

## Werk

**Jahr:** 1927

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 GEOGR PHYS 203:3

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN101433392X\_0003

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X\\_0003](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0003)

**LOG Id:** LOG\_0057

**LOG Titel:** Die Bestandteile des magnetischen Feldes bei geophysikalischen Bodenuntersuchungen mit Wechselstrom und seine Beeinflussung durch leitende Einlagerungen

**LOG Typ:** article

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN101433392X

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

## **Die Bestandteile des magnetischen Feldes bei geophysikalischen Bodenuntersuchungen mit Wechselstrom und seine Beeinflussung durch leitende Einlagerungen.**

Von **W. Heine** in Starnberg. — (Mit siebzehn Abbildungen.)

Es wird unter vereinfachenden Annahmen, deren Zulässigkeit diskutiert wird, das magnetische Feld des bei elektrischer Bodenuntersuchung in homogenem Boden und in Einlagerungen abweichender Leitfähigkeit fließenden Wechselstromes berechnet. Nach den gewonnenen Formeln wird für eine Reihe von Beispielen die Änderung des Neigungswinkels des magnetischen Vektors bei Überschreiten eines Erzganges in Kurven dargestellt, und zum Vergleich werden zwei im Gelände gewonnene Messungen gebracht. Schließlich wird der Verlauf des von der Stromzuleitung zu den Elektroden im Boden induzierten Stromwirbelfeldes abgeleitet.

Neben die bekannte Potentiallinienmethode tritt bei Untersuchungen des Untergrundes auf Einlagerungen abweichender Leitfähigkeit mittels dem Boden durch Elektroden zugeführten Wechselstromes in steigendem Maße\*) die Ausmessung des Verlaufs des magnetischen Vektors dieses Stromes mittels Induktionsspule. Diese Spule ist um eine vertikale und eine horizontale Achse drehbar angeordnet und gestattet deshalb, durch Einstellung auf Minimum der Induktion in zwei zueinander senkrechten Achsenlagen die Richtung der Horizontalkomponente und die Neigung des magnetischen Vektors gegen die Horizontale an den verschiedenen Punkten des Untersuchungsgebietes festzustellen. Mit Hilfe einer Gleichrichteranordnung und eines Galvanometers kann außerdem auch die Intensität des magnetischen Vektors oder seiner Komponenten gemessen werden.

Im Unterschied zu den Meßgrößen der Potentiallinienmethode, bei welcher mit Sonden die lokale Spannungsverteilung und Stromrichtung an den einzelnen Meßpunkten festgestellt wird, ist der magnetische Vektor die Resultante des magnetischen Feldes des gesamten Stromes. Auf seine Richtung und Größe hat aber außer dem im Boden fließenden Strome auch noch der in der Zuleitung von der Stromquelle zu den Elektroden fließende Strom wesentlichen Einfluß. Da in dieser Leitung die gleiche Strommenge fließt, die sich in dem gesamten Untergrund verteilt, ist ohne weiteres ersichtlich, daß das magnetische Feld der Leitung einen beträchtlichen Beitrag zu dem resultierenden magnetischen Vektor liefern muß.

Man kann sich den magnetischen Vektor an irgend einem Punkte des Untersuchungsgebietes zusammengesetzt denken aus drei Bestandteilen: 1. aus dem magnetischen Felde der Leitung, 2. aus dem magnetischen Felde des in den

---

\*) Siehe Dr. Reich: Der gegenwärtige Stand und die Entwicklungsaussichten der geophysikalischen Untergrundforschung. „Metall und Erz“, Heft 11, 1926.

besser leitenden Einlagerungen fließenden Stromes, 3. aus dem Felde des Stromes, welcher in dem nach Ausscheiden der Einlagerungen ungestörten und elektrisch homogenen Boden fließt.

Um einen Überblick über den Verlauf des magnetischen Feldes zu gewinnen, sollen im folgenden unter vereinfachenden Annahmen diese drei Bestandteile berechnet und für einige Beispiele verschiedener Lagen eines gut leitenden Ganges die Kurven der Neigungswinkel des magnetischen Vektors gegen die Horizontale gezeichnet werden\*).

**I. Näherungsweise Berechnung der magnetischen Felder.** 1. Das Feld der Leitung. Nimmt man an, daß die Stromzuleitung zu den Elektroden geradlinig auf deren Verbindungslinie verläuft, dann ist das magnetische Feld der Leitung in einem Punkte des Untersuchungsgebietes gegeben durch

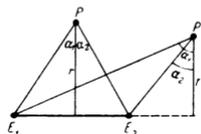


Fig. 1.

$$H_L = \frac{J}{r} (\sin \alpha_1 \pm \sin \alpha_2).$$

Dabei ist  $J$  die Stromstärke in der Leitung,  $r$  die Länge des Lotes von  $P$  auf die Elektrodenverbindungslinie und  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  die Winkel zwischen diesem Lote und den Strahlen von  $P$  zu den Elektroden (s. Fig. 1). Dabei gilt das positive Vorzeichen, wenn der Fußpunkt des Lotes zwischen die Elektroden, das negative, wenn er in die Verlängerung der Elektrodenverbindungslinie über die Elektrode hinaus fällt. Liegt  $P$  auf der Mittelsenkrechten zu der Leitung, und hat diese die Länge  $2L$ , dann wird

$$H_L = \frac{2J}{r} \cdot \frac{L}{\sqrt{L^2 + r^2}}.$$

2. Das magnetische Feld einer leitenden Platte. Um dem Charakter der in der Natur am häufigsten auftretenden Art von Erzlagerstätten möglichst nahe zu kommen, werde die gut leitende Einlagerung angesehen als eine Platte von der Dicke 1, einer Breitenerstreckung senkrecht zur Stromrichtung von  $-a$  bis  $+b$  und einer so großen Längserstreckung, in Richtung des Stromflusses, daß sie zur Berechnung mit für die Praxis genügender Näherung als „unendlich“ gesetzt werden kann. Diese Annahme erscheint dadurch gerechtfertigt, daß bei der Lokalisierung von Erzgängen oder -lagern wesentlich der Einfluß des Feldes der Einlagerung über dem Störungskörper oder in seiner unmittelbaren Nähe von Interesse ist, also dort, wo die Längserstreckung desselben jedenfalls groß gegen seinen Abstand vom Meßpunkt ist.

