

## **Werk**

**Jahr:** 1928

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 GEOGR PHYS 203:4

**Werk Id:** PPN101433392X\_0004

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN101433392X\\_0004](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN101433392X_0004) | LOG\_0017

## **Terms and Conditions**

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## **Contact**

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

### Literatur.

- 1) K. Friedl: Über die jüngsten Erdölforschungen im Wiener Becken. *Petroleum*, 23. Jahrg., S. 189—240 (1927) und *Zeitschr. d. intern. Bohrtechn.-Verbandes (I. B. V.)*, 35. Jahrg., S. 121 ff. (1927).
- 2) Otto Meier: Über das elektrische Schürfen auf Erdöl. *Allgem. österr. Chemiker- und Techniker-Ztg.*, 44. Jahrg., S. 105—106 (1926).
- 3) T. Levi-Civita: Influenza di uno schermo conduttore sul campo elettro magnetico di una corrente alternativa parallela allo schermo. *Atti della Reale Accademia dei Lincei*, S. 163 ff. Rom 1902.
- 4) M. Abraham: Die Induktion von Wechselstrom in einer ebenen leitenden Schicht. *Zeitschr. f. angew. Mathem. u. Mechan.*, S. 109—131 (1922).
- 5) K. Bauer: Scheibenströme in Wechselfeldern. *Archiv f. Elektrotechnik*, 16. Jahrg., S. 58—72 (1926).
- 6) M. Wien: Eine neue Form der Induktionswaage. *Ann. d. Phys. u. Chem.* **49**, 306—346 (1893).
- 7) R. Ambronn: Methoden der angewandten Geophysik, S. 137 f. Dresden und Leipzig 1926.
- 8) K. Schilowsky: D. R.-P. Nr. 322 040.
- 9) H. Hlauschek: Geologische Grundlagen der geoelektrischen Erdölsuche. *Zeitschr. f. prakt. Geologie* **35**, 22—27 (1927).
- 10) R. Rüdberg: Die Ausbreitung der Erdströme in der Umgebung von Wechselstromleitungen. *Zeitschr. f. angew. Mathem. u. Mechan.* **5**, 361—389 (1925). — O. Mayr: Die Erde als Wechselstromleiter. *ETZ*, S. 1352 ff. (1925). — G. Haberland: Theorie der Leitung von Wechselstrom durch die Erde. *Zeitschr. f. angew. Mathem. u. Mechan.* **6**, 366—379 (1926). — F. Pollaczek: Über das Feld einer unendlich langen wechselstromdurchflossenen Einfachleitung. *Elektr. Nachr.-Techn.* **3**, 339—359 (1926). — Derselbe: Über die Induktionswirkungen einer Wechselstrom-einfachleitung. *Ebenda* **4**, 18—30 (1927).

Berlin, den 31. Dezember 1927.

---

## Untersuchung der Potentialverteilung für einen speziellen Fall im Hinblick auf geoelektrische Potentiallinienverfahren.

Von J. N. Hummel. — (Mit neun Abbildungen.)

Es wird die Potentialverteilung um den unendlich langen elliptischen Hohlzylinder, der mit seiner Längsachse senkrecht im homogenen stationären Stromfeld liegt, unter besonderer Berücksichtigung seiner Spezialfälle untersucht. Aus den Ergebnissen werden für die geoelektrischen Methoden, bei denen Elektroden verwandt werden, praktische Folgerungen gezogen.

Bei allen geoelektrischen Aufschlußmethoden, bei denen Elektroden verwandt werden, ist die Abhängigkeit der Potentialverteilung von der Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit im Untergrund und von der Anordnung der Stromquellen von Wichtigkeit. Auf ihrer Kenntnis beruht die Beurteilung der Anwendungsmöglichkeiten dieser geoelektrischen Methoden, die Ermittlung ihrer Tiefenwirkung, die Wahl der günstigsten Elektrodenform und -anordnung,

sowie vor allem die Deutung der Meßergebnisse. Daher bildet die Berechnung und Diskussion der Potentialverteilung bei vorgegebener Tektonik und vorgegebenen Stromquellen die Grundlage solcher Untersuchungen. Sie ist indessen nur in wenigen Fällen exakt möglich, von denen einer in einer früheren Arbeit behandelt worden ist<sup>1)</sup>. Dort befand sich eine Kugel im unbegrenzten homogenen und isotropen Medium anderer Leitungsfähigkeit, das von einem konstanten Strome in einer festen Richtung durchflossen wird. Die Stromquellen bzw. -senken waren so verteilt, daß sich bei nicht vorhandener Einlagerung überall ein gleichgerichtetes homogenes Stromfeld ausbilden würde.

