

Werk

Jahr: 1929

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:5

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN101433392X_0005

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0005

LOG Id: LOG_0024

LOG Titel: Der scheinbare spezifische Widerstand

LOG Typ: article

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN101433392X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Der scheinbare spezifische Widerstand.

Von **J. N. Hummel.** — (Mit vier Abbildungen.)

Einige geoelektrische Methoden fußen auf der Bestimmung des „scheinbaren spezifischen Widerstandes“. Der Begriff des scheinbaren spezifischen Widerstandes wird erklärt, verschiedene Wege zu seiner Ermittlung aufgezeigt und die Theorie der betreffenden Aufschlußmethoden entwickelt. Letztere erweisen sich zur Auffindung von Störungskörpern als geeignet; ihr eigentliches Anwendungsgebiet ist aber die Beschreibung des horizontal geschichteten Untergrundes. Die Rechnungen werden für zwei spezielle Fälle durchgeführt und die Ergebnisse diskutiert.

I. Definition. Bei denjenigen geoelektrischen Verfahren, bei denen Elektroden zur Felderzeugung verwandt werden, werden Rückschlüsse auf die Beschaffenheit des Untergrundes im allgemeinen aus den Verzerrungen und Störungen eines an und für sich regelmäßigen normalen Feldes gezogen. Um solche Veränderungen von Feldern bekannten Charakters bequem sichtbar machen zu können, bedarf es vielfach nur einfacher qualitativer Richtungsbestimmungen, bei denen empfindliche Nullmethoden zur Anwendung gelangen können. Die Meßtechnik gestaltet sich dann recht einfach, was für die Anwendung dieser Verfahren in der Praxis von großer Bedeutung ist. Zudem gestattet die vermessene Störung eines an und für sich regelmäßigen Feldes meist eine leichte Deutung, die ungefähre Aufschlüsse auch ohne tieferes Eindringen in die Theorie zu liefern vermag. Die sich auf diese Möglichkeiten gründenden Potentiallinien- und Rahmenmethoden finden in erster Linie dann Anwendung, wenn es sich darum handelt, nutzbare Lagerstätten aufzufinden, die für den Bergbau von Wichtigkeit sind. Allenfalls können sie zur Ermittlung der Streichrichtung nichtisotroper Schichten herangezogen werden. Denn nur, wenn sich im homogenen Muttergestein Einlagerungen abweichender Leitfähigkeit befinden, oder wenn dasselbe nichtisotrop ist, sind auffällige Veränderungen in den gemessenen Kurven und Bildern zu erkennen und zu deuten.

Es ist klar, daß diese auf einem so naheliegenden und bestechend einfachen Grundprinzip beruhenden Verfahren, die zugleich imstande sind, praktisch wertvolle Aufgaben unmittelbar zu lösen, als die ersten weite Verbreitung gefunden haben. Sie müssen aber versagen, wenn es sich darum handelt, Schichten abweichender Leitfähigkeit, die der Oberfläche parallel verlaufen oder nur geringe Neigung gegen diese besitzen, im Untergrunde aufzudecken und gar deren Tiefe und Leitfähigkeiten anzugeben. Denn bei einer so beschaffenen Tektonik bleiben die an der Erdoberfläche mittels qualitativer Richtungsbestimmungen aufgenommenen Kurven und Bilder verzerrungsfrei und können selbst bei den größten Leitfähigkeitsunterschieden ein regelmäßiges normales

Aussehen beibehalten. Trotzdem ändert sich gerade unter solchen Bedingungen die Natur der künstlich erzeugten Felder in weiten Grenzen, und ihre Beschaffenheit vermag sehr gut Aufschluß über den Untergrund zu geben. Nur müssen zur Lösung solcher Aufgaben die Bestimmungsstücke der Felder ihrem absoluten Betrage nach quantitativ gemessen werden, was naturgemäß eine schwierigere Meßtechnik und eingehendere theoretische Kenntnisse erfordert. Doch ist es gelungen, Methoden zu entwickeln, die der gestellten Aufgabe in ausgezeichneter Weise gerecht werden. Ihre Eigenart mit ihren speziellen Vorzügen und Nachteilen führt zu eigenen Aufschlußmöglichkeiten und sichert ihnen ihr eigenes Anwendungsgebiet, in dem sie unentbehrlich und unersetzlich bleiben.

