

## Werk

**Jahr:** 1924

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 GEOGR PHYS 203:1

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN101433392X\_0001

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X\\_0001](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0001)

**LOG Id:** LOG\_0075

**LOG Titel:** Graphische Methode zur Berücksichtigung des topographischen Einflusses und des Einflusses der unterirdischen Massen auf die gravimetrischen Beobachtungen

**LOG Typ:** article

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN101433392X

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

sehen. Aus demselben Grunde wird bei den Nachläuferwellen nur die mittlere Periode angegeben, die wegen der Rückschlüsse auf den Wellenweg wichtig erscheint\*). Neu eingeführt wird an Stelle von  $F$  die Dauer des Bebens  $D$  in Stunden.

Alle weiteren Einsätze, insbesondere auch  $ep$ ,  $es$  oder  $eP$ ,  $eS$  (Mohorovičić), sowie Besonderheiten des Bebens, Angaben über das Schüttergebiet usw. fallen unter die Rubrik Bemerkungen.

Die einzelnen Komponenten des Bebens stehen in der Reihenfolge  $NEZ$  untereinander.

Jena, Reichsanstalt für Erdbebenforschung, Oktober 1925.

## **Graphische Methode zur Berücksichtigung des topographischen Einflusses und des Einflusses der unterirdischen Massen auf die gravimetrischen Beobachtungen.**

Von **B. Numerov.**

Für Schweremessungen wird ein Verfahren angegeben, daß es ermöglicht, sowohl die Terrainkorrekturen graphisch zu ermitteln als auch die Diskussion der unterirdischen Massen, die die Schwereanomalie hervorrufen, zu erleichtern.

1. Es gibt zwei Methoden der Gravitationsbeobachtungen: es werden erstens Schwerebeobachtungen mit Hilfe des Pendels ausgeführt; zweitens erlaubt die Drehwage von Eotvös die Eigenschaften der Potentialfunktion der Schwerkraft zu untersuchen. Die Resultate der Pendel- und Drehwagenbeobachtungen werden hauptsächlich zu geologischen Zwecken verwendet. Um ein Urteil über die Dimensionen und die Form der inneren unterirdischen Massen zu erhalten, hat man zuerst die Beobachtungen für die Anziehung des äußeren topographischen Reliefs in der Umgebung des Beobachtungsortes zu korrigieren; der Vergleich der für das Relief korrigierten Werte mit den normalen, die aus der Betrachtung der Erde als homogenes Spheroid folgen, ergibt die Schwereanomalien, auf Grund welcher man über die innere Konstitution der oberen Erdschichten beurteilen kann. Das Problem der Bestimmung der Form und der Dimensionen der unterirdischen Massen auf Grund der Schwereanomalien ist mit bedeutenden Schwierigkeiten verbunden, so daß eine allgemeine Lösung derselben kaum möglich ist. Bei der praktischen Anwendung der Schwerebeobachtungen sind die Kenntnisse des geologischen Aufbaues, der Erdbohrungen sowie auch die theoretischen Berechnungen des Einflusses der unterirdischen Massen von einigen bestimmten, hauptsächlich regelmäßigen, geometrischen Formen von großer Bedeutung. Das Hauptproblem der Gravimetrie, abgesehen von der Methodik der Beobachtungen und der Instrumentenforschungen, ist die Berücksichtigung des Einflusses der äußeren

\*) Diss. Wellmann, Hamburg 1923.

topographischen Massen und der unterirdischen Massen auf die Differentialquotienten der Potentialfunktion. Selbstverständlich sind diese beiden Probleme im Grunde genommen identisch, doch unterscheiden sie sich bedeutend in der Form der Lösung.

Nachstehend soll eine graphische Lösung der beiden Probleme gegeben werden. Die Methode, der ich folge, kann auch auf analoge Fälle der numerischen Berechnung der Volumenintegrale Anwendung finden.

2. Zur Berücksichtigung der topographischen Reduktion hat Hayford\*) Formeln und Hilfstafeln sowie auch Isostasietafeln vorgeschlagen. Formeln für die Berücksichtigung des topographischen Einflusses bei Beobachtungen mit der Drehwaage wurden zuerst von Eötvös\*\*) gegeben und später von Schweydar\*\*\*) und anderen Autoren umgeändert. Die Ableitung der nötigen Formeln soll hier kurz gezeigt werden.