Die an diesem Beispiel vorgenommenen Idealisierungen dürften sich aus rechnerischen Gründen allgemein empfehlen. Da man in der Praxis meist mit Wechselstrom geringer Frequenz oder gar mit Gleichstrom arbeitet, gibt die Potentialverteilung im stationären Felde zum mindesten eine gute Annäherung an die wirklichen Verhältnisse<sup>2)</sup>. Polarisationserscheinungen, die darauf zurückzuführen sind, daß die Erde ein Elektrolyt ist, kommen bei Anwendung von Wechselstrom in Fortfall<sup>3)</sup>.

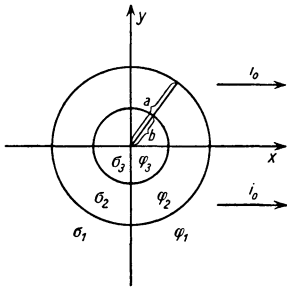


Fig. 1.

Als Stromquellen verwendet man gewöhnlich Punkt- oder Linienelektroden. In der Mitte zwischen einem solchen Elektrodenpaar, in einem Bereich, dessen Ausdehnung klein gegen den Elektrodenabstand ist, erhält man ein nahezu gleichmäßiges Stromfeld. Legt man dementsprechend den theoretischen Erörterungen die Annahme zugrunde, daß sich die aufzufindenden Einlagerungen im an und für sich gleichmäßigen und stationären Stromfelde befinden, so wird man in der Regel den praktischen Bedürfnissen genügend nahekommen.

Im folgenden soll unter dieser Voraussetzung die Potentialverteilung für einen weiteren Fall, für den sie bekannt ist, im Hinblick auf Potentiallinienverfahren erörtert werden. Es handelt sich um den unendlich langen elliptischen Hohlzylinder, der mit seiner Längsachse senkrecht im Felde liegt. Insbesondere sollen die praktisch bedeutsameren Spezialfälle untersucht werden.

Wir gehen von dem kreisförmigen Hohlzylinder aus, dessen Innenraum von einer dritten Substanz erfüllt ist. Das Koordinatensystem sei so gewählt, daß die  $z$ -Achse mit der Längsachse des Zylinders zusammenfällt. Die  $x$ -Achse liege in der Stromrichtung (Fig. 1). Da die Verhältnisse dann von  $z$  unabhängig sind, ist die Aufgabe auf ein ebenes Problem zurückgeführt und besteht darin, die Potentialverteilung um einen Kreisring in der Ebene zu berechnen. Die Radien der Innen- und Außenkreise seien bzw.  $b$  und  $a$ . Die Leitfähigkeiten der verschiedenen Medien seien  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  und  $\sigma_3$ . Hierbei beziehe sich der Index 1 auf den Außenraum, 2 auf die Ringfläche bzw. auf die Zylinderschale und 3 auf die Fläche des Innenkreises bzw. auf den Zylinderkern. Die Verhältnisse im ungestörten Medium seien durch den Index 0 gekennzeichnet.

Das Potential ist den Bedingungen unterworfen, daß es

1. in der ganzen Ebene stetig verläuft und der Laplaceschen Gleichung

$$\Delta \varphi \equiv \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0$$

genügt,

2. überall endlich ist,
3. im Unendlichen mit dem Potential  $\varphi_0$  des ungestörten Feldes übereinstimmt,
4. an den Grenzen für  $r = a$  und  $r = b$  die Bedingungen

$$\varphi_1 = \varphi_2, \quad \sigma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = \sigma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} \quad \text{und} \quad \varphi_2 = \varphi_3, \quad \sigma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = \sigma_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial n}$$

erfüllt, wobei  $r$  die Verbindungslinie zwischen Nullpunkt und Aufpunkt und  $n$  die Richtung der Normale, gleichviel in welchem Sinne, bedeuten.