Liege der Aufpunkt, in dem das Feld der Platte berechnet werden soll, in der  $y$ -Achse in einem Abstand  $y = p$  von der Platte und erstrecke sich

\*) Ausführlicher behandelt in einem demnächst erscheinenden Heft der Sammlung geophysikalischer Schriften, herausgegeben von Prof. C. Mainka, Verlag Gebr. Borntraeger, Berlin.

diese von  $x = -a$  bis  $x = +b$ , dann ist die  $x$ -Komponente des magnetischen Feldes eines Stromfadens mit der Stromdichte  $\mathfrak{J}$  in  $P$

$$h_x = \frac{2\mathfrak{J}p}{p^2 + x^2} dx.$$

Für die ganze Platte ergibt sich dann die  $x$ -Komponente in  $P$  zu

$$H_x = 2p\mathfrak{J} \int_{-a}^{+b} \frac{dx}{p^2 + x^2} = 2\mathfrak{J} \left( \operatorname{arctg} \frac{b}{p} + \operatorname{arctg} \frac{a}{p} \right).$$

Analog ergibt sich für die  $y$ -Komponente des Feldes

$$H_y = 2\mathfrak{J} \int_{-a}^{+b} \frac{x}{p^2 + x^2} dx = \mathfrak{J} \ln \frac{x^2 + b^2}{x^2 + a^2}$$

oder, wenn man die Längen der Strahlen  $r_a$  und  $r_b$  vom Aufpunkt zu den Rändern der Platte einführt,

$$H_y = -\mathfrak{J} \ln \frac{r_a}{r_b}.$$

Das besagt: das magnetische Feld einer leitenden Platte hat an einem außerhalb gelegenen Aufpunkt  $P$  eine Komponente parallel der Platte proportional dem Bogen des Winkels, unter dem die Plattenbreite vom Aufpunkt aus erscheint, und eine Komponente senkrecht zur Platte proportional dem natürlichen Logarithmus der Quotienten der Abstände der Plattenränder vom Aufpunkt. Für eine unendlich breite Fläche wird

$$H_x = 2\pi\mathfrak{J}; \quad H_y = 0,$$

d. h. ihr Abstand vom Aufpunkt geht nicht mehr in die Formel ein.

Von besonderer Bedeutung für die Anwendung dieser Rechnungen auf die Verhältnisse im Erdboden ist die Frage, wie sich das Feld einer gegen die  $x$ -Achse um einen Winkel  $\varepsilon$  geneigten Fläche in einem Punkte  $P$  darstellt, da dies einer schräg einfallenden Gangzone entspricht. Sei  $H_d$  die magnetische Feldkomponente senkrecht zur Fläche,  $H_p$  die zu ihr parallele, dann ist

$$H_x = H_p \cos \varepsilon + H_d \sin \varepsilon,$$

$$H_y = H_p \sin \varepsilon - H_d \cos \varepsilon.$$

$H_p$  ist dabei wieder der Bogen des Winkels, unter dem die Fläche von  $P$  aus erscheint,  $H_d$  der Logarithmus des Quotienten der Abstände der Plattenränder von  $P$ .

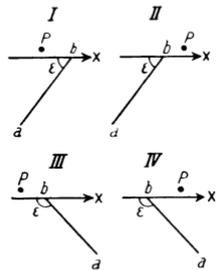


Fig. 2.

Zur Untersuchung der Vorzeichen von  $H_p$  und  $H_d$  müssen vier Fälle unterschieden werden, die in Fig. 2 mit I bis IV bezeichnet sind. Sie unterscheiden sich voneinander durch die Richtung des Einfallens der Platte in bezug auf die Richtung der  $x$ -Achse und durch die Lage des Aufpunkts  $P$  zur Platte. Das Ergebnis solcher Untersuchung ist dann folgendes: wird der Bogen des Winkels von  $H_p$  stets in der Richtung von der Oberfläche nach der Tiefe zu genommen (Richtung  $b$  bis  $a$ ), dann ist  $H_p$  positiv zu setzen, wenn der Bogen im Uhrzeigersinn verläuft, negativ, wenn entgegengesetzt.  $H_d$  hat stets das Vorzeichen von  $\ln \frac{r_a}{r_b}$ . Beachtet man noch, daß für Fall III und IV  $\cos \varepsilon$  negativ ist, dann ergibt sich für die Vorzeichen in den obigen Formeln von  $H_x$  und  $H_y$  folgende Tabelle:

	I	II	III	IV
$H_p \cos \varepsilon . . . . .$	+	—	—	+
$H_p \sin \varepsilon . . . . .$	+	—	+	—
$H_d \sin \varepsilon . . . . .$	+	+	+	+
$H_d \cos \varepsilon . . . . .$	+	+	—	—

Beim Übergang von I nach II bzw. von III nach IV, d. h. beim Überschreiten des Ausbisses der Fläche mit dem Aufpunkt, kehrt sich also das Vorzeichen von  $H_p$  um, das von  $H_d$  bleibt das gleiche.

3. Das magnetische Feld des in dem elektrisch homogenen Boden fließenden Stromes. Eine strenge Berechnung dieses Feldes scheidet an der Schwierigkeit, dieses Feld des Stromverlaufs in einem leitenden Halbraum mathematisch exakt und zugleich numerisch berechenbar darzustellen. Es werde deshalb angenommen, daß der im (abzüglich der Einlagerungen) homogenen Boden fließende Strom über einen endlichen, genügend großen Querschnitt gleichmäßig verteilt sei. Die Länge der als geradlinig angesehenen Stromfäden werde wieder gleich „unendlich“ gesetzt. Dann läßt sich das magnetische Feld dieses Stromes für einen Punkt außerhalb seines Querschnitts berechnen.

