

## **Werk**

**Jahr:** 1928

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 GEOGR PHYS 203:4

**Werk Id:** PPN101433392X\_0004

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN101433392X\\_0004](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN101433392X_0004) | LOG\_0033

## **Terms and Conditions**

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## **Contact**

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

## Ein graphisches Verfahren für Drehwagenmessungen zur Berechnung der Geländewirkung und der Wirkung beliebig gestalteter Massenkörper\*).

Von **H. Haalek.** — (Mit sechs Abbildungen.)

Es wird ein einfaches, für die allgemeine Praxis der Drehwagenmessungen geeignetes graphisches Verfahren zur Ermittlung der Geländewirkung für jede beliebige Geländeform und beliebige Höhe des Instruments über dem Erdboden entwickelt und die praktische Anwendung an einem Beispiel gezeigt. Die Methode eignet sich auch zur einfachen Berechnung der Wirkung beliebig gestalteter Massenkonfigurationen auf die Drehwage.

Um die aus den Messungen mit der Eötvösschen Drehwage abgeleiteten Werte der zweiten Differentialquotienten des Schwerepotentials von der Geländewirkung, d. h. also von dem Einfluß der durch die Geländeform umrissenen Massenverteilung, zu befreien, sind in der Praxis verschiedene Methoden im Gebrauch. Das von Eötvös\*\*) ausgearbeitete Verfahren ist ganz auf die Verhältnisse der flachen ungarischen Tiefebene zugeschnitten; es beruht auf der nach einem festen Schema parzellenweise berechneten Geländewirkung unter einer vereinfachenden Annahme über die Geländeform. Mit der Erweiterung des Aufgabenkreises der Drehwage erwies sich die Eötvössche Methode, sobald die Drehwage in mehr kupiertem Gelände angesetzt wurde, als zu wenig genau. W. Schweydar\*\*\*) arbeitete ein neues genaueres Verfahren zur Erfassung der Geländewirkung aus. Bei diesem Verfahren werden die Höhen auf jedem Kreise mit dem Stationspunkt als Zentrum durch Fouriersche Reihen dargestellt, deren Konstanten aus den Höhenmessungen zu berechnen sind. Die Variation der Höhe von einem Kreise zum nächsten in einem beliebigen Azimut wird als proportional dem radialen Abstand von der Station angenommen. Hiermit kann jede beliebige Genauigkeit in der Berechnung der Terrainkorrektur erzielt werden, wenn die Breite der Ringe eng und die Zahl der Höhenmessungen auf jedem Kreise groß genug gewählt werden. In einer zweiten Veröffentlichung †) erweitert Schweydar noch die Genauigkeit in der

\*) Aus einem demnächst erscheinenden Heft der Sammlung geophysikalischer Schriften, herausgegeben von Prof. E. Mainka, Verlag Gebr. Borntraeger, Berlin.

\*\*) Bericht über die geodätischen Arbeiten in Ungarn. Verhandl. d. 15. Allgem. Konferenz d. Intern. Erdmessung 1906, I. Teil, S. 358 ff.

\*\*\*) W. Schweydar: Die topographische Korrektur bei Schweremessungen mit der Torsionswage. Zeitschr. f. Geophys. **1**, Heft 3, 81—89 (1925).

†) Derselbe: Zweite Mitteilung. Ebenda **3**, 17—23 (1927), Heft 1.

Anwendung seines Berechnungsverfahrens bei stärkeren Geländeunebenheiten dadurch, daß er auch noch für die größeren Entfernungen als 5 m ein weiteres Glied mit der zweiten Potenz der Höhe in den Reihenentwicklungen berücksichtigt.

An sich hindert nichts, sich von jeder Beschränkung einer Annahme über die Form der Oberfläche frei zu machen, da man die mathematische Approximation in jedem Einzelfall so weit treiben kann, daß die berechnete Gesamtwirkung der Massen von der wirklichen sich nur um eine beliebig kleine Größe unterscheidet. In der Praxis spielt aber der Zeitaufwand für die Rechnung eine sehr wichtige Rolle, weshalb man einfache Rechnungsformeln vorzieht; sie müssen aber so allgemein sein, daß sie auf alle vorkommenden Fälle anwendbar bleiben. Am naheliegendsten ist es, worauf E. Ansel\*) hinweist, die Gaußsche Methode der genäherten Quadratur anzuwenden. Es hat vor allen anderen Quadraturformeln (z. B. Trapezformel, Simpsonsche Regel) den Vorzug, daß sie mit einer Summe von  $n$ -Gliedern den Wert eines Integrals ebenso genau liefert, wie wenn die zu integrierende Funktion durch ein Polynom vom  $(2n - 1)$ . Grade ersetzt würde. Ein solches Verfahren ließe sich auf jede Geländeform anwenden. Der Praktiker neigt aber dazu, einfache Schemata vorzuziehen, die bis auf die einzusetzenden Beobachtungsdaten gebrauchsfertig vorliegen. Auch das Verfahren von W. Schweydar ist für die praktische Anwendung für ein bestimmtes Rechenschema zugeschnitten. Solche Schemata sind aber stets an eine bestimmte Ausführung des Nivellements gebunden und haben den Nachteil, daß sie auch leicht bei Geländeformen Anwendung finden, wo ihre Genauigkeit nicht ausreicht. So kann es sich in komplizierten Fällen (z. B. bei steilen Abstufungen) erweisen, daß eine große Anzahl von Nivellements nach den Halbmessern erforderlich ist, und daß die Fouriersche Entwicklung trotzdem schlecht konvergiert. Außerdem verlangen sie stets dieselbe Höhe des Bezugspunktes der Drehwage über dem Erdboden, für welche sie berechnet sind. Für die in der Praxis mit der Ausführung der Drehwagenmessungen betrauten Beobachter, von welchen fast stets eine Höchstleistung an zu messenden Stationen gefordert wird, ist es nicht immer möglich, das Schema der Berechnung der Geländewirkung je nach der Form des Geländes zu variieren oder eine etwaige besondere Geländeunregelmäßigkeit (z. B. Bacheinschnitt, Damm, einzelner unregelmäßiger Hügel oder dergl.) für sich auszumessen und zu berechnen, zumal eine dementsprechende mathematische Vorbildung in den seltensten Fällen vorhanden ist. Die Tatsache, daß die gesteigerten Anforderungen der praktischen Geophysik auch Drehwagenmessungen in schwierigem Gelände mit hinreichender Genauigkeit verlangen, läßt die Notwendigkeit derartiger einfacher, allgemeiner, aber doch sehr genauer Verfahren erkennen.

Es liegt nahe, einfache Abzählverfahren mit Hilfe von Diagrammen auszuarbeiten, welche auf jede Geländeform anwendbar sind. Derartige graphische

\*) E. Ansel: Die gravimetrischen Aufschlußmethoden. Lehrb. d. Geophys. Kap. 53, S. 533—544. Herausgegeben von B. Gutenberg, Berlin 1926.

Verfahren sind bereits mehrfach vorgeschlagen worden: Nach der von Numerov\*) vorgeschlagenen Methode teilt man das ganze Gelände derart in Felder ein, daß die über jedem Felde zu berücksichtigende Masse eine ihrer Dichte proportionale Wirkung ausübt. Durch Abzählen der Felder erhält man die Wirkung der gesamten Umgebung. Die Größe und Gestalt der Felder hängt ab von dem Azimut, der Entfernung von der Station und der Höhe des Geländes. Für die Praxis ist dieses Verfahren aus dem letzteren Grunde nicht geeignet. Die von K. Jung\*\*) entworfenen Diagramme ähneln dem Numerovschen Vorschlag. Sie weichen aber insofern etwas ab, als die Größe und Gestalt der Felder nur von dem Azimut und der Entfernung abhängen, während der Erhebungswinkel dadurch berücksichtigt wird, daß man je nach dessen Betrag den Feldern ein verschiedenes Gewicht zuerteilt. Zu diesem Zwecke müssen für jeden Meßpunkt erst Karten mit Linien gleicher Erhebungswinkel konstruiert werden, welches für die Praxis aber eine unrentable Umständlichkeit bedeutet. Eine weitere, dem Verfasser nicht näher bekannte graphische Methode von Below wird von Nikiforov\*\*\*) angegeben †).

