

Werk

Jahr: 1928

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:4

Werk Id: PPN101433392X_0004

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN101433392X_0004 | LOG_0066

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

diese Frage klären. Drei verschiedene Arten von Anomalien fanden sich also bei der Vermessung des westlichen Mecklenburgs, 1. eine ganz großräumige Anomalie, welche auf die mehr oder weniger große Tiefenlage des kristallinen Untergrundes bezogen wurde, 2. Anomalien, verursacht durch große tektonische Störungen, die besonders dann stark hervortreten werden, wenn der kristalline Untergrund durch diese tektonischen Störungen mitbetroffen wurde, und 3. weniger stark hervortretende kleine Anomalien, hervorgerufen durch die verschiedenen Suszeptibilitäten des sedimentären Untergrundes.

Im gegenwärtigen Augenblick ist die magnetische Vermessung, für deren weitere Durchführung ich von privater Seite reiche Unterstützung gefunden habe, schon auf ein wesentlich größeres Gebiet ausgedehnt als die beigegebene Isanomalienkarte zeigt. Ich hoffe daher in nicht allzu ferner Zeit über weitere Ergebnisse berichten zu können.

Bemerkungen zur numerischen und graphischen Behandlung der Krümmungsgröße.

Von **Karl Jung**, Potsdam. — (Mit drei Abbildungen.)

Die bekannten Formeln zur Berechnung der Krümmungsgröße aus $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$ und $\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ verlangen in bestimmten Fällen sehr genaue Rechenhilfsmittel, wenn die Genauigkeit des Resultates der Beobachtungsdaten gleichkommen soll. Es wird auf eine Formel hingewiesen, die von diesem Nachteil frei ist, und eine graphische Methode zur Addition, Subtraktion und Komponentenerlegung bei Krümmungsgrößen entwickelt.

1. Mit der Eötvösschen Drehwaage werden bekanntlich die folgenden vier Größen gemessen:

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}, & c &= \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}, \\
 b &= \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}, & d &= \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},
 \end{aligned}$$

wobei U das Schwerepotential im Bezugspunkt des Instruments (Gehängeschwerpunkt) bedeutet, die Z -Achse mit der Schwerkraft im Bezugspunkt zusammenfällt und X, Y horizontale Koordinaten sind, die man meist zweckmäßig nach Norden und Osten orientiert, was aber nicht von prinzipieller Wichtigkeit ist.

Aus den Größen a und b berechnet man den „Gradienten“, einen Vektor mit den Komponenten a und b . Seine Länge ist G , mit der X -Achse bildet er den Winkel α . G und α berechnen sich aus:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} \dots \dots \dots (1)$$

$$G = \sqrt{a^2 + b^2} \dots \dots \dots (2)$$

Aus den Größen c und d berechnet man die „Krümmungsgröße“, ebenfalls eine gerichtete Größe. Ihre Länge K und der Winkel λ , den sie mit der X -Achse bildet, werden nach den Formeln

$$\operatorname{tg} 2\lambda = \frac{c}{-d} \dots \dots \dots (3)$$

und

$$K = -d \cdot \frac{1}{\cos 2\lambda} \dots \dots \dots (4)$$

berechnet. Hierbei wird K stets positiv gewählt, so daß folgende Vorzeichen = Vorschriften für den Winkel 2λ bestehen:

$$sg \cos 2\lambda = -sg d, \quad sg \sin 2\lambda = sg a \dots \dots \dots (5)$$

Aus (3), (4) und (5) sind K und λ eindeutig bestimmt.

Gleichwertig mit (4) ist die oft angeführte Formel:

$$K = \frac{c}{\sin 2\lambda} \dots \dots \dots (4a)$$

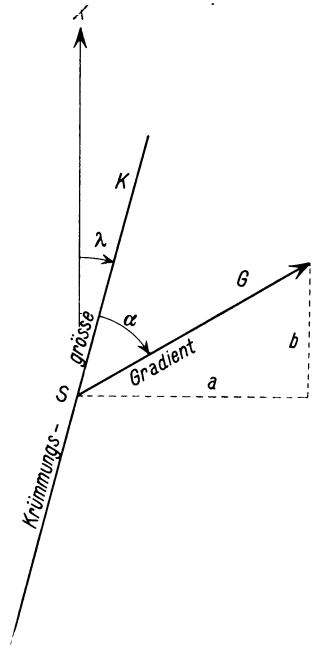
Die bereits seit Eötvös übliche graphische Darstellung von Gradient und Krümmungsgröße zeigt Fig. 1.

Fig. 1. Graphische Darstellung von Gradient und Krümmungsgrößen.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} = a, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} = b, \quad 2 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = c, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = d.$$

$$(1) \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}, \quad (2) G = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad (3) \operatorname{tg} 2\lambda = \frac{c}{-d},$$

$$(4) K = \frac{-d}{\cos 2\lambda}, \quad (4a) K = \frac{c}{\sin 2\lambda}, \quad (4') K = \sqrt{c^2 + d^2}.$$



Der Gradient gibt die Richtung und den Betrag der größten Änderung der Schwerkraft an, wenn man in horizontaler Richtung fortschreitet, die Krümmungsgröße gibt die Differenz der beiden Hauptkrümmungen der Niveau-

fläche und die Richtung der kleineren Hauptkrümmung. Die Bedeutung von Gradient und Krümmungsgröße ist für die folgenden Betrachtungen nicht wichtig.

