an Stelle der obigen die folgenden Formeln, wobei ich mich hier nur auf wenige der ersten Ringe beschranken kann:

$$U_{xz} = \frac{\sigma}{2} E[1.366\, c_1 + 0.704\, c_2 + 0.330\, c_3 + \cdots]$$

$$-U_\Delta = \frac{\sigma}{2} E[1.424\, e_1 + 1.425\, e_2 + 1.204\, e_3 + \cdots]\cdot$$

U_{yz} und U_{xy} findet man durch Vertauschung von c mit b bzw. e mit d.

Ist die Hohe des Schwerpunkts 160 cm, so ist der Koeffizient für den ersten Kreis in den Gradienten (Faktor von c und b) 1.10 und in den Krümmungsgrößen (Faktor von e und b) 1.04. Bei 180 cm Schwerpunktshöhe gehen diese beiden Koeffizienten auf 0.88 bzw. 0.77 zurück. Die Koeffizienten für die ubrigen Kreise ändern sich naturgemäß auch etwas.

Man würde hiernach die Wirkung der allernächsten Umgebung der Station abschwachen, wenn man das ganze Instrument mittels längerer in den Boden eingeschlagener Pfähle höher stellte oder seinen Oberteil auf ein hoheres Stativ setzte. Es ist aber zweifelhaft, ob man dadurch etwas gewinnt, weil die Aufstellung des Instruments vielleicht an Festigkeit verliert und dieses leichter Erschütterungen ausgesetzt ist.

Wird das Gebiet in der Nähe der Station von einem Flusse, Graben oder Damm durchschnitten, so ist der Einfluß dieser Massen, die meist einer einfachen mathematischen Gestalt sehr ähnlich sind, gesondert zu berechnen.

Liegen dicht unter der Erdoberfläche Schichten mit einer gegen die Oberfläche stark abweichenden Dichte, z. B. Gestein unter einer dünnen Humusschicht, so kann hierdurch die zu suchende Wirkung tiefliegender Massen mehr oder minder verfälscht werden. Ist die zweite Schicht leicht, z. B. mit einem Handbohrer zu erreichen, so läßt sich ihr Einfluß in einfacher Weise berechnen. Hierüber werde ich in einer nächsten Mitteilung berichten.

Schweremessungen mit zwei und vier gleichzeitig auf demselben Stativ schwingenden Pendeln.

Von **A. Berroth** in Potsdam.

Eine wesentliche Verkleinerung der Stativbewegung beim Pendeln wird dadurch erzielt, daß man die paarweise gegenüberliegenden Pendel mit möglichst 180° Phasenunterschied und Amplitudenverhältnis = 1 schwingen läßt. Es treten dann schwach gekoppelte Schwingungen auf. Hierzu sind Gebrauchsformeln angegeben, wie die ermittelten Schwingungszeiten reduziert werden müssen, um für absolut starres Stativ zu gelten.

Man arbeitet bei den Messungen der Schwerebeschleunigung jetzt allgemein mit Vierpendelapparaten. Der Grund, vier Pendel zu benutzen, liegt darin, daß bei den Pendeln die Gefahr besteht, daß sprunghafte Änderungen ihrer Länge vorkommen, und man diese Unsicherheit verringern will. Außerdem sind die kleinen

Ungenauigkeiten infolge Einhängung, Verstaubung u. a. vermindert. Der ausschlaggebende Grund zu dieser Konstruktion war wohl der, ein bequemes Mittel zu besitzen, die Elastizitat des Pendelträgers und damit das „Mitschwingen“ zu bestimmen.

Die vier Pendel hängen dabei auf einem Stativ unter 90° gegenseitigem Abstand (Pendelkreuz).

Daß man von dem Vier-Pendelapparat weitere große Vorteile erzielen kann, soll im folgenden gezeigt werden.

Der erste, der sich mit dem gleichzeitigen Schwingen zweier Pendel beschäftigte, war Ph. Furtwängler (Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1902, S. 245). Hatte Furtwangler in dieser Arbeit besonders die Bestimmung des Mitschwingens nach einer besonderen Methode im Auge, so ist in vorliegenden Ausführungen vor allem Nachdruck auf die Elimination des Mitschwingens gelegt.

Schon im Jahre 1878 hatte auf der 5. Allgemeinen Konferenz der Europaischen Gradmessung zu Berlin dieser Gegenstand zur Debatte gestanden und war allgemein als unbrauchbar verworfen worden.