Ein für die Praxis der Drehwagemessungen allgemein geeignetes graphisches Verfahren zur Ermittlung der Geländekorrektion muß nach Möglichkeit folgenden Bedingungen genügen:

1. Hinreichende Genauigkeit sowohl für flaches wie kuptiertes oder beliebig unregelmäßig gestaltetes Terrain.
2. Keine Gebundenheit an irgend eine bestimmte Ausführung des Nivellements.
3. Keine Gebundenheit an eine bestimmte Höhe des Bezugspunktes der Drehwage über der Erdoberfläche.
4. Möglichst einfache Handhabung bei Verwendung möglichst weniger Diagrammformulare.

Diesen Bedingungen sucht das im folgenden entwickelte Verfahren nach Möglichkeit gerecht zu werden.

Wir legen ein rechtwinkliges Koordinatensystem zugrunde mit dem Anfangspunkt im Bezugspunkt der Drehwage. Die positive  $x$ -Achse sei nach

\*) B. Numerov: Graphische Methode zur Berücksichtigung des topographischen Einflusses und des Einflusses der unterirdischen Massen auf die gravimetrischen Beobachtungen. Zeitschr. f. Geophys. 1, Heft 8, 367—371 (1925). — Derselbe: Die Interpretation der Schwerebeobachtungen (russisch). Bull. de l'institut astronomique Nr. 15, S. 165—167, Leningrad 1927.

\*\*) K. Jung (Dissertat.): Diagramme zur Bestimmung der Terrainwirkung für Pendel und Drehwage und zur Bestimmung „zweidimensionaler“ Massenanordnungen. Zeitschr. f. Geophys. 3, Heft 5, 201—212 (1927).

\*\*\*) P. Nikiforov: Physical Principles of the gravitational Method of Prospecting (russisch mit engl. Auszug). Bull. of the Inst. of Pract. Geophys. Nr. 1, S. 198 ff., 211 ff. Leningrad 1925.

†) Sehr praktische, von W. Birnbaum entworfene Diagramme sind seit Jahren bei der Exploration, G. m. b. H., in Gebrauch (nicht veröffentlicht).

Norden, die positive  $y$ -Achse nach Osten und die positive  $z$ -Achse nach oben gerichtet. Das Koordinatensystem muß identisch sein mit dem Koordinatensystem, auf welches die Messungen mit der Drehwage sich beziehen, also entweder mit den magnetischen oder astronomischen Hauptrichtungen. Ein Massenteilchen  $dm$  im Abstand  $r$  von der Station habe gegen den Bezugspunkt die Höhendifferenz  $z$ ; der Winkel zwischen der positiven  $x$ -Achse und  $r$  im Sinne des Uhrzeigers gezählt sei  $\psi$ . Wir führen jetzt Polarkoordinaten ein:

$$\begin{aligned} x &= r \cos \psi, \\ y &= r \sin \psi, \quad dm = \sigma r dr d\psi dz, \end{aligned}$$

wobei  $\sigma$  das spezifische Gewicht des Erdbodens bedeutet.

Wir nehmen nun an, daß sich die Attraktionswirkung der die Geländeebenenheiten bildenden Masse innerhalb des Raumes der Drehwagegehänge linear\*) ändert, beziehen also deren zweiten Differentialquotienten des Schwerepotentials auf den Bezugspunkt  $G$ . Diese ergeben sich dann zu:

$$\begin{aligned} U_{xz} &= \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} = -3\kappa\sigma \iiint \frac{r^2 \cdot z \cos \psi}{(r^2 + z^2)^{5/2}} dr d\psi dz, \\ U_{yz} &= \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} = -3\kappa\sigma \iiint \frac{r^2 z \sin \psi}{(r^2 + z^2)^{5/2}} dr d\psi dz, \\ U_{xx} &= \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = 3\kappa\sigma \iiint \frac{r^3 (\sin^2 \psi - \cos^2 \psi)}{(r^2 + z^2)^{5/2}} dr d\psi dz, \\ U_{xy} &= \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = 3\kappa\sigma \iiint \frac{r^3 \sin \psi \cos \psi}{(r^2 + z^2)^{5/2}} dr d\psi dz. \end{aligned}$$

Die Durchführung der Integration, von deren Richtigkeit man sich am besten durch Differentiation überzeugen kann, ergibt:

1. Integration nach  $z$  von 0 bis  $z$ :

$$\begin{aligned} \text{a) } \int_0^z \frac{z}{(r^2 + z^2)^{5/2}} dz &= \frac{1}{3r^3} - \frac{1}{3(r^2 + z^2)^{3/2}}, \\ \text{b) } \int_0^z \frac{dz}{(r^2 + z^2)^{5/2}} &= \frac{z(3r^2 + 2z^2)}{3r^4(r^2 + z^2)^{3/2}}, \end{aligned}$$

wir setzen jetzt, indem wir den Erhebungswinkel  $\varphi$  einführen:

$$z = r \operatorname{tg} \varphi.$$

---

\*) Streng genommen trifft es für die Massenunregelmäßigkeiten, welche sich in unmittelbarer Nähe des Instruments befinden, nicht mehr mit voller Genauigkeit zu, da die in der Theorie vernachlässigten höheren Differentialquotienten schon von wesentlichem Einfluß sind. [Vgl. z. B. K. Mader: Die Verwendung der Drehwage von Eötvös bei nahen großen Massen. Sitzungsber. d. Wien. Akad. d. Wiss., math.-naturw. Klasse II a, Nr. 3/4, S. 133 (1924).]

2. Integration nach  $r$  von  $r_1$  bis  $r_2$ :

$$\text{a) } \kappa \sigma \int_{r_1}^{r_2} \left\{ \frac{1}{(1 + \operatorname{tg}^2 \varphi)^{3/2}} - 1 \right\} \frac{dr}{r} = \kappa \sigma (\cos^3 \varphi - 1) \ln \frac{r_2}{r_1},$$

$$\text{b) } \kappa \sigma \int_{r_1}^{r_2} \operatorname{tg} \varphi \frac{3 + 2 \operatorname{tg}^2 \varphi}{(1 + \operatorname{tg}^2 \varphi)^{3/2}} \frac{dr}{r} = \kappa \sigma \sin \varphi (3 - \sin^2 \varphi) \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

3. Integration nach  $\psi$  von  $\psi_1$  bis  $\psi_2$ :

$$\text{a) } \begin{cases} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \cos \psi d\psi = \sin \psi_2 - \sin \psi_1, \\ \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin \psi d\psi = \cos \psi_1 - \cos \psi_2. \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \int_{\psi_1}^{\psi_2} (\sin^2 \psi - \cos^2 \psi) d\psi = \frac{1}{3} (\sin 2\psi_1 - \sin 2\psi_2), \\ \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin \psi \cos \psi d\psi = \frac{1}{4} (\cos 2\psi_1 - \cos 2\psi_2). \end{cases}$$

Praktisch ist es, wie sich aus dem folgenden ergibt, am vorteilhaftesten, folgende Größen konstant zu setzen:

$$\begin{aligned} \frac{r_2}{r_1} &= \sqrt[n]{m}, \\ \cos^3 \varphi_1 - \cos^3 \varphi_2 &= \frac{1}{f}, \\ \sin \varphi_2 \left( 1 - \frac{\sin^2 \varphi_2}{3} \right) - \sin \varphi_1 \left( 1 - \frac{\sin^2 \varphi_1}{3} \right) &= \frac{2}{3f}. \end{aligned}$$