2. Während die Formeln (1) und (2) auf einfachste Weise hinreichend genau den Gradienten berechnen lassen, sind die Formeln (3) und (4) oder (3) und (4a) zur Bestimmung der Krümmungsgröße nicht immer vorteilhaft. Die Bestimmung von K geschieht nicht unabhängig von λ , und bei bestimmten Werten von λ , nämlich, wenn die Nenner in (4) und (4a) nahezu Null sind, ist eine recht genaue Bestimmung von $\cos 2\lambda$ bzw. $\sin 2\lambda$ erforderlich, wenn die Genauigkeit des berechneten Wertes von K der Genauigkeit der gemessenen Größen gleich sein soll. Es kommen Fälle vor, in denen die vierstellige Logarithmentafel und trigonometrische Tafeln mit $1/10^{\circ}$ -Angabe nicht genügen, also sehr genaue Rechenhilfsmittel nötig sind.

Durch eine kleine Umrechnung läßt sich eine Formel für K finden, die bei allen Werten von λ brauchbar ist. Benutzt man die bekannte trigonometrische Beziehung $\frac{1}{\cos \omega} = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \omega}$, so ergibt sich durch Elimination von λ aus (3) und (4):

$$K = \sqrt{c^2 + d^2} \dots \dots \dots (4')$$

λ wird nach wie vor durch (3) und die Vorzeichenregeln (5) bestimmt.

Formel (4') hat den Vorteil, daß die Berechnung von K unabhängig von der Bestimmung des Winkels λ vorgenommen werden kann, außerdem zeigen die Formeln (3) und (4') eine weitgehende Analogie zu den Formeln (1) und (2), so daß das Rechenschema für die Krümmungsgröße dem des Gradienten ähnlicher wird. Wie beim Gradienten genügt in allen Fällen die Genauigkeit des Rechenschiebers.

Die Bedeutung der Formel (4') ist hiermit noch nicht erschöpft. Sie führt, wie sich gleich zeigen wird, zu einer einfachen graphischen Methode der Addition, Subtraktion und Komponentenerlegung bei Krümmungsgrößen.

Wie aus den Formeln (1) und (2) zu ersehen ist, ist der Gradient ein Vektor. Addition und Subtraktion von Gradienten, Zerlegung in Komponenten und ähnliche Aufgaben können also nach den bekannten einfachen Regeln der Vektoraddition (Parallelogramm der Kräfte, Bewegungen usw.) rechnerisch und graphisch ausgeführt werden. Bei der Krümmungsgröße ist dies unmittelbar nicht möglich, denn nach den Formeln (3) und (4) oder (3) und (4') ist sie kein Vektor in dem eben erläuterten Sinne.



Fig. 2.

Die Darstellung der Krümmungsgröße durch die Formeln (3) und (4') jedoch gestattet, der Krümmungsgröße einen Vektor zuzuordnen, mit dessen Hilfe die oben erwähnten Aufgaben auf einfache Weise graphisch gelöst werden können. Dieser Vektor hat in der X - und Y -Richtung die Komponenten c und $-d$, nach Formel (4') ist seine Länge gleich K , nach Formel (3) bildet er mit der X -Achse den Winkel 2λ . Für die graphische Darstellung ist es praktisch, den Absolutbetrag zu halbieren, also einen Vektor \mathfrak{R} einzuführen mit der Länge $K/2$, dem Winkel 2λ und den Komponenten $c/2$ und $-d/2$.