Den folgenden Betrachtungen liege ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit den Koordinaten  $x, y, z$  zugrunde. Die elementare Masse  $dm$  mit den Koordinaten  $a, b, c$  ruft in dem Punkte  $xyz$  das Potential

$$dw = \frac{k^2 dm}{\rho} \dots \dots \dots (1)$$

hervor, wo  $k^2 = 667 \cdot 10^{-10}$  CGS — die Gravitationskonstante — und!

$$\rho^2 = (a - x)^2 + (b - y)^2 + (c - z)^2 \dots \dots \dots (2)$$

Wir führen ein neues System zylindrischer Koordinaten ein:

$$a - x = l \cos \alpha; \quad b - y = l \sin \alpha; \quad c - z = h \dots \dots \dots (3)$$

Es sei ferner  $\delta$  die Dichte und  $\sigma$  die Elementarfläche; man hat also:

$$dm = \sigma \delta dh = \delta l dl d\alpha dh \dots \dots \dots (4)$$

Wenn wir die erste Integration nach  $h$  ausführen, so finden wir:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{k^2 \sigma \delta}{l} [\cos \varphi]^2 \\ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} &= +\frac{k^2 \sigma \delta}{l^2} \sin 2\alpha [3 \sin \varphi - \sin^3 \varphi]^2 \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= +\frac{k^2 \sigma \delta}{l^2} \cos 2\alpha [3 \sin \varphi - \sin^3 \varphi]^2 \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} &= -\frac{k^2 \sigma \delta}{l^2} \cos \alpha [\cos^3 \varphi]^2 \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} &= -\frac{k^2 \sigma \delta}{l^2} \sin \alpha [\cos^3 \varphi]^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

\*) Hayford und Bowie: The effect of topography and isostatic compensation upon the intensity of gravity.

\*\*) Eötvös: Bericht über die geodätischen Arbeiten in Ungarn. Verh. der 15. All. Konfer. d Intern. Erdmess. 1906.

\*\*\*) W. Schweydar Die topographische Korrektion bei Schweremessungen mittels einer Torsionswaage.

wobei

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{h}{l} \dots \dots \dots (6)$$

in den meisten Fällen klein ist. Beim Einsetzen der Integrationsgrenzen hat man zu beachten, daß  $h_1 = -J$  und  $h_2 = h - J$  ist, wo  $h$  die Erhöhung der Säule über dem Fuße des Instruments und  $J$  die Höhe des Schwerpunkts des Instruments bedeuten.

Die folgende Integration nach  $l$  kann man nach der Formel von Simpson oder nach anderen Formeln für mechanische Quadraturen ausführen und so die Wirkung des elementaren Sektors mit dem Öffnungswinkel  $d\alpha$  berücksichtigen. Wenn man die Nivellierung in verschiedenen Winkeln  $\alpha$  und in verschiedenen Azimuten ausführt, so läßt sich die Wirkung dieses elementaren Sektors in eine Fouriersche Reihe entwickeln. Dadurch wird die letzte Integration nach  $\alpha$  bedeutend vereinfacht und läßt sich auf die Berechnung der vier ersten Glieder der Fourierschen Reihe reduzieren. Unter verschiedenen lokalen Verhältnissen kann sich die Zahl der Nivellements merklich ändern und weit über 8 betragen, wie bei Eötvös und anderen Autoren. Bei der Integration nach  $l$  kann man die Frage nach einer zweckmäßigen Wahl der sukzessiven Halbmesser der Nivellements stellen. Es können auch spezielle Tafeln für bestimmte Halbmesser  $l$  konstruiert werden, welche mit dem Argument  $h$  die einzelnen Komponenten der Wirkung des elementaren Sektors ergeben, wodurch man die intermediären Multiplikationen vermeiden kann.