Der ersten Bedingung kann man durch die Ansätze

$$\varphi_1 = A_1 x + \frac{B_1 x}{r^2}, \quad \varphi_2 = A_2 x + \frac{B_2 x}{r^2}, \quad \varphi_3 = A_3 x + \frac{B_3 x}{r^2}$$

genügen, worin  $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3$  noch zu bestimmende Konstanten sind<sup>4)</sup>. Von diesen sechs Konstanten ergibt sich  $A_1$  aus der dritten Bedingung, nach der für  $r = \infty$

$$\varphi = A_1 x = -\frac{i_\sigma}{\sigma_1} x$$

ist, zu

$$A_1 = -\frac{i_\sigma}{\sigma_1}.$$

Zufolge der zweiten Bedingung ist  $B_3 = 0$ . Die übrigen vier Konstanten ergeben sich aus den Grenzbedingungen für das Potential zu

$$A_2 = \frac{a^2(1+k)}{a^2 - b^2 k k'} A_1, \quad A_3 = \frac{(1+k)(1-k') a^2}{a^2 - b^2 k k'} A_1,$$

$$B_1 = \frac{a^2(a^2 k - b^2 k')}{a^2 - b^2 k k'} A_1, \quad B_2 = \frac{(1+k) k' \cdot a^2 \cdot b^2}{k \cdot k' \cdot b^2 - a^2} A_1,$$

wobei  $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} = k$  und  $\frac{\sigma_3 - \sigma_2}{\sigma_3 + \sigma_2} = k'$  gesetzt sind. Durch Einsetzen in die obigen Gleichungen erhält man für die Potentialwerte

$$\varphi_1 = A_1 \left( 1 + \frac{a^2 k - b^2 k'}{a^2 - b^2 k k'} \cdot \frac{a^2}{r^2} \right) x = \varphi_0 + \frac{a^2 k - b^2 k'}{a^2 - b^2 k k'} \cdot \frac{a^2}{r^2} \varphi_0,$$

$$\varphi_2 = A_1 \frac{a^2(1+k)}{a^2 - b^2 k k'} \left( 1 - \frac{b^2 k'}{r^2} \right) x = \frac{a^2(1+k)}{a^2 - b^2 k k'} \left( 1 - \frac{b^2 k'}{r^2} \right) \varphi_0,$$

$$\varphi_3 = A_1 \frac{(1+k)(1-k') a^2}{a^2 - b^2 k k'} x = \frac{(1+k)(1-k') a^2}{a^2 - b^2 k k'} \varphi_0.$$

In der Fig. 2 ist ein Potentiallinienbild gezeichnet, wie es sich auf Grund dieser Gleichungen ergibt, und zwar für den speziellen Fall, wo  $\sigma_3 = 0$ , also  $k' = -1$ ,  $\sigma_1 : \sigma_2 = 1 : 10$ , also  $k = -\frac{9}{11}$  und  $\frac{b}{a} = \frac{9}{11}$  ist. Die schwarzen Linien geben zugleich die Dichte, die gestrichelten nur den Verlauf an. Bei sinngemäßer Änderung der Bedingungen nehmen die Potentiallinien in diesem und den folgenden Potentiallinienbildern den Charakter von Stromlinien an.

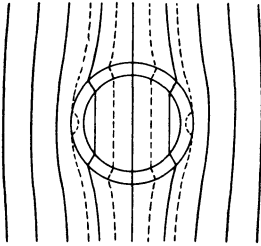


Fig. 2.

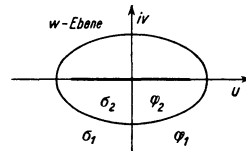


Fig. 5.

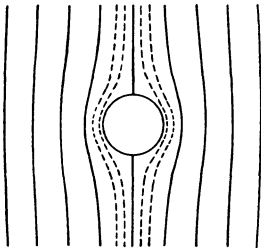


Fig. 3.

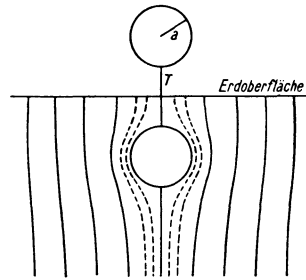


Fig. 4.

Durch Gleichsetzung von  $\sigma_3$  mit  $\sigma_2$  erhält man die Potentialverteilung für den Vollzylinder. Es wird  $k' = 0$  und

$$\varphi_1 = A_1 \left( 1 + k \frac{a^2}{r^2} \right) x = \varphi_0 + k \frac{a^2}{r^2} \varphi_0,$$

$$\varphi_2 = \varphi_3 = A_1 (1 + k) x = \varphi_0 + k \cdot \varphi_0.$$

Die Linien gleichen Potentials sind in diesem Falle für den Außenraum durch die Gleichung

$$x^3 - x_0 \cdot x^2 + (y^2 + k \cdot a^2) x - x_0 \cdot y^2 = 0$$

gegeben. Fig. 3 gibt ein Potentiallinienbild für den Grenzfall, in dem  $\sigma_2$  unendlich groß, also  $k = -1$  wird.