Dann bedeutet  $n$  die Zahl der Teile in radialer Richtung zwischen einem beliebigen Abstand  $R$  und dem  $m$ -fachen Abstand  $m \cdot R$ ,  $f$  die Zahl der Strahlen in einem Quadranten ( $\varphi$  von 0 bis  $90^\circ$ ). Setzen wir ferner zur Abkürzung:

$$\frac{\kappa \sigma}{f} \ln \sqrt[n]{m} = C,$$

so ist:

$$\text{a) } \kappa \sigma (\cos^3 \varphi_1 - \cos^3 \varphi_2) \ln \frac{r_2}{r_1} = C,$$

$$\text{b) } \kappa \sigma \{ \sin \varphi_2 (3 - \sin^2 \varphi_2) - \sin \varphi_1 (3 - \sin^2 \varphi_1) \} \ln \frac{r_2}{r_1} = 2C.$$

Setzt man für  $n$ ,  $m$  und  $f$  Zahlenwerte ein, so lassen sich für die beiden Fälle a) (Gradienten) und b) (Krümmungsgrößen) Diagramme zeichnen, in welchen bedeutet:

Im Diagramm a übt jedes einzelne mit Masse ausgefüllte Feld auf den horizontalen Schwerkraftsgradienten im Punkte  $G$  folgenden Einfluß aus:

$$\left. \begin{aligned} U_{xz} &= -C(\sin \psi_2 - \sin \psi_1) \\ U_{yz} &= -C(\cos \psi_1 - \cos \psi_2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (I)$$

Im Diagramm b übt jedes einzelne mit Masse ausgefüllte Feld auf die Krümmungsgrößen im Punkte  $G$  folgenden Einfluß aus:

$$\left. \begin{aligned} U_d &= C(\sin 2\psi_1 - \sin 2\psi_2) \\ U_{xy} &= \frac{C}{2}(\cos 2\psi_1 - \cos 2\psi_2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (II)$$

Um Zahlenwerte für die Konstanten  $n$ ,  $m$  und  $f$  einzusetzen, ist es am praktischsten,  $m = 10$  zu wählen, d. h.  $r_2 = \sqrt[n]{10} \cdot r_1$ , weil dadurch das Dezimalsystem innegehalten wird; wird dann der erste Teilstrich als Einheit gesetzt, so folgt der  $n$ -te Teilstrich als 10. Daraus ergibt sich:

Die Diagramme können angewendet werden für die Entfernungen:

- a) von 1 m bis 10 m, Längeneinheit = 1 m,
  - b) " 10 " " 100 " " = 10 " ,
  - c) " 100 " " 1000 " " = 100 " ,
- usw.

Geländehöhe und Entfernung von der Station müssen stets in gleichem Maßstab eingezeichnet werden.

In den beigegebenen Diagrammen a und b ist ferner gesetzt:

$$\begin{aligned} n &= 30, \\ f &= 16. \end{aligned}$$

Ebenso ist noch folgende, für die Abzählungen etwas bequemere Abänderung getroffen worden: Das von den Abständen  $r_2$  und  $r_1$  und den Strahlen  $\varphi_2$  und  $\varphi_1$  eingeschlossene Feld  $ABCD$  wird durch das inhaltsgleiche Rechteck  $A'B'C'D'$  bei (nahezu) unveränderter Lage des Schwerpunktes ersetzt. Dann ist:

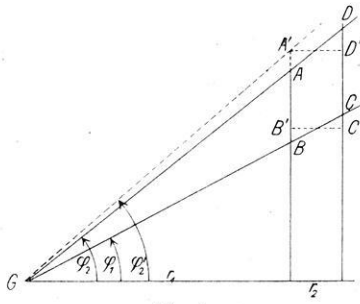


Fig. 1.

$$\text{tg } \varphi'_2 = \text{tg } \varphi_2 \cdot \frac{1}{2} (1 + \sqrt[n]{m}) = 1.04 \text{ tg } \varphi_2.$$

Der Fehler, den man hierbei begeht, ist so verschwindend klein, daß er keine Rolle spielt.

(Die kräftiger ausgezogenen Linien in den Diagrammen dienen nur zur Erleichterung des Abzählens.) In den Teilen, in

welchen die Ab- bzw. Zunahme der Größe der Felder mit dem Erhebungswinkel am wenigsten linear erfolgt, ist in den Diagrammen noch die Halbierungslinie (gestrichelt) und noch die Halbierungslinie der einen Feldhälfte (punk-

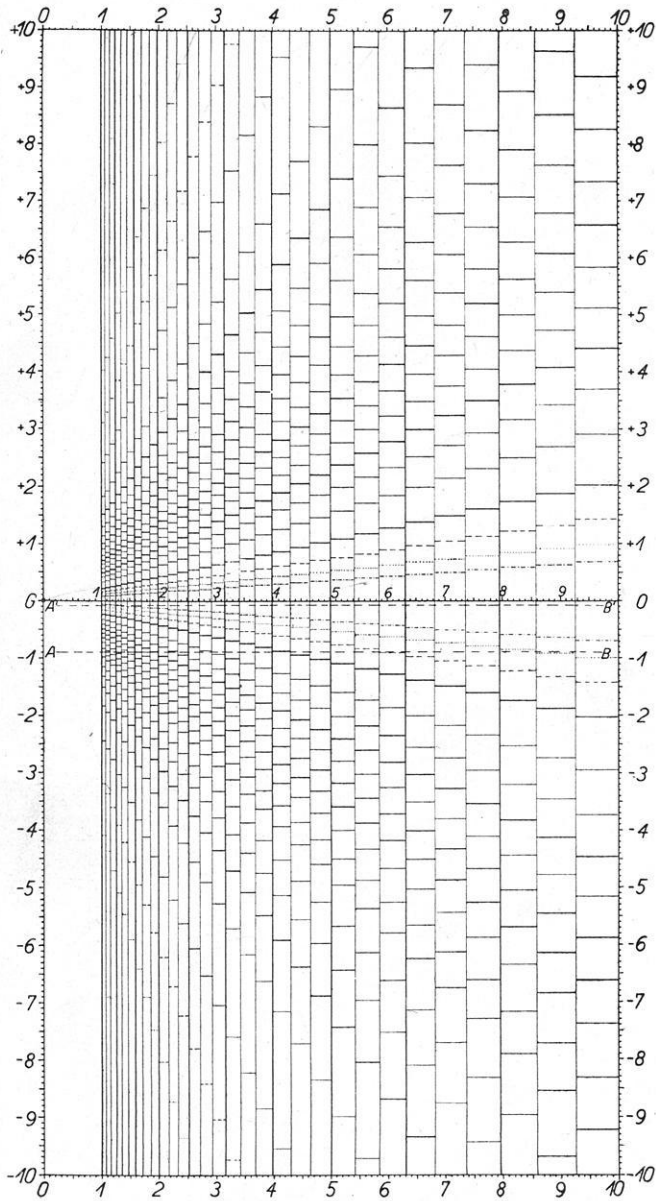


Diagramm a.