Die Anregung zu diesem Verfahren habe ich durch Herrn Dr. Vening-Meinesz aus Holland personlich erhalten, der schon vor einigen Jahren dies als das zweckmaßigste erkannt hatte.

Allgemeine Theorie. Die allgemeine Theorie der „freien“ Schwingungen von zwei Systemen (zwei gegenüberliegende Pendel) mit mehreren Freiheitsgraden fuhrt zu den Bewegungsgleichungen:

$$\frac{d^2\psi_1}{dt^2} + 2h_1\frac{d\psi_1}{dt} + k_1{}^2\psi_1 + \varrho_1\frac{d^2\psi_2}{dt^2} + 2\sigma_1 h_1\frac{d\psi_2}{dt} + \tau_1 k_1{}^2\psi_2 = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{d^2\psi_2}{dt^2} + 2h_2\frac{d\psi_2}{dt} + k_2{}^2\psi_2 + \varrho_2\frac{d^2\psi_1}{dt^2} + 2\sigma_2 h_2\frac{d\psi_1}{dt} + \tau_2 k_2{}^2\psi_1 = 0, \qquad (2)$$

mit den Elongationen ψ_1 und ψ_2 der Pendel 1 und 2, worin die Konstanten als die „Kopplungskoeffizienten“ bezeichnet werden (Max Wien, Ann. d. Phys. 1897, S. 151).

Auch bei den Pendelmessungen konnen sämtliche Kopplungen praktisch vorkommen.

Der hier naher zu behandelnde Fall der „Beschleunigungskopplung“ tritt ein, wenn die Koeffizienten ϱ_1, ϱ_2 reell sind. Dies ist der Fall, wenn die Stativunterlage elastisch ist.

Im Falle der „Kraftkopplung“ wäre τ_1, τ_2 reell, was eintritt, wenn die Pendel durch eine elastische Feder verbunden sind.

„Reibungskopplung“ ist gegeben für reelle Werte von σ_1, σ_2 und ist im Massentransport der Luft begründet. Die Koeffizienten h schließlich bedeuten die „Dämpfung“ infolge sämtlicher Energieverluste.

Die Größen k sind die Frequenzen, ϱ die Verhältnisse des „Mitschwingens“ bei einzeln schwingendem Pendel zur halben Schwingungszeit der Pendel.

Wir setzen im folgenden voraus $\sigma = 0 = \tau$ und $h_1 = h_2 = h$. Die Integration der so vereinfachten Gleichungen (1) und (2) geschieht auf bekannte Weise und führt zu den Schwingungen:

$$\left.\begin{aligned} \psi_1 &= A\cos f(t) + B\cos\left(f'(t) + \varphi\right), \\ \psi_2 &= \alpha A\cos f(t) + \beta B\cos\left(f'(t) + \varphi\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

oder:

$$\left.\begin{aligned} \psi_1 &= r_1\cos\left(u(t) + \mu_1\right), \\ \psi_2 &= r_2\cos\left(u(t) + \mu_2\right), \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

worin r, μ als Funktionen der Zeit aufzufassen sind.

Die Gleichungen (4) enthalten zusammen acht Unbekannte, die das Experiment ergeben muß.

Diese Unbekannten sind die Amplituden A, B, die Phasenverschiebung φ, die Dämpfung h, die mittleren Korrektionen der Schwingungszeiten der Pendel infolge Mitschwingens δ_1, δ_2 und die Pfeilerelastizitäten e_1, e_2 in bezug auf die zwei Lagerstellen, die in den Kopplungskoeffizienten ϱ enthalten sind.

Die praktische Messung wird nun so eingerichtet, daß man für diese acht Unbekannten acht Gleichungen erhält.

Man bestimmt zu diesem Zwecke zur Zeit $t_1 = 0$ die Amplitude $\psi_1 = R_a$, für $t_2 = \tau$ $\psi_2 = R_b$. Dann zu den Zeiten t_3 und t_4 $\psi_1 = 0$, $\psi_2 = 0$ (1. Koinzidenzbeobachtungen). Zu den Zeiten t_5, t_6 $\psi_1 = 0$, $\psi_2 = 0$ (2. Koinzidenzbeobachtungen). Zuletzt für $t_7 = t_n$ $\psi_1 = R'_a$ und $t_8 = t_n + \tau'$ $\psi_2 = R'_b$ die Endamplituden.