Ist der Zylinder im Halbraum eingelagert, so erhält man das Potentialflächenbild durch Spiegelung der Einlagerung an der Begrenzungsebene. Man gibt dem Spiegelbild das gleiche Vorzeichen wie der Einlagerung und kombiniert beide Bilder. Die Indikationen in der Begrenzungsebene werden hierbei doppelt so groß wie in der entsprechenden Schnittebene des unbegrenzten Leiters<sup>5)</sup>. Da

diese Verhältnisse für die Praxis, wo der Leiter immer durch die Erdoberfläche begrenzt ist, von Bedeutung sind, möge für einen solchen Fall auch eine Illustration gegeben werden. Fig. 4 gibt ein Potentiallinienbild, wo zum Vergleich der Vollzylinder des letzten Beispiels mit seiner Längsachse parallel der ebenen Erdoberfläche in einer Tiefe, die gleich seinem Radius ist, im Untergrund eingelagert ist.

Zur Ermittlung der Potentialverteilung um den elliptischen Zylinder geht man am besten vom kreisförmigen Hohlzylinder aus, indem man die Untersuchung wieder auf eine Schnittebene senkrecht zur Längsachse beschränkt. Da die Potentialfunktion der Laplaceschen Gleichung für die Ebene genügt, ist es möglich, das Abbildungsverfahren in Anwendung zu bringen<sup>6)</sup>. Man ersetzt die Cartesischen Koordinaten durch Gaußsche und transformiert für den vorliegenden Zweck die  $z$ -Ebene, in der sich der Kreisring befindet, auf eine  $w$ -Ebene durch die Beziehung

$$w = z + \frac{b^2}{z}.$$

Der Kreisschar  $r = c$  um den Nullpunkt der  $z$ -Ebene entspricht dann die Schar konfokaler Ellipsen

$$\frac{P + Q}{2} = c + \frac{b^2}{c} \quad \text{oder} \quad \frac{P + Q}{4} + \sqrt{\left(\frac{P + Q}{4}\right)^2 - b^2} = c$$

um die Punkte  $\pm 2b$  der  $w$ -Ebene, wobei  $P$  und  $Q$  die Brennstrahlen sind. Die Achsen der Ellipsen sind  $c + \frac{b^2}{c}$  bzw.  $c - \frac{b^2}{c}$ . Der innere Kreis geht in die Verbindungslinie der Brennpunkte über. Im Unendlichen stimmen die Bilder in beiden Ebenen überein. Fig. 5 gibt die Transformation des Kreisringes der Fig. 1 in die  $w$ -Ebene. Bei dieser Transformation bleibt die Bedingung  $\Delta\varphi = 0$  in der ganzen  $w$ -Ebene mit Ausnahme des schmalen Streifens, der die Verbindungslinie zwischen den Brennpunkten aufnimmt, gewahrt. Die Figur ist mit Ausschluß dieser Unstetigkeitsstelle überall konform, und die transformierten Niveau- und Stromlinien stehen auch in der  $w$ -Ebene wieder senkrecht aufeinander. Besitzt der Zylinderkern die Leitfähigkeit 0, so stört die Unstetigkeitsstelle das Potentiallinienbild nicht, da die Verbindungslinie der Brennpunkte dann mit einer Stromlinie zusammenfällt. Vertauscht man Strom- und Niveaulinien miteinander und gibt dem Zylinderkern unendlich große Leitfähigkeit, so fällt jetzt die Verbindungslinie mit einer Niveaulinie zusammen, und die Stetigkeit bleibt ebenfalls gewahrt.