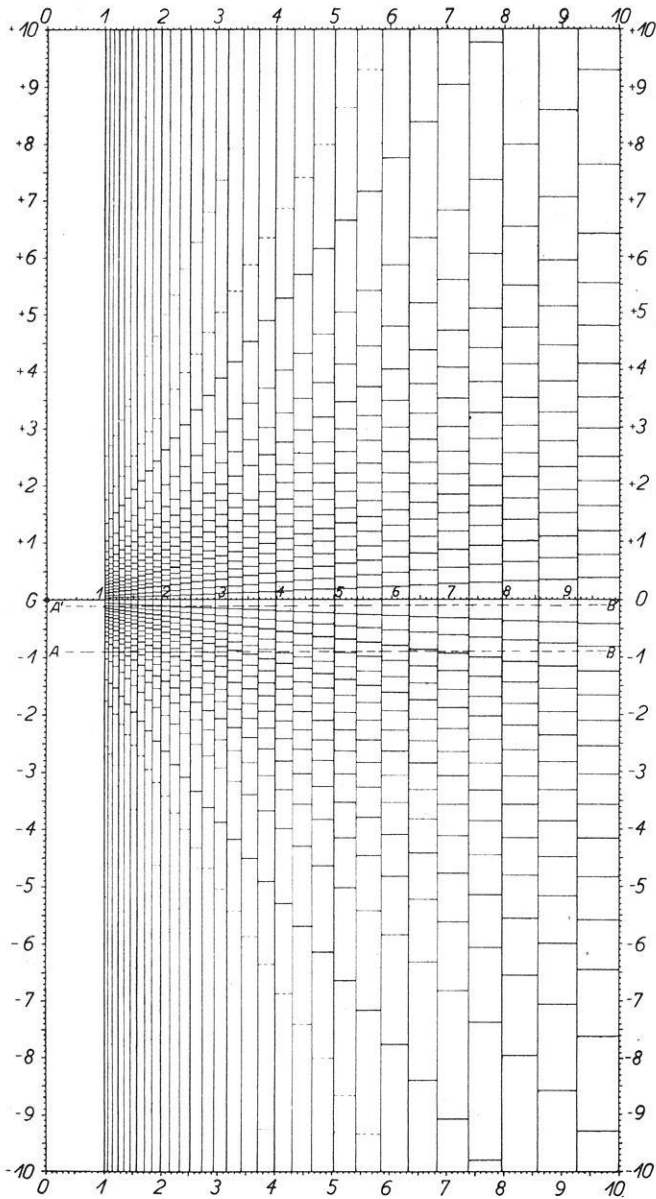


Diagramm b.

tiert) mit eingezeichnet, im Diagramm a ist auch die letztere nochmal halbiert (strich-punktiert).

Der numerische Wert von  $C$  ist, wenn wir die Dichte  $\sigma$  des Erdbodens gleich 1.8 setzen:

$$C = 0.5753 \cdot 10^{-9} = 0.5753 \text{ E}^*).$$

Ist die Dichte  $\sigma$  eine andere, so muß  $C$  mit dem Faktor  $\frac{\sigma}{1.8}$  multipliziert werden.

In den beiden Diagrammen bedeutet  $G$  den Bezugspunkt der Drehwage; die Zählung ist oberhalb der durch  $G$  gehenden Horizontalen positiv, unterhalb derselben negativ zu rechnen. Beim Nivellement ist also stets die Höhendifferenz gegen den Bezugspunkt  $G$  zu rechnen. Daraus folgt, daß die Höhe des Bezugspunktes über der Erdoberfläche ohne Einfluß auf die Berechnung der Geländewirkung ist. Es ist dieser Umstand recht oft von großem Vorteil, wenn es irgendwelcher Geländeverhältnisse wegen ratsamer ist, das Instrument höher als gewöhnlich aufzustellen: z. B. auf steinigem Boden, wenn eine genaue Planierung der unmittelbaren Umgebung des Instruments nicht möglich ist, wird der Einfluß dieser kleinen Unregelmäßigkeiten sehr abgeschwächt durch Höherstellen der Drehwage oder auch in Sumpfbetrieben oder dergl.

Praktisch geht man dabei am bequemsten so vor, daß man die Lage der horizontalen, durch den Fußpunkt des Instruments gehenden Ebene in die Diagramme a und b einträgt und stets relativ zu dieser Linie abzählt. So bedeutet also in den Diagrammen  $AB$  die horizontale Erdoberfläche für die Entfernung von 1 bis 10 m (d. h. Längeneinheit = 1 m) bei einer Bezugspunkthöhe von 90 cm (entsprechend der üblichen Höhe bei den Drehwagen der Askaniawerke),  $A'B'$  diejenige für die Entfernung von 10 bis 100 m (d. h. Längeneinheit = 10 m); darüber hinaus kann die Bezugspunkthöhe über der Erdoberfläche als unwesentlich vernachlässigt werden. Da nur alle die Felder gezählt werden sollen, welche die Massenunregelmäßigkeiten gegen die normale horizontale Erdoberfläche erfassen, also die Massentüberschüsse und Massendefizite, so folgt, daß die die Massendefizite unter dieser Ebene erfassenden Felder mit umgekehrtem Vorzeichen, also positiv, zu rechnen sind.

In nebenstehender Figur mit eingetragenem Höhenprofil sind also die vertikal schraffierten Teile positiv, die horizontal schraffierten negativ zu rechnen.

Mit Hilfe der Diagramme bestimmen wir den Geländeeinfluß in radialer und vertikaler Richtung; die Abhängigkeit vom Azimut ist durch die Formeln (I) bzw. (II) gegeben. Die Winkel  $\psi$  rechnen von der positiven  $x$ -Achse aus und werden positiv im Uhrzeigersinne gerechnet. Der zu einem

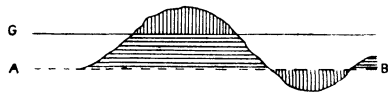


Fig. 2.

\*) Entsprechend dem Vorschlag von J. Koenigsberger [Petroleum 20, 723 (1924)] und W. Schweydar (a. a. O. siehe S. 161) wird die Einheit  $10^{-9}$  cgs = 1 E als Eötvös bezeichnet.

Radialschnitt gehörige Winkel  $\psi_2$  ist gleich dem Winkel  $\psi_1$  des folgenden Schnitts. Sind die Strahlen in gleichen Abständen, so kann man setzen, wenn  $\psi$  das Azimut des jeweiligen Strahls bedeutet:

$$\psi_2 = \psi + \frac{\alpha}{2},$$

$$\psi_1 = \psi - \frac{\alpha}{2},$$

wobei  $\alpha$  den Winkelabstand der Strahlen bedeutet. Man kann das Nivellement je nach dem Gelände gestalten: In Teilen stärkerer Unregelmäßigkeiten kann man die Strahlen und innerhalb dieser die Punkte enger legen, in Teilen geringer Unregelmäßigkeiten kann man sich mit größeren Abständen begnügen.

$$U_{xz} = -2C \cdot \left\{ \begin{array}{l} \text{A} \quad \sin 22\frac{1}{2}^{\circ} \{ -a_4 + a_8 + \cos 45^{\circ} (a_1 + a_7 - a_3 - a_5) \} \\ \text{B} \quad \sin 11\frac{1}{4}^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} -a_8 + a_{16} + \cos 22\frac{1}{2}^{\circ} (a_1 + a_{15} - a_7 - a_9) \\ + \cos 45^{\circ} (a_2 + a_{14} - a_6 - a_{10}) + \cos 67\frac{1}{2}^{\circ} (a_3 + a_{13} - a_5 - a_{11}) \end{array} \right\} \\ \text{C} \quad \sin 5\frac{3}{8}^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} -a_{16} + a_{32} + \cos 11\frac{1}{4}^{\circ} (a_1 + a_{31} - a_{15} - a_{17}) \\ + \cos 22\frac{1}{2}^{\circ} (a_2 + a_{30} - a_{14} - a_{18}) + \cos 33\frac{3}{4}^{\circ} (a_3 + a_{29} - a_{13} - a_{19}) \\ + \cos 45^{\circ} (a_4 + a_{28} - a_{12} - a_{20}) + \cos 67\frac{1}{2}^{\circ} (a_6 + a_{26} - a_{10} - a_{22}) \\ + \cos 56\frac{1}{4}^{\circ} (a_5 + a_{27} - a_{11} - a_{21}) + \cos 78\frac{3}{4}^{\circ} (a_7 + a_{25} - a_9 - a_{23}) \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

