

## Werk

**Titel:** Geodäsie. Fortsetzung von Band 4

**Jahr:** 1903

**Kollektion:** Mathematica

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN23601515X

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN23601515X>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=23601515X>

**LOG Id:** LOG\_0166

**LOG Titel:** Terrestrische Refraction

**LOG Typ:** chapter

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN235957348

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN235957348>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=235957348>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

## NACHLASS.

## Terrestrische Refraction.

[1.]

Es wird angenommen, dass der Weg des Lichtstrahls in Einer Ebene bleibt, und dass die Richtungen der Schwere an den verschiedenen Punkten jenes Weges in Einem Punkte  $C$  zusammentreffen; imgleichen, dass die Veränderungen der Richtung des Weges den Veränderungen des Winkels an  $C$  proportional sind.

Es seien  $P$  und  $P'$  zwei [auf einander folgende] Punkte der Lichtcurve;  $90^\circ + u$  der Winkel zwischen  $PP'$  und  $PC$ ;  $PC = r$ ;  $A$  der Anfangspunkt jener Linie,  $B$  der Endpunkt;  $\theta$  der Winkel zwischen  $CP$  und  $CA$ ;  $n d\theta$  die Richtungsveränderung; endlich seien  $a$  und  $b$  die Werthe von  $r$  in  $A$  und  $B$ , und  $\alpha$  und  $\beta$  die Werthe von  $u$  in diesen Punkten, d. i.  $\alpha$  die Höhe, in welcher  $B$  in  $A$  erscheint,  $\beta$  die Vertiefung, in welcher  $A$  in  $B$  erscheint.

Man hat

$$u = \alpha + (1 - n)\theta$$

$$dr = rd\theta \cdot \operatorname{tang} u = rd\theta \cdot \operatorname{tang}(\alpha + (1 - n)\theta)$$

[oder]

$$\log r = -\frac{1}{1-n} \log \cos(\alpha + (1 - n)\theta) + \text{const.}$$

$$\frac{\text{const.}}{r^{1-n}} = \cos(\alpha + (1 - n)\theta).$$

Folglich [da für  $r = a$ ,  $\theta = 0$  ist]

$$\frac{a^{1-n} \cos \alpha}{r^{1-n}} = \cos(\alpha + (1 - n)\theta).$$

Ist also in  $B$

$$\theta = t \quad [\text{und } r = b],$$

so ist

$$\beta = \alpha + (1 - n)t$$

[und]

$$\frac{a^{1-n} \cos \alpha}{b^{1-n}} = \cos \beta,$$

[also wird]

$$\frac{\cos \alpha - \cos \beta}{\cos \alpha + \cos \beta} = \operatorname{tang} \frac{1}{2}(\beta - \alpha) \operatorname{tang} \frac{1}{2}(\beta + \alpha) = \frac{b^{1-n} - a^{1-n}}{b^{1-n} + a^{1-n}}.$$

Man setze

$$\frac{1}{2}(b + a) = R + k$$

$$b - a = h,$$

also

$$b = R + k + \frac{1}{2}h$$

$$a = R + k - \frac{1}{2}h;$$

[dann ist:]

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2}(\beta - \alpha) \operatorname{tang} \frac{1}{2}(\beta + \alpha) = \frac{\left(1 + \frac{h}{2(R+k)}\right)^{1-n} - \left(1 - \frac{h}{2(R+k)}\right)^{1-n}}{\left(1 + \frac{h}{2(R+k)}\right)^{1-n} + \left(1 - \frac{h}{2(R+k)}\right)^{1-n}},$$

oder hinlänglich genau

$$= \frac{(1-n)h}{2(R+k)}.$$

Die Länge des auf die Meeresfläche projicirten Bogens  $AB = \Delta$  gesetzt, wird

$$\Delta = Rt.$$

Ferner ist

$$\text{I.} \quad \beta - \alpha = (1 - n)t;$$

folglich

$$\begin{aligned} (1 - n)h &= 2(R + k) \operatorname{tang} \frac{1}{2}(\beta - \alpha) \operatorname{tang} \frac{1}{2}(\beta + \alpha) \\ &= \frac{\operatorname{tang} \frac{1}{2}(\beta - \alpha)}{\frac{1}{2}(\beta - \alpha)} \cdot (R + k) (\beta - \alpha) \operatorname{tang} \frac{1}{2}(\beta + \alpha), \end{aligned}$$

$$h = \frac{\operatorname{tang} \frac{1}{2}(\beta - \alpha)}{\frac{1}{2}(\beta - \alpha)} \cdot \frac{R + k}{R} \cdot \Delta \cdot \operatorname{tang} \frac{1}{2}(\beta + \alpha),$$

wofür man auch

$$\text{II.} \quad h = \frac{R + k}{R} \cdot \Delta \cdot \operatorname{tang} \frac{1}{2}(\beta + \alpha)$$

schreiben kann.

Aus I findet man, wenn  $\alpha$  und  $\beta$  beide bekannt sind,  $n$ ; aus II  $h$ .

[2.]

Depression des Horizonts . . . . .  $\delta$   
 Halbmesser der Erde . . . . .  $R$   
 Höhe des Auges . . . . .  $h$   
 Amplitude des Erdbogens . . . . .  $v$   
 Ganze Refraction . . . . .  $\epsilon v$ .

[Setzt man]

$$R + h = r$$

[so ist:]

$$r^{1-\epsilon} \cos(1-\epsilon)v = R^{1-\epsilon}.$$

Also [wird, da  $\delta = (1-\epsilon)v$  ist:]

$$\left(\frac{R+h}{R}\right)^{1-\epsilon} \cdot \cos \delta = 1$$

[oder]

$$\begin{aligned} 2 \sin \frac{1}{2} \delta^2 &= 1 - \left(\frac{R}{R+h}\right)^{1-\epsilon} \\ &= \frac{h}{R}(1-\epsilon) - \frac{hh(1-\epsilon)(2-\epsilon)}{RR} \dots \end{aligned}$$

Nimmt man die Bahn des Lichts wie einen Kreisbogen an, so ist

$$\begin{aligned} \frac{R+h}{R} \left[ \frac{\sin(v-\delta)}{\sin v - \sin \delta} = \frac{\cos \frac{1}{2}(v-\delta)}{\cos \frac{1}{2}(v+\delta)} \right] \\ = \frac{\cos \frac{\epsilon}{2-2\epsilon} \cdot \delta}{\cos \frac{2-\epsilon}{2-2\epsilon} \cdot \delta} \end{aligned}$$

[3.]

$A, B$  . . . . Höhen zweier Punkte, wo die gegenseitigen Depressionen  $a, b$  beobachtet werden.

$R$  . . . . Krümmungshalbmesser [der Erdkugel];  $r$  . . . . Entfernung;

$\mu$  . . . . Refractionscoefficient.

[Es sei  $v$  der zu der Entfernung  $r$  und  $\gamma$  der zum Lichtstrahl gehörige Centriwinkel; dann ist