Die obigen Annahmen entsprechen an sich nicht den tatsächlichen Verhältnissen. Weder ist der Strom über einen endlichen Querschnitt gleichmäßig verteilt, noch sind die Stromfäden geradlinig und unendlich lang, sondern sie sind gekrümmt und enden an den Elektroden. Trotzdem erscheinen für eine näherungsweise Berechnung des magnetischen Feldes diese Vereinfachungen zulässig. Denn hier hat man es stets mit dem Integral der Wirkungen der einzelnen Punkte des Feldes zu tun, d. h. mit gewissen Mittelwerten. Wenn auch in Wirklichkeit die Stromdichte bei homogenem Gelände in der Nähe der Elektrodenverbindungsline am größten ist und nach den Seiten und nach der Tiefe zu kontinuierlich abnimmt, so zeigt doch die Erfahrung, daß bei Entfernungen von der Elektrodenverbindungsline, welche etwa dem halben Elektrodenabstand entsprechen, die Abnahme der Stromdichte nicht so erheblich ist, daß in der Gesamtwirkung die Annahme homogener Stromdichte wesentliche Fehler befürchten läßt. Durch die Begrenzung des Querschnitts tritt ferner

in den Formeln auch eine Vertikalkomponente des Feldes auf, welche bei genügendem Abstand vom Rande des rechteckigen Querschnitts hinreichend klein bleibt, um für die durch die Abnahme der Stromdichte in Wirklichkeit auftretende Vertikalkomponente ein Äquivalent zu sein. Die Dimensionen des Querschnitts müssen so gewählt werden, daß die damit errechneten Feldwerte in Verbindung mit den von der Leitung und von den Einlagerungen herrührenden Bestandteilen möglichst gut dem experimentellen Befund entsprechen. Dies ist der Fall, wenn man für den Querschnitt eine Breite von der Größe des Elektrodenabstandes nach jeder Seite von der Leitung und eine Tiefe von 100 m annimmt. Bei einer Elektrodenentfernung von 2000 m wäre somit der Querschnitt zu setzen  $100 \cdot 4000 \text{ m} = 4 \cdot 10^5 \text{ m}$ . Durch diesen Querschnitt soll dann der ganze Erdstrom, welcher gleich dem Leitungsstrom verringert um den Strom in der Einlagerung ist, fließen.

Die Annahme geradliniger, unendlich langer Stromfäden läßt sich bei der Berechnung des magnetischen Feldes dadurch rechtfertigen, daß bei genügend großem Elektrodenabstand und hinreichender Entfernung von den Elektroden die Stromfäden in der Umgebung des Aufpunktes als geradlinig angesehen werden dürfen. Da sich ferner der Strom auch in die Gebiete hinter den Elektroden ausbreitet, dürfte die Annahme unendlich langer Stromfäden, abgesehen von der näheren Umgebung der Elektroden, zu geringerem Fehler führen, als wenn man die Stromfäden auf die Länge des Elektrodenabstandes beschränken wollte.

Es liege der Aufpunkt in dem Ursprung des Koordinatensystems und der Strom fließe senkrecht zur Zeichenebene (Fig. 3) von vorn nach hinten. Der rechteckige Querschnitt des Leiters erstrecke sich von  $x = -a$  bis  $x = +b$  und von  $y = -t$  bis  $y = -h$ . Dann ist die  $x$ -Komponente des magnetischen Feldes eines Stromfadens von dem Querschnitt  $dx dy$  und der Stromdichte  $\mathfrak{J}$

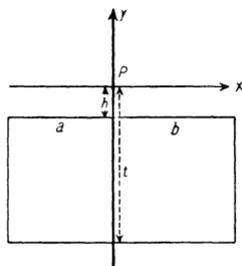


Fig. 3.

$$h_x = -2 \mathfrak{J} \frac{y}{x^2 + y^2} dx dy.$$

Die  $x$ -Komponente des Feldes des gesamten Stromes ist somit

$$H_x = -2 \mathfrak{J} \int_{-a}^{+b} \int_{-t}^{-h} \frac{y}{x^2 + y^2} dx dy.$$

Die Integration nach  $x$  liefert zunächst

$$H_x = -2 \mathfrak{J} \int_{-t}^{-h} \left( \operatorname{arctg} \frac{b}{y} + \operatorname{arctg} \frac{a}{y} \right) dy = -2 \mathfrak{J} \int_{-t}^{-h} \left( \operatorname{arctg} \frac{y}{b} + \operatorname{arctg} \frac{y}{a} \right) dy.$$

Nun ist  $\int \operatorname{arctg} z \, dz = z \operatorname{arctg} z + \frac{1}{2} \ln(1 + z^2)$ . Somit ergibt die Integration nach  $y$

$$H_x = 2 \Im \left\{ t \left( \operatorname{arctg} \frac{t}{b} + \operatorname{arctg} \frac{t}{a} \right) - h \left( \operatorname{arctg} \frac{h}{b} + \operatorname{arctg} \frac{h}{a} \right) + \frac{b}{2} \ln \frac{b^2 + t^2}{b^2 + h^2} + \frac{a}{2} \ln \frac{a^2 + t^2}{a^2 + h^2} \right\}.$$

In gleicher Weise stellt sich die  $y$ -Komponente dar durch

$$h_y = 2 \Im \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy$$

und die Integration liefert

$$H_y = 2 \Im \left\{ b \left( \operatorname{arctg} \frac{b}{t} - \operatorname{arctg} \frac{b}{h} \right) - a \left( \operatorname{arctg} \frac{a}{t} - \operatorname{arctg} \frac{a}{h} \right) - \frac{t}{2} \ln \frac{t^2 + a^2}{t^2 + b^2} + \frac{h}{2} \ln \frac{h^2 + a^2}{h^2 + b^2} \right\}.$$

Zur Berechnung der Wirkung von Einlagerungen ist es am einfachsten und anschaulichsten, nach dem Kirchhoffschen Gesetz eine Stromverzweigung anzunehmen, derart, daß sich die Stromstärken in den verschiedenen Querschnitten im Verhältnis ihrer Leitfähigkeiten verteilen. Um hierbei den gemessenen Werten Rechnung zu tragen, ist es aber nötig, die Leitfähigkeitsunterschiede beträchtlich zu reduzieren. Denn tatsächlich verteilt sich ja nicht der gesamte Erdstrom wie bei einer Stromverzweigung linearer Leiter auf die beiden Querschnitte, sondern im wesentlichen nur der in der Umgebung der Einlagerung fließende Strom, wobei sich nach den Seiten hin ein allmählicher Ausgleich der Wirkung vollzieht. Als den tatsächlichen Verhältnissen am besten entsprechend ergibt sich somit die Annahme eines Verhältnisses der spezifischen Leitfähigkeiten von 1 : 10 bis höchstens 1 : 10<sup>3</sup>.

