epiciclo*. Ma anzi io affermo, che operando altrimenti, e quindi diventando la figura troppo confuſa e impedita, nè quanto ſi è ſpiegato così, ſpiegato ſi avrebbe, nè le parti perciò ſarebbero ſtate meglio indicate, come forſe riuſciranno in queſto *piano verticale*.

In quella guiſa pertanto, che gli Architetti dai fondamenti principiano gli edificj loro, cominciarò io (*Fig.* 3.) dal piedeſtallo d'acciajo AEDX, che come quello, che il rimanente della macchina ſoſtenta, è con due valide viti I, I fermato, e congiunto ad una tavola orizzontale immobile AX. Nel ſito poi DE è trapaſſato per il mezzo da un buco quadrangolare, in cui entra il palicello QG pur d'acciajo indicato con puntini, e che prima paſſa in un forame rotondo dell' aſta MN, indi in un cilindro ZT, ed appreſſo nel prefato buco DE del piedeſtallo, a cui ſtretto per fine da una vite G ſta attaccato, ed inſieme con detto piedeſtallo e cilindro ZT, e tavola orizzontale AX rimane affatto immobile; ancorchè d'intorno ad eſſo ruoti l'aſta di metallo MN. Dal piano orizzontale di queſt' aſta ſi ſcorge come (*Fig.* 1.) eſſa deve avere un buco circolare in Q (che

è

è coperto dal cilindro ZT), nel qual appunto riceve il palicello QG della *figura* 3. Poi si fende per il mezzo da Q verso N, e vien cinta da un anello o sia guida *nn* pur di metallo forata con un buco (che è pur coperto dal cilindrino *r*) rotondo, e verticale all'orizzonte in *r*, e di due buchi quadrangolari aperta nel fianco *nn* (*Fig.* 4.), nei quali introdotta detta asta MN, a quella in qual punto più si vuole con la vite C si stringe, e ferma.

Il detto palicello (*Fig.* 3.) QG, (che d'ora in poi *Asse del primo Mobile* chiamaremo) quadrangolare, e dilatato alquanto è presso Q, acciò vaglia a ritenere sospesa in alto la suddetta asta MN; e rotondo seguita dove l'asta MN lo circonda introdotto nel forame suo orizzontale; ed è quadrangolare di nuovo, e più sottile, dove per il cilindro ZT, e per DE, fino in G trapassa.

Un altro palicello RP (chiamato *Asse dell' Epiciclo*), entra prima nel buco rotondo orizzontale della guida *n* (o sia *nn* della *figura* 1.), d'indi nel cilindrino *m d*, ed in fine con una vite P si ferma così, che però volger si possa dentro il buco di detta guida *n*. Questo parimenti è assai dilatato presso R, e trapassato da un forame transversale, in cui s'introduce il raggio QS al suo stilo o penna S annesso, e dovunque si vuole con una vite laterale si ferma. Inoltre detto palicello RP è fornito di un piatello circolare *pz* (indicato dalle perpendicolari morte cadenti da questo piano verticale in quello orizzontale per l'area circolare ombreggiata *nn*); e poi quadrangolare procede, sinchè entra nella guida *n* dove è rotondo; d'indi quadrangolare tornato di nuovo per mezzo del cilindrino *dm* sino in P perviene, ed ivi si stringe con la sua vite P. Due molli poi dal perito Artefice applicate comunque nel sito (come in *figura* 1.) *nn*, premano tanto il sottoposto piatello *pz*, che l'*asse* RP dell' *Epiciclo* a quello annesso non così di leggieri volger si possa.

Que-

Questa costruzione spedita esser dovrebbe, avvisando che il cilindro TQZ del *primo Mobile* della *figura* 1. sia in questa 3. il cilindro ZT; per il cilindrino *mrd* dell' *Epiciclo* in quella, in questa il cilindrino *md*; per i centri Q del *primo Mobile*, ed *r* dell' *Epiciclo* in detta figura 1., in questa 3. l' *asse* QG, e l' *asse* RP; e per il raggio qualunque Q*r* del *primo Mobile*, che in quella seco porta il centro *r* dell' *Epiciclo*, in un col cilindrino *mrd*, in questa *figura* 3., ed in quella prima supplisce l' asta MN, quale rotando intorno all' *asse* QG del *primo Mobile*, seco mena, e sostiene l' *asse* RP dell' *Epiciclo*, e l' annesso cilindrino *md*, e per l' opportuno filo T*m*, (che per il movimento di detta asta rotante intorno all' *asse* QG, altrettanto si avvolge d' intorno al cilindro ZT, quanto si svolge dal cilindrino *md*) vien messo in moto anche il raggio QS, che sta per qualunque dato raggio *r*S dell' *Epiciclo* della *figura* 1., perchè si può sospingere, e respingere pel buco presso R, e con la vite laterale fermare, quando si trova nella data lunghezza.

Ma per non mancare a detta asta MN de' necessarj ajuri, e stabilirla così, che sia costretta a rimanere sempre parallela all' orizzonte, e ad angoli retti degli *assi* dei *Mobili* QG, RP, con una vite N si connette a quella un forbice V, che si unisce per di sopra con un' altra vite ad un vette VE mobile pur insieme con detta asta MN d' intorno all' asse QG. Mi piacque in oltre metter sopra la tavola AX un altro piano di cartone FS fornito per di sotto di due molle *ee*, *ee* in modo arrendevoli, che nè del tutto resistano, nè cedano troppo alla pressione dello stilo S. Egli è appunto sopra questo piano di cartone FS, che hassi poi a distendere, e fermare la carta, su cui si pensa descrivere la Curva.

Finalmente per non lasciar cosa, che, ad intendere la fabbrica, ed i movimenti di questo Istromento potesse contribuibuire, debbo avvertire, che le parti tratteggiate AXGDTZQ formano, dirò così, un ſol pezzo, che deve concepirſi permanente in una coſtante quiete. Le parti M*n* NVE, che ſono ombreggiate a puntini ſi vogliono ſupporre un altro pezzo, che ſoſpinto con la mano muovaſi d' intorno all' *aſſe* del *primo Mobile* QG; le altre reſtanti pur tratteggiate parti QSR*pzdm*P rappreſentano parimenti un altro pezzo, che tutto inſieme gira nel buco della guida *n* d' intorno alla inſieme rotante *aſſe* dell' *Epiciclo* RP; mentre detto aſſe RP dal riferito pezzo ombreggiato a puntini viene portato per la circonferenza di un cerchio, che è il *primo Mobile*, e di cui il centro di rotazione è l' *aſſe* QG. Finalmente il piano di cartone FS, e le conneſſe molle *ee*, *ee*, formano un altro pezzo con puntini leggiermente diſtinto, e che ſi muove, come ſi diſſe, ſecondo che per alcuna inegualità di eſſo piano di cartone, accadeſſe in eſſo maggiore, o minore lo sfregamento dello ſtilo S.

ARTICOLO QUARTO.

Diſegno Scenografico del preſente Iſtromento.

LA tavola duodecima dimoſtra così al vivo la forma, e ſituazione delle parti di queſto Iſtromento, che per eſſa ſola avrebbeſi forſe potuto dimoſtrare l' artifizio della ſua coſtruzione. Nonoſtante ſoffrite, che almen di volo accenni con quale analogia le parti deſcritte nelli andati piani ſi riferiſcano alle riſpettive parti ſcenografiche di queſta figura. La tavola dunque orizzontale AX della *Figura* 3. *Tav.* 11. è in queſto diſegno; la tavola &*y*OT; il piano di cartone FS di quella figura, in queſta è il piano HCDK; gli *aſſi* QG, RP ſono quì gli ſteſſi QG, RP; così di quella le parti EV, NM ſono le medeſime in queſta, e dell' altre andate via dicendo così, giacchè trovarete che per non ingomgombrare la figura, si è tralasciato di riportar quì il solo piatello pz, e le molle ad esso spettanti; mentre frattanto io preparo detto Istromento a' dati supposti.

Sia però proposto di descrivere una Curva, che provenga 1. dall'eguaglianza de' raggi dei due *Mobili primo ed Epiciclo*; 2. dalla velocità del *primo Mobile* data a quella dell' *Epiciclo*, come 1 a 3; 3. dai moti de' *Mobili* in contrario verso.

Onde primieramente fermata con la vite laterale la guida n, fermo in appresso anche il raggio dell' *Epiciclo* FS (*Tav.* 12.) qualora la parte di detto raggio presa sul piano da S fino all' incontro della prodotta PR in 2. è eguale alla distanza presa da 2. fino all' incontro della prodotta GQ in 3.; cioè qualora S, 2 = 2, 3; ovvero (*Fig.* 1. *Tav.* 11.) qualora Qr è fatto eguale ad rS. Secondo, allentate le viti G, e P, e fuori tirati gli *assi* GQ, PR sostituisco ai quai si sieno presenti cilindri il cilindro segnato 3. per l' *asse* QG del *primo Mobile*, ed il cilindro segnato 1. per l' *asse* PR dell' *Epiciclo*, e ritorno poi l' Istromento nel primiero suo stato. Terzo avvolto il filo sul cilindrino dell' *Epiciclo*, e messa la mano in V muovo l' asta MN all' opposto di chi legge, avvertendo di abbassar con l' altra mano il piano di cartone HCDK, finchè del tutto sia teso il filo, e tangente la periferia d' amendue i cilindri alle medesime parti, che rilasciato poi detto piano di cartone, e seguitando a muover l' asta in giro si conseguirà la Curva proposta, quale sarà la 11. della *Tav.* 16. Quando però due ostacoli non s' incontrino, che si accusaranno in questo prossimo Articolo.

ARTI-

ARTICOLO QUINTO.

Risoluzioni delle seguenti obbiezioni.

Avvegnacchè non abbia fatta pruova di questa costruzione, parmi tuttavia, che sia soggetta a due gravissime difficoltà. La prima delle quali è, che forse il filo non si mantenga sempre egualmente teso, ma si raccorci o si stenda non solo per la causa intrinseca della sua incostante flessibilità; ma molto più perchè talvolta (*Fig.* 3. *Tav.* 11.) per qualche inegualità o contranitenza del piano di cartone FS, dovendo lo stilo S vincere una maggiore o minore resistenza, il filo patisca una diversa tensione. Secondariamente perchè nel supposto dell' Istromento mosso come sopra, quando la punta dello stilo S accaderà che sia, dove in figura appunto è, si combinaranno così ad un medesimo verso la resistenza del piano, e l'azione dello traente filo, che potrà per avventura, muovendosi nella sua guida l'*asse* RP per la sola resistenza del piano, l'azione del filo ridursi a zero; e perciò molta più parte di filo svolgersi dal cilindrino *md*, che non si avvolgerà d' intorno al cilindro ZT.

La seconda difficoltà è, che si possano costruire cilindri tanto esatti, che tutti vengono in ragion data per lo appunto; principalmente perchè a me pare, che il diametro loro debba mancare dalla data ragione di tutta la grossezza del filo: cioè, che volendo per esempio fare, che il diametro di un cilindro sia eguale a cinque parti eguali della *Fig.* 2. non abbia veramente ad esserlo, ma il diametro del cilindro più la grossezza del filo debba esser eguale alle dette cinque parti.

Ora in quanto alla prima obbiezione, per correggere lo specifico rilassamento, e reccorciamento del filo, basta in ſuo luogo ſoſtituire una catenella d' acciajo, o un groſſo filo d' ottone ſimile a quelli, che s' adoprano ne' clavicembali. Ma per ciò che riſguarda alla cauſa eſtrinſeca, cioè per fare, che in qualunque ſituazione dello ſtilo S mai la reſiſtenza del piano riduca a zero l' azione del filo, ſi avrà cura, che le molle prementi il piatello *pz* ſiano aſſai più valide, che non ſono le molle *ee*, *ee* del piano di cartone; conciosſiacchè la reſiſtenza (trattane qualche inconſiderabile inegualità del piano) ſia cagionata dalla ſola forza di dette molle *ee*, *ee*.

Per la ſeconda obbiezione ſi oſſervi nella *Fig.* 2., che per ciaſcuna parte eguale è ſegnata una particola, che ſignifica la groſſezza del filo. Onde qualunque volta ſi prenderanno quante ſi vogliono di dette parti per riportarle ſul diametro de' cilindri da coſtruirſi, ſi reſterà indietro dal giuſto numero una di quelle particole. Ma ſe a queſta neceſſaria preciſione qualunque, la perizia degli Artefici non poteſſe arrivare, ai cilindri, al filo, o catenella, ſoſtituirò le ruote dentate nel ſeguente Articolo.

ARTICOLO SESTO.

Ruote dentate ſoſtituite al filo, e cilindri.

VOlendo dunque, per agevolare l' eſecuzione di queſto Iſtromento in luogo del filo e cilindri, far uſo delle ruote dentate, ſe ne avranno a preparare dodici, il numero dei denti delle quali ſia in quella proporzione, che prima furono determinate le periferie, o ſia diametri de' cilindri. Onde ſiccome la ſerie di quelli era diſpoſta in progreſſion aritmetica; perchè il primo era eguale (*Fig.* 2. *Tav.* 11.) ad una delle parti eguali di detta *Fig.* 2.; il ſecondo eguale a due di dette parti; il terzo a tre ec. così la prima ruota, ſuppoſto che ſia di otto denti, la ſeconda da ſarà di 16., la terza di 24. ec., fino all'ultima, che ſarà di 96.; oltre un'altra ruota di ſopra più, eguale ad una di dette dodici, per ſervire alle velocità date eguali.

Inoltre, per rapporto anche alla ſituazione delle ruote, deve eſſer lo ſteſſo, che ſe foſſero cilindri; perchè la ruota, che ſarà poſta nell' *aſſe* QG del *primo Mobile* in luogo del cilindro TZ (*Tav.* 13.) ſtarà quaſi afferrata a detto *aſſe*, come detto cilindro coſtantemente immobile; e quella che ſi metterà nell' *aſſe* RP dell' *Epiciclo* in luogo del cilindrino *md* agirà parimenti come ſe foſſe detto cilindro *md*. E ſe nell' *aſſe* GQ del *primo Mobile* veniſſe meſſa una ruota di 24. denti, ed un'altra di 8. nell' *aſſe* PR dell' *Epiciclo*, e (fermata la guida *n*, che porta l' *aſſe* RP dell' *Epiciclo* predetto, ſubito che accoſtandola all' *aſſe* del *primo Mobile*, una ruota giunge ad ingranar con l'altra) ſi faceſſe poi muover l'Iſtromento, le velocità dei mobili ſeguirebbero pur anche, come nel caſo che fu (1) già addotto de' cilindri: cioè l'*Epiciclo* farebbe tre revoluzioni, mentre il *primo Mobile* ne compiſce una ſola; perchè anche nel caſo delle ruote le velocità ſono in ragione inverſa dei numeri dei denti, o vogliam dire delle periferie.

