NACHLASS.

Terrestrische Refraction.

[1.]

Es wird angenommen, dass der Weg des Lichtstrahls in Einer Ebene bleibt, und dass die Richtungen der Schwere an den verschiedenen Punkten jenes Weges in Einem Punkte C zusammentreffen; imgleichen, dass die Veränderungen der Richtung des Weges den Veränderungen des Winkels an C proportional sind.

Es seien P und P' zwei [auf einander folgende] Punkte der Lichtcurve; $90^0 + u$ der Winkel zwischen PP' und PC; $PC = r$; A der Anfangspunkt jener Linie, B der Endpunkt; θ der Winkel zwischen CP und CA; $n\mathrm{d}\theta$ die Richtungsveränderung; endlich seien a und b die Werthe von r in A und B, und α und β die Werthe von u in diesen Punkten, d. i. α die Höhe, in welcher B in A erscheint, β die Vertiefung, in welcher A in B erscheint.

Man hat

$$u = \alpha + (1-n)\theta$$

$$\mathrm{d}r = r\mathrm{d}\theta \,.\, \mathrm{tang}\, u = r\mathrm{d}\theta \,.\, \mathrm{tang}(\alpha + (1-n)\theta)$$

[oder]

$$\log r = -\frac{1}{1-n}\log\cos(\alpha + (1-n)\theta) + \mathrm{const.}$$

$$\frac{\mathrm{const.}}{r^{1-n}} = \cos(\alpha + (1-n)\theta).$$

Folglich [da für $r = a$, $\theta = 0$ ist]

$$\frac{a^{1-n}\cos\alpha}{r^{1-n}} = \cos(\alpha + (1-n)\theta).$$

Ist also in B

$$\theta = t \quad [\text{und } r = b],$$

so ist

$$\beta = \alpha + (1-n)t$$

[und]

$$\frac{a^{1-n}\cos\alpha}{b^{1-n}} = \cos\beta,$$

[also wird]

$$\frac{\cos\alpha - \cos\beta}{\cos\alpha + \cos\beta} = \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\beta-\alpha)\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\beta+\alpha) = \frac{b^{1-n}-a^{1-n}}{b^{1-n}+a^{1-n}}.$$

Man setze

$$\tfrac{1}{2}(b+a) = R+k$$
$$b-a = h,$$

also

$$b = R+k+\tfrac{1}{2}h$$
$$a = R+k-\tfrac{1}{2}h;$$

[dann ist:]

$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\beta-\alpha)\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\beta+\alpha) = \frac{\left(1+\frac{h}{2(R+k)}\right)^{1-n} - \left(1-\frac{h}{2(R+k)}\right)^{1-n}}{\left(1+\frac{h}{2(R+k)}\right)^{1-n} + \left(1-\frac{h}{2(R+k)}\right)^{1-n}},$$

oder hinlänglich genau

$$= \frac{(1-n)h}{2(R+k)}.$$

Die Länge des auf die Meeresfläche projicirten Bogens $AB = \Delta$ gesetzt, wird

$$\Delta = Rt.$$

Ferner ist

I. $$\beta - \alpha = (1-n)t;$$

folglich

$$(1-n)h = 2(R+k)\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\beta-\alpha)\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\beta+\alpha)$$
$$= \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(\beta-\alpha)}{\frac{1}{2}(\beta-\alpha)}\cdot(R+k)(\beta-\alpha)\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\beta+\alpha),$$
$$h = \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(\beta-\alpha)}{\frac{1}{2}(\beta-\alpha)}\cdot\frac{R+k}{R}\cdot\Delta.\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\beta+\alpha),$$

wofür man auch

II. $$h = \frac{R+k}{R}\cdot\Delta.\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\beta+\alpha)$$

schreiben kann.

Aus I findet man, wenn α und β beide bekannt sind, n; aus II h.

[2.]

Depression des Horizonts . . . . δ
Halbmesser der Erde . . . . R
Höhe des Auges . . . . h
Amplitude des Erdbogens v
Ganze Refraction . . . . εv.

[Setzt man]

$$R+h = r$$

[so ist:]

$$r^{1-\varepsilon}\cos(1-\varepsilon)v = R^{1-\varepsilon}.$$

Also [wird, da $\delta = (1-\varepsilon)v$ ist:]

$$\left(\frac{R+h}{R}\right)^{1-\varepsilon}.\cos\delta = 1$$

[oder]

$$2\sin\tfrac{1}{2}\delta^2 = 1-\left(\frac{R}{R+h}\right)^{1-\varepsilon}$$
$$= \frac{h}{R}(1-\varepsilon)-\frac{hh}{RR}\frac{(1-\varepsilon)(2-\varepsilon)}{2}\ldots.$$

Nimmt man die Bahn des Lichts wie einen Kreisbogen an, so ist

$$\frac{R+h}{R}\left[=\frac{\sin(v-\delta)}{\sin v-\sin\delta}=\frac{\cos\frac{1}{2}(v-\delta)}{\cos\frac{1}{2}(v+\delta)}\right]$$
$$=\frac{\cos\frac{\varepsilon}{2-2\varepsilon}\cdot\delta}{\cos\frac{2-\varepsilon}{2-2\varepsilon}\cdot\delta}.$$

[3.]

A, B . . . . Höhen zweier Punkte, wo die gegenseitigen Depressionen a, b beobachtet werden.

R . . . . Krümmungshalbmesser [der Erdkugel]; r . . . . Entfernung;
μ . . . . Refractionscoefficient.

[Es sei v der zu der Entfernung r und γ der zum Lichtstrahl gehörige Centriwinkel; dann ist