$$U_{yz} = -2C \cdot \left\{ \begin{array}{l} \text{A} \quad \sin 22\frac{1}{2}^{\circ} \{ \sin 45^{\circ} (a_1 + a_3 - a_5 - a_7) + a_2 - a_6 \} \\ \text{B} \quad \sin 11\frac{1}{4}^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} \sin 22\frac{1}{2}^{\circ} (a_1 + a_7 - a_9 - a_{15}) + \sin 45^{\circ} (a_2 + a_6 - a_{10} - a_{14}) \\ + \sin 67\frac{1}{2}^{\circ} (a_3 + a_5 - a_{11} - a_{13}) + a_4 - a_{12} \end{array} \right\} \\ \text{C} \quad \sin 5\frac{3}{8}^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} \sin 11\frac{1}{4}^{\circ} (a_1 + a_{15} - a_{17} - a_{31}) + \sin 22\frac{1}{2}^{\circ} (a_2 + a_{14} - a_{18} - a_{30}) \\ + \sin 33\frac{3}{4}^{\circ} (a_3 + a_{13} - a_{19} - a_{29}) + \sin 45^{\circ} (a_4 + a_{12} - a_{20} - a_{28}) \\ + \sin 56\frac{1}{4}^{\circ} (a_5 + a_{11} - a_{21} - a_{27}) + \sin 67\frac{1}{2}^{\circ} (a_6 + a_{10} - a_{22} - a_{26}) \\ + \sin 78\frac{3}{4}^{\circ} (a_7 + a_9 - a_{23} - a_{25}) + a_8 - a_{24} \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

$$U_d = 2C \cdot \left\{ \begin{array}{l} \text{A} \quad \sin 45^{\circ} \{ b_2 + b_6 - b_4 - b_8 \} \\ \text{B} \quad \sin 22\frac{1}{2}^{\circ} \{ b_4 + b_{12} - b_8 - b_{16} + \cos 45^{\circ} (b_3 + b_5 + b_{11} + b_{13} - b_1 - b_7 - b_9 - b_{14}) \} \\ \text{C} \quad \sin 11\frac{1}{4}^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} b_8 + b_{24} - b_{16} - b_{32} \\ + \cos 22\frac{1}{2}^{\circ} (b_7 + b_9 + b_{23} + b_{25} - b_1 - b_{15} - b_{17} - b_{31}) \\ + \cos 45^{\circ} (b_6 + b_{10} + b_{22} + b_{26} - b_2 - b_{14} - b_{18} - b_{20}) \\ + \cos 67\frac{1}{2}^{\circ} (b_5 + b_{11} + b_{21} + b_{27} - b_3 - b_{13} - b_{19} - b_{29}) \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

$$U_{xy} = C \cdot \left\{ \begin{array}{l} \text{A} \quad \sin 45^{\circ} \{ b_1 + b_5 - b_3 - b_7 \} \\ \text{B} \quad \sin 22\frac{1}{2}^{\circ} \{ \sin 45^{\circ} (b_1 + b_3 + b_9 + b_{11} - b_5 - b_7 - b_{13} - b_{15}) + b_2 + b_{10} - b_6 - b_{14} \} \\ \text{C} \quad \sin 11\frac{1}{4}^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} \sin 22\frac{1}{2}^{\circ} (b_1 + b_7 + b_{17} + b_{23} - b_9 - b_{15} - b_{25} - b_{31}) \\ + \sin 45^{\circ} (b_2 + b_6 + b_{18} + b_{22} - b_{10} - b_{14} - b_{26} - b_{30}) \\ + \sin 67\frac{1}{2}^{\circ} (b_3 + b_5 + b_{19} + b_{21} - b_{11} - b_{13} - b_{27} - b_{29}) \\ + b_4 + b_{20} - b_{12} - b_{28} \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

Da man in der Praxis — falls nicht eine besondere Geländeebenheit (z. B. Bach, einzelner Hügel oder dergl.) vorhanden ist — meistens ein gleichmäßiges Strahlennivellement vorzieht, so läßt sich in diesem Falle die Be-

rechnung, wenn die einzelnen Schnitte nach den Diagrammen a und b ausgezählt sind, noch weiter vereinfachen, indem man die einzelnen Azimute zusammenfaßt:

Der Nullstrahl falle mit der positiven  $x$ -Achse zusammen, die anderen Strahlen in gleichmäßigen Winkelabständen, gezählt im Uhrzeigersinne. Wir unterscheiden dabei drei Stufen der Genauigkeit:

A	8-Strahlennivellement,	Winkelabstand	$\alpha = 45^\circ$ ,
B	16-	"	$\alpha = 22\frac{1}{2}^\circ$ ,
C	32-	"	$\alpha = 11\frac{1}{4}^\circ$ .

In ebenem Gelände wird in vielen Fällen ein 8-Strahlennivellement genügen, ebenfalls eine Berücksichtigung des Geländes bis etwa 30 bis 50 m; ist das Gelände stärker unregelmäßig, so gibt ein 16-Strahlennivellement, ebenfalls die Berücksichtigung des Geländes bis zu einer größeren Entfernung, die je nach dem Einzelfall verschieden ist, eine größere Genauigkeit; in stark hügeligem bzw. gebirgigem Gelände kann die Genauigkeit durch Anwendung des 32-Strahlennivellements noch weiter gesteigert werden.

Es bedeuten  $a_1 \dots a_8$  bzw.  $b_1 \dots b_8$  die Auszählungen der einzelnen Strahlen nach den Diagrammen a und b bei einem 8-Strahlennivellement,  $a_1 \dots a_{16}$  bzw.  $b_1 \dots b_{16}$  und  $a_1 \dots a_{32}$  bzw.  $b_1 \dots b_{32}$  diejenigen bei einem 16- bzw. 32-Strahlennivellement. Dann erhalten wir für die drei verschiedenen Strahlennivellements A, B und C nach den Gleichungen (I) und (II), indem wir die einzelnen Strahlen zusammenfassen und die numerischen Werte für C und die Winkel einsetzen, die in nebenstehender Tabelle zusammengestellten Ausdrücke.

Um zu prüfen, welchem Einfluß ein Feld in den Diagrammen a und b auf die horizontalen Schwerkraftsgradienten bzw. auf die Krümmungsgrößen in Eötvös-Einheiten entspricht, betrachten wir den Nullstrahl in den drei Strahlennivellements A, B und C. Nach den Gleichungen (I) und (II) ergibt sich dann:

	A	B	C
$U_{xz} \dots \dots \dots$	0.44	0.224	0.106
$U_{yz} \dots \dots \dots$	0	0	0
$U_{\mathcal{A}} \dots \dots \dots$	0.406	0.22	0.112
$U_{xy} \dots \dots \dots$	0	0	0

Daraus folgt, daß es beim Abzählen genügt, wenn man die ganzen Felder zählt und die Teilfelder schätzt; es lassen sich natürlich auch ohne weiteres Diagramme mit kleineren Feldern zeichnen, welches für sehr genaue Messungen in ebenen Untersuchungsgebieten zu empfehlen ist. Erforderlich ist es besonders für die Gradienten, weil die Teilung der Felder bei kleinen Erhebungen nicht proportional dem Erhebungswinkel ist.