Una coſa ſola è però da riflettere nel caſo preſente delle ruote dentate, che (*Tav.* 13.) quando la ruota *dm* dell'*Epiciclo* ſia immediatamente intralciata colla ruota ZT del *primo Mobile*, i moti dei due mobili ſeguiranno ſempre ad un medeſimo verſo; e che per cauſare i moti dei mobili in verſo contrario, ſarà d'uopo frammettere alle due ruote ſuddette un'altra ruota, numero di denti qualunque, e ferma ad un ſuo aſſe *a* mobile nella ſua guida *x*.

Queſto Iſtromento delle ruote ſta preſſo di me, e per lo ſperimento più volte fatto nella preſenza di Perſonaggi in queſta materia, e nelle matematiche verſatiſimi poſſo aſſerire, che rieſce a maraviglia, principalmente quando ſi met-

(1) Part. II. Artic. II.

mettono in opera due ſole ruote, acciò i mobili l'un muovaſi in conſeguenza dell'altro. Che ſe ſi hanno a volgere in ſenſo contrario, e però uſo ſi faccia anche della 3. ruota interpoſta a quelle, quantunque le Curve, che ne riſultano ſiano leggiadriſſime, declinano però tanto o quanto dalla dovuta traccia. Perchè una volta per ciaſcuna revoluzione dell' *Epiciclo* ha luogo anche quì la prima obbiezione accennata nell'antecedente Articolo. Concioſſiacchè aguzzato l'ingegno e adoprando qualche penetrazione ſi trova, che quando la reſiſtenza dello ſtilo incontrata ſul piano ſi accoppia coll'azione delle ruote, lo ſtilo in vece di obbedire alle ruote, cede al piano reſiſtente, e con eſſo le ruote pur cedendo, tornano indietro quel minimo ſpazio, che reſta vuoto tra il dente di una ruota, ed il dente di un'altra. E perchè queſto ſpazio è un ſolo nel caſo di due ruote, non produce alcun ſenſibile divario; ma nel caſo di tre, perchè ſono due i punti ove ſi toccano le circonferenze di eſſe ruote, raddoppiandoſi detto ſpazio, tanto o quanto ſi da, come diſſi, a conoſcere. Pure io credo, che a queſto difetto ſi poſſa occorrere, o inveſtigando alcuna ſorta di denti meglio addattati, o piuttoſto applicando ſotto alla ruota *a* di mezzo una molla, la quale per ciaſcun dente che di eſſa ruota *a* paſſa, cada in un incaſtrino di quei tanti, che ſcolpiti foſſero nel piano ſuperiore della guida *x*, quanti ſono i denti di eſſa ruota *a*; e che perciò non poteſse più tornar indietro. Oltre di che ſi ſcema queſto difetto anche da ſe più che le ruote ſono grandi; perchè così tanto più ſi diminuiſce quel picciolo ſpazio vuoto, e quindi le Curve molto più ſi approſſimano al vero loro parametro; il numero, e qualità delle quali eſaminaremo nella ſeguente Parte.

PAR-

PARTE TERZA

Degl' usi dell' Istromento,

CIOE'

Quante, e quali Linee ad esso appartengono.

ARTICOLO PRIMO.

Quante siano dette Linee.

NOn è mai stato, nè credo sia per essere un Istromento di Linee all' occhio tutte diverse così fecondo, come è questa mia PENNA GEOMETRICA. Perchè (lasciando andare, che con poche parti aggiunte, o detratte potrebbesi adattare a tutte le Concoidi, che han per direttrice una *retta*, un *elisse*, un *circolo*, o qualunque altre Curve da essa descritte; e non meno alle inventate del (1) Sig. di Reaumur, eccettuate quelle che han per base l'*Iperbola*, o *Parabola*; e non contando nè meno le spirali, che realmente ad essa appartengono) quelle sole che produce detta *Penna*, stante nella sua essenziale semplicità montano ad un numero prodigioso di ben quasi 1273.

Ed acciò non paja che si voglia altrui imporre, o spacciare a ventura le cose mal intraprese; veniamo al calcolo; nell' instituzione del quale s' introduranno quelle tre cause moderatrici, che furono enunciate nel (2) principio di questo ragionamento.

Cominciando adunque dalla prima, cioè dalla lunghezza de' raggi dei *Mobili*, che può essere in data ragione, la *Tav.* 16. mostra sei figure, quasi dirò di tre lati, la simetrìa delle quali non varia appunto per altro, se non perchè (le altre cose stando le medesime) la sola ragione de'

(1) *Memoires de l' Academie*. An. 1708. p. 197.

(2) Part. I. Artic. Unico.

de' raggi ſia mutata. E ſtante che queſta varietà proveniente dalla ſola mutazione de' raggi, quaſi che in tutte l'altre figure ſempre avviene, perciò il numero 6. comincia ad aver luogo nel calcolo.

Ora avuto riguardo alla ſeconda cauſa, che era la ragion data delle velocità ridotte a tre caſi; perchè per ciaſcuna Curva adoprano due ruote, o cilindri, che ſtanno per i termini della data ragione, e da 12. che eſſi ſono, 66. binarj riſultano; rigettatine però 21., che come oſſervaremo (1) nella tavola delle combinazioni, ſi trovano nella medeſima proporzione, reſtano 45. d'adoperarſi per eccitare la velocità dell' *Epiciclo* maggiore di quella del *primo Mobile*; ai quali altri 45. ſi hanno da aggiungere per il ſecondo caſo della velocità dell' *Epiciclo* minore di quella del *primo Mobile*, ciò che riſulta, come già ſi diſſe dalla ſola traſmutazione del ſito dei termini dei detti binarj; ed un altro binario di eguaglianza ſi deve aggiungere per il terzo caſo delle velocità date eguali; onde ſommati rilevano tutti inſieme 91. binarj, o ſiano combinazioni, altro numero per detto calcolo.

Finalmente per la terza cauſa, che i moti ponno ſeguire, o in conſeguenza, o in ſenſo oppoſto, entra nel calcolo anche il numero 2.

Moltiplicato pertanto il 6. per 91. viene 546., che altresì moltiplicato per 2. riſulta 1092.; che ſommato poi con 181. Cicloidi di baſe circolare derivanti, come poi (2) ſi dirà, dalle combinazioni predette rileva 1273., numemero cercato delle Curve ſpettanti a queſto Iſtromento, il quale nei ſeguenti Articoli ſi comporrà a tenore di quelle leggi di moto, cui dette Curve ſoggiacciono.

ARTI-

(1) Figura 1. Tav. 18.

(2) Part. III. Artic. 9.

ARTICOLO SECONDO.

Descrizione organica della Linea retta.

LA prima Linea, che fra gli usi di questo Istromento promisi già fin da principio, fu la *Retta*; e però dico, che (*Fig.* 1. *Tav.* 14.) se: primo il raggio *cn* del *primo Mobile onQ*, ed il raggio *nd* dell' *Epiciclo rcd* saranno eguali; secondo la velocità di quello a quella di questo, come 1 a 2; terzo i moti in verso contrario; l' ultimo punto *d* del raggio dell' *Epiciclo nd* descriverà la *retta* DR.

Si concepisca perciò, che i due raggi *cn*, *nd* prima di esser messi in moto coincidessero con *co* perpendicolare a DCR; e che d' indi il raggio *cn* del *primo Mobile* si sia mosso d' intorno al proprio centro *c* da *o* verso *n* nel medesimo tempo, che il raggio *nd* dell' *Epiciclo* a quello annesso in *n* abbia girato d' intorno al proprio centro *n* da *c* verso *d*, cioè in verso contrario; cosicchè però l' ultimo punto *d* del raggio *nd* siasi sempre trovato in alcun punto della retta CR. L' angolo *cnd* sarà sempre stato doppio dell' angolo *ocn*, o sia, che viene lo stesso, la velocità angolare dell' *Epiciclo*, sarà doppia di quella del *primo Mobile*.

Calata però da *n* la retta *ne* perpendicolare a DR, e parallela alla retta *oc* perchè insistente alla medesima retta DR. Gli angoli alterni *ocn*, *cne* saranno eguali. Ma l' angolo *cnd* è doppio dell' angolo *cne*; perchè essendo per la costruzione i lati *cn*, *nd* eguali, la perpendicolare *ne* divide per metà l' angolo *cnd*. Dunque l' angolo *cnd* è doppio dell' angolo *ocn*. Il che è vero in qualunque punto della retta DR si ritrovi il punto *d*. Si può dunque vincendevolmente inferire: se l' angolo *cnd* sarà doppio dell' angolo *ocn*, il punto *d* to *d* ſempre perſiſterà nella *retta* DR. Ciò che era da dimoſtrare.

Non altrimenti ſi dimoſtrarebbe il punto *r* dall' altra parte permanere nella *retta ab*, e tutti i punti della periferia dell' *Epiciclo* in *rette* eguali fra ſe, ed alla ſomma de' diametri di amendue i *Mobili primo*, ed *Epiciclo*; perchè quando *d* coincide col punto R, i due raggi *cn*, *nd* ſono diſteſi, e s' eguagliano alla *retta* CR, e così dall' altra parte diſteſi s' eguagliano a CD.

Quindi viene come ſi abbia a componere l' Iſtromento alla deſcrizione della *Linea retta*; perchè primo ſi caccierà innanzi, o indietro il raggio dell' *Epiciclo*, e ſi fermerà poi con la vite, quando (*Fig.* 1. *Tav.* 11.) ſarà Q*r* = *r*S; ſecondo perchè le circonferenze de' cilindri ſono in ragione inverſa delle velocità, ſi collocherà il cilindro ſegnato 2. nel centro del *primo Mobile*, e l' altro cilindro 1. nel centro dell' *Epiciclo*; terzo prima di muover l' Iſtromento ſi farà, che il filo, o catenella tocchi i due cilindri alle medeſime parti, acciò i moti dei mobili ne ſeguano contrarj.

Se poi l' Iſtromento foſſe colle ruote dentate; primo come nel caſo de' cilindri ſarà fatto Q*r* = *r*S; ſecondo la ruota di 16. denti ſegnata 2. ſarà meſſa nel centro del *primo Mobile*, e la ruota di denti 8. ſegnata 1. nel centro dell' *Epiciclo*; terzo acciò i moti riſultino in parti oppoſte ſi metterà tramezzo a dette ruote (*Tav.* 13.) la ruota portata dall' *aſſe a* nella ſua guida *x*. Onde per l' uno, e l' altro caſo nella prima rivoluzione dell' *Epiciclo* (*Fig.* 1. *Tav.* 14.) lo ſtilo poſto ſupponiamo in *r* deſcriverà la *retta ab*, e nella ſeconda rivoluzione, non declinando punto dalla primiera traccia, tornerà indietro da *b* ad *a*.

ARTICOLO TERZO.

Linea retta *proveniente dal moto di un* Epiciclo *rotante nella concava periferia di un altro cerchio immobile.*

UNa leggiadra coſa, e degna in vero che altrui venga a notizia, naſce da quanto ſi è detto nel precedente Articolo, qual è, che dato il diametro *ac* (*Fig.* 2.) dell' *Epiciclo adc* ſudduplo del diametro *ab* di un altro cerchio maſſimo *a*D*b*R ruotando detto *Epiciclo* nella concava circonferenza di detto cerchio maſſimo, come ſe per deſcriver una Cicloide ruotaſſe ſopra una *retna*. Un punto qualunque *a* della periferia di detto *Epiciclo* deſcrive la *retta ab*, il punto C la *retta* DR ec.

Concioſſiacchè, primo il centro *n* del rotante *Epiciclo* deſcriverà un circolo *no*, che fingo eſſere il *primo Mobile* eguale appunto per la coſtruzione a detto *Epiciclo*, come nel caſo della *Fig.* 1.; ſecondo poichè eſſendo le periferie come i diametri, la periferia dell' *Epiciclo* viene ad eſſere alla periferia del cerchio maſſimo come 1. a 2.; ſarà la periferia dell' *Epiciclo* eguale all' arco, o ſemi-periferia *a*R*b* di detto cerchio maſſimo; onde l' *Epiciclo* partito dal punto *a* volgendoſi in detto cerchio maſſimo, a detto punto *a* non arriva, ſe non dopo aver compite due rivoluzioni, una ſopra la ſemi-periferia concava *a*R*b*, e l' altra ſopra la reſtante ſemi-periferia *b*D*a*; mentre il proprio centro *n* una ſola ne ha finita intorno a *c*, centro comune del cerchio maſſimo, ed inſieme del finto *primo Mobile noc*. E però la velocità di queſto *primo Mobile* immaginario è alla velocità dell' *Epiciclo*, come 1. a 2.: val a dire nella ragion preſcritta per la deſcrizione della Linea *retta* nella *Fig.* 1.; terzo ſe ben ſi riflette il moto del ſuppoſto *primo Mobile noc* deſcritto, come diſſi, dal centro *n* del rotante *Epiciclo*,

clo, ed il moto del medesimo *Epiciclo* occorrono inverso contrario. Dunque giacchè quanto era d'uopo alla generazione della *retta* nella *Fig.* 1. in questa seconda riscontra per lo appunto, seguita necessariamente che il punto *a* qualunque di detto *Epiciclo* descriva la *retta ab*, ed il punto C la *retta* DR ec. Il che era da dimostrarsi.

ARTICOLO QUARTO.

Elisse *generata così dal moto composto di due circoli, che dal moto semplice di un* Epiciclo *rotante nella concava periferia di un altro cerchio immobile.*

POichè abbiamo facilmente dimostrato da quai principj riconosca il suo essere la *Linea retta*, mostraremo ora come dai medesimi dipenda anche l' *Elisse*, e che però la descrizione di ciascheduna appartiene egualmente a questa macchinetta. Imperciocchè trasportata parte della *Figura* 1. nella 2., e 3. si dimostra facilmente, che (*Fig.* 2. e 3.) qualunque punto *b*, ovvero H, preso dentro o fuori dell' area del rotante *Epiciclo*, descrive un' *Elisse*.

Sia però dal centro *n* dell' *Epiciclo* condotta una *retta nd* che passi per il punto *b*, ovvero H preso dentro, o fuori dell' *Epiciclo*, ed un' altra *retta* GP che passi per il centro C del *primo Mobile*, e per il punto *d*. Ora io non credo, che sia di bisogno di dimostrare, che il punto *d* descriva la *retta* PG, giacchè quel medesimo argomento, che già valse nella *Fig.* 1., supplisce qui tanto per il punto *d*, quanto per il punto *a* che descrive la *retta ab*; perchè il punto *d* era costituito come *a*, quando prima coincideva col punto P. Ordinati dunque i raggi de' mobili C*n*, *nd* nella *Fig.* 4., e 5. come stanno nella 2., e 3., dico che detto punto *b*, ovvero H, descrive un' *Elisse*, di cui

l' *asse*

l'*asse* minore è eguale al doppio della *retta* bd, e l'*asse* maggiore è eguale al doppio di una *retta* composta di Cn, ed nb, ovvero H.