Sei  $J$  der Gesamtstrom (Leitungsstrom),  $J_1$  der Strom im Boden mit dem Querschnitt  $q_1$  und dem spezifischen Widerstand  $\sigma_1$ , und  $J_2$  der in der Einlagerung mit dem Querschnitt  $q_2$  und dem spezifischen Widerstand  $\sigma_2$  fließende Strom, dann ist also, da die Längen der Stromfäden in 1 und 2 nach der Verzweigung als gleich angesehen werden können, das Verhältnis der Stromstärken

$$J_1 : J_2 = \sigma_2 q_1 : \sigma_1 q_2$$

und daraus folgt, wegen  $J_1 + J_2 = J$ ,

$$J_1 = J \frac{\sigma_2 q_1}{\sigma_1 q_2 + \sigma_2 q_1}, \quad J_2 = J \frac{\sigma_1 q_2}{\sigma_1 q_2 + \sigma_2 q_1},$$

und da die Stromdichten gleich Stromstärke : Querschnitt sind, ist

$$\Im_1 = \frac{J \sigma_2}{\sigma_1 q_2 + \sigma_2 q_1}, \quad \Im_2 = \frac{J \sigma_1}{\sigma_1 q_2 + \sigma_2 q_1}.$$

Sei z. B. der Störungskörper eine Gangzone von 1 m Breite und 100 m Tiefenerstreckung, dann ist  $q_3 = 10^2$ ; nach obigem soll  $q_1 = 4 \cdot 10^5$  sein; wird  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 10^2$  gesetzt, dann ergibt sich daraus

$$\mathfrak{I}_1 = \frac{1}{4.1} \cdot 10^{-5}, \quad J = 2.44 \cdot 10^{-6} J; \quad \mathfrak{I}_2 = 2.44 \cdot 10^{-4} J$$

und für ein Verhältnis  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 10^3$

$$\mathfrak{I}_1 = 2 \cdot 10^{-6} J, \quad \mathfrak{I}_2 = 2 \cdot 10^{-3} J.$$

Nimmt man als Mächtigkeit der Einlagerung statt der Breite von 1 m nur eine solche von 0.1 m, dann gelten die gleichen Zahlenwerte wie oben, wenn man das Verhältnis der spezifischen Widerstände jeweils um eine Zehnerpotenz erhöht.

**II. Die Änderung der Neigung des magnetischen Vektors bei Überschreiten einer leitenden Einlagerung.** Nach den oben abgeleiteten Formeln läßt sich die Neigung des magnetischen Feldes für verschiedene Lagen gang-

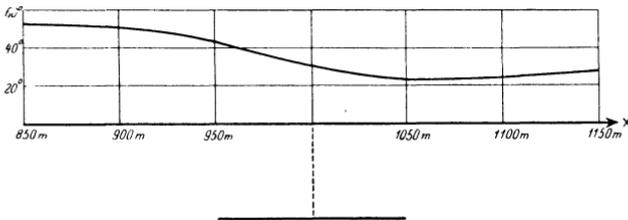


Fig. 4.

förmiger Einlagerungen berechnen. Die im folgenden wiedergegebenen und besprochenen Kurven sind auf diese Weise durch Berechnung für eine ganze Reihe Meßpunkte längs eines Profils senkrecht zu Leitung und Störungskörper gewonnen. Nach den oben gemachten Annahmen sind die Profile also senkrecht zu Leitung, Stromrichtung und Streichrichtung der Einlagerung genommen. Als Abszissen sind die Entfernungen der Meßpunkte von der Leitung, als Ordinaten die Neigungswinkel des magnetischen Vektors gegen die Horizontale aufgetragen, wobei der Vektor in Richtung auf die Leitung zu einfällt. Die Neigungswinkel sind gewonnen aus der Superposition der drei oben einzeln berechneten Felder. Unterhalb der Abszissenachse ist die Lage und Neigung der störenden Schichten gezeichnet. Als Verhältnis der spezifischen Widerstände ist, wenn nichts anderes bemerkt ist, für eine Mächtigkeit der Einlagerung von 10 cm nach den obigen Darlegungen  $10^3$  angenommen.

Die Kurve Fig. 4 zeigt die Änderung des Neigungswinkels bei Überschreiten einer 50 m tiefen und 100 m breiten horizontalen Platte, die Kurve Fig. 5 den Einfluß eines vertikal stehenden Ganges, welcher 5 m unter der Oberfläche ansetzt und von dort 100 m tief herabreicht. Fig. 5 läßt erkennen,

daß die Neigungswinkel bei Annäherung an den Gang stark abnehmen, das Minimum der Neigung aber erst jenseits des Ganges erreicht wird. Über dem Gange hat die Kurve einen Wendepunkt.

Um den Einfluß der Leitung zu erkennen, gibt die Kurve Fig. 6 die Neigungswinkel unter sonst gleichen Verhältnissen wie in Fig. 5, doch unter Ausschaltung der Leitungskomponente. Die negativen Werte der Winkel bedeuten ein Einfallen des Vektors nach der anderen Seite, d. h. von der Leitung fort.

Von großem praktischen Interesse ist der Fall, daß der Gang schräg einfällt, da dies in der Wirklichkeit am häufigsten vorkommt. Fig. 7 gibt die

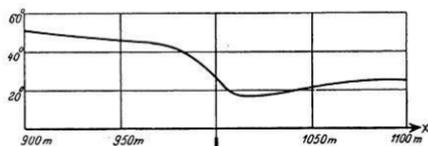


Fig. 5.

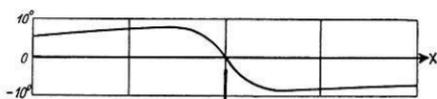


Fig. 6.



Fig. 7.