Da sich aber die Koeffizienten e_1, e_2 nur dann genau ergeben, wenn man die Beobachtungen, die mit einem Phasenunterschied nahe 180^0 beginnen, über den Phasenunterschied 0^0 ausdehnt, was hier abgelehnt werden muß, weil sonst eine Elimination des Mitschwingens nicht stattfinden kann, so muß e_1, e_2 mit Hilfe einer besonderen Methode (Amplitudenverhältnisse) für sich allein bestimmt werden.

Einfachere Rechenformeln. Es ist einleuchtend, daß die acht Grundformeln (4) für die Auswertung der Messungen wegen ihres transzendenten Charakters schlecht zu gebrauchen sind, und weil sie nicht die Größen enthalten, welche die Messungen direkt ergeben, namlich den Phasenunterschied und das Amplitudenverhältnis der Pendel.

Ph. Furtwängler findet a. a. O. S. 251 mit Einführung des momentanen Phasenunterschieds und den momentanen Amplitudenverhältnissen $v_{12} = \frac{a_1}{a_2}$, $v_{21} = \frac{a_2}{a_1}$ die momentanen Schwingungsdauern der zwei Pendel:

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= T_{01} + \varepsilon v_{21}\cos f_{21} + \varepsilon, \\ T_2 &= T_{02} + \varepsilon v_{12}\cos f_{21} + \varepsilon, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

ε = Mitschwingen bei einem schwingenden Pendel; für alle Pendel gleichgesetzt.

Es gilt ferner (a. a. O. S. 248):

$$\left.\begin{aligned} d v_{21}\, dt &= + \frac{\pi\varepsilon}{T^2}\left(1 + v_{21}^2\right)\sin f_{21}, \\ d f_{21}/dt &= - \frac{\pi}{T^2}\left[(T_2 - T_1) - \varepsilon\left(\frac{1}{v_{21}} - v_{21}\right)\cos f_{21}\right]. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

a) Einseitige Phase: Diese herrscht dann, wenn die Schwelle des Phasenunterschieds 180^0 während der Beobachtungszeit nicht durchschritten wird.

b) Zweiseitige Phase: Vorherrschend, wenn die Schwelle 180^0 durchschritten wird.

Für beide Fälle erhält man passende Gebrauchsformeln durch Integration von (5).

Ist t die Gesamtschwingungszeit, so folgt aus (5):

$$\left.\begin{aligned} -d\,T_1 &= \frac{T_1}{t}\int_0^t (1+v_{21}\cos f_{21})\,\varepsilon\,\frac{dt}{T_1}, \\ -d\,T_2 &= \frac{T_2}{t}\int_0^t (1+v_{12}\cos f_{21})\,\varepsilon\,\frac{dt}{T_2}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Wir entwickeln, da $v\cos f$ sich stetig ändert:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}(v\cos f) &= \frac{\pi\,\varepsilon}{T^2}\,v^2\sin 2f + \frac{\pi}{T^2}(T_2-T_1)\,v\sin f, \\ \frac{d^2}{dt^2}(v\cos f) &= -\frac{\pi^2}{T^4}(T_2-T_1)^2\,v\cos f + \frac{\pi^2}{T^4}\,\varepsilon(T_2-T_1)(1-3v^2\cos 2f). \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Wir setzen nun als Nullage den Moment fest, wo $f=\pi$ ist und erhalten an dieser Stelle:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}(v\cos f) &= 0, \\ \frac{d^2}{dt^2}(v\cos f) &= \frac{\pi^2}{T^4}(T_2-T_1)[(T_2-T_1)v+\varepsilon(1-3v^2)] = q_2. \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Das Integral von (7), zwischen den Grenzen 0 und t_1 und 0 und t_2 genommen, gibt dann:

$$-d\,T = [1+(v\cos f)_0]\,\varepsilon + \frac{\varepsilon}{t_1+t_2}\left(\frac{t_1^3}{6}+\frac{t_2^3}{6}\right)\frac{\pi^2}{T^4}(T_2-T_1)[(T_2-T_1)v+\varepsilon(1-3v^2)]. \quad (10)$$

Es ist nun auf die Beobachtungswerte $(v\cos f)_a$, $(v\cos f)_e$ noch keine Rücksicht genommen.