Descritti pertanto i circoli ApB, IGP per i punti p, ed I da n così distanti, come il punto b, ovvero H, si conduca alla *retta* GP una perpendicolare ACB, che sarà l'*asse* minore, perchè eguale al doppio di bd, e l'*asse* maggiore sarà GP eguale al doppio della *retta* CI composta di Cn, ed $nb = n$I.

Ora per provare, che il punto b, ovvero H si ritrovi nella circonferenza di un *Elisse* (prima dai punti p, ed I tirate alla *retta* GP due altre perpendicolari po, ed Im, che passano per il punto b, ovvero H) dimostrarò una semplicissima, ma essenziale proprietà di detta *Elisse*: cioè che sia GP. AB; ovvero PC. AC :: Im. bm.

Imperciocchè essendo simili i triangoli Cpo, CIm, sarà IC. Im :: pC. po. Permutando IC. pC :: Im. po; cioè bm, perchè eguale a po. Ma IC eguale a PC, e pC = AC; dunque PC. AC :: Im. bm. E però la doppia IC, che è GP alla doppia pC, che è AB :: Im. bm. Il che era da dimostrarsi. Ma acciocchè niuna parte di questa dimostrazione possa rivocarsi in dubbio, proverò anche che la *retta* Im sia perpendicolare alla *retta* GP, quantunque passi per il punto b, ovvero H. Perchè l'angolo esterno Cnd è eguale ai due interni insieme nIb, nbI, i quali essendo eguali per essere per la costruzione opposti ad eguali lati nI, nb; l'angolo Cnd viene ad esser doppio dell'angolo nbI. Ora calata giù la perpendicolare ne, questa dividerà per metà l'angolo Cnd, perchè per la costruzione Cn = nd. E però gli angoli alterni enb, nbI saranno eguali. Dunque en, bI parallele, se dunque per la costruzione ne è perpendicolare a GP, alla stessa del pari sarà perpendicolare la *retta* Ibm parallela ad ne.

 Conse-

Conseguenze dedotte dai tre precedenti Articoli.

1. Tutti i punti della circonferenza dell' *Epiciclo* (*Fig.* 1. 2. 3.) descrivano delle *rette* eguali, ciascuna fra loro, al diametro del cerchio massimo *a*D*b*R, ed alla somma dei diametri de' *Mobili primo*, ed *Epiciclo*.

2. Dagl' infiniti punti della periferia del ruotante *Epiciclo* viene in un tratto delineata tutta l' area del cerchio massimo *a*D*b*R, ed essendo i *Mobili primo*, ed *Epiciclo* eguali le *rette* descritte da detti infiniti punti, tutte s' intersecano nel centro C del cerchio massimo, tagliando l' una l' altra se stesse per metà, e diventando ogni metà raggio di detto cerchio massimo, come nella *Fig.* 6.

3. Queste *rette* dividono il circolo massimo in due volte tanti suddupli archi, quanti sono gli archi dell' *Epiciclo* intercetti fra i punti presi della sua periferia. Perchè (*Fig.* 2., e 3.) quando il punto *a* dell' *Epiciclo* descrive la linea *ab*, il cerchio massimo vien diviso in due archi eguali *a*D*b*, *a*R*b*; quando il punto C di detto *Epiciclo* descrive la linea DR, di nuovo il circolo massimo si divide in due altri eguali archi D*a*R, D*b*R. E però ecco l' *Epiciclo* diviso in due archi, ed il massimo in due volte tanti: cioè quattro, e ciò avviene perchè la periferia del circolo massimo è doppio di quello dell' *Epiciclo*. Di più per la medesima ragione l' arco *a*PR del cerchio massimo contiene la metà del numero de' gradi contenuti nell' arco *ad*C dell' *Epiciclo*, quantunque l' arco *a*PR sia di grandezza eguale all' arco *ad*C; e così l' arco *a*P contiene la metà del numero de' gradi contenuti nell' arco *ad*, quantunque detti archi siano di grandezza eguali.

4. Tutti i punti presi dentro, o fuori dell' area dell' *Epiciclo*, eccettuato il punto *n*, centro di detto *Epiciclo*, descrivano delle *Elissi*, che parimenti l' una l' altra s' interseca-

ecano, come nella *Fig.* 7., ma non mai nel centro C comune al *primo Mobile*, ed al cerchio massimo; perchè allora sono *Elissi* trasformate in *linee rette*, e soggette alla seconda Conseguenza.

Ma gli *assi* delle *Elissi*, che chiamo *Esteriori*, perchè descritte dal punto H preso fuori dell' area dell' *Epiciclo*, quindi ponno andare all' infinito rimovendo il punto H sempre più da *n*; e quinci terminano in una *retta*, quando detto punto H sempre più accostandosi a detto punto *n* (*Fig.* 2., e 3.), vada in passando a cadere nel punto *d*. Gli *assi* delle *Elissi Interiori* descritte dal punto *b* preso dentro l'area dell'*Epiciclo* hanno alternativamente i suoi termini, cioè quindi il circolo, e quinci una *retta*. Perchè quando *b* giunge a coincidere con *d*, la *retta* GP è l'*asse maggiore* massimo possibile, e l'*asse minore* è il minimo possibile, perchè ridotto a zero; quando poi *b* va a cadere nel centro *n* l'*asse maggiore* è il minimo possibile, perchè diventa zero; e l'*asse minore* è il massimo possibile, perchè eguale a tutto il raggio *nd*, ovvero *cn* due volte preso.

ANNOTAZIONE I.

Si può dire che la *retta ab* sia un vero Proteo geometrico; perchè ora è diametro del circolo massimo, ora mezza Cicloide eguale al diametro due volte preso del suo circolo generatore, ora un *Elisse* senz' *asse minore*, cosicchè (se mi è permesso scherzare in questa parte) si potrebbe ancor prendere per l'orbita di una Cometa. Imperciocchè quantunque *ab* sia un *Elisse*, di cui l' *asse maggiore ab* non è quasicchè infinitamente grande, come si suppongono esser quelli dell'orbite delle Comete; l' *asse minore* però è infinitamente piccolo, cioè eguale a zero; e però l' *asse maggiore ab* paragonato almeno al suo minore, cioè a zero, può considerarsi come infinito.

ANNO-

ANNOTAZIONE II.

Seguita ancor che per applicare l' Istromento alla descrizione dell' *Elisse*, basta comporlo come si è fatto per la *linea retta*, avvertendo solamente, che i raggi dei mobili non siano eguali.

ANNOTAZIONE III.

Si possono descrivere anche delle *Elissi*, di cui gli *assi* siano dati, e quindi secondo la loro distanza relativa descriver tutte le orbite de' Pianeti, o Comete, data che sia la ragion de' loro *assi*. Conciossiacchè (*Fig.* 4. *Tav.* 15.) dati essendo gli *assi* maggiore *ab*, e minore *ed*; dove s' intersecano nel punto C fatto centro con l' apertura C*e* si descriva il circolo *edf*; indi divisa per metà la differenza *fa* dei due *semi-assi* in *n*; C*n* sarà il raggio del *primo Mobile noz*; *na* il raggio dell' *Epiciclo aqf*; a tenore dei quai raggi si avrà a regolare l' Istromento. Ma perchè potrebbe avvenire che i diametri delle ruote, o cilindri impedissero di poter precisamente aggiustar detto Istromento al raggio C*n* del *primo Mobile*; se non altro si potrà conseguir un' *Elisse*, se non precisamente quella *abed*, almeno una simile, cioè nella medesima proporzione dei detti dati *assi*: Come C*n* ad *na* :: così l' altro raggio del *primo Mobile* determinato dei diametri dalle ruote, o cilindri; al quarto termine che si cerca, e che sarà il raggio dell' *Epiciclo*. Onde ordinando l' Istromento a questi due ultimi termini, verrà un' *Elisse* a quella della *Fig.* 4. simile, o proporzionale.

ANNOTAZIONE IV.

Dalla passata Teoria facilmente si prova ancora la costruſtruzione di un altro Iſtromento aſſai noto ſotto il nome di *Compaſſo elittico*, e ſi ſcorge che manca di tutte le *Eliſſi interne* compreſe tra i due ultimi confini *circolo*, e *linea retta*. Queſto per altro gentiliſſimo Iſtromento conſiſte (*Fig.* 8. *Tav.* 14.) in una lamina circolare *a*D*b*R ſcavata ad angoli retti di due canalini *ab*, DR, che ai lati più ſi allargano più che s' affondano; nei quali ſcorrono due priſmi di ſimil forma, coſtrutti ciaſcuno con un pivolo *d*, ed *r*, quali pivoli entrano nei buchi di un' aſta ZQ fornita di una guida anneſſa ad uno ſtilo H. Meſſa però queſt' aſta in moto, dal pivolo *r* viene determinata nella direzione *ab*, e nel medeſimo tempo dal pivolo *d* nella direzione DR. E intanto avviene, che per queſto moto implicato lo ſtilo H deſcriva ſul piano della carta un' *Eliſſe*.

Imperciocchè diviſo per metà lo ſpazio *rd* in *n*, ed in detto *n* fatto centro coll' apertura *nr*, ſi deſcriva il circolo *r*C*d*, che ſtia per un ſuppoſto *Epiciclo*, quale in qualunque poſizione dell' aſta ZQ paſſerà per il punto C d' interſezione dei due canalini; perchè per la coſtruzione l' ipotenuſa *rd* non può mutarſi, e l' angolo *r*C*d* alla periferia è ſempre retto. Ora fatto centro ancora in C, colla medeſima apertura di ſopra, ſi deſcriva un altro cerchio, che rappreſenti il *primo Mobile*. Ormai qui ſpicca la *Fig.* 1. per appunto, quale, ſenza che io entri in molte più parole, ſomminiſtra la dimoſtrazione da ſe. Ma perchè (*Fig.* 8.) tutta l' area dell' *Epiciclo r*C*d* cade dentro il margine della lamina orizzontale *a*D*b*R; perciò lo ſtilo H impedito da detta lamina, non può eſſer condotto fin nell' area di detto *Epiciclo*. E per queſto l' Iſtromento può deſcriver le ſole *Eliſſi eſterne*, ma non già l' *interne*, come la mia *Penna geometrica* e l' une, e l' altre deſcrive.

ARTI-

ARTICOLO QUINTO.

Descrizione organica del Circolo.

ENnunciando io fra gli usi di questo Istromento la descrizione del *circolo*, ciascuno che sia provveduto non che di un eletto, ma del più vil compasso non potrà sedare le risa, e acchettarsi, se prima non sa che io intendo di un *circolo* risultante dal moto composto di due circoli. Laonde se (*Fig.* 2. *Tav.* 15.) saran dati: primo i raggi C*n* del *primo Mobile*, ed *na* dell' *Epiciclo* in qualunque ragione; secondo mobili con eguali velocità; terzo in verso contrario. Dico che il punto *a* descrivera un *circolo* eguale al *primo Mobile*.

Ma ritorniamoci prima in memoria quanto si è detto di questa *Fig.* 2., quando nella prima parte di questo ragionamento servi per esempio della descrizione organica. Cioè che i raggi C*n*, *na* posti fossero per dritto, immaginando che così stassero prima di esser mossi, e che mossi poi il raggio C*n* a sinistra, e a destra il raggio *na* accadeva, che per le velocità date eguali, l' arco V*b* percorso dal raggio *ob* dell' *Epiciclo* era simile all' arco *no* percorso nel medesimo tempo dal raggio C*o* del *primo Mobile nop* ec. Cioè l'angolo V*ob* era eguale all' angolo *o*C*n*. Onde seguita che il raggio *ob* dell' *Epiciclo*, in qualunque punto *o* della perrferia *nop* del *primo Mobile* si ritrovi, sia alla retta C*n*, ed anche a se stesso *na* mai sempre parallelo. Perchè *bo*, *an*C formano un angolo eguale alla medesima retta C*o*V. Ciò posto, sarà *ob*, *qe*; *na*, K*f*; *tm*, *rg*; *pd*, S*b* sempre a se stesso eguale. Perchè poi è anche a se stesso parallelo sarà $bo + oe = oe + eq$; $an + nf = nf + fK$; $mt + tg = tg + gr$, e finalmente perchè *pd*, S*b* sono parallele, ed eguali sarà anche $pS = db$. Voglio dire

che

che le ordinate al *primo Mobile nop* ec. ſono egualmente diſtanti, ed eguali a quelle della Curva deſcritta, la quale ſarà un *circolo*, giacchè anche il *primo Mobile* è un *circolo*. Quindi i punti *abd* ec. ſi ritrovaranno, diſſi, nella periferia di un *circolo* eguale al *primo Mobile nop* ec. E perchè vale queſta dimoſtrazione, qualunque ſia la ragione di C*n* ad *na*, la propoſizione ſi verifica in tutte le ſue parti.

Ora quantunque abbia per fermo, che ſi ſappia ormai applicare l' Iſtromento non ſolo alla deſcrizione del preſente *circolo*, ma eziandio di qualunque altra Curva, di cui ſiano note le tre cauſe moderatrici; non oſtante anche per queſta volta pigliando io queſta parte, dico che primo li raggi Q*r*, *r*S (*Fig.* 1. *Tav.* 11.) ponno eſſere in qualunque ragione; ſecondo i due cilindri, o ruote dentate debbono eſſere eguali; terzo nel caſo dell' Iſtromento col filo, il filo toccherà i cilindri alle medeſime parti; nel caſo delle ruote, ſi dovranno ſeparare le due ruote dei *mobili* con la roticella intermedia. E tanto baſti di queſto, perchè i *Fiori Geometrici* porgano più bella occaſione di ragionare nel ſeguente

ARTICOLO SESTO.

Deſcrizione organica dei Fiori Geometrici.

IO ſtimarei che la *Penna* delineatrice di queſti *Fiori* doveſſe ſtar ſolamente nelle mani di preclare, e dotte Donne; come quelle che non ſi curano de' frali, e caduchi, ma vogliono eſſere *ben d' altro ornate, che di perle, ed oſtro*. Ne ha per vero dire, queſto ſecolo d'uopo, onde per tali prodigj di quel ſeſſo, porti invidia alli andati tempi, mentre fra i molti, onde abbonda, vanti una Laura Maria Cattarina Baſſi, una Conteſſa Maria Agneſi, una Marchesa (1) del Castelletto, quali e per le Matematiche, e per ogni sorta di Letteraria disciplina, sono ben altro, che non erano le tredici Liriche Donne, o altre celebrate dalle passate età.