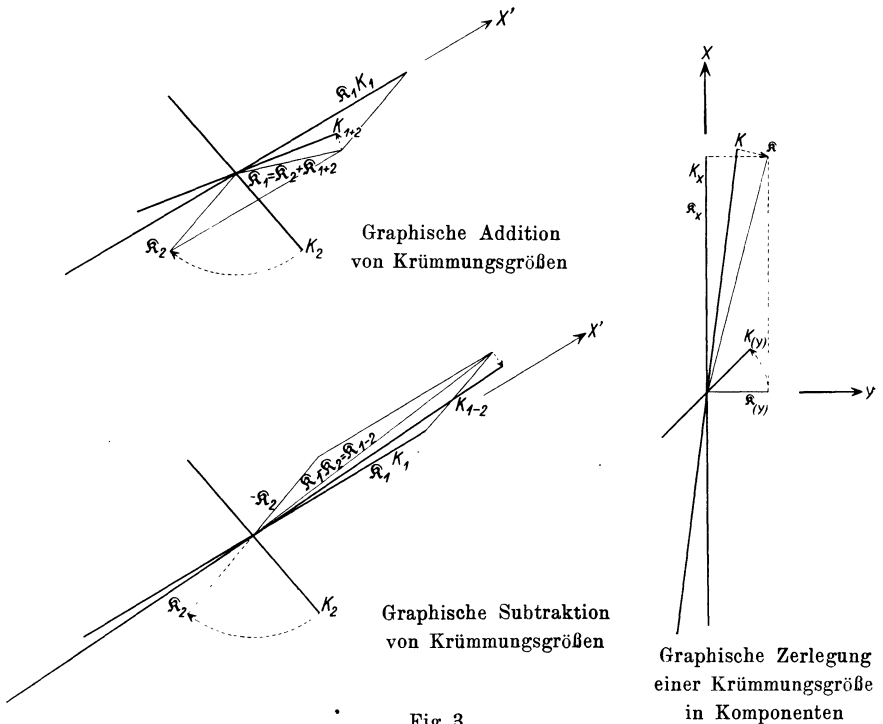


Fig. 3.

Wie der Vektor \mathfrak{R} aus der Krümmungsgröße leicht graphisch abgeleitet werden kann und wie man umgekehrt aus \mathfrak{R} die Krümmungsgröße erhält, zeigt Fig. 2. \mathfrak{R} sei mit „Krümmungsvektor“ bezeichnet. Er darf nicht mit dem Krümmungsvektor der Differentialgeometrie verwechselt werden.

Aus der Potentialtheorie wird abgeleitet, daß sich die Größen c und d nach folgenden einfachen Gesetzen addieren und subtrahieren:

$$c_{1+2} = c_1 + c_2, \quad d_{1+2} = d_1 + d_2 \dots \dots \dots (6)$$

Durch Einsetzen von c_{1+2} und d_{1+2} erhält man aus (3) und (4') die Summe der Krümmungsgrößen K_{1+2} . Die Gleichungen (6) sind aber auch identisch

mit den Komponentengleichungen der Vektoraddition der Krümmungsvektoren \mathfrak{K}_1 und \mathfrak{K}_2 . Addiert man also die den Krümmungsgrößen K_1 und K_2 entsprechenden Krümmungsvektoren \mathfrak{K}_1 und \mathfrak{K}_2 nach den Regeln der Vektoraddition, so ist die der Resultante \mathfrak{K}_{1+2} entsprechende Krümmungsgröße die gesuchte Krümmungsgröße K_{1+2} .

Wie Addition, Subtraktion und Zerlegung in Komponenten bei Krümmungsgrößen ausgeführt werden, ist in Fig. 3 dargestellt. Hierbei ist von der Freiheit Gebrauch gemacht, den Winkel λ von einer beliebigen Richtung aus zu zählen. Dadurch, daß man die X-Richtung, jetzt mit X' bezeichnet, in die Richtung einer der Krümmungsgrößen legt, spart man Konstruktionslinien und erhöht die Übersichtlichkeit.

Die hier angegebenen Methoden lassen sich in der Praxis vielfach mit Vorteil verwenden, so die Addition und Subtraktion bei der Bestimmung der Wirkung von gegebenen Massen auf die Krümmungsgröße, vor allem bei der Geländereduktion, wenn die Wirkung regelmäßiger Gebilde (Gräben, Dämme, Straßenschotterung usw.) außer der des nivellierten Terrains zu berücksichtigen ist. Die Komponentenzzerlegung kommt bei der Auswertung von Messungsergebnissen vor.

Wenn keine hohen Ansprüche an die Genauigkeit gestellt sind, kann ein geübter Zeichner die graphischen Methoden aus freier Hand anwenden. Hierauf beruht ihre Überlegenheit überall da, wo es mehr auf Schnelligkeit als auf Genauigkeit ankommt, z. B. bei allen Überschlagsrechnungen.

Der Wasserhaushalt der Antarktis in der Eiszeit *).

Von Prof. Dr. W. Meinardus in Göttingen.

Es wird gezeigt, daß die früher größere Vereisung der Antarktis eine starke Luftzirkulation, höhere Temperatur und Feuchtigkeit („Mischungsverhältnis“) der Luft zur notwendigen Voraussetzung hatte.

Zahlreiche Beobachtungen am Rande und im Innern des Südpolargebiets zeigen, daß die Mächtigkeit der Inlandeisdecke in einer zurückliegenden Zeit, wahrscheinlich der Eiszeit, erheblich größer gewesen ist als heute. Hieraus darf geschlossen werden, daß auch die Eisausfuhr aus dem vereisten Gebiet bedeutender war, um so mehr, als bei größerer Eisdicke vermutlich auch die Strömungsgeschwindigkeit des Eises die heutige übertraf. War die Eisdecke also z. B. doppelt so groß wie heute, was nach den Beobachtungen über die früheren Eisstandsmarken wohl der Fall gewesen sein kann, so betrug die

*) Eine ausführlichere Darstellung erscheint in den „Nachrichten“ der Gesellsch. d. Wissensch. Göttingen, Math.-Phys. Kl. 1928. Vgl. auch meine Abhandlung über den Wasserhaushalt der Antarktis (1. Mitteilung) an gleicher Stelle 1925, S. 184—192; ferner Zeitschr. f. Geophys., 2. Jahrg., S. 38 f.