Winkelkurve für einen mit  $60^\circ$  gegen die Horizontale einfallenden Gang, welcher 5 m flach unter der Oberfläche ansetzt und 100 m flach von dort hinabreicht. Die Kurve *a* zeigt die Änderung der Neigungswinkel bei einem Einfallen des Ganges auf die Leitung zu, die Kurve *b* bei seinem Einfallen von der Leitung fort. Der Verlauf beider Kurven ist charakteristisch verschieden: die Krümmung der Kurve *a* setzt allmählich an, fällt kurz vor dem Ausbiß des Ganges steil ab bis zu einem scharfen Minimum kurz hinter dem Ausbiß und steigt dann erst steiler, dann langsamer wieder an, um in größerer Entfernung vom Ausbiß (etwa 100 m) horizontal zu werden und in noch größerer Entfernung (in der Figur nicht mehr gezeichnet) wieder abzufallen. Die Kurve *b* ist bis etwa 20 m vor dem Ausbiß fast linear und nur

sehr wenig geneigt, fällt dann scharf ab, hat über dem oberen Ende des Ganges *b* einen Wendepunkt und biegt in sanfter Krümmung zu einem breiten Minimum um, das aber erheblich weniger tief liegt als bei *a*, hinter welchem sie langsamer wieder ansteigt.

Ganz analog verhalten sich die Kurven in den Fig. 8 und 9. In diesen beiden Beispielen fällt der Gang unter einem Winkel von etwa  $26^\circ$  ein, und zwar gilt wieder jeweils die Kurve *a* für ein Einfallen des Ganges auf die Leitung zu, Kurve *b* für ein Einfallen von der Leitung fort. Für Fig. 8 ist angenommen, daß der Gang 10 m flach unter der Oberfläche ansetzt und sich wieder 100 m flach nach der Tiefe erstreckt. Bei Fig. 9 beginnt die bessere Leitfähigkeit erst 50 m flach unter dem Ausbiß und erstreckt sich von dort nur 50 m flach in die Tiefe. Wie zu erwarten steht, ist deshalb die Änderung der Neigungswinkel weniger groß und die Kurven zeigen weniger scharfe

Krümmung. In den Kurven *b* der Fig. 8 und 9 liegt wieder, wie in Fig. 7, der obere Wendepunkt der Kurve senkrecht über der oberen Grenze des Gebietes besserer Leitfähigkeit und das Minimum liegt etwa über seinem unteren Rande, im Unterschied zu Fig. 7, Kurve *b*, wo es um etwa 12 m in Richtung auf den Ausbiß hin verschoben ist. Es ist klar, daß bei den flacheren Lagerungsverhältnissen der Fig. 8 und 9 die untere Grenze des Ganges stärker zur Wirkung gelangen muß, als bei dem relativ steil stehenden und damit in größere Tiefe hinabreichenden Gang der Fig. 7. Dagegen prägt sich in den Kurven *a* die untere Grenze des Ganges nicht deutlich aus. Das Minimum der *a*-Kurven liegt diesmal annähernd über dem oberen Rande des besser leitenden Gebietes.

Fig. 10 zeigt die Änderung der Neigungswinkel für den Fall zweier paralleler Gänge, deren Ausbisse 50 m voneinander entfernt liegen und die wieder mit

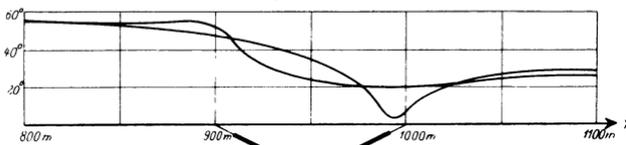


Fig. 8.

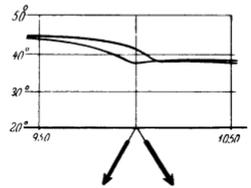


Fig. 11.

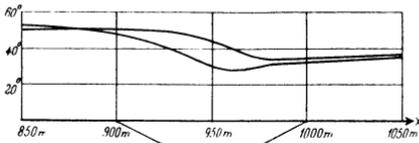


Fig. 9.

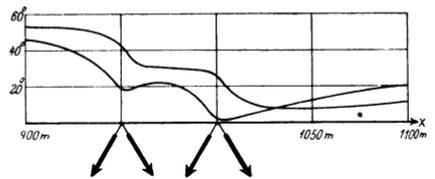


Fig. 10.

60° einfallen und von flach 5 m ab flach 100 m nach der Tiefe bessere Leitfähigkeit besitzen. Die Kurve *b* hat diesmal zwei Wendepunkte entsprechend den oberen Grenzen der besseren Leitfähigkeit der beiden Gänge. Die beiden Minima der Kurve *a* liegen jeweils einige Meter hinter dem Ausbiß des betreffenden Ganges.

Um die Wirkung einer Änderung des Verhältnisses der spezifischen Widerstände zu veranschaulichen, gibt Fig. 11 die Winkelkurve für die Lagerungsverhältnisse von Fig. 7 bei einem Leitfähigkeitsverhältnis von  $10^2$ . Die Winkel sind dabei in doppeltem Maßstab aufgetragen. Man sieht, daß der Charakter der Kurven der gleiche bleibt, dagegen die Winkeländerungen erheblich geringer sind. Die Komponenten des Leitungseinflusses und des homogenen Feldes bestimmen hier wesentlich stärker als in Fig. 7 den Feldverlauf.

In Ergänzung dieser theoretisch berechneten Kurven zeigen die Fig. 12 und 13 zwei Ausschnitte von durch Messung im Gelände gewonnenen Kurven.

Bei Punkt A (Fig. 12), wo die Kurve eine Einlagerung anzeigt, ist ein nahezu senkrecht stehender Gang von Bleiglanz durch einen Schacht aufgeschlossen und bis etwa 50 m Teufe abgebaut. Seine untere Teufenerstreckung ist nicht bekannt. Punkt A liegt in einer Entfernung von der Leitung, welche nur etwa einem Drittel des Elektrodenabstandes entspricht. Demgemäß ist dort die Leitung von erheblicheren Einfluß als in den berechneten Kurven, wodurch die Änderung der Neigungswinkel verringert wird. Doch zeigt der Charakter der Kurve gute Übereinstimmung mit den berechneten Kurven, wodurch die Rechnungsansätze und gemachten Vereinfachungen gerechtfertigt erscheinen. Fig. 13 zeigt die Wirkung zweier paralleler Gänge, welche geologisch nachgewiesen, bisher aber noch nicht aufgeschlossen sind. Die Größe der Winkeländerung entspricht etwa der der Fig. 11.

Aus diesen Beispielen geht hervor, daß die Neigung des magnetischen Vektors durch Einlagerungen erheblich beeinflußt wird, sofern das Feld der

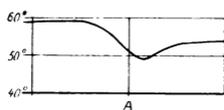


Fig. 12.