Ma acciocchè facendo più a lungo menzione di questi nomi illustri, non sembri che io voglia quindi significare, che la mia *Penna Geometrica* meriti di entrare in considerazione di così fatte Donne, ripigliando un poco più a dietro il mio istituto, ben vi ricorda che il nostro Istromento fu accompagnato da dodici cilindri, o ruote dentate, i diametri delle quali crescevano di mano in mano, come 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; e che per eccitare per qualunque data descrizione le occorrenti velocità, sempre adoperavano due di detti cilindri, o ruote dentate. Come però la varietà, e leggiadria de' *Fiori Geometrici* appunto viene per causa delle cangiate velocità; così mi è parso bene

(1) Su la morte di questa Donna valorosa il Sig. di Voltaire fece questi leggiadri versi:

L'Univers a perdu la sublime Emilie:
Elle aimoit les plaisirs, les arts, la verité
Les Dieux en lui donnant leur esprit, leur genie,
Ils ne garderent pour eux, que l'immortalité.

Versione elegantissima del Sig. Conte Durante Durante.

Lasciato ha Emilia questo carcer frale,
Le grazie, le bell'arti, e il ver le piacque;
Per virtude, ed ingegno a Dei fu eguale,
Dissimil solo che immortal non nacque.

Altra Versione del Medesimo.

Tristes Emilia has sedes, noctemque reliquit,
Quæ verum atque artes, & Charites coluit.
Par genio superis, animo, virtute, decore;
Impar quod mortem vincere non potuit.

bene produrre in queſto luogo (*Fig.* 1. *Tav.* 18.) tutti i binarj, o ſiano combinazioni a due a due, che riſultano da 12. numeri, cioè dai dodici cilindri, o ruote dentate predette. E prendendo in detta *Fig.* 1. per eſempio il binario $\frac{1}{7}$, vuol dire, che poſto nel centro di un *mobile* il cilindro, o ruota 1, e nel centro dell' altro *mobile* il cilindro, o ruota 7, la velocità dei *mobili* ſarà come 1 a 7. Onde per eſſere le velocità in ragion inverſa del diametro de' cilindri, ſe ſarà poſto (*Fig.* 5. *Tav.* 15.) nel centro C del *primo Mobile nm* il cilindro, o ruota 7, e nel centro dell' *Epiciclo*, il cilindro, o ruota 1, mentre il *primo Mobile* percorrerà una ſola ſettima parte della ſua periferia, cioè l'arco *nm*, l' *Epiciclo* compirà un' intiera rivoluzione, e deſcriverà non pertanto una ſola ſettima parte *aed* di tutta la Curva, che ſarà un *Ettafoglio*.

A dilucidare maggiormente queſta materia, fa molto a propoſito il ricordare un piccol problema aritmetico, di cui con molto ſpirito, e acume d' ingegno è ſtato già (1) fatto uſo nella fabbrica di un anello (*Fig.* 9. *Tav.* 14.) conſiſtente in un filo di metallo ripiegato in ſedici ben compartite ſpire, e diſpoſte in forma di un cerchio. Queſto lavoro, che deveſi concepire non già piano, come in figura appare, ma tale che co' ſuoi giri un ſolido rappreſenti, riuſciva invero preſtigioſo, e mirabile, perchè il filo pareva ſtare da ſe equilibrato, e ſoſpeſo. L' artificio tutto conſiſteva nel ſuddetto problema, qual è: unire con ſole linee rette ſucceſſive, o una ſola linea curva, e che ritornino in ſe ſteſſe al primo punto di partenza, un numero qualunque di punti dati nella periferia di un circolo.

Il che in due modi ſi riſolve: o (*Fig.* 2. *Tav.* 18.) conducendo la linea dal primo punto *a* ſempre al più proſſimo *b*, poi Q ec., che chiamo *modo comune* per eſſere aſ-

(1) Cardano citato dal Weckero nel *Lib.* 27. *de Secretis*.

ſai più tritto, e volgare, e per cui detta linea non fa più di un giro d'intorno al centro C; o tirando detta linea (e chiamo queſto *modo elegante*) dal punto *a* (*Fig.* 3.) ad un altro *d* diſtante da *a* un tal numero di ſpazj, che non ſia parte aliquota del numero dato; come il 3 numero de' ſpazj trapaſſati, che non è parte aliquota del numero dato 8. Perchè chi non vede che adoperando il 2 aliquota dell' 8, cioè tralaſciando due ſpazj, in vece di un ottogono che ſi cerca, ſarebbene venuto un quadrato? Concioſſiacchè dividendo 8 per 2 il quoto ſia 4? Nel caſo dunque che ſi tralaſcino tre ſpazj, la linea gira intorno al centro, o punto C tre volte, avanti di ritornare al punto *a* d'onde ebbe principio.

Ma per lo più nella ſerie naturale de' numeri, il numero che proſſimamente ſeguita o precede il numero dato, per eſempio 8, dà nelle proprie aliquote il numero dei ſpazj, che hanſi a tralaſciare. Così nell' addotto eſempio il 9, che proſſimamente ſeguita 8, ha l'aliquota 3, che non eſſendo aliquota del numero dato 8., accenna il numero di detti ſpazj. Così pure quando per la coſtruzione dell' anello preſtigioſo (*Fig.* 9. *Tav.* 14.) furono dati 16 punti da unire, il precedente numero 15 ſomminiſtrò nelle proprie aliquote 3, 5 il numero dei ſpazj da ommetterſi; e in detta *Fig.* 9. fu ſcielto il 3, giacchè ſi vede che ciaſcuna ſpira di mano in mano tre ſpazj abbraccia. Coll' uſo dell' aliquota 5, cioè con ommettere cinque ſpazj, l'anello ſarebbe riuſcito anche più bello, ed aſſai più intrecciato; e perchè nel primo caſo il filo gira d'intorno al centro C tre volte, e cinque nel ſecondo caſo, prima di riunirſi ad un punto qualunque *a*, d'onde incomincia; così non ſolo all' occhio, ma anche all' immaginazione, ſfuggendo queſto primo punto qualunque, e non apparendo in detto filo nè principio, nè fine, pare più toſto, che da ſe ſolo in alto ſtia ſoſpeſo.

Le

Le aliquote de' numeri, vietano anche che per stabilire le velocità de' *mobili*, si possa far uso di tutti i binarj, o combinazioni; perchè il numero che ha un' aliquota inchiude sempre quattro termini proporzionali. Il primo de' quali è il numero dato (per esempio 10), cioè il numero da dividersi. Il secondo l' aliquota, o sia divisore (sia 2). Il terzo il quoto (sarà 5), perchè un numero che ha un divisore non può mancar di quoto. Il quarto l' unità (dico 1), che è misura di tutti i numeri. Perciò, se uso si faccia del binario composto del dividendo, e divisore (cioè $\frac{10}{2}$), inutile diventa il binario composto del quoto, ed unità (dico $\frac{5}{1}$; essendo il dividendo al divisore, come il quoto all' unità; essendo dico 10. 2. :: 5. 1. Laonde nell' istituzione del calcolo, e tavola delle combinazioni (*Fig.* 1. *Tav.* 18.) da ciascun di questi ordini $\frac{1}{2}.\frac{2}{4}.\frac{3}{6}.\frac{4}{8}.\frac{5}{10}.\frac{6}{12}$; $\frac{1}{3}.\frac{2}{6}.\frac{3}{9}.\frac{4}{12}$; $\frac{1}{4}.\frac{2}{8}.\frac{3}{12}$; $\frac{1}{5}.\frac{2}{10}$; $\frac{1}{6}.\frac{2}{12}$; $\frac{2}{3}.\frac{4}{6}.\frac{6}{9}.\frac{8}{12}$; $\frac{2}{5}.\frac{4}{10}$; $\frac{3}{4}.\frac{6}{8}.\frac{9}{12}$; $\frac{3}{5}.\frac{6}{10}$; $\frac{4}{5}.\frac{8}{10}$; $\frac{5}{6}.\frac{10}{12}$; conservato un binario, ho cancellato gli altri, che si trovavano nella medesima proporzione. Perchè egli è evidente, che, trattandosi della descrizione di un *Trifoglio*, si potrebbe far uso di due cilindri, o ruote segnate con li numeri 1, e 3 del primo binario $\frac{1}{3}$; 2, e 6 del secondo $\frac{2}{6}$; 3, e 9 del terzo $\frac{3}{9}$ ec., e nulladimeno, il resto pari, non verrebbe mai più che un *Trifoglio*, essendo sempre per essere eccitata nei *mobili* la medesima ragione di velocità, come 1 a 3.

Per altro tutti i *Fiori*, eccettuato il *Trifoglio*, *Quadrifoglio*, e l'*Esafoglio*, che con linee rette non permettono d'esser descritti, che pel solo modo *comune*, sono capaci della descrizione *comune* ed *elegante*; ma meglio avviene a quelli, de' quali il numero denominatore è privo di parti aliquote, come l'*Endecafoglio*, *casoglio*, il di cui denominatore 11, essendo numero primo, prodigiosamente varia, potendosi in cinque modi descrivere con una linea retta, e in dieci con una curva; cioè nel primo caso adoperando ciascuna delle cinque aliquote 1, 2, 3, 4, 5 dei due prossimi numeri 12 e 10, restando soverchia l'aliquota 6 del 12, come complimento all' 11 della già usata aliquota 5; e l'aliquota 2 del 10, come comune anche al numero 12. Nel secondo caso si fa uso poi non solo delle suddette aliquote; ma ancora di tutti i complimenti all' 11, che sono il 10, 9, 8, 7, 6; facendo però, che il raggio dell' *Epiciclo* sia nel caso delle aliquote minore del raggio del *primo Mobile*; e nel caso de' complimenti, maggiore. Non altrimenti il *Decatrifoglio* per la medesima ragione può delinearsi in sei modi con linea retta, e con linea curva in dodici ec.

ARTICOLO SETTIMO.

Descrizione organica di Poligoni *quasi* rettilinei.

INtanto per alleviare il fastidio, che mi reca l'impossibilità di descrivere *Poligoni rettilinei* simili a quelli della *Fig.* 2. e 3. (*Tav.* 18.) e quali sono dagli empj Negromanti abusati nei stolti loro riti, voglio far vedere, che tre punti per lo meno *e*, G, *b* si può fare che vengano situati per dritto in una medesima linea; e che gli altri punti declinino talvolta quasi insensibilmente; essendo la via della retta così poco distante dalla via della curva, ch' egli è poco men che non coincidano, come dimostra la *Fig.* 8. *Tav.* 16.

Sia dunque dal centro C (*Fig.* 4. *e* 5. *Tav.* 18.) condotta C*a* perpendicolare ad *e*G*b*, corda di un arco qualunque *bae*, e l' assissa G*a* sia divisa per metà in *m*. E dipoi sia primo il raggio C*n* del *primo Mobile* eguale a C*m*, ed il raggio *nd* dell' *Epiciclo* eguale ad *ma*, ovvero *m*G. Secondo, la velocità

locità del raggio C*n* del *primo Mobile* ſia alla velocità del raggio *n d* dell' *Epiciclo*, come l' arco *b a e* a tutta una periferia. Terzo, i moti in verſo contrario. Dico ora, che la Curva deſcritta dall' ultimo punto *d* del raggio *nd* dell' *Epiciclo* avrà per lo meno tre punti *e* G *b* ſituati in una medeſima retta *e*G*b*.

Laonde ſi ſupponga, che, prima che i *mobili* foſſero meſſi in moto, C*n* coincideſſe con C*u*; ed *nd* con *ue*, ed *nz*. Coſicchè amendue coſtituiſſero una medeſima retta C*e*. Indi partiti da queſta prima poſizione, ed in quella giunti, che la figura moſtra, figuriamoci che il raggio C*n*, avendo percorſo tutto l' angolo *u*C*n*, abbia fatta una quarta parte del ſuo viaggio: val a dire, una quarta parte di tutto l' angolo *e c b*; onde anche il raggio *nd* avrà fatta una quarta parte del ſuo, che è un quarto di circolo *z n d*. Allora il punto *d*, quantunque parer poſſa di trovarſi nella retta *e*G*b*, pure non vi ſarà; ma quando C*n* giunto a coincidere con C*m* avrà fatto la metà del ſuo corſo, cioè la metà dell' angolo *e*C*b*, anche il raggio *n d* avrà percorſo la metà di un circolo, ed il punto *d* ſi troverà in G, perchè per la coſtruzione $nd = m$G; ſi troverà, dico, lontano da *z*, ovvero *a*, in cui ora s'intende che *z* coincida, due angoli retti. E così quando C*n*, arrivando per fine a coincidere con C*f*, avrà compito tutto il ſuo viaggio, che è tutto l' angolo *e*C*b*; anche *nd* ſarà venuto a fin del ſuo, cioè avrà compita un' intiera rivoluzione, e *d* coinciderà con *b*. E perchè finalmente queſti tre punti *e*G*b* ſono dati per la coſtruzione in una retta, in quella appunto ſaranno dal punto *d* deſcritti. Ciò che era da dimoſtrarſi.

ARTI-

ARTICOLO OTTAVO.

Dettaglio delle cause moderatrici di ciascuna Curva posta per esemplare delle molte spettanti a questo Istromento.

SArebbe forse stato non ingiocondo spettacolo mostrare, oltre altre Curve, una serie seguita di tutti i *Fiori*, che descrive l'Istromento, principiando dall'*Unifoglio*, sino al *Dodecafoglio*; se non fosse, che io ho giudicato, che da que' pochi messi qui per esemplare dei molti che mancano, si avesse facilmente potuto prender idea anche degli altri; e che se non altro per mezzo della *descrizione per punti* suggerita nella prima parte di questo discorso, ciascun potesse farne nascere da se quanti vuole; avvisando per altro, che nè per l'ardente Sole dell'Estate, nè per le nevi, e ghiacci dello squallido Verno siano mai per diventare riarsi, o smonti.

Mi restringerò dunque a suggerire le cause moderatrici di questi pocchi *Fiori*, e Curve, e prima

Figura 1. Tav. 15. Unifoglio.

1. Raggio del I. *Mobile* sta al raggio dell' *Epiciclo*, come 10 a 5 in circa.
2. Velocità del I. *Mobile* $=$ a quella dell' *Epiciclo*.
3. Moto del I. *Mobile* in conseguenza del moto dell'*Epiciclo*.

* La punta *m* della Curva è moltiplice; onde se il raggio dell' *Epiciclo* fosse stato più lungo, detta punta si sarebbe aperta in un ceno, o nodo simile a quelli della *Fig. 5*. Questa nota vale per le punte di altre Curve soggette a questo Istromento, come la 3, 9 ec.

Figura 2. Unifoglio, o Circolo.

1. Raggio qualunque.
2. Velocità eguali.
3. Moti l'un dell'altro in verso contrario.

Fig. 3.