Bei einem 16-Strahlennivellement kann man auch auf folgende Weise vorgehen:

Man nimmt zunächst die Strahlen mit den geraden Zahlen (0, 2, 4 ...) heraus und berechnet, indem man die anderen Strahlen vernachlässigt, die

Geländekorrektion dieses 8-Strahlennivellements nach den unter A gegebenen Formeln. Sodann führt man dieselbe Berechnung durch mit den Strahlen, die ungerade beziffert sind (1, 3 ...), indem man jetzt die anderen Strahlen vernachlässigt und für diese Berechnung den Nullstrahl (d. h. die positive  $x'$ -Achse) mit dem Strahle 1 zusammenfallen läßt. Die Werte  $U'_{xz}$ ,  $U'_{yz}$ ,  $U'_d$  und  $U'_{xy}$ , die wir hierbei erhalten, müssen dann noch auf das ursprüngliche Koordinatensystem  $xyz$  transformiert werden; da der Winkel zwischen den beiden Koordinatensystemen  $22\frac{1}{2}^\circ$  beträgt, ist die Transformationsgleichung:

$$\begin{aligned} U_{xz} &= 0.924 U'_{xz} - 0.383 U'_{yz}, \\ U_{yz} &= 0.924 U'_{yz} + 0.383 U'_{xz}, \\ U_d &= 0.707 U'_d + 1.414 U'_{xy}, \\ U_{xy} &= 0.707 U'_{xy} - 0.354 U'_d. \end{aligned}$$

Die beiden Berechnungen der Geländewirkung ergeben naturgemäß etwas verschiedene Werte, da sie sich auf zwei voneinander unabhängige 8-Strahlennivellements gründen. Der wahrscheinlichste Wert ist das Mittel aus diesen beiden und muß ungefähr mit der Berechnung der Geländewirkung auf Grund des 16-Strahlennivellements nach Formel B übereinstimmen. Das obige Verfahren hat aber den Vorzug, daß die Differenz aus dem Ergebnis der beiden Berechnungen auf Grund der beiden gegeneinander verschobenen, voneinander unabhängigen 8-Strahlennivellements ein Maß ergibt für die Sicherheit, mit welcher die Geländewirkung erfaßt ist.

Ganz entsprechend kann man ein 32-Strahlennivellement, — welches praktisch nur in seltenen Ausnahmefällen Anwendung findet —, zerlegen in zwei unabhängige, gegeneinander verschobene (um  $11\frac{1}{4}^\circ$ ) 16-Strahlennivellements oder in vier voneinander unabhängige, gegeneinander verschobene (um  $11\frac{1}{4}^\circ$ ,  $22\frac{1}{2}^\circ$  und  $33\frac{3}{4}^\circ$ ) 8-Strahlennivellements. In letzterem Falle hat man das Mittel aus den vier Berechnungen zu bilden. Die Transformationsgleichungen bei einer Drehung um  $11\frac{1}{4}^\circ$  sind:

$$\begin{aligned} U_{xz} &= 0.981 U'_{xz} - 0.195 U'_{yz}, \\ U_{yz} &= 0.195 U'_{xz} + 0.981 U'_{yz}, \\ U_d &= 0.766 U'_{xy} + 0.924 U'_d, \\ U_{xy} &= 0.924 U'_{xy} - 0.191 U'_d, \end{aligned}$$

bei einer Drehung um  $33\frac{3}{4}^\circ$ :

$$\begin{aligned} U_{xz} &= 0.831 U'_{xz} - 0.555 U'_{yz}, \\ U_{yz} &= 0.555 U'_{xz} + 0.831 U'_{yz}, \\ U_d &= 1.848 U'_{xy} + 0.383 U'_d, \\ U_{xy} &= 0.383 U'_{xy} - 0.462 U'_d. \end{aligned}$$

Die Höhen werden dem Gebrauche von Eötvös folgend bis 100 m Abstand vom Meßpunkt durch Nivellements bestimmt, darüber hinaus entnimmt man

die Höhen aus den Karten mit Höhengschichtenlinien des Gebiets (z. B. Meßtischblätter 1 : 25 000). Die Wirkung der Massen bis 100 m wird nach Eötvös als topographische, der Massen in größerer Entfernung als kartographische Wirkung bezeichnet. Die Diagramme a und b sind nach S. 166 für alle Entfernungen zu gebrauchen.

Wir haben die Dichte  $\sigma$  des Erdbodens als überall gleich angenommen. Recht oft wird es in Wirklichkeit aber nicht der Fall sein, z. B. wenn eine Gesteinsschicht von einer dünnen Humusschicht, deren Dichte bedeutend kleiner ist, überdeckt wird. In solchem Falle kann der Einfluß der Dichteunterschiede in der Umgebung der Station schon sehr erheblich sein, so daß man bei der Berechnung der Geländewirkung unbedingt darauf Rücksicht nehmen muß. Durch einfaches Einschlagen von dünnen Stangen in den Erdboden, indem man das Aufstoßen auf die zweite Schicht an der plötzlichen Veränderung des Widerstandes, den man beim Schlagen empfindet, oder an der plötzlichen Änderung des Schlagklanges wahrnimmt (oder auch mittels Handbohrer), läßt sich diese zweite Schicht durch ein Nivellement in der Umgebung des Stationspunktes mit aufnehmen. Es braucht naturgemäß nur bis zu einer Entfernung von etwa 15 bis 20 m durchgeführt zu werden. Bei den größeren Entfernungen kann man annehmen, daß die zweite Schicht der ersten konform ist, und da ferner die erste Schicht gegenüber der zweiten als sehr dünn betrachtet werden kann, setzt man von da an die Dichte der zweiten Schicht ein. Die Berechnung der Geländewirkung geschieht in solchem Falle mit Hilfe der Diagramme a und b in der Weise, daß für die obere Deckschicht die Dichte  $\sigma_0$ , für die zweite Gesteinsschicht die Dichte  $\sigma$  eingesetzt wird.

Die Genauigkeit, mit welcher die Geländewirkung erfaßt wird, hängt im wesentlichen von zwei Umständen ab: 1. von der Genauigkeit, mit welcher die Form des Geländes durch das Nivellement erfaßt wird; 2. von der Genauigkeit, mit welcher die Dichte des Erdbodens mit seinen Inhomogenitäten ermittelt wird. Ein dritter Punkt, das ist die Genauigkeit der Berechnung, ist unwesentlich, da die Integrationen und die Berechnung der Diagramme a und b mathematisch streng erfolgt sind, also an Sicherheit die ersten beiden Punkte weit übertrifft. Aus den Diagrammen a und b kann man mit Hilfe der Tabelle (S. 170) erkennen, bis zu welcher Genauigkeit die Geländehöhe in den einzelnen Entfernungen etwa gemessen werden muß, um die Geländewirkung hinreichend genau zu erfassen. Es werde gefragt: Wie groß muß in den einzelnen Entfernungen die Geländehöhe über der durch den Fußpunkt des Instruments gehenden horizontalen Erdoberfläche sein, um bei der Breite eines Sektors beim 8-Strahlennivellement und einer Tiefe  $r_2 - r_1 = 0.108 \cdot r_1$  noch einen maximalen Einfluß von 0.1 E hervorzurufen?

Die Berechnung mit Hilfe der Diagramme ist sehr einfach: Nach Tabelle (S. 171) entspricht ein Feld in  $U_{xx}$  und  $U_{yy}$  etwa einem Einfluß von 0.4 E bei einem 8-Strahlennivellement. Wir brauchen dann in den Diagrammen nur zu

sehen, welcher Geländehöhe in den einzelnen Entfernungen etwa  $\frac{1}{4}$  Feld entspricht. Es ergibt sich etwa:

Entfernung $r$ m	Geländehöhe		Entfernung $r$ m	Geländehöhe	
	für Gradienten m	für Krümmungsgrößen m		für Gradienten m	für Krümmungsgrößen m
1	0.03	0.04	300	42	3
2	0.03	0.04	700	98	7
5	0.15	0.06	1 300	182	13
10	0.75	0.10	2 000	280	20
25	3	0.25	5 000	700	50
60	8.7	0.60	10 000	1400	100
100	14	1.0			

Die Zahlen zeigen, daß die Berücksichtigung des Geländes nur ungefähr soweit zu erfolgen braucht, als die Höhenunterschiede gegen den Stationsfußpunkt die angegebenen Werte übersteigen. Dabei ist zu beachten, daß man die Geländehöhen für die Krümmungsgrößen, wenn man dieselbe Genauigkeit in der Berechnung erzielen will wie für die Gradienten, etwa achtfach so genau messen muß. Die Ungleichheiten des Terrains gehen — wie es sich aus den Formeln (S. 164) schon direkt ergibt — in viel stärkerem Maße in die Krümmungsgrößen ein als in die Gradienten. Deswegen ist auch, besonders in hügeligem Gelände, die Unsicherheit, welche wegen der Geländewirkung den Krümmungsgrößen anhaftet, sehr viel größer; und bei der Deutung der erhaltenen Meßergebnisse der Drehwage durch die subterraneanen Störungsmassen muß man, besonders in hügeligem Gelände, den Gradienten ein viel größeres Gewicht beimessen als den Krümmungsgrößen, außer in ganz flachen gleichmäßigen Ebenen\*).

