ist $h \sim 2/3\,T$. Hier bedeuten c und c_0 die Geschwindigkeiten der Transversalwellen in der unteren und oberen Schicht; h die Dicke der Schicht und T die Tiefe, in der die Amplitude praktisch Null wird. Hiernach ergibt sich in unserem Falle eine Schichtdicke von 40 m. In dieser Tiefe ist der Grundwasserspiegel gelegen.

Zu einem anderen Ergebnis kommt man, wenn man mit Wiechert annimmt, daß es sich bei den kurzperiodischen Schwingungen der seismischen Bodenunruhe um Schwingungen einer Schicht handelt, die an ihrem unteren Ende fest aufliegt. Bei einer Grundschwingung der Schicht ist dann die Dicke der Schicht gleich einer viertel Wellenlänge. Auch hier erfolgt die Bewegung nur in der horizontalen Richtung. Die Abnahme der Amplitude mit der Tiefe nach Fig. 7 führt dann auf eine Schicht, die in etwa 60 m Tiefe eine Diskontinuität aufweist. Bei der Grundschwingung einer Schicht dürfen zwischen den Bewegungen an der Erdoberfläche und in der Tiefe keine Phasendifferenzen bestehen. Untersuchungen in dieser Richtung sind bereits im Gange, aber noch nicht abgeschlossen.

Potsdam, Geodätisches Institut, den 29. Februar 1928.

Zur Theorie elektrischer Bodenforschung.

Von **W. Heine** (Starnberg).

In der in dieser Zeitschrift, Jahrgang III, Heft 2/3 erschienenen Arbeit „Einige Bemerkungen zur Möglichkeit der Aufsuchung und Lokalisierung von schlecht oder nicht leitenden Einlagerungen im Untergrund mittels elektrischer Wechselstrommethoden“ weist R. Ambronn auf die Tatsache des Auftretens eines Verschiebungsstromes in schlecht leitenden Körpern hin. Für ein Leiterstück von der spezifischen Leitfähigkeit λ, der Länge d und dem Querschnitt q senkrecht zur Stromrichtung ist der Ohmsche Widerstand $W_r = \frac{d}{\lambda q}$ Ohm. Hat dieses Leiterstück die Dielektrizitätskonstante δ und der es durchfließende Wechselstrom die Kreisfrequenz ω, dann ist sein kapazitiver Widerstand gegenüber dem Verschiebungsstrom $W_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{4\pi d}{\omega q \delta} \cdot 9 \,.\, 10^{11}$ Ohm. Ambronn gibt nun als Gesamtwiderstand dieses Leiterstückes an

$$W' = \frac{d}{q \lambda \omega \delta} \sqrt{\omega^2 \delta^2 + 4^2 \pi^2 \lambda^2 \,.\, 9^2 \,.\, 10^{22}}\ \text{Ohm} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

und weist dabei darauf hin, daß seine anderenorts*) angegebene Formel

$$W' = \frac{4\pi d \,.\, 9 \,.\, 10^{11}}{q(\omega\delta + 4\pi\lambda \,.\, 9 \,.\, 10^{11})}\ \text{Ohm} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

*) Allgemeine österreichische Chemiker- und Techniker-Zeitung 1926, Nr. 24.

die Phasenverschiebung von 90^0 zwischen Leitungs- und Verschiebungsstrom nicht berücksichtige. Ohne den Folgerungen, die Ambronn aus dem Auftreten des Verschiebungsstromes für die elektrische Aufsuchung von Nichtleitern zieht, zuzustimmen, möchte ich hier nur darauf hinweisen, daß diese neue Formel (1) auf den Gesamtwiderstand nicht anwendbar ist. Man kann sich davon leicht überzeugen, wenn man in dieser Formel $\lambda = 0$ setzt. Denn dann muß ja, was Ambronn gerade zeigen will, der Widerstand nicht „unendlich“, sondern gleich dem kapazitiven Widerstand werden, während die obige Formel (1) „unendlich“ ergibt.

Der Irrtum liegt darin, daß Ambronn einfach Ohmschen und kapazitiven Widerstand geometrisch addiert, als ob es sich um zwei hintereinander geschaltete Widerstände handle. Nun erhöht aber die Durchlässigkeit eines Leiterstückes für Verschiebungsstrom seine Leitfähigkeit, nicht seinen Widerstand; der Körper wird dadurch, daß er bei Wechselspannung dem Verschiebungsstrom einen endlichen Widerstand entgegensetzt, geeigneter für den Ausgleich des angelegten Spannungsfeldes, als er es bei Gleichstrom ist.