Figura 3. *Bifoglio*.

1. Raggio del I. *Mobile*. Raggio dell' *Epiciclo* :: 10. 3 $\frac{1}{2}$ in circa.

2. Velocità del I. *Mobile*. Velocità dell' *Epiciclo* :: 1. 2.

3. Moti in conseguenza.

Figura 4. *Bifoglio*, *Elisse*, o *Linea retta*.

1. Raggi qualunque, purchè non siano eguali, perchè in tal caso diventa una *retta*.

2. Velocità del I. *Mobile*. Velocità dell' *Epiciclo* :: 1. 2.

3. Moti contrarj.

Figura 5. *Ettafoglio*.

1. Raggio del I. *Mobile*. Raggio dell' *Epiciclo* :: 7. 2. in circa.

2. Velocità del I. *Mobile*. Velocità dell' *Epiciclo* :: 1. 7.

3. Moti in conseguenza.

Figura 6. *Ettafoglio*.

1. Raggio del I. *Mobile*. Raggio dell' *Epiciclo* :: 2. 3. in circa.

2. Velocità del I. *Mobile*. Velocità dell' *Epiciclo* :: 4. 7.

3. Moti in verso contrario.

Figura 7, 8, 9, 10, 11, 12, *Trifoglio*.

1. Sono queste quelle 6. figure citate nel calcolo delle Curve, le quali variano per il solo cangiamento della proporzione de' raggi, le altre cose rimanendo le stesse. Perchè il raggio del I. *Mobile*, che era maggiore di quello dell' *Epiciclo* nella *figura* 7, a poco a poco si è diminuito sempre più nella *figura* 8, 9, 10; finchè nella *figura* 11 detto raggio del I. *Mobile* è eguale a quello dell' *Epiciclo*;

anzi nella *fig.* 12. il raggio dell' *Epiciclo* è diventato maggiore del raggio del I. *Mobile*; e quindi per questo solo la Curva si trasforma nelle sei figure contenute nella *Tavola* 16.

2. Velocità del I. *Mobile*. Velocità dell' *Epiciclo* :: 1. 3.
3. Moti contrarj.

Figura 13. *Ottofoglio*.

1. Raggi eguali.
2. Velocità del I. *Mobile*. Velocità dell' *Epiciclo* :: 5. 8.
3. Moti in conseguenza. Se contrarj, nasce la *figura* 14.

Figura 15. *Decafoglio*.

1. Raggi eguali.
2. Velocità del I. *Mobile*. Velocità dell' *Epiciclo*:: 3. 10.
3. Moti contrarj.

* Sino a questa *figura* 15. la velocità dell' *Epiciclo* è stata maggiore della velocità del I. *Mobile*. Le figure poi che seguono 16, 17, 18 sono tre esempj di Curve provenienti dalla velocità di quello minore di quella di questo.

Figura 16.

1. Raggio del I. *Mobile*. Raggio dell' *Epiciclo* :: 2. 1.
2. Velocità del I. *Mobile*. Velocità dell' *Epiciclo* :: 3. 2.
3. Moti in conseguenza.

Figura 17.

1. Raggio del I. *Mobile* minore alquanto del diametro dell' *Epiciclo*.
2. Velocità del I. *Mobile*. Velocità dell' *Epiciclo*:: 3. 1.
3. Moti contrarj.

Figura 18.

1. Raggi eguali.
2. Velocità del I. *Mobile*. Velocità dell' *Epiciclo* :: 3. 1.
3. Moti in conseguenza.

Sup-

Supponendo io ora che ciascuno che sia arrivato sin qui sia capace di comporre da se l'Istromento alle date cause moderatrici, mi basterà chiuder quest' Articolo coll' accennare, che per questo si divide il circolo in tante date parti, ma che non siano più di 12; primieramente usando per lo meglio binarj, che abbiano per un termine l'unità; come per esempio, volendolo dividere in sette parti, di questi binarj $\frac{1}{7}$. $\frac{2}{7}$. $\frac{3}{7}$, che si potrebbero adoperare, usando, dissi, piuttosto il binario $\frac{1}{7}$. Secondo, pongasi attenzione, che il raggio dell' *Epiciclo* sia piuttosto corto rispetto a quello del I. *Mobile*. Terzo, che i moti siano eccitati in verso contrario, onde veranno figure simili alle *Fig.* 7, 8, 9 della *Tav.* 16.; e per le punte di dette figure, e più precisamente delle simili alla 9, verrà diviso un circolo di diametro eguale al diametro del I. *Mobile*, più il diametro dell' *Epiciclo*, secondo l'addotto esempio, in parti sette. Cosicchè unendo poi dette punte con altrettante rette avrebbesi la descrizione finita di un *ettagono* rettilineo. Il che sia detto di qualunque altro *poligono*, mutando solo i binarj a tenore delle date velocità.

ARTICOLO NONO.

Descrizione organica delle Cicloidi *di base circolare.*

PEr dimostrare come appartengono a questa *Penna* le *Cicloidi* nascenti per lo volger di un cerchio su la periferia *convessa*, o *concava* di un altro cerchio, consideraremo prima attentamente in qual disposizione di circostanze si ritrovi (*Fig.* 6. *Tav.* 18.) l'*Epiciclo* afd, che per descrivere una *Cicloide* cammina sulla immobile periferia *convessa* doK.

Primieramente osservo, che nel medesimo tempo che l' *Epiciclo* percorre tutta l' immobile periferia, anche il punto di contatto *d* compiendo sulla medesima il suo giro ritorna al punto *d* d'onde era partito; e perchè tanto avviene nel medesimo tempo, anche del centro *b* di detto *Epiciclo*, che al punto *b*, d'onde partì per la periferia *hgb*, ritorna (conciossiacchè il centro *b* si ritrovi (1) mai sempre nella direzione del raggio C*db*, che congiunge il punto di contatto *d* col centro C del cerchio immobile *do*K); perciò in tempi eguali il punto *d*, ed il punto *b* amendue formano eguali angoli al centro comune C. Onde io ne tiro questa conseguenza, che si potrebbe prendere il circolo *bhg* per *primo Mobile*, il di cui raggio C*b* sarà eguale al raggio C*d* del cerchio immobile più il raggio *bd* dell' *Epiciclo*.

2. Tante rivoluzioni fa l' *Epiciclo* sopra l'immobile *convessa* periferia *do*K, mentre il punto di contatto *d* al punto *d* d'onde partì ritorna, quante volte la periferia *do*K contiene la periferia dell' *Epiciclo*. Cioè a dire (giacchè le periferie sono in ragion de' diametri), quante volte il diametro *d*K contiene il diametro *ad*. E quindi sta il numero delle revoluzioni dell' *Epiciclo* ad una revoluzione del punto di contatto *d*, come il diametro *d*K del cerchio immobile *do*K al diametro *ad* dell' *Epiciclo*. Ma ho già detto che il punto di contatto *d*, ed il centro *b* dell' *Epiciclo* formano sempre eguali angoli al comune centro C. Dunque io concludo che la velocità angolare dell' *Epiciclo* è alla velocità angolare del suo centro *b* (cioè del *primo Mobile* *bgb*), come il diametro *d*K del cerchio immobile al diametro *ad* dell' *Epiciclo*.

3. A quel medesimo verso, che procede il punto di contatto *d*, non che il centro *b* dell' *Epiciclo*, per esempio a sinistra verso *o*, ed *b*, procede ancora qualunque punto *a* della

(1) Eucl. lib. III. prop. 14.

della periferia dell' *Epiciclo* a ſiniſtra verſo *f*.

Poichè abbiam eſaminato coſa accada, quando l' *Epiciclo* ruota ſopra la periferia *conveſſa* di un altro cerchio immobile, vediam coſa ſucceda quando gira in una *concava*, cioè quando l' *Epiciclo dmx* ruoti nella *concava* periferia del cerchio immobile *do*K.

1. In primo luogo avviene, che il raggio C*e* del circolo *enp* (che ſarà il *primo Mobile*) formato dal centro *e* del ruotante *Epiciclo dmx* è eguale al raggio C*d* del cerchio immobilè, meno il raggio *de* dell' *Epiciclo*.

2. Le velocità angolari del centro *e* dell' *Epiciclo*, e del punto di contatto *d* ſono le medeſime, perchè il centro *e* dell' *Epiciclo interiore* ſi ritrova puntualmente in quella medeſima direzione, in cui già abbiam detto, che ſi ritrova il centro *b* dell' *Epiciclo eſteriore*, cioè (1) nella direzione del raggio C*d*, che uniſce il centro C col punto di contatto *d*.

3. In vece che i moti ſeguano come ſopra in conſeguenza, qui riflettendo attentamente ſi oſſerva, che occorrono in verſo contrario.

Ora dato il raggio così dell' *Epiciclo*, come del cerchio immobile, ſu cui haſſi a volger l' *Epiciclo*; dato di più ſe le revoluzioni di detto *Epiciclo* abbiano ad eſſere in una periferia *conveſſa*, o *concava*, chiaramente riſulta, come ad una tal *Cicloide* debbaſi componere l' Iſtromento. Supponiamo dunque che e l' uno, e l' altro ſia dato. Sia dato C*d* raggio del cerchio immobile, al raggio *db* dell' *Epiciclo*, come 3, e 1; e s' intenda l' *Epiciclo* dover ruotare ſopra la periferia *conveſſa do*K.

1. Primieramente dovendo eſſere il raggio C*b* del *primo Mobile* al raggio *ba* dell' *Epiciclo*, come la ſomma de' raggi del cerchio immobile, e dell' *Epiciclo*, al raggio dell' *Epiciclo*. ſarà C*b*, *ba* :: 4. 1. Dove ſe nel determinare così nell' Iſtromento la lunghezza de' raggi s' incontraſſe la dif-

ficol-

(1) Eucl. lib. III. prop. 13.

ficoltà (1) avvertita in proposito degli *assi* dati per la descrizione di un' *Elisse*, si operarà come ivi si disse.

2. Dovendo essere la velocità del *primo Mobile bbg* alla velocità dell' *Epiciclo afd* in ragione inversa de' diametri C*d*, *db*; la velocità di quello sarà alla velocità di questo, come 1 a 3.

3. Il *primo Mobile*, ed *Epiciclo* si hanno a volgere al medesimo verso. E però ordinato l'Istromento a queste leggi, o cause moderatrici, il punto *a* della periferia dell' *Epiciclo* descriverà la *Semi-Cicloide uo*, ovvero l'intiera proposta *zao*; l'istessa appunto, che verrebbe descritta nel supposto dell' *Epiciclo afd* ruotante sulla periferia *convessa doK*.

Ma se stante ancora la medesima ragione di C*d* ad *ed* diametri de' cerchj dati, come 3. 1., l'*Epiciclo* non più sopra una periferia *convessa*, ma in una *concava doK* si volgesse.

1. Primieramente dovendo essere il raggio *ce* del *primo Mobile* al raggio *ed* dell' *Epiciclo*, come il raggio *cd* del cerchio immobile, meno il raggio *ed* dell' *Epiciclo* al raggio dell' *Epiciclo*; sarà C*e*. *ed* :: 2. 1.

2. La velocità del *primo Mobile* a quella dell' *Epiciclo* sarà ancora la medesima: voglio dire, come 1. 3.

3. In questo caso i moti dovran seguire in verso contrario. A tenore di queste leggi regolato l'Istromento, dal punto *x* della periferia dell' *Epiciclo xmd* verrà descritta la *Semi-Cicloide xo*, ovvero l'intiera *zxo*.

Per questi esempj si potranno richiamare all'Istromento tutte quelle *Cicloidi*, le quali siano generate da' *mobili* commensurabili, anzi de' quali le velocità siano comprese in quelle, che per la combinazione de' 12. cilindri, o ruote dentate risultano, che sono 181. per lo appunto; cioè 45. per il caso di un *Epiciclo* volgentesi sulla periferia *convessa*

di

(1) Part. III. Artic. IV. Annot. 7.

di un maggior cerchio immobile. Altre 45 per il caso, che l'*Epiciclo* si volga nella periferia *concava* di un maggior cerchio; sono pure 45 dove un *Epiciclo* cammina sulla periferia *convessa* di un minor cerchio immobile; indi altre 45 per il caso nel quale una periferia *concava* *do*K può camminare sopra la periferia *convessa* di un minor cerchio supposto immobile *dmx*; e finalmente una per il caso di un *Epiciclo* rotante sulla periferia *convessa* di un egual cerchio, restando due soli casi impossibili per questo genere di *Cicloidi*; cioè che un cerchio camminar possa nella periferia *concava* di un minor cerchio, o di un cerchio eguale.

ARTICOLO DECIMO.

Descrizione organica delle Spirali.

NOi ci troviam finalmente arrivati a quel genere di Curve, che furono le ultime nominate fra gli usi di questo Istromento, ma che per l'eccellenza loro furono in considerazione degli antichi, e lo sono ancora de' moderni Filosofi; perchè da quelli furono applicate alla quadratura del cerchio, e da questi ad altri usi. Ed in quanto alla loro generazione, per essere dipendente dal moto composto di retto, e circolare, se saranno (*Fig.* 7. *Tav.* 18.) descritti molti circoli concentrici, e dal loro comune centro C condotti molti raggi equidistanti, ed intersecantesi con le periferie di detti circoli, la linea condotta dal primo punto *a* d'intersezione al prossimo *g*, indi al vicino *b*, e così via via alli restanti punti K*mnoz*C, sarà una *Spirale*, che io chiamo *Circolare*; ma se in luogo dei circoli fossero date (*Fig.* 8.) tante *Elissi* parallele, e concentriche, sarebbero riuscite *Spirali* da me dette *Elittiche*. Tutte però nascenti da un punto *a* qualunque per la retta *a*C tendente al centro C, mentre detta *a*C si volge in giro. Il moto di que-

sta

sta retta *a*C si suppone qui circolare; ed il moto del punto *a* per detta *a*C può essere equabile, ed inequabile; e sempre gli spazj *am*, *m*C fra una spira *agb*K*m*, e l'altra prossima *mnoz*C si trova in ragion composta della velocità del punto *a* per detta *a*C, e della velocità della medesima retta intorno al centro C. E quando la velocità della retta *a*C intorno a C sia equabile, e costante, li spazj *am*, *m*C saranno in ragione della velocità del punto *a* per detta *retta* *a*C. Qui pertanto si suppone che la *Fig.* 7. mostri una *Spirale* nata dal moto del punto *a* composto di di due movimenti uniformi, uno circolare d'intorno *aC*, e l'altro retto per la *retta* *a*C; cosicchè mentre per causa del primo la *retta* *a*C compie d'intorno *a*C una parte qualunque di un'intiera revoluzione, il punto *a* lungo detta *retta* *a*C proporzionalmente percorra una simil parte; e però questa è la *Spirale di Archimede*. La *Fig.* 8. poi è composta dal moto retto, ed elittico.