Die mit Hilfe von (8) für die Zeiten t_1 und t_2 berechneten Werte $(v\cos f)_t$ fuhren nicht genau zu den Beobachtungsgrößen, vielmehr treten Differenzen d auf:

$$\left.\begin{aligned} d_a &= \left[(v\cos f)_a - (v\cos f)_0 + q_2\,\frac{t_1^2}{2}\right]\varepsilon, \\ d_e &= \left[(v\cos f)_e - (v\cos f)_0 + q_2\,\frac{t_2^2}{2}\right]\varepsilon, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

von denen die Hälften zu (10) hinzuzufügen sind, um die besten, die Beobachtungen berücksichtigenden Korrektionswerte $d\,T$ an den Schwingungszeiten T wegen Mitschwingens zu bekommen.

Man erhält schließlich a) für einseitige Phasen:

$$\left.\begin{aligned} d\,T_m = & -\left(1 - v_0 + \frac{1}{2}\left[(v\cos f)_e - (v\cos f)_a\right]\right)\varepsilon + \frac{\varepsilon\,\pi^2}{T^4}(T_2 - T_1)\left[(T_2 - T_1)v_0\right. \\ & \left. + \varepsilon\,(1 - 3\,v_0^2)\right]\cdot\left[\frac{t_2^2 - t_1^2}{4} - \frac{1}{t_2 - t_1}\,\frac{t_2^3 - t_1^3}{6}\right]; \end{aligned}\right\}(12)$$

b) für zweiseitige Phasen:

$$\left.\begin{aligned} d\,T_m = & -\left(1 + \frac{1}{2}\left[(v\cos f)_a + (v\cos f)_e\right]\right)\varepsilon + \frac{\varepsilon\,\pi^2}{T^4}(T_2 - T_1)\left[(T_2 - T_1)v_0\right. \\ & \left. + \varepsilon\,(1 - 3\,v_0^2)\right]\cdot\left[\frac{t_1^2 + t_2^2}{4} - \frac{1}{t_1 + t_2}\,\frac{t_1^3 + t_2^3}{6}\right], \end{aligned}\right\}(13)$$

wo der Index 0 die Stelle bedeutet, an der genau der Phasenunterschied 180° vorhanden ware oder ist, von der aus auch t_1, t_2 gezählt werden.

Zahlenbeispiel und Versuchsanordnung
bei zwei gleichzeitig schwingenden Pendeln.

Lufttemp = + 14.0°, Pendeltemp. = + 14.2°, Barometerst. = 745.8$^{\mathrm{mm}}$, Feuchtigk. = 87 Proz.

Koinzidenzen	Pendel 3 (*re*)		*d*	Pendel 10 (*li*)		*d*
(60)	20$^{\mathrm{h}}$ 12$^{\mathrm{m}}$ 17.0$^{\mathrm{s}}$	42 11.1	54.1	20$^{\mathrm{h}}$ 12$^{\mathrm{m}}$ 51.4$^{\mathrm{s}}$	42 39.4	48.0
	13 47.0	42 41.4	54.4	13 20 8	43 8 6	47.8
Anstoß = 20$^{\mathrm{h}}$ 09$^{\mathrm{m}}$ 57$^{\mathrm{s}}$	14 16.6	44 10.8	54 2	14 50.5	44 38.6	48.1
	15 46 6	45 41 1	54 5	15 19.9	45 7.9	48 0
Amplituden	16 16.1	46 10.3	54.2	16 49.9	46 38.1	48.2
	17 46.2	47 40.6	54.4	17 19.2	47 7.2	48.0
Nr. 3 19.9 14 1	18 15 8	48 10.0	54.2	18 49.0	48 37.3	48.3
Nr. 10 19.8 10.4	19 46.0	49 40.3	54 3	19 18.3	49 6.2	47.9
$e = 1.72$ m	20 15.4	50 9.6	54.2	20 48.1	50 36.2	48.1
$\varepsilon = 40.10^{-7}$	21 45.7	51 40.0	54.3	21 17.6	51 5.6	48.0
Summe	312.4	255.2	54.28	344.7	225.1	48.04
Mittlere Durchgangszeit	1.24	55.52		4.47	52.51	
			29.9047			29.8007
Differenz d. Durchgangszeit . .	-3.23^{s}	$+3\ 01^{\mathrm{s}}$	0.508 5020			0.508 5322
Phasendifferenz	-19.5^0	$+18.2^0$				
Mitschwingen			-1.0			$-0\ 6$