Durch Einführung Gaußscher Koordinaten erhalten die Gleichungen für das Potential die Form

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= A_1 \Re \left[ z + \frac{a^2 k - b^2 k'}{a^2 - b^2 k k'} \cdot \frac{a^2}{z} \right], \\ \varphi_2 &= A_1 \frac{a^2(1+k)}{a^2 - b^2 k k'} \Re \left[ z - \frac{b^2 k'}{z} \right], \\ \varphi_3 &= A_1 \frac{(1+k)(1-k')a^2}{a^2 - b^2 k k'} \Re [z], \end{aligned}$$

wo  $\Re$  den reellen Teil bedeutet. Setzt man  $\sigma_3 = 0$ , also  $k' = -1$ , so gehen diese Gleichungen in

$$\varphi_1' = A_1' \Re \left[ z + \frac{a^2 k + b^2}{a^2 + b^2 k} \cdot \frac{a^2}{z} \right], \quad \varphi_2' = A_1' \frac{a^2(1+k)}{a^2 + b^2 k} \Re \left[ z + \frac{b^2}{z} \right]$$

über. Fig. 6 zeigt ein Potentiellinienbild, das mittels der Transformation gewonnen ist, für den speziellen Fall, wo  $\sigma_1 : \sigma_2 = 1 : 10$ , also  $k = -\frac{9}{11}$  und  $\frac{b}{a} = \frac{9}{11}$  ist.

Fließt der Strom im ungestörten Felde in Richtung der imaginären Achse, und setzt man  $\sigma_3 = \infty$ , so erhält man für das Potential des gestörten Feldes

$$\varphi_1'' = A_1'' J \left[ z + \frac{b^2 - a^2 k}{a^2 - b^2 k} \cdot \frac{a^2}{z} \right], \quad \varphi_2'' = A_1'' \frac{a^2(1+k)}{a^2 - b^2 k} J \left[ z + \frac{b^2}{z} \right],$$

wo  $J$  den imaginären Teil bedeutet.

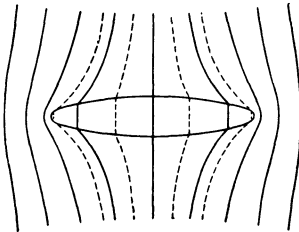


Fig. 6.

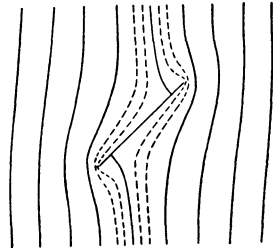


Fig. 7.

Der Fall beliebiger Neigung der Ellipsenachsen gegen die Stromrichtung wird durch Kombination beider Bilder erhalten. Es ist

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_1' + \varphi_1'' = A_1' \Re \left[ w + k \frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2 k} \cdot \frac{2}{w + \sqrt{w^2 - 4b^2}} \right] \\ &\quad + A_1'' J \left[ w - k \frac{a^4 - b^4}{a^2 - b^2 k} \cdot \frac{2}{w + \sqrt{w^2 - 4b^2}} \right], \\ \varphi_2 &= \varphi_2' + \varphi_2'' = a^2(1+k) \left\{ \frac{A_1'}{a^2 + b^2 k} \Re [w] + \frac{A_1''}{a^2 - b^2 k} J [w] \right\}^8. \end{aligned}$$

Die Neigung der Stromrichtung gegen die reelle Achse beträgt im ungestörten Felde  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_1''}{A_1'}$ . Ein Beispiel ist in der Fig. 7 für den Fall gegeben, wo  $a = b$ ,  $\sigma_2 = \infty$ , also  $k = -1$  und  $\operatorname{tg} \alpha = 1$  ist. Hier befindet sich eine unendlich gut leitende und unendlich dünne Platte unter einer Neigung von  $45^\circ$  im Stromfeld. Bei bestimmter Neigung des elliptischen Zylinders um seine Längsachse gibt dieser Grenzfall Aufschluß über die größten, überhaupt möglichen Störungen.

In ganz derselben Weise wie der elliptische Vollzylinder ist der all-gemeinste Fall des elliptischen Hohlzylinders zu behandeln. Man hat nur von dem zweischaligen Kreiszyylinder auszugehen, was keine weiteren Schwierigkeiten mehr bietet<sup>9)</sup>. Wegen der geringeren praktischen Bedeutung sei hier nicht näher darauf eingegangen.