Si dovrebbero aspettare simili, e proporzionati effetti, secondo che il moto del punto *a* per la *retta* *a*C fosse accelerato equabilmente; o pure accelerato, o ritardato con qualunque variazione di velocità; dovendosi perciò la spira restringere, o allargare secondo la maggiore, o minore velocità, che sia in data ragione, si potranno immaginare *Spirali* innumerabili.

Ora per preparar l'Istromento (quello però de' fili) a queste Curve niente v'è di più facile. Perchè prima (*Figura* 3. *Tav.* 11.) condotta la punta S del raggio QS tra i due assi QG, RP, e fatto per modo che detto raggio soggiaccia per il lungo esattamente all'asta MN, si restringa poi validamente la vite P, onde tutto il corpo ombreggiato QRS*dm*P resti fermo, ed immobile nella sua guida *n*; ma la vite laterale *n* affatto si rallenti, acciò essa guida *n* diventi labile, e scorrente per il lungo della rotante asta MN verso M, portando seco tutto il corpo ombreg-

breg-

breggiato. Siano indi preparati quattro pezzi (*Fig.* 5. *Tav.* 11.) per la forma loro nominati il primo cilindro circolare, il ſecondo cilindro elittico, il terzo cono circolare, il quarto cono elittico; perchè meſſo nell'aſſe QG il primo di detti pezzi in vece del cilindro ZT (*Fig.* 3.), e facendo poi girare l'aſta MN ſi avvolgerà ſu detto pezzo il filo, che perciò tira tutto l'aſſe PR, in un con lo ſtilo S, verſo all'aſſe QG; e dallo ſtilo S verrà deſcritta ſul piano della carta la *Spirale* della *Fig.* 7. *Tav.* 18.; che ſe foſſe ſtato adoperato il ſecondo pezzo avrebbeſi conſeguita la *Spirale* della *Fig.* 8.; ſe il terzo, la *Spirale* aſſomigliarebbe alla ſettima, ſe il quarto all'ottava. Ma in queſti due ultimi caſi, li ſpazj fra una ſpira, e l'altra andarebbero decreſcendo, o creſcendo verſo il centro, ſecondochè il filo cominciaſſe ad avvolgerſi ſu detti pezzi terzo, e quarto dalla parte del vertice *m*, o della baſe *o*.

Qui poi è d'avvertire che il numero delle ſpire di queſte curve, ſarà ſempre eguale al numero delle rivoluzioni dell'aſta MN; ſecondo, che gli ſpazj *am*, *m*C (*Fig.* 7. *Tav.* 18.) fra una ſpira, e l'altra intercetti ſaranno eguali alle porzioni del filo, che ſi avvolgeranno d'intorno a detti pezzi per ciaſcuna rivoluzione relativa a detti ſpazj. E queſte porzioni di filo ſono eguali alle ſpire, che il filo avvolgendoſi forma ſulla ſuperficie dei ſopraddetti pezzi. Ma ſi è detto che gli ſpazj *am*, *m*C ſono in ragione della velocità del punto *a* per la retta *a*C; dunque le ſpire ſulla ſuperficie dei pezzi formate dal filo ſono in ragione di detta velocità. Onde ſegue, che per ottenere qualunque *Spirale* ſarebbe neceſſario ſapere la ragione di detti ſpazj per incidere (*Fig.* 5. *Tav.* 11.) ſulla ſuperficie dei ſolidi terzo, e quarto un incaſtro a ſpira in detta ragione, in cui vada il filo come ad innicchiarſi; perchè poi ſvilluppandoſi ſi generaſſe la *Spirale* propoſta. Ben è vero però, che così ſarebbe lo ſteſſo che far naſcere una *Spirale* da un'altra.

Per conseguire la soprariferita *Spirale d' Archimede* concepita da esso per (1) la quadratura del circolo, si carichino i due assi (*Fig.* 3. *Tav.* 11.) QG, RP di due cilindri eguali, e si faccia che il filo sia ben teso, e tangente detti cilindri alla medesima parte, perchè indi mosso l'Istromento verrà descritta la *Spirale* suddetta.

Suggerisco inoltre, che con il medesimo Istromento dette *Spirali*, quasi per rappresentare la forza centripeta, cominciando lungi dal centro ponno procedere verso il centro; e per contrario volendo fingere la forza centrifuga, possono esser descritte cominciando dal centro, come ha fatto il Sig. Abate (2) Nollet nelle sue sperienze.

Ma finalmente essendo esposti anche gli usi di questa *Penna Geometrica*, e spedito quant' era d' uopo nel supposto di un Istromento consistente in due mobili cerchj, parmi che dover sia passare alla seguente ultima Parte, per esaminare a quali usi sarebbe atto un Istromento simile, ma che di tre, o più di detti cerchj mobili fosse composto.

PARTE QUARTA.

Degli usi d'un Istromento simile alla suddetta Penna Geometrica. *Ma composto di un numero di* Mobili *qualunque dato.*

Avvegnacchè la maggior parte degli Uomini curi, ed ambisca quelle cose, che possono condurre a più alto stato di fortuna, o tal' altra cosa fornire, che più piaccia a questo nostro, cheche siasi, incomprensibile umano composto; pure quella parte di noi, che mente, e spirito si appella, tal-vol-

(1) Archimede dimostra nella prop. 18. delle *Spirali*, che (*Fig.* 7. *Tav.* 18.) dal punto *m*, termine della prima rivoluzione, menata nella Prodotta C*b* una tangente alla *Spirale*; lo spazio preso su detta retta C*b* da C fino all' incontro della tangente è eguale alla circonferenza del circolo che passa per *m*.

(2) Lezion. V. esper. 6.

volta ſchiva, o ſatolla di queſte comuni cupidità, ſollevaſi a più nobili occupazioni, e guſta anche tali coſe, che non poſſono a vil guadagno, nè a volgar diletto tornare. Così ora a me avviene, e molto più avverrà ad alcun altro, che ſia per le geometriche verità di ben diſpoſta mente. Perchè l'animo nella conſiderazione delle coſe, che ſi trattano in queſta Parte, benchè foſſero anche per eſſere inutili, ſi eſtolle, e ricrea; e intanto per un tale trattenimento ſi dimentica delle ingiurie de' tempi, nè bada alle pur troppo ſpeſſe noje, e faſtidj che ci ſtanno d'intorno.

Acciocchè dunque non ſi tardi ad entrar meco a parte di queſto vero piacere, cominciarò in queſto primo Articolo a favellare della quantità delle linee provenienti dal moto di un Iſtromento, che a ſimilitudine della *Penna Geometrica* foſſe compoſto di un numero di *Mobili* qualunque dato. Negli altri Articoli poi la qualità di eſſe linee ſi dimoſtrarà; ma per non andare all'infinito ſi reſtringeremo alla *linea retta*, al *circolo*, alla *eliſſe*, ed alle *curve planetarie*.

ARTICOLO PRIMO.

Numero delle Curve provenienti da un Iſtromento compoſto di un numero de' Mobili *qualunque dato.*

QUeſto numero ſi determina aſſai preſtamente, dopo che in altro (1) luogo fu trovato il numero conveniente nel ſuppoſto dell' Iſtromento compoſto di due mobili; perchè allora il *ſecondo Mobile*, o ſia *Epiciclo* relativamente al *primo*, che perpetuamente deſcriveva un circolo, deſcriſſe 1273 Curve. Ma poichè quelle tre cauſe moderatrici, che ivi valſero nel *ſecondo Mobile* riſpetto al *primo* a produr tanta varietà, ſi ſuppone che qui vagliano le medeſime nel *terzo* riſpetto al *ſecondo*, perchè queſto Iſtromen-

(1) Part. III. Artic. I.

mento deve esser simile a quello. Perciò il *terzo Mobile* per ciascuna Curva descritta dal *secondo* descriverà parimenti 1273 Curve. Dunque moltiplicato in se stesso il numero 1273 risulterà 1616529 numero delle Curve spettanti al *terzo Mobile*. Un simil discorso prova, che per determinare il numero delle Curve per il *quarto Mobile*, non si ha che moltiplicar in se stesso questo ultimo numero, e così per il 5, 6 ec. Onde se il primo numero 1273 derivante dal numero dei mobili dato 2 si chiama *a*, secondo che i mobili dell' Istromento saranno 2, 3, 4, 5 ec. il numero delle Curve verrà a. $a.^2$ $a.^4$ $a.^8$ $a.^{16}$ ec.

ARTICOLO SECONDO.

Linea retta, *ed* Elisse, *che nascono dal moto composto di tre cerchj*.

Il primo Problema, che in questa quarta Parte ci viene innanzi, parmi nel vero assai grazioso, ed è la descrizione di una *retta* per il moto composto di tre cerchj, per risolvere il quale, ricorrendo alle tre cause moderatrici, suppongasi (*Fig.* 1. *Tav.* 19.)

1. Che i raggi *dn* del *primo Mobile*, *ng* del secondo, *gb* del terzo siano eguali.

2. Che siano mobili con eguali velocità: Il primo *dn* d' intorno all' immobile centro *d* fisso nel piano: Il secondo *ng* intorno al proprio centro *n* fisso nella periferia del *primo Mobile*: Il terzo *gb* mobile intorno al suo centro *g* fisso nella mobile periferia del 2. *Mobile*.

3. Finalmente il raggio *ng* del 2. *Mobile*, ed il raggio *gb* del 3. si muovano in verso contrario del raggio *dn* del *primo Mobile*, che certamente il punto *b* descriverà la retta *ae*.

Laonde supponiamo che nella primiera situazione de' mobili, prima che fossero al dovuto lor moto eccittati, il raggio *dn* del *primo Mobile* coincideſſe con *dc*; il raggio *ng* del 2. *Mobile* con *cb*; ed il raggio *gb* del 3. *Mobile* con *ba*; coſicchè tutti coſtituiſſero una medeſima retta. Indi moſſi con le prefate leggi, *dn*, che coincideva con *dc*, da *dc* s'intenda receduto tutto l'arco *cn*; *ng*; che ſe anch'egli non ſi foſſe moſſo intorno al proprio centro *n* coinciderebbe con *nf*, perchè ha corſo inverſo contrario un egual ſpazio, ſi trova da *nf* lontano tutto l'arco *fg*; e così *gb*, che ſe non aveſſe girato intorno al proprio centro *g*, coinciderebbe con *gm*, lungi da queſto è andato tutto l'arco *mb*. E però queſti tre archi *cn*, *fg*, *mb* ſaranno eguali, perchè le velocità ſono date eguali.

Richiamando ora alla memoria ciò che ſi è detto (1) per la deſcrizione del circolo, ſi troverà che qui concorrono tutte le cauſe moderatrici ivi addotte, perchè nel caſo di due ſoli mobili, il raggio *ng* del *ſecondo Mobile*, mantenendoſi ſempre a ſe ſteſſo parallelo, deſcriva il circolo *bgnd*. Onde ſi potrebbe fingere, che detto circolo foſſe piuttoſto deſcritto dal raggio *cg*, come rotante intorno al centro *c*; e preſcindere per ora dai raggi *dn*, *ng*, come ſe non vi foſſero, e come ſe non ſi trattaſſe d'altro, che dei due raggi *cg*, *gb*. Nel qual caſo dico, che riſpetto a queſti due mobili ſi rincontrano qui tutte le coſe, che (2) furon d'uopo, acciò il punto *b* deſcriveſſe una *retta ae*; perchè per la coſtruzione i raggi *cg*, *gb* ſono eguali; i moti accadono in verſo contrario, mentre nel ſuppoſto che *cg* muovaſi a ſiniſtra verſo *n*, *gb* per la coſtruzione volgeſi a deſtra da *m* verſo *b*. Reſta ora da provare, che la velocità di *gb*, che ſta ora per un *Epiciclo* immaginario, ſia alla velocità di *cg*, che ſta per un ſuppoſto *primo Mobile*, come 2 a 1. Ora quando *dn* con *dc*, *ng* con *cb*, *gb* con *ba* coincidevano; *cg* coincideva con *cb*, *gb* con *ba*. Ma poichè *cg* ha percorſo l'arco *bbg*;

gb

(1) Part. III. Artic. V.

(2) Part. II. Artic. III.

gb avrebbe dovuto coincidere con *gz*; ma per le ſtabilite velocità ſi trova ben lungi tutto l'angolo *zgb*, il quale eſſendo eſteriore è doppio dell'angolo interiore *gcb*, e però riſulta la velocità angolare del raggio *gb* riſpetto alla velocità del raggio *cg*, come 2 a 1. Dunque il punto *b* deſcriverà la *retta ae*. Anzi per fortificar queſta concluſione con un di più, prodotto *cg* in *z*, dico che l'angolo *zgb* è doppio dell'angolo *mgb* percorſo dal raggio *gb* nel ſolo ſuppoſto della figura. Imperciocchè gli angoli al vertice *mgz*, *ngc* ſono eguali; così gli angoli alterni *ngc*, *gcb* ſono parimenti eguali. Dunque *mgz* = *gcb*; e perciò *zgb*, eſſendo doppio di *gcb*, ſarà anche doppio di *zgm*. Dunque *mgz* = *mgb*; e però *zgb* doppio anche di *mgb*. Il che era da dimoſtrarſi. Ora ſenza frammettere alcun indugio all' altra Parte di queſto Articolo, conchiudo, che il punto *b*, ovvero H, preſo dentro o fuori dell' area del *terzo Mobile gb*, deſcriverà un' *Eliſſe*. Conſeguenza, che ritenendo ancora il ſuppoſto de' due mobili *cg*, *gb* chiaramente riſulta per la dimoſtrazione dell' *Eliſſe* addotta a ſuo luogo (1). Anzi quaſi tutti i corollarj colà ſpettanti alla *linea retta*, ed *Eliſſe*, qui poſſono egualmente aver luogo.

ARTICOLO TERZO.

Circolo derivante dal moto compoſto di tre, o più cerchj.

SI è detto di ſopra (*Fig.* 1.), che quando i due raggi de' mobili *dn*, *ng* muovendoſi ebbero ſortita la ſituazione, che la figura dimoſtra, il terzo raggio *gb* avrebbe conciſo con *gm*, ſe non ſi foſſe moſſo a deſtra da *m* verſo *b* intorno al proprio centro *g*. Supponiamo pertanto (le altre coſe tutte rimanendo), che piuttoſto ſi ſia moſſo a ſiniſtra da *m* verſo *z*: val a dire in conſeguenza del *primo Mobile*

dn,

(1) Part. III. Artic. IV.

dn, allora il punto *b*, cioè *z* (*Fig.* 2.) si ritroverà nella periferia di un *circolo*, il cui diametro sarà la *retta ae* descritta (*Fig.* 1.) dal punto *b*.