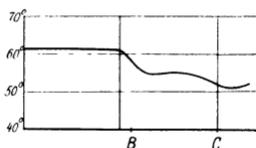


Fig. 13.

Leitung und der Einlagerung von gleicher Größenordnung sind. In der Nähe der Leitung überwiegt deren Feld so beträchtlich, daß dadurch die Wirkung der Einlagerung dort überdeckt wird. Sind die Felder aber von etwa gleicher Stärke, wie in den angeführten Beispielen den tatsächlichen Verhältnissen gemäß angesetzt wurde, dann läßt sich die Lage der Einlagerung aus der Kurve der Neigungswinkel bestimmen. Ferner zeigen die Kurven, daß es möglich ist, aus ihrem Verlauf die Einfallsrichtung der Einlagerung zu erkennen, und da sich auch die Kurven steil und flach einfallender Gänge unterscheiden, kann auch die

Art des Einfallens, wenn auch nicht der Einfallswinkel, aus dem Kurvenbild erkannt werden. Schließlich gibt die Größe der Änderung der Neigungswinkel einen Anhalt für das Leitfähigkeitsverhältnis zwischen Einlagerung und Nebengestein bzw. für die relative Mächtigkeit der Einlagerung.

**III. Die Vernachlässigung der Phasenverhältnisse und des im Boden induzierten Stromes.** Bei den obigen Betrachtungen wurden zwei Erscheinungen nicht berücksichtigt, welche bei Messungen mit Wechselstrom eine wesentliche Rolle spielen. Einmal die durch Phasenverschiebung zwischen den einzelnen Stromfäden im Boden untereinander wie auch zu dem in der Leitung fließenden Strom hervorgerufene Änderung des elektrischen und magnetischen Feldes. Die Herren M. Reich und F. Fischer haben für den der Untersuchung des Bodens mit Wechselstrom ganz analogen Fall der sogenannten Richtungskabel in Seewasser gezeigt\*), wie sich die Phase des Rückstroms mit zunehmender Entfernung von dem Strom zuführenden Kabel

\*) M. Reich und F. Fischer: Über die Stromverdrängung in Leitern mit un rundem Querschnitt. Zeitschr. f. Phys. 32, Heft 5.

kontinuierlich ändert. Ferner habe ich in der Physikalischen Zeitschrift\*) abgeleitet, daß durch die Leitfähigkeitsunterschiede von Einlagerungen und Nebengestein Phasenverschiebungen zwischen den einzelnen Stromfäden bewirkt werden und dadurch in der Nähe der Einlagerung eine elliptische Schwingung des elektrischen Vektors und eine Verschwenkung der großen Achse der Schwingungsellipse gegen die ursprüngliche Stromrichtung auftritt. Diese für die Messung der Potentiallinien sehr wesentlichen Erscheinungen müssen auf das magnetische Feld gleichfalls von Einfluß sein. Tatsächlich tritt auch bei der Ausmessung des magnetischen Feldes mit Induktionsspule verschiedentlich das unscharfe Minimum ohne völliges Verschwinden des Tones im Hörtelefon in der Minimumlage auf, welches für die Wirkung von Phasenverschiebungen charakteristisch ist. Trotzdem wurde hier von einer Berücksichtigung der Phasenverhältnisse abgesehen und diese einer späteren Arbeit vorbehalten, da bei der Ausmessung des magnetischen Feldes im Unterschied zu der Potentiallinienmessung lokale Phasenverschiebungen infolge der Integralwirkung weniger stark ins Gewicht fallen dürften. Eine kontinuierliche Änderung der Phase zwischen dem Strom in der Leitung und dem im Boden kann aber auf die durch die Einlagerung verursachte Änderung der Neigungswinkel des magnetischen Vektors, welche oben betrachtet wurde, nicht von ausschlaggebendem Einfluß sein.

Die andere nicht berücksichtigte Erscheinung ist die Induktionswirkung der Leitung auf den Untergrund. Neben dem elektrischen Strömungsfeld im Boden, hervorgerufen durch die Spannungsdifferenz an den Elektroden, tritt ein elektrisches Wirbelfeld auf, welches die von der Leitung ausgehenden magnetischen Kraftlinien im Boden induzieren. In der Nähe der Leitung ist dieses Feld so beträchtlich, daß bei Ausmessung der Potentiallinien diese durch die Leitung verschwenkt erscheinen\*\*). Da aber bei geradlinig zwischen den Elektroden verlegter Leitung, von der Umgebung der Elektroden abgesehen, die Stromfäden dieses Wirbelfeldes annähernd die gleiche Richtung wie die des elektrischen Strömungsfeldes haben und in genügendem Abstand von der Leitung nicht mehr wesentliche Stromstärke besitzen, durfte bei obiger Betrachtung auch dieses elektrische Wirbelfeld vernachlässigt werden.

Da aber dieses von der Leitung im Boden induzierte Stromfeld bisher kaum behandelt worden ist, soll sein Verlauf im folgenden noch kurz abgeleitet werden.

#### **IV. Das von der Leitung im Boden induzierte elektrische Wirbelfeld.**

Es ist das Verdienst Herrn R. Ambronns, in seinem Buch\*\*\*) auf dieses Feld

---

\*) W. Heine: Die Einflüsse von Induktion und Kapazität bei geophysikalischen Potentiallinienmessungen mit Wechselstrom. Phys. Zeitschr. 1926, Nr. 8.

\*\*\*) Derselbe: Über einige Sonderfragen der elektrischen Schürfmethode. „Metall und Erz“ 1926, Heft 18.

\*\*\*) Methoden der angewandten Geophysik. Verlag von Th. Steinkopff, Dresden 1926.

hingewiesen zu haben. Doch erwähnt er es nur kurz, entsprechend der Anlage dieses Buches, in dem reichhaltiges Material zusammengetragen ist, fast alle Fragen aber nur gestreift sind. So ist auch die in Fig. 57 auf S. 133 gegebene schematische Darstellung nicht weiter abgeleitet. Es soll deshalb im folgenden untersucht werden, wie das elektrische Wirbelfeld aussieht, das eine geradlinige, von Wechselstrom durchflossene Leitung in einem unendlichen Halbraum erzeugt. Dabei ist zu beachten, daß entsprechend der Betrachtungsweise Ambronn's von der Induktionswirkung der einzelnen Stromfäden aufeinander und auf die Leitung abgesehen werden soll, daß also die Wirkung eines endlichen, nicht ringförmig geschlossenen Leiterstückes auf den Boden betrachtet werden soll. Gerechtfertigt ist solche Betrachtung durch die Tatsache, daß in der Leitung der gesamte Strom fließt, der sich im ganzen Untergrund nach den Seiten und nach der Tiefe zu verteilt, so daß die Induktionswirkung dieses einen Teiles der geschlossenen Strombahn — der Leitung — die der anderen Teile — der Stromfäden im Boden — jedenfalls bis zu einer gewissen Entfernung von der Leitung erheblich überwiegt.