Sei E die Amplitude der Spannung, welche an den Endquerschnitten des Leiterstückes liegt, dann sind Leitungsstrom I_r und Verschiebungsstrom I_c gegeben durch

$$I_r = \frac{E\, e^{j\omega t}}{W_r}, \qquad I_c = \frac{E\, e^{j(\omega t + \pi/2)}}{W_c} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

Der gesamte das Leiterstück durchsetzende Strom ist also $I_s = I_r + I_c$ und seine Amplitude

$$I = \sqrt{\frac{E^2}{W_r^2} + \frac{E^2}{W_c^2}} = E\sqrt{\frac{1}{W_r^2} + \frac{1}{W_c^2}} \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

Somit ist der resultierende Widerstand, den das Leiterstück dem Gesamtstrom entgegensetzt:

$$W' = \sqrt{\frac{1}{W_r^2} + \frac{1}{W_c^2}} = \frac{4\pi d \,.\, 9 \,.\, 10^{11}}{q\sqrt{\delta^2\omega^2 + 4^2\pi^2\lambda^2 \,.\, 9^2 \,.\, 10^{22}}}\ \text{Ohm} \quad \ldots (5)$$

Wie man leicht sieht, geht Gleichung (5) im Unterschied zu (1) für $\lambda = 0$ in den Ausdruck für W_c über, für $\omega = 0$ (Gleichstrom) in den für W_r, und berücksichtigt im Unterschied zu (2) die Phasenverschiebung zwischen Leitungs- und Verschiebungsstrom.

Die in der geophysikalischen Literatur immer wieder benutzte Maxwellsche Formel für die Änderung des Potentials in einem homogenen unendlichen Stromfeld durch eine kugelförmige leitende Einlagerung hat das Schicksal, immer wieder mit irgend einem Fehler in den Indizes behaftet zu erscheinen. So in „Electrical Prospecting in Sweden“ von Sundberg, Lundberg und Eklund, ferner in dieser Zeitschrift u. a. in der Arbeit von Gibsone, Jahrgang III, Heft 5 und schließlich selbst in der Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften V, 17, P. Debye, „Stationäre und quasistationäre Felder“, S. 415.

In der genannten Arbeit der Schweden heißt die Formel für das gestörte Potential

$$V_s = V_p\left(1 - \frac{k_1 - k_2}{2k_1 + k_2}\cdot\frac{a^3}{r^3}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

wobei V_p das ungestörte Potential im Aufpunkte P, a den Radius der Kugel und r den Abstand des Aufpunktes vom Mittelpunkt der Kugel, der zugleich Nullpunkt des Koordinatensystems mit dem Potential „Null" ist, bedeutet, und k_1 bzw. k_2 der spezifische Widerstand des umgebenden Mediums bzw. der Kugel ist. Es ist klar, daß für $K_2 = 0$, d. h. unendlich gute Leitfähigkeit der Kugel, an deren Oberfläche ($r = a$) das Potential V_s den Wert „Null" haben muß. Nach (6) wird aber hierfür $V_s = \frac{1}{2} V_p$. Dagegen wird unsere Bedingung erfüllt durch Vertauschung des Indizes des Nenners, und der Grenzwert des Ausdrucks

$$\frac{k_1 - k_2}{2 k_2 + k_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

wird dann für unendlich gute Leitfähigkeit der Kugel gleich 1, für unendlich schlechte Leitfähigkeit gleich $^1/_2$. Setzt man statt der spezifischen Widerstände ihre reziproken Werte, die Leitfähigkeiten σ_1 bzw. σ_2, wobei σ_1 sich auf das umgebende Medium, σ_2 auf die Kugel bezieht, so wird der Ausdruck für das gestörte Potential

$$V_s = V_p \left(1 - \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2 \sigma_1 + \sigma_2} \cdot \frac{a^3}{r^3}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

In dem Enzyklopädie-Artikel von Debye und dem Aufsatz von Gibsone stimmt der Nenner des zweiten Gliedes mit dem bei (8) überein. Dagegen ist dort im Zähler eine Verwechslung der Indizes vorgekommen. Bei Gibsone heißt der Ausdruck irrtümlich $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2 \sigma_1 + \sigma_2}$, bei Debye $\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2 \sigma_1 + \sigma_2}$, doch erhält dafür das ganze Glied dort das positive Vorzeichen. Das gleiche gilt dort auch für das Potential im Innern der Kugel. Beides erweist sich als unrichtig, wenn man wieder den Grenzwert für unendlich gute Leitfähigkeit $\sigma_2 = \infty$ an der Kugeloberfläche ($r = a$) berechnet.