Essendo perciò *ng* (prodotto pur anche in *m*) sempre a se stesso parallelo, sarà parallelo sempre anche a *cb*, con cui prima di muoversi coincideva. Onde in grazia della dimostrazione sostituito anche qui *cg* al raggio *ng*, gli angoli *bcg*, *mgz* saranno eguali per causa delle supposte velocità. Ma le parallele *bc*, *mg* non potrebbero costituire alla linea *cgz* detti angoli eguali, se non fosse una medesima *retta*. Dunque *cgz* è appunto una medesima *retta*, che perpetuamente rotando intorno a *c* descrive il *circolo aze*. Il diametro del quale sarà eguale al raggio di un mobile quattro volte preso, perchè il semi-diametro *cgz* è eguale a due; ma la *retta ae* della *Fig.* 1. è parimenti eguale al raggio di un mobile quattro volte preso, imperciocchè nel massimo dilungamento o snodamento de' raggi $dn + ng + gb = da$, e nel massimo accorciamento di detti eguali raggi *dn*, *ng*, *gb* formano un sol raggio $=$ *de* ressidua porzione di detta *linea ae*; perchè per causa delle velocità si rannicchiano di modo, che *g* coincide con *d*; *b*, ed *n* col punto *e*. Dunque il diametro del circolo *aze* si eguaglia alla *retta ae*; e perciò s' intende verificata l' una, e l' altra parte di questa proposizione.

Ma per non menare in lungo una dimostrazione, cui potrebbe supplire una sola nuova figura, ricordarò che da' eguali mobili in numero qualunque dato, affetti di eguali velocità, rotanti l' un dell' altro alternativamente in verso contrario, si descriveranno dei *circoli* di diametri crescenti a due a due; cosicchè i diametri dei *circoli*, che verranno dal *Mobile* 1. 2. 3. 4. 5. 6., ec. cresceranno come 1. 1. 2. 2. 3. 3. ec. Inoltre la periferia del 1. 3. 5., e degli altri tutti che siano nella serie naturale de' numeri impari, coincideranno nel punto *e*; e le periferie del 2. 4. 6., e degli altri di numero pari in detta serie, coincideranno nel punto *d*.

to *d*. Si conturba questa legge, se i mobili sono dati ineguali, quantunque (ferme però che restino le altre cose) sempre risulti la descrizion di un *circolo*. E viene in via di corollario un'altra verità, che tutti i punti presi nella periferia, nell' area, e nel centro di tutti i *mobili* descrivono parimenti *circoli* concentrici rispettivamente al *circolo*, di quel tal *mobile* descrivente.

ARTICOLO QUARTO.

Linea retta, *ed* Elisse *vegnenti da tre mobili in altra maniera.*

PRimo, sia il raggio *dn* del *primo Mobile* (*Fig.* 3.) eguale al raggio *ng* del *secondo Mobile*, ed il raggio *gb* del *terzo Mobile* qualunque dato.

2. Siano le velocità del *primo*, *secondo*, *terzo* espresse dai numeri 1. 2. 1.

3. Il *primo Mobile*, ed il *terzo* si muovano in verso opposto del *secondo*. Dico che il punto *b* del *terzo Mobile* descriverà la *retta aq*.

Lo che per dimostrare suppongasi prima, come da me si suole, che *dn* con *dc*; *ng* con *cu*; *gb* con *ua* coincidessero. Quando in un tratto messi i *mobili* in moto il raggio *dn* del *primo Mobile* abbia già percorso l'arco da *c* ad *n*; *ng* l'arco da *f* a *g*; *gb* l'arco da H a *b*. Ora poichè l'angolo *fng* è doppio dell' angolo *ndg* (non solo per causa delle date velocità, ma anche perchè l'angolo *fng* al centro è doppio dell'angolo *ndg* alla periferia) sarà anche doppio dell' angolo *ngd*, cui è eguale detto angolo *ndg*, perchè opposto per la costruzione ad un lato eguale; e doppio del pari sarà dell' angolo *bg*H, perchè la velocità data del *secondo Mobile* è alla velocità del *terzo* come 2. a 1. Dunque l'angolo *bg*H deve essere all'angolo *ngd* eguale.

eguale. Essendo stato pertanto altre volte detto (1), che in simili circostanze dei due mobili *dn*, *ng*, il punto *g* si trovi costantemente nella *retta ue*; il raggio *gb* del *terzo Mobile*, recedendo dalla prodotta *ng* in H, verso *gb*, non può constituire l'angolo *bg*H eguale all'angolo al vertice opposto *ngd*, se non si mantiene sempre nella direzione *gd* coincidente con la detta *ue*; ma pure detti angoli sono constituiti eguali per causa delle date velocità. Dunque *gb* si mantiene in detta direzione *gd*, ovvero *ue*. Anzi di tal maniera in detta *linea ue* persiste, che egli è sempre a se stesso parallelo, e coincidente. Onde il punto *b* ultimo di detto raggio *gb* descrive tutta la *retta aq* = all'aggregato dei diametri di tutt'i mobili $aK - \overline{Kq}$ diametro del *terzo Mobile*; e così dite di tutti gli altri punti dell'area, o periferia di detto *terzo Mobile*, che descriveranno delle *rette* parallele fra loro, e parallele alla *retta aq* coincidente con la suddetta *ue*.

Ma se intanto (le altre cose restando come sopra) la sola velocità del *terzo Mobile*, invece di esser suddupla di quella del *secondo*, fosse a quella eguale, cioè invece di esser l'angolo *bg*H eguale alla metà dell'angolo *fng*, *gb* si trovasse a coincidere con *gz*, e l'angolo *zg*H fosse eguale all'angolo *fng*; allora il punto *b* (dite *z* dove ora si suppone che stia il punto *b*), sarebbe nella periferia di un' *Elisse*, di cui l'*asse* maggiore sarebbe eguale all'aggregato de' diametri de' *mobili*; l'*asse* minore sarebbe $= + 2dn - 2ng + 2gb$; cioè che è lo stesso, $= + 2dl - 2ld + 2dm = + 2dm$.

Perchè trovandosi il punto H per le prove addotte nel luogo sopraccitato (2) nella circonferenza di un' *Elisse*; se il raggio *gb* faccia un altro arco da *b* a *z* eguale all'arco già fatto da H a *b* nel primo supposto; cosicchè gli angoli *fng*, *zg*H siano fra essi eguali, e ciascuno doppio dell'angolo *ndg*, il punto *z* si troverà da una parte in

S quella

(1) Part. III. Artic. III.

(2) Part. III. Artic. IV.

quella precisa situazione, che si trova H dall'altra. Onde benchè si trovi in parte a quella opposta, con tutto ciò sarà nella circonferenza della medesima *Elisse*. Perchè poi i raggi de' *mobili* in due opposte parti *a*, *e*K si dilungano in una *retta* $ad + d$K, l'*asse* maggiore viene ad esser eguale alla somma dei detti raggi due volte presa, cioè alla somma dei diametri. E perchè in due altre parti opposte verso *l*, ed *o* detti raggi si rannicchiano tutti tre in uno, cosicchè *n* coincide con *l*, *g* con *d*, *b* con *m*, l'*asse* minore risulta $= + 2dn - 2ng + 2gb$, cioè eguale $+ 2dl - 2ld + 2dm$; onde distrutte per li opposti segni le due eguali quantità $+ 2dl - 2ld$, resta di positivo solo $+ 2dm$ eguale al diametro del *terzo Mobile*. Tuttavia quanto si è detto (*Fig.* 3.) in proposito della generazione di questa *Elisse*, e quanto è vero anche nel caso della *Fig.* 4. (nel caso dico, che le altre cose stanti come sopra, i raggi *dn* del *primo Mobile*, ed *ng* del *secondo* non siano eguali, ma siano tutti tre qualunque dati) è bene che si confermi con una dimostrazione generale, che è la seguente.

ARTICOLO QUINTO.

Linea retta, *ed* Elisse *generate per il moto composto di un numero di cerchj qualunque dato*.

PRimo, dunque siano dati quanti, e quali si siano raggi de' *mobili* (*Fig.* 5.) *Cn*, *nb*, *bb* ec., l'un all'altro insieme connessi.

2. La velocità del *primo Mobile* sia suddupla di quella di ciascun altro.

3. Tutti muovansi alternatamente l'uno dell'altro in verso contrario.

Dico che il punto *b* della periferia d'un qualunque ultimo dato *mobile*, si troverà nella circonferenza di un'

Elisse

Elisse, di cui l'*asse* maggiore pareggierà la somma dei diametri di tutti i *mobili* dati, e l'*asse* minore sarà = al raggio due volte preso C*n* del *primo Mobile* — il due volte preso raggio *nb* del *secondo Mobile* + il due volte preso raggio *bb* del *terzo* — ec. (alternando sempre così la situazione de' segni opposti.

La linea GP eguale alla somma dei diametri dei *mobili* dati, sia tagliata per metà in C, e ad angoli retti dalla perpendicolare RC. Poi fatto centro in C si descriva il circolo PKG; indi nella perpendicolare CR sia trasportata la quantità C*e* eguale al raggio C*n* del *primo Mobile*; ed appresso fatto centro in *e*, si segni la quantità *ef* eguale al raggio *nb* del *secondo Mobile*; poi fatto centro in *f* sia *f*A eguale al raggio *bb* del *terzo Mobile*; e così via via sin che siano stati trasportati tutti i raggi de' *mobili* dati. Perchè per ultimo fatto di nuovo centro in C, e descritto un altro circolo A*p*B coll' apertura CA. AB sarà l'*asse* minore $= + 2Ce - 2ef + 2fA = 2CA$. E l'*asse* maggiore sarà $GP = 2Cn + 2nb + 2bb = 2CP$.

Per provare ora che il punto *b* della periferia di un qualunque dato *mobile* sia nella circonferenza di un'*Elisse*. Sempre nella prodotta del raggio C*n* del *primo Mobile* si trasportino tutti i raggi, che nella serie de' *mobili* dati sono ne' luoghi impari. Qui ven' ha un solo *bb* raggio del *terzo Mobile*, e però si faccia *nu* eguale a detto *bb*. Poi dal punto *u*, che verrà qualunque per il punto *b* si tiri *uz* che occorra nella prodotta GP. Ora per causa delle date velocità, si può prescindere da tutti i *mobili* C*n*, *nb*, *bb* ec., come se non vi fossero, e come se la questione versasse sul solo raggio C*u* di un *primo Mobile* immaginario, e sul raggio *uz* pure di un supposto *Epiciclo*. I quali primo, sono eguali perchè opposti ad angoli eguali per causa delle velocità; secondo, la velocità del *primo Mobile* immaginario C*u* è suddupla di quella del supposto *Epi-*

ciclo uz, non solo a cagione delle date velocità, ma anche perchè l'angolo interno KCz, è sudduplo dell'esterno K*uz*; terzo, usando attenzione verremo fatti accorti, che i moti procedono in verso contrario. Onde per la dimostrazione veduta nel sopraccitato luogo (1) risulta, che il punto *b* del *terzo Mobile bb*, o sia anche S di un qualunque altro *quarto Mobile b*S a quello annesso, o qual altro punto che si trovi nell'area del supposto *Epiciclo uz*, sta certamente nella circonferenza di un' *Elisse*.

Ma se il *quarto Mobile* invece di esser eguale a *b*S fosse più tosto eguale a *bz*, il punto *z* come punto della periferia del supposto *Epiciclo uz*, si trovarebbe assolutamente nella *retta z*PG. Simili esempj somministra anche la *Figura 6.*, perchè dato che sia, per esempio, da dimostrare che il punto *f* sia nella circonferenza di un' *Elisse*, nella prodotta del raggio *ab* del *primo Mobile* si trasportino come sopra i raggi, che nella serie de' *mobili* dati sono in luogo impari, quali qui sono due C*d*, ed *ef*. Si faccia dunque *bn* = C*d*. *nl* = *ef*. Poi dal punto *l* che verrà si tiri per il dato *f* in *g* la *retta lg*, che sarà eguale ad *la*; e si fingano distrutti tutti i *mobili* dati, e non altri rimanere, che *al* raggio di un *primo Mobile* immaginario, ed *lg* raggio di un supposto *Epiciclo*. E poi si provi, come sopra, essere il punto *f*, come preso nell' area dell' *Epiciclo lg*, costituito nella circonferenza di un' *Elisse*. Inoltre se il punto dato fosse *g*, perchè questo *g* sta nella periferia di detto supposto *Epiciclo lg*, si troverà costantemente nella *retta ao*.

Quindi si può primieramente raccogliere, che tutte le *Elissi* descritte (*Fig. 5.*) o dal punto *b*, o dal punto *b*, o dal punto S (così *Fig. 6.* dal punto *d*, dal punto *f* ec.) siano tutte concentriche; e di più anche parallele, ovvero simili quelle che saranno descritte da' punti presi su

(1) Part. III. Artic. IV.

ſu d'un medeſimo raggio di un *mobile* nella ſerie numero impari, come quelle che ſarebbero deſcritte dal punto *b*, e punto *b*; perchè quantunque il punto *b* ſia ſtato conſiderato come ultimo del raggio *nb*, non reſta che inſieme non ſia anche primo del raggio *bb*; onde le *Eliſſi* deſcritte da queſti due punti, oltre l'eſſere concentriche, ſaranno anche parallele, perchè le loro periferie ſaranno continuamente diſtanti lo ſpazio *bb*, voglio dire, che ſaranno ſimili.

2. Che ſe i *mobili* ſono eguali, le *Eliſſi* non poſſono venir deſcritte che dai *mobili*, che nella data ſerie ſono ne' luoghi impari, come dal 3. 5. *Fig.* 6. Se poi non ſono eguali (*Fig.* 5.) ponno deſcriverſi da un *mobile* qualunque *nb*, *bb*, *b*S ec. eccettuato il *primo Mobile* C*n*, che deſcrive ſempre un circolo. La *linea retta* poi non viene deſcritta, che dai *mobili* che nella data ſerie ſono ne' luoghi pari, come dal *quarto Mobile* *bz* (*Fig.* 5.), e dal *ſecondo*, *quarto*, *ſeſto* (*Fig.* 6.).

3. Per ſapere (*Fig.* 5.) ſe un *mobile* *bz* che nella data ſerie ſia in luogo pari, deſcriverà una *retta* o no, ſi farà come poc'anzi ſi è fatto, per determinare l'*aſſe* minore dell'*Eliſſe* deſcritta dal punto *b*, e che qui giova ripetere. Tirata prima una *retta* GP*z* che ſtia per l'*aſſe* maggiore, e dal centro C del *primo Mobile* eretta una perpendicolare CR, ſi farà centro in C, e coll'apertura C*n* raggio del *primo Mobile* ſi ſegnerà in detta CR la quantità C*e*; poi fatto centro in *e* coll'apertura *nb* ſi noterà *ef*. Indi fatto centro in *f* coll'apertura *bb* ſi noterà *f*A; e per fine fatto centro in A coll'apertura *bz*, ſe *z* viene a coincidere nel centro C del *primo Mobile*, *z* ſi muoverà in una *retta*; ſe non coinciderà, il punto *z* non potrà fornire che un'*Eliſſe*.