Zur Berücksichtigung der topographischen Reliefs nach diesem Verfahren sind in jedem Punkte spezielle Nivellierungen erforderlich; es kommen dabei noch ganz erhebliche Rechnungen vor. Es kann sich auch in komplizierten Fällen erweisen, daß eine große Anzahl von Nivellements nach den Halbmessern erforderlich ist, und daß doch die Fouriersche Entwicklung trotzdem schlecht konvergieren wird. Die Lösung des Problems wird sehr vereinfacht, wenn man den topographischen Einfluß mit Hilfe einer mit Horizontalen (Isohypsen) versehenen Karte berücksichtigt, d. h. wenn man den Einfluß des Massivs zwischen je zwei benachbarten Horizontalen in Betracht zieht. Eine derartige Lösung des Problems kann auf Grund folgender Auseinandersetzungen in geometrischer Form dargestellt werden.

Jeder beliebige Differentialquotient (5) kann als ein Flächenintegral dargestellt werden:

$$R = \int F(l, \alpha, h) \sigma \dots \dots \dots (7)$$

Teilen wir  $\sigma$  in elementare Flächen ungleicher Größe  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots$  und setzen:

$$F_1 \sigma_1 = F_2 \sigma_2 = F_3 \sigma_3 = \dots = f \dots \dots \dots (8)$$

so kann man die Formel (7) auch schreiben:

$$R = Nf \dots \dots \dots (9)$$

Mit anderen Worten, es wird das Integral  $R$  in diesem Falle gleich  $N$  gleichen Elementen  $f$  sein. Das Element  $f$  wird auf Grund von (8) und je nach

den Werten von  $l$ ,  $\alpha$  und  $h$  verschiedenen Flächen  $\sigma$  entsprechen. Wenn wir alle Elemente auf der Zeichnung durch Punkte darstellen (für ein konstantes  $h$ ), so werden sich diese Punkte nicht regelmäßig, sondern nach einem bestimmten Frequenzgesetz je nach dem Verlauf der Funktion  $F$  verteilen. Je mehr wir uns von dem Zentrum des Instruments entfernen, desto seltener werden sich die Punkte verteilen. Die Punkte des Vektors  $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z}$  werden beim Meridian sehr

dicht und beim ersten Vertikal gar nicht vorhanden sein. Für die Berechnung des Einflusses des Massivs mit der Höhe  $h$  von beliebiger Form in der horizontalen Ebene wird es genügen, die Zahl  $N$  der in diese Kontur fallenden Punkte zu zählen. Der Zählwert des Elements  $f$  für ein gegebenes  $h$  kann ganz beliebig gewählt werden — damit wird der Maßstab der Frequenz bestimmt. Die Größe  $f$  ist eine Funktion der Höhe  $h$ , wenn man die Glieder höherer Ordnung von  $y$  in der Formel (5) vernachlässigt. Der Einfluß des Massivs wird nach der Formel (9) gefunden. Man hat drei Diagramme herzustellen: erstens zur Berücksichtigung des topographischen Einflusses auf die Schwerkraft, zweitens für die Gradienten  $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z}$  und  $\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z}$  und drittens für die Größen  $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$  und  $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ .

3. Das Problem des Einflusses der unterirdischen Massen kann in derselben geometrischen Form gelöst werden. Wir wollen neue Koordinaten in bezug auf das Zentrum des Instruments  $\xi = a - x$ ,  $\eta = b - y$ ,  $h = c - z$  einführen. Die elementare Masse wird hier  $dm = \delta \sigma \eta$ , wo  $\sigma$  die elementare Fläche in der Ebene  $\xi, h$  ist. Die erste Integration in den Grenzen von 0 bis  $\eta$  ergibt

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial z} &= \frac{k^2 \delta \sigma h}{r^2 u} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} &= \frac{3}{2} \frac{k^2 \delta \sigma}{r^2} \left( \frac{1}{u} - \frac{1}{3 u^3} \right) \sin 2\alpha \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} &= -k^2 \delta \sigma [(\eta^2 + r^2)^{-3/2} - r^{-3}] \sin \alpha \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} &= -k^2 \delta \sigma [(\eta^2 + r^2)^{-3/2} - r^{-3}] \cos \alpha \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 3 k^2 \delta \sigma \left[ \frac{1}{3 r^2 u^3} - \frac{\cos^2 \alpha}{r^2} \left( \frac{1}{u} - \frac{1}{3 u^3} \right) \right] \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

Hier ist der Kürze halber

$$r^2 = \xi^2 + h^2 \quad \text{und} \quad u \eta = \sqrt{\eta^2 + r^2} \dots (11)$$

gesetzt worden.