Für die Wirkung, welche die magnetischen Kraftlinien in einem Leiter hervorrufen, gilt die Maxwellsche Regel. Danach fließen die von einem Kraftlinienbündel induzierten Stromwirbel um dieses Kraftlinienbündel entgegen dem Uhrzeigersinn (in Richtung der Kraftlinien gesehen), solange eine Vermehrung der Kraftlinienzahl eintritt, d. h. also, solange der in der Leitung fließende primäre Wechselstrom anwächst. Vermindert sich die Kraftlinienzahl, d. h. also, schwillt der primäre Wechselstrom ab, dann fließen die induzierten Stromwirbel im Sinne des Uhrzeigers um die Kraftlinienrichtung. Es sei im folgenden

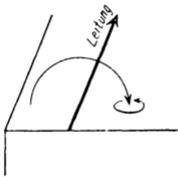


Fig. 14.

nur die eine Viertelperiode des primären Wechselstroms betrachtet, während welcher er in einer bestimmten Richtung fließt und sein Betrag anwächst. Dann gilt also, da die Richtung der magnetischen Kraftlinien um den primären Leiter, in Richtung des Primärstromes gesehen, einer Rechtsdrehung entspricht, daß der von einer solchen Kraftlinie induzierte Stromwirbel, in Richtung der Kraftlinie gesehen, eine Linksdrehung ausführt (Fig. 14).

Das in homogenem und elektrisch isotropem Boden induzierte Stromwirbelfeld ist an jedem Punkte proportional der Stärke des dort herrschenden magnetischen Feldes der Leitung. Dieses ist aber nach obigem

$$H_L = \frac{J}{r} (\sin \alpha_1 \pm \sin \alpha_2).$$

Nach dieser Formel lassen sich nun die Flächen gleicher Induktionsstärke im Boden berechnen, deren Schnittlinien mit der Erdoberfläche in Fig. 15 dargestellt sind. Nimmt man an, daß jede magnetische Kraftlinie im Boden einen Stromwirbel induziert, dann werden längs einer solchen Fläche sich die senkrecht zu dieser Fläche laufenden Teile benachbarter Stromwirbel jeweils auf-

heben, und es wird auf der den Elektroden abgekehrten Seite der Fläche ein Induktionsstrom in Richtung des in der Leitung fließenden Stromes, auf der den Elektroden zugekehrten Seite ein entgegengesetzter Induktionsstrom fließen.

Für eine der betrachteten Fläche gleicher Induktionsstärke benachbarte solche Fläche gilt nun das gleiche, mit der Maßgabe, daß dort die Induktion und damit die Stärke des induzierten Wirbelfeldes größer oder kleiner ist, je nachdem die benachbarte Fläche näher oder entfernter zur Leitung liegt. Infolgedessen sind in den einander zugekehrten Seiten benachbarter Flächen entgegengesetzte Stromrichtungen vorhanden, welche sich gegenseitig schwächen. Den Ausschlag über die resultierende Stromrichtung gibt jeweils die der Leitung näher liegende Fläche wegen des dort stärkeren Induktionsstromes, so daß die Gesamtrichtung des induzierten Stromes der Stromrichtung auf der der Leitung abgewandten Seite der Induktionsflächen entspricht. Der induzierte Strom fließt also längs dieser Flächen während der betrachteten Viertelperiode in gleicher Richtung wie der induzierende Strom in der Leitung. Lediglich direkt unter der Leitung hat er die umgekehrte Richtung, da dort die beiden Stromwirbelsysteme entgegengesetzt verlaufen und somit an den einander zugekehrten Seiten Ströme in gleicher und dem Strom in der Leitung entgegengesetzter Richtung auftreten. Doch gilt dies

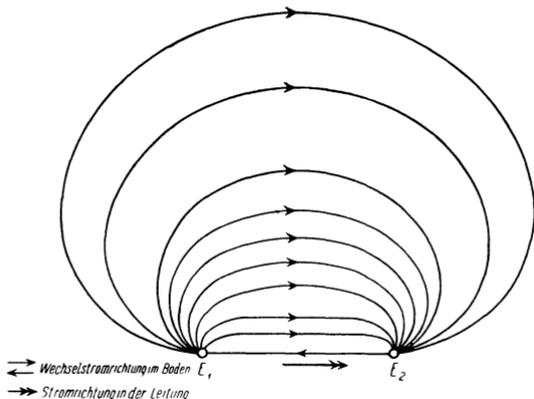


Fig. 15.

auch nur für den einen direkt der Leitung benachbarten Stromfaden, da in der unter der Leitung gelegenen Ebene senkrecht zur Oberfläche die gleichen Verhältnisse gelten, wie sie sich für die seitlich der Leitung gelegenen Teile der Erdoberfläche ergaben. Dies folgt auch daraus, daß das induzierte Stromwirbelfeld eine Rotationsfigur um die Leitung als Achse sein muß.

Das resultierende Stromwirbelfeld stellt sich also dar als eine Schar von Stromwirbeln, welche alle an den Elektroden in einem Stromfaden zusammenlaufen, der in entgegengesetzter Richtung wie die Leitung vom Strom durchflossen wird (s. die Pfeile in Fig. 15). Im ganzen übrigen Feld hat der induzierte Strom die gleiche Richtung wie der Strom in der Leitung. Da nun der von den Elektroden kommende Hauptstrom im Boden entgegengesetzte Richtung wie der Strom in der Leitung hat, wird in der betrachteten Viertelperiode (und ebenso in der entsprechenden entgegengesetzter Stromrichtung) der Hauptstrom durch den induzierten Strom geschwächt. Es ergibt sich entsprechend den Phasenverhältnissen ein resultierender Gesamtstrom, welcher in

der Nähe der Leitung seine Phase stark ändert, entsprechend der Änderung der Intensitäten der beiden Teilströme bei zunehmender Entfernung von der Leitung.