Berechnung des **Mitschwingens** nach Formel (12):

$$T_2 - T_1 = +\,302^{\mathrm{s}}.10^{-7} \quad T = 0.508^{\mathrm{s}} \quad \varepsilon = 40^{\mathrm{s}}.10^{-7}$$

$$t_1 = 927^{\mathrm{s}} \qquad t_2 = 865^{\mathrm{s}} \qquad v_0 = 0.994$$

$$\begin{aligned} \text{Pendel 3: } (v\cos f)_a &= -\,0.939 & \qquad \text{Pendel 10: } (v\cos f)_a &= -\,0.947 \\ (v\cos f)_e &= \underline{-\,0.943} & (v\cos f)_e &= \underline{-\,0.957} \\ &\ -\,0.941 & &\ -\,0.952 \\ d\,T_3 &= -\,2.3\,.\,10^{-7} & d\,T_{10} &= -\,1.9 \\ &\ \underline{+\,1.3} & &\ \underline{+\,1.3} \\ \text{Mitschwingen} &= -\,1.0\,.\,10^{-7} & &\ -\,0.6 \end{aligned}$$

Fur die vorliegenden beiden Pendel beträgt die Konstante im zweiten Ausdruck ein für allemal $= +\,39^{\mathrm{s}}\,.\,10^{-14}$.

Vier Pendel auf dem Stativkreuz. Weder die Theorie noch die Beobachtung von vier Pendeln ist wesentlich schwerer. Der Phasenunterschied der Paare I und II ist gleichgultig. Es tritt eine geringe seitliche Bewegung ein, so daß die Pendel Ellipsen beschreiben, deren zweite Achsengroßen aber für Schneiden und Schwingungspunkte gleich sind, da die Pendel die Zwangsbedingung erfüllen müssen, daß ihre Achsen stets in vertikalprojezierenden Ebenen enthalten sind. Die seitliche Trägheit der Pendellinse ist $= 0$ zu setzen.

Das Plus an Wegstrecke, die das Pendel zurücklegt, ist jedenfalls in der 7. Dezimalstelle nicht zu spüren.

Zusammenfassung. Der Einfluß der Stativelastizität auf die Pendelschwingung läßt sich bei einem einzigen schwingenden Pendel nicht mit völlig befriedigender Genauigkeit messen.

Nach dem angegebenen Verfahren wird diese Fehlerquelle beseitigt und kann unter der Voraussetzung, daß die Anfangsamplituden der Pendel möglichst gleich und Phasenunterschiede $\gtrless 180 \pm 30^0$ möglichst gemieden werden, die Bestimmung des Mitschwingens sogar ganz wegfallen.

Der Aufbau der Erdkruste auf Grund geophysikalischer Beobachtungen.

Von **B. Gutenberg** in Darmstadt. — (Mit einer Abbildung.)

Der Blick auf einen Globus zeigt die uns allen selbstverständliche Tatsache, daß auf der Erdoberfläche erhebliche geophysikalische Unterschiede bestehen. Schon frühzeitig beschaftigte sich die Geologie mit der Frage, in wie große Tiefen sich diese Unterschiede erstrecken. Im folgenden soll der Versuch gemacht werden, nur auf Grund geophysikalischer Untersuchungen ein Bild vom Aufbau der Erdkruste zu entwerfen.

Der erste, der auf Grund geophysikalischer Forschungsmethoden zu ausgesprochen verschiedenartigem Verhalten verschiedener Teile der Erdkruste kam, war wohl F. Roesener[1]) 1913, nachdem schon vorher andere Gelehrte, z. B. Omori und Rosenthal, ohne sichere Ergebnisse die Geschwindigkeit der Oberflächenwellen in verschiedenen Teilen der Erdkruste untersucht hatten. Roesener benutzte zu seinen Untersuchungen Perioden der Erdbebenoberflächenwellen und -nachläufer, die in Gottingen aufgezeichnet waren. Sowohl bei den Maximalwellen wie bei den Nachläufern fand er Haufungsstellen der Perioden von 12 und 18 Sekunden. Bei den letzteren schien ihm kein Einfluß der Epizentralentfernung vorhanden zu sein, dagegen schien große Intensität der Bewegung die Periode zu erhöhen. Den Haupteinfluß auf die Periode schob er jedoch dem durchlaufenen Weg zu, und zwar fand er Perioden von 18 Sekunden bei Beben, die rund mindestens ein Drittel ihres Weges in einem Ozeanboden gelaufen waren. Aber auch eine Mitwirkung von Verhältnissen am Herd hielt