Der größte Anteil an der Unsicherheit, welche der Berechnung der Geländewirkung auf die Drehwage anhaftet, kommt der nächsten Umgebung der Drehwage zu, der nach Koenigsberger als Platzanteil bezeichnet werden kann. Man muß das Terrain meistens eben machen (bis zu mindestens 1 m Entfernung, etwaige Buckel und Vertiefungen beseitigt man am besten bis etwa 5 m Entfernung). Dabei verfährt man meistens so, daß Erde von den zu hohen Stellen weggenommen und an den zu niedrigen Stellen aufgeschüttet wird; danach wird der Boden etwas eben gestampft. Beim Einstampfen muß man vorsichtig verfahren, da leicht Dichteunterschiede entstehen, welche je nach der Bodenart und der Feuchtigkeit nach Koenigsberger\*\*) bis zu 0.1 E des spezifischen Gewichts betragen kann. Das Terrain sieht dann zwar eben aus,

\*) Bei den Schlufffolgerungen ist ebenfalls nicht außer Acht zu lassen, daß auch die entfernter liegenden subterraneanen Dichteunregelmäßigkeiten die Krümmungsgrößen weit mehr beeinflussen als die Gradienten; die letzteren sind also stets viel besser geeignet, die einzelnen Einflüsse, aus denen sich die Messungswerte zusammensetzen, zu analysieren, — ein Umstand, der für die Praxis sehr betont werden muß.

\*\*) J. Koenigsberger: Über die heute mit der Drehwage von Eötvös bei Feldmessungen erreichbare Genauigkeit und über den Einfluß der geologischen Beschaffenheit des Terrains hierauf. Zeitschr. f. prakt. Geologie **33**, Heft 11, 169—184 (1925).

hat aber nicht sichtbare Inhomogenitäten. Manches Terrain, wie z. B. Waldboden, läßt sich der Wurzeln usw. wegen überhaupt nicht einebnen. Die nach dem Einebnen noch vorhandene kleine Bodenneigung bestimmt man mit Setzplatte und einer mit Winkelteilung versehenen Wasserwaage, wobei man die Latten in 0.5 bis 1 m Abständen parallel zur Ebene des magnetischen Meridians und senkrecht dazu auflegt. Als hinreichend eingeebnet gilt der Boden, wenn die Neigung der Latten innerhalb von  $0.2^\circ$  ist. Eine solche Ungenauigkeit hat eine Unsicherheit von ungefähr etwas weniger als 1 Einheiten in der Messung zur Folge. Eine weitere Schwierigkeit liegt in der Bestimmung des in die Geländekorrekturen einzusetzenden Dichtewertes, den Eötvös zu 1.8 annimmt. Die Humusdecke an Stationen auf landwirtschaftlich bearbeitetem Boden hat meistens eine geringere Dichte; der darunter liegende Sand ist dichter, so daß hier eine Berechnung nach S. 173 am Platze ist. Die Inhomogenität des Terrains ist in den meisten Fällen der am wenigsten zu eliminierende Fehler bei der Bestimmung der Geländekorrekturen. Am günstigsten ist nach Koenigsberger gleichmäßiges Alluvialterrain wie z. B. die ungarische Tiefebene; bei schmalen Alluvialgebieten können schon lokale Inhomogenitäten vorkommen. Dagegen ist Diluvium in seiner ganzen Ausdehnung ungünstiger, wenn es sich um genauere Messungen handelt, und zwar um so mehr, je gröber das Moränenmaterial war. Nur durch Höherstellen der Drehwaage kann man die rechnerisch nicht genauer zu erfassende Platzwirkung auf die Drehwaage verkleinern. Die Genauigkeit, mit welcher die Geländewirkung erfaßt wird, beträgt in ebenen Gebieten nach Koenigsberger  $\pm 1$  bis 2 Einheiten; in mehr kupiertem Gelände ist diese Unsicherheit größer und zwar in weit stärkerem Maße für die Krümmungsgrößen; bei stark unregelmäßigem Gelände ist die Unsicherheit wohl bis auf das Zehnfache zu veranschlagen.

Die Frage, wie die Geländeunebenheiten, d. h. also die topographischen Massen, auf die zweiten Differentialquotienten des Schwerepotentials wirken, ist im Grunde genommen identisch mit der Frage nach dem Einfluß der unterirdischen Massenungleichheiten. In der Form der Lösung unterscheiden diese beiden Probleme sich bedeutend; doch lassen sich die meisten graphischen Methoden auf beide anwenden. Denken wir uns z. B. eine beliebig gestaltete subterrane Massenstörung, sei es ein Massenüberschuß oder ein Massendefizit, von welcher Form und Dichteunterschied bekannt ist, so läßt sich ihre Wirkung auf die Messungen der Drehwaage sehr einfach mit Hilfe der Diagramme feststellen: Man legt radial vom Stationspunkt aus vertikale Schnitte derart, daß der zu untersuchende Körper in einzelne Sektorenabschnitte zerlegt wird. In diesen einzelnen Schnitten zählt man in der angegebenen Weise mittels der Diagramme a und b aus und findet dann die Wirkung der einzelnen Sektorenabschnitte nach Gleichung (I) bzw. (II), S. 166. Wie dicht die einzelnen Schnitte zu legen sind, richtet sich nach der Form des Körpers und der beanspruchten Genauigkeit der Berechnung; im allgemeinen dürfte ein azimuthaler Abstand von  $11\frac{1}{4}^\circ$  — entsprechend einem 32-Strahlennivellement — genügen.



In diesem Falle erfolgt die Zusammenfassung der einzelnen Sektoren nach Gleichung C (S. 170), wobei für die Schnitte, welche den Körper nicht mehr treffen, die Ausdrücke eben gleich Null einzusetzen sind. Solche Reduktionen

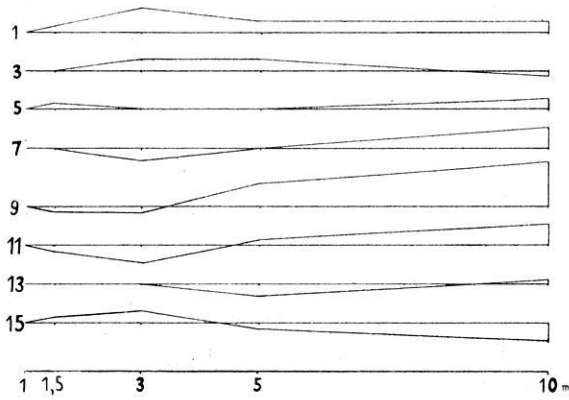


Fig. 3.

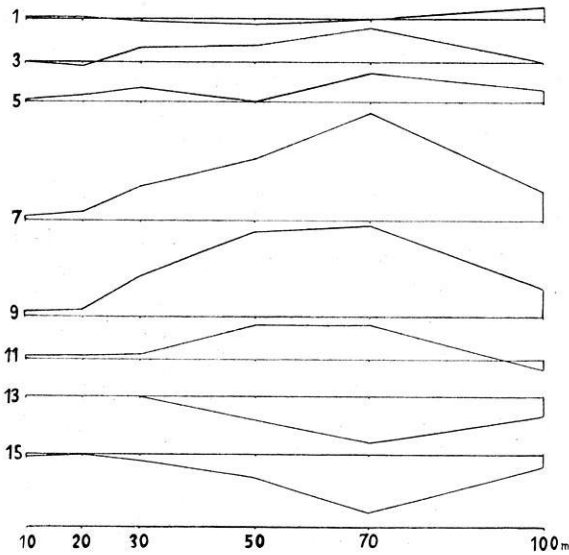


Fig. 4.

kommen außer bei der Interpretation der Übertagemessungen in erster Linie in Frage bei Untertagemessungen.