Die bisherigen Betrachtungen gelten für den Fall, daß die Leitung direkt am Boden aufliegt. Im allgemeinen wird in der Praxis die Leitung auf Stangen oder Bäume hochgelegt. Dadurch ändern sich in der Nähe der Leitung die Verhältnisse. Erstens ist nicht mehr hinter den Elektroden am Boden die Induktionswirkung der Leitung gleich Null, sondern sie hat entsprechend der obigen Formel noch einen wenn auch geringen und mit zunehmender Entfernung von der Elektrode sich verringernden Wert. Zweitens liegen die induzierten Stromwirbel seitlich der Leitung an der Erdoberfläche nicht mehr horizontal, sondern sind gegen die Erdoberfläche geneigt, da die Ebene eines solchen von einer magnetischen Kraftlinie erzeugten Wirbels senkrecht zu der die Erdoberfläche nun auch nicht mehr senkrecht schneidenden Kraftlinie liegen muß (Fig. 16).

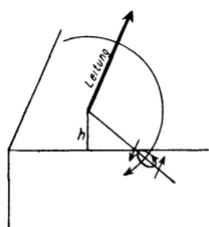


Fig. 16.

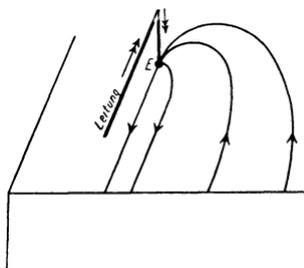


Fig. 17.

fläche in der Nähe der Leitung der resultierende Induktionsstrom umgekehrte Richtung wie der induzierende Strom haben muß. Wohl verstanden: nur an der Oberfläche selbst; für etwas tiefer gelegene Stromwirbel gilt bereits wieder, was oben allgemein galt, daß sich die entgegengesetzten

Stromrichtungen benachbarter Wirbelsysteme schwächen und die dem Strom in der Leitung gleiche Richtung überwiegt. In größerer Entfernung von der Leitung herrscht gleichfalls diese gleiche Stromrichtung. Dazwischen gibt es eine Zone der Stromlosigkeit, wo sich beide Stromwirbelstärken gerade aufheben. Sei  $h$  die Höhe der Leitung über dem Erdboden, dann berechnet sich die Entfernung dieser Zone von der Leitung in Annäherung zu  $1.41 \cdot h$ . In der Nähe der Elektroden ist in solcher Entfernung auch noch das magnetische Feld des vertikalen Teiles der Leitung zu berücksichtigen, welcher den Strom von der hochgelegten horizontalen Leitung zur Elektrode führt. Dieser Leiterteil induziert Stromwirbel, welche an der Erdoberfläche radikal von der Elektrode fort gerichtet sind. Das resultierende Stromwirbelfeld muß also in der unmittelbaren Nähe der Leitung so verlaufen, wie schematisch räumlich in Fig. 17 dargestellt ist. Dabei ist aber zu beachten, daß nun in dieser Gegend das Feld nicht mehr als Rotationsfigur um die Leitung als Achse gedacht werden darf, sondern daß unmittelbar unter der Erdoberfläche der induzierte Strom überall die gleiche Richtung wie der Strom in der Leitung hat. Die schematische Figur Ambronns gibt also auch in diesem Falle nicht genau

die tatsächlichen Verhältnisse wieder, vor allem wegen des im Verhältnis zur Länge der Leitung dort erheblich zu großen Abstandes der Indifferenzzone von der Leitung.

Ist die Leitung nicht geradlinig auf der Elektrodenverbindungsline geführt, sondern geht im Bogen um das Untersuchungsgebiet herum, dann gelten im Prinzip die gleichen Verhältnisse, wie sie oben behandelt wurden, dagegen ist die Form der Flächen gleicher Induktionsstärke und damit der Verlauf der induzierten Stromwirbel entsprechend dem Verlauf der Leitung geändert. In dem inneren Teil des Leitungsbogens ist die Induktion ungleich stärker als bei gleicher senkrechter Entfernung von einer geradlinigen Leitung. Da außerdem die Richtung des induzierten Stromes bei solcher Leitungsführung im allgemeinen stark von der Richtung des von den Elektroden kommenden Stromes abweicht, wird infolge der Phasenverschiebung zwischen diesem Hauptstrom und dem induzierten Strom das Achsenverhältnis der resultierenden Schwingungsellipse einen beträchtlichen Wert annehmen. Die Folge davon ist außer dem Auftreten sehr breiten Minimums eine beträchtliche Verschwenkung der Ellipsenachsen gegen die eigentliche Stromrichtung des von den Elektroden kommenden Stromes. Dies bedingt bei Potentiallinienmessungen zwecks Aufsuchen von Einlagerungen abweichender Leitfähigkeit eine Verschwenkung der gemessenen Potentiallinien (richtiger: Minimumlinien), welche, wenn sie nicht gar zu groben Irrtümern führt, das Linienbild mindestens erheblich kompliziert und schwer deutbar macht. Somit erscheint auch die von manchen Autoren empfohlene Leitungsführung „in weitem Bogen herum und beiderseits längs der äußeren Verlängerungen der Elektrodenverbindungsline“ \*) für die Messung nicht unbedenklich, und es erscheint sehr zweifelhaft, ob dadurch das Mittelfeld zwischen den Elektroden wirklich von Induktionswirkungen hinreichend frei bleibt.

---

## **Note on the Accuracy of Spectroscopic Measurements of the Amount of Ozone in the Atmosphere.**

By **G. M. B. Dobson**, D. Sc. F. R. S.

A reply to criticism regarding the accuracy of spectroscopic measurements of the amount of ozone in the earth's atmosphere. It is shown that the observed changes are not due to effects of dust and haze.

In the Zeitschrift für Geophysik **3**, Heft 4, 1927, Herr Dr. O. Hoelper suggests that the large changes in the ozone content of the atmosphere which we have found to be associated with changes in the pressure distribution at the ground, are largely fictitious and are really mainly due to changes in the

---

\*) Siehe z. B. Ambronn, l. c. S. 130.