ARTI-

ARTICOLO SESTO.

Cause moderatrici delle Linee messe per esemplari delle innumerabili derivanti dal moto composto di tre circoli.

NOn si può abbastanza ridire quanto nitide e leggiadre Curve nascano dal moto composto di tre circoli, e benchè n'avessi già preparate di bellissime descritte col metodo per punti; non ostante soppresse le migliori, ho ritenute queste poche più semplici; perchè dalla maggior parte di esse prendo occasione di fare a luogo qualche necessaria osservazione. Sono dunque:

Figura 1. *Tav.* 19.

1. Raggi de' *mobili* eguali.
2. Velocità eguali.
3. *Mobile* 2.°, e 3.° contro al 1.°

Figura 2.

Mobile 1.°, e 3.° contro il 2.°: Il resto come sopra.

Figura 3.

1. Raggi del 1.° *Mobile*, e 2.° eguali. Raggio del 3.° *Mobile* qualunque.
2. Velocità del 1.°, 2.°, 3.° :: 1. 2. 2. * Siami per brevità permessa, sempre che occorra questa espressione, la quale significa che le velocità del 1.°, 2.°, 3.° *Mobile* sono in proporzione ordinata, come li tre numeri 1. 2. 2.
3. *Mobile* 1.°, 3.° contro il 2.°

Figura 4. e 5.

1. Raggi qualunque.
2. Velocità del 1.°, 2.°, 3.° :: 1. 2. 2.
3. L'uno dell'altro alternatamente in verso contrario.

Fig. 6.

Figura 6.

1. Raggi ſei eguali.
2. Velocità del 1.°, 2.°, 3.°, 4.°, 5.°, 6.° :: 1.2.2.2.2.2.
3. L'un dell'altro alternatamente in contraria parte.

Figura 7. *Tav.* 20.

1. Raggi del 1.°, 2.°, 3.° :: 4. 2. 9.
2. Velocità del 1.°, 2.°, 3.° :: 1. 2. 4.
3. *Mobile* 2.°, e 3.° contro al primo.

Figura 8.

Raggi del 1.°, 2.°, 3.° :: 4. 2. 5. Il reſto come nella *figura* 7.

Figura 9.

Raggi del 1.°, 2.°, 3.° :: 4. 2. 4. Il reſto come nella *figura* 7.

Figura 10.

Raggi del 1.°, 2.°, 3.° :: 4. 2. 3. Il reſto come nella *figura* 7.

Figura 11.

Raggi del 1.°, 2.°, 3.° :: 4. 2. 2. Il reſto come nella *figura* 7.

Figura 12.

Raggi del 1.°, 2.°, 3.° :: 4. 2. 1. Il reſto come nella *figura* 7.

* Qui è da notare come dal ſolo raccorciamento del raggio del 3.° *Mobile*, riſulti quaſi per gradi la traſformazione della *Fig.* 7 in quella dell' 8, 9, 10, 11, 12, che ſono 6; numero che però con ragione anche nel calcolo delle Curve provenienti dal moto compoſto di tre *mobili* ſi è adoperato, come pure ſi fece nel calcolo inſtituito per quelle generate per il moto compoſto di due ſoli *mobili*.

Secon-

Secondariamente è d' avvertire che il 3.° *Mobile* descrive le sei figure suddette, mentre il suo centro è portato per la circonferenza di un' *Elisse*.

Figura 13. *Tav.* 21.

1. Raggi eguali.
2. Velocità del 1.°, 2.°, 3.° :: 1. 2. 4.
3. L' un dell' altro in verso contrario.

Figura 14.

1. Raggi eguali.
2. Velocità del 1.°, 2.°, 3.° :: 1. 2. 3.
3. L' un dell' altro in verso contrario.

Figura 15.

Il 2.°, e 3.° *Mobile* contro il 1.° Il resto come nella *figura* 13.

Figura 16.

1. Raggi eguali.
2. Velocità eguali.
3. Tutti in conseguenza. Se fosse il 1.°, e 2.° contro il 3.°, verrebbe la *Fig.* 1. *Tav.* 15.

Figura 17.

1. Raggi del 1.°, 2.°, 3.° :: 4. 1. 1. Il resto come nella *figura* 7.

Figura 18.

Mobile 2.°, e 3.° contro il 1.° Il resto come nella *fig.* 14.

Figura 19. *Tav.* 22.

1. Raggi del 1.°, 2.°, 3.° :: 2. 2. 3.
2. Velocità 1.°, 2.°, 3.° :: 1. 4. 4.
3. Il 2.°, e 3.° contro il 1.°

* Notate, che nelle *figure* 13., 14., 15., 18., mentre il 3.° *Mobile* descrive la Curva, il suo centro è portato dal 2.° *Mobile* per una *retta*. Li archi però percorsi dal raggio del 3.° *Mobile* non sono nella medesima ragione delli spazj percorsi dal suo centro per detta *linea retta*. Ma ciò che è

mi-

mirabile, questa *linea retta* descritta dal 2.° *Mobile* ritiene di maniera la natura di un' *Elisse*, che il resto pari, niente differiscono le Curve descritte da detto 3.° *Mobile*, o il suo centro sia portato nella periferia di un' *Elisse*, o nella direzione di detta *linea retta*.

Notate per ultimo, cosa maravigliosa, che per il moto composto di tre, o più *mobili*, si possono conseguire anche quelle figure regolari delle quali i lati siano quasi retti, come la *Fig.* 8. *Tav.* 16. E ciò che è molto più osservabile si possono combinare le cause moderatrici in diverse maniere, e nulla di meno fare, che venghi a risultare la medesima Curva proposta.

ARTICOLO SETTIMO.

Curve Planetarie del Signor di Varignon comprese negli usi di un Istromento di tre cerchj simile alla Penna Geometrica.

LA Curva determinata dal Sig. di Varignon (1), e che s' immagina essere descritta in un piano dal centro di un Pianeta, viene dal moto composto del centro di detto Pianeta progrediente nell' elittica speciale sua orbita, mentre detta orbita è portata dalla linea degli Absidi intorno a un foco. Onde l' Istromento dovrebbe esser composto di 3. *mobili*: due destinati a generar l' orbita elittica, ed uno a far, in luogo della linea degli Absidi, girare detta orbita. Conciossiacchè (2) altrove si sia rimarcato, come (*Fig.* 4. *Tav.* 15.) agli *assi* *ab*, *ed* di un' *Elisse* si determinino i raggi C*n*, *na* dei *mobili generatori*, muovendosi i quali con le dovute velocità, si conseguisca la proposta (sia per esempio di Mercurio ☿) orbita *aebd*. Ma qui si pre-

(1) *Memoires de l'Academie*. An. 1703. p. 348.

(2) Part. III. Artic. IV. Annotaz. III.

pretende inoltre, che mentre detta orbita si descrive intorno al centro C, l'*asse* suo maggiore, o sia la linea degli Absidi *ab* volgasi d'intorno al foco F; cioè (che torna lo stesso) sia il centro C di detta orbita dal raggio FC di un altro *mobile* CR portato per la periferia CR d'intorno all' *immobile* centro F.

Per lo che primo, sono necessarj tre *mobili*: Il *primo* CR, di cui è raggio FC; il *secondo* *zno*, di cui è raggio C*n*; il *terzo* *aqf*, del quale è raggio *na*.

2. La velocità del *primo Mobile* sarà alla velocità del *secondo*, come il moto dell' Affalio del Pianeta dato ☿ ad una intiera rivoluzione di detto Pianeta nella sua orbita; cioè a gradi 360. Imperciocchè mentre il *mobile* *zno* compie una rivoluzione, il punto *a* del *Mobile* *aqf* descrive l'intiera orbita *acbd*. La velocità poi del *secondo* a quella del *terzo* sarà come detta intiera rivoluzione, cioè gradi 360. ad una rivoluzione raddoppiata, che è 720. Perchè acciocchè i *Mobili* *aqf*, *zno* siano disposti ad un' *Elisse*, la velocità del *terzo Mobile* *aqf* deve essere doppia di quella del *secondo* *zno*.

3. I moti del *primo*, e del *terzo Mobile* saranno ad un medesimo verso, perchè così procede ad un medesimo verso tanto il moto dell' Affelio, come la direzione del Pianeta nella sua orbita: Voglio dire, che a quella medesima parte che l' Affelio avanza da C verso R, anche il Pianeta cammina sulla sua orbita da *a* verso *e*. Il moto poi del *secondo Mobile* *zno* sarà in verso contrario dell' uno, e dell' altro, cioè il raggio C*n* si muoverà verso *z*. Conciossiacchè non si possa dal *terzo Mobile* descrivere un' orbita elittica, se non cammina in verso contrario del *secondo Mobile*.

Per altro si vuole qui aver detto, come alla descrizione di queste Curve planetarie un Istromento compor si dovrebbe, ma non come si possa; anzi ella è per mio giu-

dicio

dicio impossibile. Perchè essendo, secondo Keplero, il moto annuo dell' Affelio di Mercurio $= 1'.\ 45''.$, e compiendo detto ☿ la sua rivoluzione in giorni 87., il moto angolare dell' Affelio di ☿ corrispondente a detti giorni 87. risulta in circa $= 25''$. Perchè 365. (moto annuo dell' Affelio) 87. giorni (rivoluzione di detto ☿) :: $105''.\ \frac{9135''}{365} = 25''\frac{2}{73}$.

Laonde lasciando il rotto $\frac{2}{73}$, li secondi $25''$ staranno per la velocità del *primo Mobile*, che rappresenta il circolo dell' Affelio. Li gradi 360. per la velocità del *secondo Mobile*, che sta per l' intiera rivoluzione di ☿ intorno al Sole, ed una doppia rivoluzione, cioè gradi 720. per la velocità del *terzo Mobile* ordinato a causare un' *Elisse*. Dunque le velocità del *Mobile primo*, *secondo*, *terzo* saranno in proporzione ordinata, come li tre numeri :: 1. 51840. 103680.

Ma perchè per eccittare i *mobili* alle dovute velocità, uso da noi si fa de' cilindri, o ruote dentate che siano in data ragione; se il diametro di una ruota si determini di sole tre linee del piede di Parigi, il diametro dell' altra verrebbe piedi 12960., il diametro della 3. ruota piedi 25920. E quantunque io sappia, che si potrebbero diminuire i diametri di queste ruote coll' accrescere il numero di esse; nulladimeno i moti poi ne verrebbero assai più implicati, e l' effetto di questi movimenti riuscirebbe sempre più difficile. Onde seguita che se si lusingasse taluno di comporre una Macchina precisamente ordinata al presente sistema del Mondo, andrebbe molto errato, come si accennerà anche nel seguente Articolo.

ARTICOLO OTTAVO.

Difficoltà anneſſe al progetto di una Macchina rigoroſamente ordinata al preſente ſiſtema del Mondo.

BEnchè non ſia per anco nota agli Aſtronomi la diſtanza, e grandezza aſſoluta de' Pianeti, che ſi ſpera di poter determinare l'anno 1761. per il paſſaggio di Venere ſotto il Diſco Solare; nonoſtante ad ordinare una Macchina che rappreſentaſſe il preſente ſiſtema del Mondo, certo è che baſtano le diſtanze, e grandezze relative, ſu le quali, conforme il ſiſtema di Copernico (1), non laſciarono altri di proporne una ingegnoſiſſima, ed un' altra a ſpiegare i fenomeni de' corpi celeſti, è ſtata, non a molto, inventata dal Chiariſſimo Sig. Gaſparo Charlton (2). Ma una trovarne nel ſuppoſto delle orbite elittiche, e che regga anche al moto degli Affelj, parmi per ogni modo aſſai difficile. Concioſſiacchè nella Macchina ordinata al ſiſtema di Copernico, invece delle orbite elittiche erano, per quanto ho inteſo dire, circoli eccentrici, nei quali apparivano i Pianeti progredire con velocità proporzionate ai tempi. Così ivi non erano i moti degli Affelj, nè di vertigine (ſe non quello della Terra, e del Sole); ma due ſoli moti: un principale che traeva la Macchina, dirò così, dalla ſua immobilità, ed un altro da quello dipendente, onde ciaſcun Pianeta camminava nella ſua orbita. Ma nel caſo noſtro occorrebbe un principal movente, che nella data ragione promoveſſe i centri di ciaſcun Affelio. Da queſti dipendono due altri *mobili* affetti per mezzo di molte ruote delle dovute velocità per formare le orbite elittiche. Indi i globi

(1) Una ven' ha a Firenze fra le macchine di S. M. Imper.; un' altra ven' è in Padova del Sig. Dott. Maſi. Intendo dire che una pur ſtupenda ſia in Vienna, ed un' altra a Leiden.

(2) In Londra l'anno 1735.

i globi rappreſentanti ciaſcun Pianeta, di cui ſia noto il moto proprio di vertigine, dovrebbero con una certa legge volgerſi d'intorno ai proprj *aſſi*. Facendo queſti col piano delle orbite riſpettive quell' angolo, che foſſe altresì noto. Poichè già ſi ſa che peranche non ſi è dagli Aſtronomi rilevato nè il moto di vertigine di Mercurio, e Saturno, nè l'angolo che probabilmente anch' eſſi fanno con la loro orbita; perchè o il troppo ſplendore del Sole vicino, o la enorme lontananza vietò fin' ora, che gli oſſervatori del Cielo diſcerneſſero le macchie, onde giudicarono detto angolo, e moto di vertigine degli altri Pianeti. Se poi doveſſero in queſta Macchina aver luogo anche i Pianeti ſecondarj, la Luna, i ſatelliti di Giove, e di Saturno, ed il ſuo ſtupendo anello, la coſa andrebbe tanto innanzi, che ingegno umano non vi potrebbe per niente. Pure quando non ſi badaſſe al moto degli Affelj, che a ſe ſoli obbligano tante ruote, il progetto prenderebbe nel reſto qualche probabilità; e ſi potrebbe forſe ſperare che in Città, dove ſi trovaſſero grandi Matematici, ed inſigni Artefici ſi poteſſe in alcuni anni ben condurre una tal opera; coſtruendola appunto Pianeta per Pianeta a ſimilitudine della mia *Penna Geometrica*. Ma chi ſa?

Forſe un dì fia che la preſaga Penna
Oſi ſcriver di ciò, *quel ch' or n' accenna*.