Es ist von besonderem Interesse, den Einfluß zu untersuchen, den das Verhältnis der Leitfähigkeit des Störungskörpers zu der des Muttergesteins auf das Potential- bzw. Stromlinienbild bei der Kugel, dem Kreiszyylinder und dem elliptischen Zylinder ausübt. Ist die Leitfähigkeit des Störungskörpers unendlich groß, so ist der Potentialabfall in ihm in jedem Falle 0, unabhängig von seiner speziellen Gestalt. Anders die Stromdichte. Sie behält auch in diesem Grenzfall einen endlichen Wert, der für die Gestalt des Störungskörpers charakteristisch ist. Es empfiehlt sich demnach, nicht die Anhängigkeit des Potentials, sondern die der Stromdichte  $i$  von dem Verhältnis der Leitfähigkeiten zu untersuchen. Für die Kugel gelten die Beziehungen

$$\frac{i_2}{i_0} = \frac{3\sigma_2}{2\sigma_1 + \sigma_2}, \quad \lim_{\sigma_2 = \infty} \left(\frac{i_2}{i_0}\right) = 3.$$

Zeichnet man diese Anhängigkeit in ein Diagramm ein, wobei  $\frac{i_2}{i_0}$  auf der Ordinate und  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$  auf der Abszisse abgetragen wird, so erhält man eine Kurve,

die von 0 aus über den Punkt  $\frac{i_2}{i_0} = 1$ ,  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1$  mit konkaver Krümmung zur Abszisse erst stärker, dann schwächer ansteigt, um sich schließlich der Geraden  $y = 3$  asymptotisch zu nähern (Fig. 8). Man sieht, daß die Stromdichte im Störungskörper zunächst annähernd proportional mit seiner

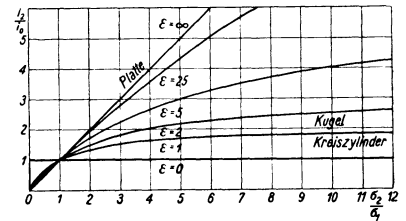


Fig. 8.

Leitfähigkeit, jedoch bald schwächer wächst, um kaum noch zuzunehmen, sobald die Leitfähigkeit einen gewissen Wert, etwa das Zehnfache der des Muttergesteins, überschritten hat. Hierauf ist wiederholt hingewiesen worden.

Für den Kreiszyylinder gelten die Beziehungen

$$\frac{i_2}{i_0} = \frac{2\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}, \quad \lim_{\sigma_2 = \infty} \left(\frac{i_2}{i_0}\right) = 2.$$

Wie die entsprechende Kurve in der Fig. 8 erkennen läßt, ist der Verlauf der Stromdichte ein ähnlicher wie bei der Kugel, nur daß sie im Höchsthalle nur noch doppelt soviel wie die Stromdichte im ungestörten Felde beträgt. Trotzdem ist die Störung des Feldes bei der Kugel geringer als beim Kreiszyylinder, was sich daraus erklärt, daß der Strom von allen Seiten nach der Kugel hin,



oder von der Kugel fort drängt, während beim Zylinder der Ausgleich in jeder Schnittebene für sich stattfinden muß.

Wesentlich anders liegen die Verhältnisse beim elliptischen Zylinder. Die entsprechenden Beziehungen für die Stromdichte lauten hier, wenn eine Ellipsenachse in der Stromrichtung liegt,

$$\frac{i_2}{i_0} = \frac{2}{\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + 1\right) + \left(\frac{b}{a}\right)^2 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} - 1\right)}, \quad \lim_{a_2 = \infty} \left(\frac{i_2}{i_0}\right) = \frac{2a^2}{a^2 - b^2}.$$

Bezeichnet man das Verhältnis der in der Stromrichtung liegenden zu der senkrecht dazu liegenden Ellipsenachse mit  $\varepsilon$ , so erhält man anschaulicher

$$\frac{i_2}{i_0} = \frac{1 + \varepsilon}{1 + \varepsilon \frac{\sigma_1}{\sigma_2}}, \quad \lim_{a_2 = \infty} \left(\frac{i_2}{i_0}\right) = 1 + \varepsilon.$$

Die Kurven nähern sich auch hier wieder asymptotisch je einem Grenzwerte. Ist  $\varepsilon = 1$ , so ist dieser Grenzwert 2. Wird  $\varepsilon$  größer, so wächst dieser Wert. Das erste Kurvenstück, das annähernd proportional mit der Leitfähigkeit ansteigt, gewinnt immer mehr an Bedeutung. Wird schließlich die senkrecht zur Stromrichtung liegende Achse 0, so erhält man für die Stromdichte die Beziehung

$$\lim_{\varepsilon = \infty} \left(\frac{i_2}{i_0}\right) = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}.$$

Die Stromdichte in der Platte wächst proportional mit ihrer Leitfähigkeit. In der Fig. 8 ist die Abhängigkeit der Stromdichte für verschiedene Verhältnisse von  $\varepsilon$  durch Kurven dargestellt. Es ergibt sich aus ihrem Verlauf die für die Praxis wichtige Tatsache, daß die Leitfähigkeit eines in der Stromrichtung langgestreckten Körpers von sehr großer Bedeutung für das Potentiallinienbild an der Oberfläche ist, ganz im Gegensatz zu dem Falle einer kugelförmigen Einlagerung.