Um die so viel gebrauchte Formel sicherzustellen, sei hier ihre Ableitung aus dem Enzyklopädie-Artikel von Debye' mit berichtigten Indizes wiedergegeben. „Bringt man innerhalb eines unendlich ausgedehnten Leiters von der Leitfähigkeit σ_1, der in der positiven x-Richtung von einem konstanten (spezifischen) Strom i durchflossen wird, eine Kugel von der Leitfähigkeit σ_2 und dem Radius a an, so bekommt man das resultierende Stromfeld, indem man zu dem ursprünglichen Potential $\varphi_1 = - i/\sigma_1 x$ noch ein Zusatzpotential φ_2 addiert. Dieses ist im Innern der Kugel durch die Gleichung

$$\varphi_2 = \varphi_2^i = - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2 \sigma_1 + \sigma_2} \cdot \frac{i}{\sigma_1} x \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

dargestellt; außerhalb der Kugel gilt

$$\varphi_2 = \varphi_2^a = - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2 \sigma_1 + \sigma_2} \cdot \frac{i}{\sigma_1} \cdot \frac{a^3}{r^3} x \quad \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

Der Nullpunkt der x-Achse ist hierbei im Mittelpunkt der Kugel gedacht, während r den Abstand von diesem Mittelpunkt bedeutet.“

Es wird also das resultierende Potential Φ im Innern der Kugel

$$\Phi^i = \varphi_1 \left(1 + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\,\sigma_1 + \sigma_2}\right) \qquad (11)$$

und außerhalb der Kugel

$$\Phi^a = \varphi_1 \left(1 + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\,\sigma_1 + \sigma_2} \cdot \frac{a^3}{r^3}\right) \qquad (12)$$

wobei $\varphi_1 = - i/\sigma_1 x$ ist. Für $\sigma_2 = \infty$ und $r = a$ ergibt dies somit

$$\Phi^i = \Phi^a_a = \varphi_1 \left(1 + \frac{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} - 1}{2\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + 1} \right) = 0.$$

Zum Schluß möchte ich noch einen Rechenfehler berichtigen, der mir in meiner Arbeit „Die Einflüsse von Induktion und Kapazität bei geophysikalischen Potentiallinien-Messungen mit Wechselstrom“, Physikalische Zeitschrift 1926, S. 219ff. unterlaufen ist. Es muß dort bei der Ableitung der Gleichung der Schwingungsellipse (s. 221) heißen:

$$x - y = x \cos \psi + \sqrt{E^2 - x^2} \sin \psi$$

oder

$$2\,(1 - \cos \psi)\, x^2 + y^2 - 2\,(1 - \cos \psi)\, x y - E^2 \sin^2 \psi = 0,$$

$$\operatorname{tg} 2\,\delta = + \frac{2\,(1 - \cos \psi)}{2 \cos \psi - 1},$$

und S. 222 umgekehrt

$$2\,(1 - \cos \psi)\, x^2 + y^2 + 2\,(1 - \cos \psi)\, x y - E^2 \sin^2 \psi = 0,$$

$$\operatorname{tg} 2\,\delta = - \frac{2\,(1 - \cos \psi)}{2 \cos \psi - 1}.$$

Damit ändert sich das Resultat dahin, daß die Deformation der „Potentiallinie“ durch Phasenverschiebung bei Vorhandensein natürlicher Kondensatoren in gleicher (nicht „entgegengesetzter“) Richtung wie bei Ohmschen Leitfähigkeitsunterschieden erfolgt.

Mitteilungen.

Am 19. März 1928 verschied der Ehrenvorsitzende der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft der Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. E. Wiechert, Direktor des Geophysikalischen Instituts und ordentlicher Professor an der Universität in Göttingen. Ein Nachruf, der die Verdienste des Verstorbenen um die Entwicklung der Geophysik würdigt, wird im nächsten Hefte erscheinen.

Die Schriftleitung: Prof. Dr. G. Angenheister, Abteilungsvorsteher am Preuß. Geodät. Inst. Potsdam.