Jeder von den fünf Differentialquotienten nimmt nach der Integration nach der Fläche  $\sigma$  die Form

$$R = \int F(r, \alpha, \eta) \sigma = N f \dots (12)$$

an, wobei

$$\sigma_1 F_1 = \sigma_2 F_2 = \dots = f \dots (13)$$

Die Frequenz der Punkte hängt von dem Verlauf der Funktion  $F$  ab, welche mit den polaren Koordinaten  $r$ ,  $\alpha$  und  $\eta$  verbunden ist. Da  $\eta$  in der Funktion  $F$  nur zusammen mit  $r$  vorkommt, so ist das Gewicht der Elements  $f$  zwischen zwei konzentrischen Kreisen eine Funktion von  $\eta$  allein. Darum hat man bei dem Zählen der Punkte innerhalb einer gegebenen geschlossenen Kurve den Punkten ein verschiedenes Gewicht, je nach der Koordinate und nach der Nummer des Kreises, zuzuordnen. In dem Spezialfalle einer unendlichen Ausdehnung der Massen längs der  $\eta$ -Achse ist  $f$  überall konstant und die Berücksichtigung des Einflusses der unterirdischen Massen wird durch ein einfaches Zählen der Punkte innerhalb einer Kontur von einem beliebigen Schnitte mit der  $\xi\eta$ -Ebene erzielt.

Berlin, August 1925.

## Berichte und Referate.

### Über die Möglichkeit des Auftretens von Gashydraten in höheren Schichten der Atmosphäre.

Von G. Tammann und G. J. R. Krige\*). — (Mit einer Abbildung.)

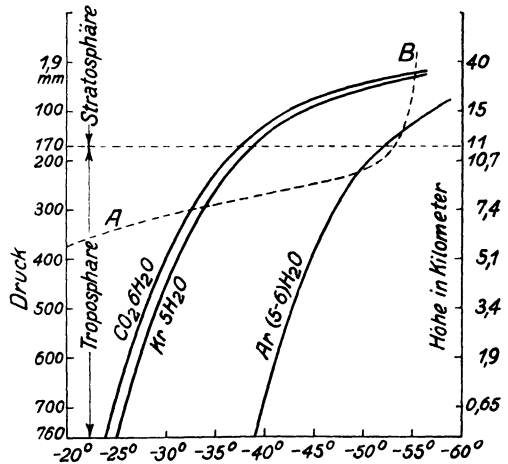
Wenn die Drucktemperaturkurve der Erdatmosphäre bekannt ist, und außerdem die Dissoziationskurven der Gashydrate, dann kann die Höhe in der Atmosphäre angegeben werden, in der die Bildung eines Gashydrats eintreten könnte.

Die Bildung eines Gashydrats wird möglich in Höhen, deren  $pt$ -Werte auf dem Flächenstück zwischen der  $pt$ -Kurve der Atmosphäre und der Dissoziationskurve des betreffenden Gashydrats liegen.

In der Figur sind für verschiedene Höhen der Erdatmosphäre die zugehörigen Drucke und die ihnen entsprechenden Temperaturen durch die gestrichelte Kurve  $AB$  angegeben\*\*). Die Dissoziationskurven der Gashydrate von Ar, Kr und  $\text{CO}_2$  sind ebenfalls eingetragen.

Wenn beispielsweise die Atmosphäre nur aus  $\text{CO}_2$  und Wasserdampf bestände, so würden in Höhen von 7 bis 30 km sich Wolken aus Kohlenäurehydrat bilden können.

In der folgenden Tabelle sind für die Gase  $\text{CO}_2$ , Ar und Kr ihre Partialdrücke an der Erdoberfläche sowie die in einer Höhe von 11 km an der Grenze von Tropo-



\*) Aus: „Die Gleichgewichtsdrucke von Gashydraten“. Zeitschr. f. anorgan. u. allgem. Chem. 146, 179 (1925).

\*\*\*) Wegener: Thermodynamik der Atmosphäre 1911, S. 41, 130.