Die Verteilung der Stromdichte im Untergrund gewinnt eine eigene Bedeutung bei den sogenannten Rahmenmethoden. Dort wird das magnetische Wechselfeld an der Erdoberfläche vermessen, dessen Intensität und Richtung sich am bequemsten aus der Stromdichte herleiten lassen. Derartige Berechnungen hat W. Heine für einige Fälle durchgeführt<sup>10)</sup>. Die Stromdichte in den Einlagerungen hat er hierbei bis zu einem gewissen Grade willkürlich angenommen<sup>11)</sup>.

Ist die Erdoberfläche sowohl der Zylinderachse als auch der Stromrichtung parallel, so sind die Potentiallinien, die man über einer derartigen Einlagerung vermißt, geradlinig und einander parallel. Da man im allgemeinen nur ihren Verlauf, nicht aber ihre Dichte vermißt, wird sich infolge des Fehlens jeder Krümmung das Vorhandensein einer unendlich langen zylinderförmigen Einlagerung, die mit ihrer Längsachse parallel der Oberfläche und senkrecht

im Stromfeld liegt, im Potentiallinienbild nicht ausprägen. Auch im Falle einer geringen Neigung der Längsachse gegen die Oberfläche wird man kaum merkliche Störungen des Bildes erhalten. Praktische Bedeutung gewinnen die bisherigen Untersuchungen erst, wenn man den unendlich langen Zylinder als Grenzfall des endlich langen auffaßt und, von den gewonnenen Resultaten ausgehend, auf die Potentialverteilung um den endlichen Zylinder schließt.

Drei Feststellungen lassen sich ohne weiteres machen. Erstens werden beim endlichen Zylinder die ausgebuchteten Potentialflächen auch in Richtung der Zylinderachse in genügender Entfernung von der Zylindergrenze wieder in die des ungestörten Feldes asymptotisch einlaufen. Zweitens werden die Ausbuchtungen beim endlichen überall etwas kleiner sein als beim unendlich langen Zylinder. Die Differenz wird um so geringer sein, je länger der endliche Zylinder ist. Drittens werden die durch die

Begrenzung des endlichen Zylinders hervorgerufenen Krümmungen um so geringer sein, die Kurven werden an der Oberfläche um so flacher verlaufen, je mehr man sich von ihm entfernt. Auf diesen Tatsachen fußend, ist es nicht allzu schwierig, Potentiallinienbilder zu konstruieren, wie man sie an der Erdoberfläche über einen in seiner Länge begrenzten elliptischen Hohlzylinder, einschließlich aller seiner Spezialfälle, ungefähr erhalten kann. Zu berücksichtigen ist auch hierbei die Verdopplung der Indikationen infolge des fehlenden Leiterteils.

Fig. 9 b gibt ein nach diesen Gesichtspunkten gezeichnetes Potentiallinienbild über der Begrenzung einer wagerecht liegenden, unendlich gut leitenden Platte, wobei deren Tiefe etwa halb so groß angenommen ist wie ihre Breite in Richtung des Stromes (Fig. 9 a). Die eingezeichnete Krümmung der Linien ist natürlich bis zu einem gewissen Grade willkürlich.

Für diesen Extremfall soll noch die Tiefenwirkung der Methode angegeben werden. Befindet sich die Platte in einer Tiefe, die etwa das 1.15 fache ihrer Breite in der Stromrichtung beträgt, so erhält man an der Oberfläche immer noch Ausbuchtungen der Potentiallinien bis zum zehnten Teile dieser Tiefe. Nimmt man an, daß solche geringen Indikationen noch festgestellt werden können, so können auch derartige Einlagerungen unter den angenommenen günstigen Bedingungen noch bis zu der angegebenen Tiefe, die ebenfalls in der Fig. 9 a eingezeichnet ist, aufgespürt werden.

#### Literatur.

1) J. N. Hummel: Über die Tiefenwirkung bei geoelektrischen Potentiallinienmethoden. Zeitschr. f. Geophys., 4. Jahrg., S. 22 (1928).