Beispiel für die Berechnung der Geländewirkung: Um ein ausführlicheres Beispiel einer sehr großen Geländewirkung zu behandeln, betrachten

wir eine Drehwagestation in stark hügeligem Gelände (bis zu 15 m Erhebung in 50 m Entfernung). Bis zu 1 m Entfernung vom Fußpunkt des Instruments ist der Boden sehr genau planiert; von da an ist ein 16-Strahlennivellement ausgeführt bis zu 100 m Entfernung. Die Dichte des Erdbodens sei gleichmäßig gleich 1.8. Die gemessenen Höhendifferenzen gegen die horizontale Ebene durch den Fußpunkt des Instruments betragen:

Die Berechnung der Geländewirkung werde entsprechend der Beschreibung (S. 172) dreifach durchgeführt:

1. 8-Strahlennivell. bei Berücksicht. der ungerade beziff. Strahlen,
2. 8- " " " gerade " "
3. 16- " " " aller Strahlen. " "

Nr.	Azimat	1.5	3	5	10	20	30	50	70	100
1	22 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> <sup>0</sup>	+0.1	+0.4	+0.2	+0.2	+0.3	-0.5	-1	0	+2
2	45	+0.1	+0.25	+0.2	0	-0.3	+1.5	+1	+3	+1.5
3	67 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	0	+0.2	+0.2	-0.1	-0.8	+2.5	+3	+6	0
4	90	0	+0.1	+0.1	0	0	+2.0	+1	+6	+1
5	112 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	+0.1	0	0	+0.2	+1.0	+2.3	0	+5	+2
6	135	0	-0.1	-0.1	+0.3	+0.8	+1.8	+6	+12	+3
7	157 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	0	-0.22	0	+0.4	+1.5	+6	+11	+19	+5
8	180	-0.1	-0.2	+0.2	+0.6	+1.6	+5	+14	+18	+6
9	202 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	-0.1	-0.1	+0.4	+0.8	+1.2	+7	+15	+16	+5
10	225	0	-0.25	+0.3	+0.6	+2.0	+6	+13	+13	+1
11	247 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	-0.1	-0.3	+0.1	+0.4	+0.4	+1	+6	+6	-2
12	270	-0.1	-0.15	0	+0.2	+0.2	0	+1	+0.5	-2
13	292 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	0	0	-0.2	+0.1	0	0	-4	-8	-3.3
14	315	+0.1	+0.1	-0.1	-0.1	0	-0.5	-6	-11	-3
15	337 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	+0.1	+0.2	-0.1	+0.3	+0.2	-1	-4	-10	-2
16	360	0	+0.3	+0.1	0	-0.8	-1.2	-4	-6	0

$$a_1 + a_2 \equiv a,$$

$$b_1 + b_2 \equiv b.$$

Die Ausführung der Berechnung geschieht am praktischsten in folgender Weise: Die gemessenen Höhen auf den einzelnen Strahlen werden auf Millimeterpapier aufgetragen und zwar:

- a) von 1 bis 10 m im Maßstab d. Diagramme, 1 m = 1 Längeneinh.,
  - b) " 10 " 100 " " " " " " 10 " = 1 " " ,
- z. B. ergibt sich für das erste 8-Strahlennivellement (ungerade bezifferte Strahlen):

Die Auszählung mit Hilfe der Diagramme erfolgt in der Weise, daß man die Linien AB bzw. A'B' der auf durchsichtigem Papier aufgezeichneten Diagramme mit der Basislinie der Höhenprofile zur Deckung bringt und ent-

$a_1$	$a_2$	$a$	$b_1$	$b_2$	$b$
-17	0	-19.5	-40	0	-40
-8	+1	-7	-15.5	+9.5	-6
-3	0	-3	-7	+1	-6
-4.5	0	-4.5	-7.5	-8	-15.5
+1.5	+12.5	+2.5	+4	+3	+17
+6.5	+8	+19	+5.5	+57.5	+63
+1.5	+18	+23	+2	+65	+67
+4.5	+12	+16.5	-5	+66.5	+56.5
+14	0	+14	+12.5	+4	+58
+8	0	+8	+11	+4	+16.5
+3	+3	+6	+5	+25	+30
-8	+5	+5	-6	+36	+30
-8.5	+4	-4.5	-9.5	+33	+23.5
-11.5	+3	-8.5	-18	+18	0

sprechend der Beschreibung (S. 169) anzählt\*). Das Ergebnis ist in der vorstehenden Tabelle angegeben ( $a_1$  bzw.  $b_1$  für die Entfernung 1 bis 10 m,  $a_2$  bzw.  $b_2$  für 10 bis 100 m). Die Berechnung (entsprechend S. 170) ergibt:

		$U_{xz}$	$U_{yz}$	$U_d$	$U_{xy}$
8-Strahlennivellement	(ungerade Zahlen) . . .	+ 27.2	+ 15.4	— 54.5	— 28.4
8-	" (gerade " ) . . .	+ 26.5	+ 13.1	— 53.0	— 12.8
16-	" . . . . .	+ 27.3	+ 11.8	— 53.0	— 17.5

Um die Messungen mit der Drehwage von dem Einfluß der Geländeunebenheiten zu befreien, müssen also diese Beträge in Abzug gebracht werden.

Das Beispiel läßt erkennen, daß die Berechnung der Geländewirkung eines hügeligen Terrains nach den verschiedenen Strahlennivellements sehr gut übereinstimmende Resultate liefert; die Unsicherheit ist naturgemäß in den Krümmungsgrößen ganz erheblich größer als in den Gradienten. In Wirklichkeit ist die Unsicherheit wegen der Inhomogenität des Bodens noch größer.

## Beiträge zur geoelektrischen Methode.

Von J. N. Hummel. — (Mit vierzehn Abbildungen.)

### I.

#### Bedeutung mehrerer Schichten verschiedener elektrischer Leitfähigkeit für die Auffindung darunter befindlicher Störungskörper.

Es wird die Potentialfunktion für den Fall aufgestellt, daß Störungskörper verschiedener Form und Leitfähigkeit sich in einem geschichteten Medium befinden, das von einem homogenen stationären Strome durchflossen wird. Insbesondere wird gezeigt, in welchem Maße die von den Einlagerungen herrührenden Störungen des normalen Potentialflächenbildes durch eine darüber befindliche besser leitende Schicht verwischt werden.

Die oberste Erdkruste ist im Gegensatz zum tiefergelegenen Untergrund mehr oder weniger von Grund- und Sickerwässern durchtränkt. Gewöhnlich sind es alluviale oder diluviale Ablagerungen, die diese Wässer aufnehmen und eine Mächtigkeit von wenigen Metern bis zu etwa 400 m, selten aber mehr besitzen. Die Durchfeuchtung der Sedimentschichten führt zu einer Herabsetzung ihres elektrischen Widerstandes auf etwa  $3 \cdot 10^3$  bis  $1,5 \cdot 10^4 \Omega \cdot \text{cm}$ , in einzelnen Fällen sogar auf nur 5 bis 500  $\Omega \cdot \text{cm}$ , während der Widerstand der darunter gelegenen bergfeuchten Sohle, die in der Hauptsache von massiven Gesteins-

\*) Praktisch einfacher ist es, wenn man die Diagramme (es genügt für die Geländereduktion der mittlere Teil, etwa zwischen +3 und -3) auf kräftigem Millimeterpapier aufträgt, die Höhenprofile einzeln leicht mit Bleistift einzeichnet und nach dem Abzählen wieder ausradiert.