2) Bezüglich der durch Anwendung von Wechselstrom bedingten Abweichungen vgl. W. Heine: Der Einfluß von Induktion und Kapazität bei geophysikalischen Potentiallinienmessungen mit Wechselstrom. Phys. Zeitschr., 27. Jahrg., S. 219—224 (1926).

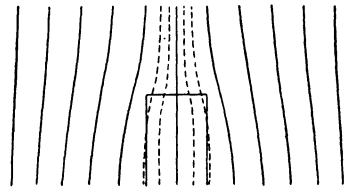


Fig. 9 a.

Erdoberfläche

Fig. 9 b.

3) Über die rechnerische Berücksichtigung der Gegenpolarisation für den auch hier behandelten Fall eines unendlichen Kreiszyinders vgl. V. Volterra: Sulle apparenze elettrochimiche. Atti della R. Accademia delle Scienze **18**, 147—168 (1882). Weitere Literaturangaben finden sich bei J. Stark: Stromverzweigung an Zwischenkörpern. Ann. d. Phys. u. Chem. **66**, 246 (1898).

4) Vgl. z. B. J. Stefan: Über die magnetische Schirmwirkung des Eisens. Sitzungsber. d. Kaiserl. Akad. d. Wiss. in Wien **85**, II. Abt., S. 613—642 (1882). H. du Bois: Über magnetische Schirmwirkung. Wied. Ann. **63**, 348—353 (1897), u. **65**, 1 (1898). Vgl. ferner Drude: Ann. **2**, 78 (1900).

5) Dies gilt auch für den früher behandelten Fall der Kugel. Die dort angegebenen Indikationen und daraus hergeleiteten Tiefen sind in diesem Falle noch mit dem Faktor 2 zu multiplizieren. Die Wirkung des fehlenden Leiterteils war in dieser Arbeit nicht richtig gedeutet. Vgl. J. Koenigsberger: Über die Berechnung der Wirkungen von Einlagerungen auf natürliche und künstliche homogene Felder in der Erde. Gerlands Beiträge **18**, 120 (1927).

6) Hierauf hat zum ersten Male G. Kirchhoff hingewiesen in einer Arbeit: Über stationäre elektrische Strömung in gekrümmten Flächen. Monatsber. d. Kaiserl. Akad. d. Wiss. zu Berlin, Juli 1875.

7) Vgl. E. Heine: Handbuch der Kugelfunktionen **1**, 49, 2. Aufl., Berlin 1878, und besonders J. Haubner: Über das logarithmische Potential einer nicht isolierten elliptischen Platte. Sitzungsber. d. Kaiserl. Akad. d. Wiss. in Wien **87**, II. Abt., S. 412—421 (1883).

8) Haubner: l. c., Anm. 7.

9) Derselbe: Ebenda.

10) W. Heine: Die Bestandteile des magnetischen Feldes bei geophysikalischen Bodenuntersuchungen mit Wechselstrom und seine Beeinflussung durch leitende Einlagerungen. Zeitschr. f. Geophys., 3. Jahrg., S. 293—307 (1927).

11) Vgl. S. 298 f. der Arbeit von Heine: l. c., Anm. 10.

Berlin, den 8. Februar 1928.

---

## Mächtigkeitsbestimmung von Deckschichten über Spalten durch Radioaktivitätsmessungen.

Von J. Koenigsberger. — (Mit einer Abbildung.)

Die Luftionisation durch die Strahlungen der Radiumemanation ist bekanntlich über tektonischen Spalten größer als anderwärts. Aus der Gestalt der Kurve, welche die Abhängigkeit der Ionisation vom Ort wiedergibt, läßt sich die Mächtigkeit der eine solche Spalte bedeckenden Schicht (Humusdecke, Alluvium, Diluvium usw.) ermitteln, wofür eine vereinfachte Theorie entwickelt und deren Anwendung an einigen Beispielen erläutert wird.

§ 1. Über Radioaktivitätsmessung als geophysikalische Aufschlußmethode hat in dieser Zeitschrift kürzlich Ferdinand Müller<sup>1)</sup> berichtet. Hier soll erörtert werden, inwieweit diese Methode zur ungefähren Bestimmung der Tiefe der Emanationsquelle dienen kann. Wenn die radioaktiven Substanzen in einer Gangspalte angereichert sind\*), so wird von dieser Spalte aus das

---

\*) Manchmal ist auch nur durch eine Verwerfung der Emanation der Weg aus der Tiefe erleichtert, ohne daß besonders stark radioaktive Absätze in die Spalte gelangten.