Für die Messung kommt in erster Linie der absolute Betrag des Potentialabfalls an der Erdoberfläche längs einer endlichen Strecke in Frage, dessen Größe gerade durch verborgene Schichten erheblich beeinflußt werden kann. Damit soll nicht gesagt sein, daß die Methoden, die sich auf die Messung dieser Größe gründen, nicht auch zur Auffindung und Lokalisierung von Störungskörpern herangezogen werden könnten. Ihr Anwendungsgebiet ist vielmehr, wie wir sehen werden, grundsätzlich ein recht großes, wengleich sie zur Beschreibung des geschichteten Untergrundes am geeignetsten und unentbehrlich sind. Die auf diesem Gebiete ausgearbeiteten Verfahren, die zu den elegantesten und in ihren Grundzügen zu den ältesten der Geoelektrik gehören*), haben durch ihre Fortentwicklung neuerdings an Bedeutung gewonnen und nach den jüngsten Veröffentlichungen zu recht guten Erfolgen geführt**). Über ihre Theorie ist indessen,

*) F. Wenner: A methode of measuring earth resistivity. Scientific papers of the Bureau of Standards, Nr. 258, S. 469—478. Washington 1917.

***) O. H. Gish und W. J. Rooney: Measurement of the resistivity of large volumes of undisturbed earth. *Terrestrial Magnetism* **30**, Nr. 4, 161—188 (1925) und *Phys. Rev.* **25**, 254 (1925). — O. H. Gish: Improved equipment for measuring earth-current potentials and earth resistivity. *Bull. Nat. Res. Council.* **11**, 86—91 (1926). — W. J. Rooney und O. H. Gish: Results of earth-resistivity surveys near Watheroo, Western Australia, and at Ebro, Spain. *Terrestrial Magnetism* **32**, Nr. 2, 49—63 (1927). — W. J. Rooney: Earth-resistivity measurements in the Copper Country Michigan. *Terrestrial Magnetism* **32**, Nr. 3/4, 97—126 (1927). — Derselbe und O. H. Gish: Results of the earth-resistivity surveys in connection with the study of earth-currents at Watheroo, Western Australia and Ebro, Spain. *Phys. Rev.* **2**, 29, 905 (1927). — Prospekt der „Société de Prospection électrique Procédés Schlumberger“, Paris. — F. W. Lee: Measuring the variation of ground resistivity with a megger. *Bur. Min. Techn. Paper* Nr. 440, S. 1—8 (1928). — W. A. Hotchkiss, W. J. Rooney und James Fisher, Earth-resistivity Measurement in the Lake Superior Copper Country. *Technical Publication* Nr. 82, New York, N. Y. 1928. — E. G. Leonardon und Sh. F. Kelly, Some applications of potential methods to structural studies. *Ebenda* Nr. 115. — Warren Weaver: Certain Applications of the Surface Potential Method. *Ebenda* Nr. 121. — Irving B. Crosby und E. G. Leonardon: Electrical Prospecting Applied to Foundation Problems. *Ebenda* Nr. 131. — H. Hunkel: Über den angeblichen geophysikalischen Nachweis von Salzdomen im Oberelsaß. *Zeitschr. f. d. Kali- und Steinsalzindustrie*, sowie das Salinenwesen 1928, S. 366—368 und S. 383—385 und 1929, S. 7—10. — J. B. Crosby und Sh. F. Kelly: Electrical subsoil exploration and the civil engineer. *Engg. News Rec.* **102**, 270—273 (1929). — C. A. Heiland, Geophysical methods of prospecting. *Golden, Colorado* 1929, S. 106—111.

von allgemeinen Bemerkungen abgesehen, nichts veröffentlicht worden, obwohl gerade theoretische Überlegungen zu ihrer Entwicklung geführt haben und bei der Auswertung der Meßergebnisse unumgänglich sind. Die beachtlichen Ergebnisse aus der Praxis rechtfertigen es, diese Lücke auszufüllen und wenigstens die einfachsten Fälle rechnerisch zu erfassen.

Die Theorie der wichtigsten der hierher gehörenden Methoden basiert auf der Bestimmung des durchschnittlichen spezifischen Widerstandes über einem Untergrunde, der vom makroskopischen Standpunkte aus als homogen betrachtet werden kann. Der Ermittlung dieses spezifischen Widerstandes, die auf verschiedene Weisen erfolgen kann, liegt folgender Gedankengang zugrunde: Wird von der Erdoberfläche aus mittels zweier Punktelektroden E_1 und E_2 ein stationärer Strom J in der Richtung von E_1 nach E_2 durch den homogenen isotropen Untergrund mit der spezifischen Leitfähigkeit σ gesandt, so ist das Potential für den ganzen Raum bekanntlich

$$\varphi = \frac{J}{2\pi\sigma} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

wobei r_1 und r_2 die Abstände des Aufpunktes von den Elektroden sind. Die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten ist dementsprechend, wenn R_1 und R_2 die Abstände des zweiten Punktes sind,

$$\varphi_1 - \varphi_2 \equiv v = \frac{J}{2\pi\sigma} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{R_1} \right). \quad 4$$

Durch Auflösung nach dem reziproken Wert von σ erhält man hieraus die für jede Elektroden- und Sondenordnung gültige Gleichung

$$\frac{1}{\sigma} \equiv \rho = 2\pi \frac{V}{J} \cdot \frac{1}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{R_1}}.$$

Da V , J , r_1 , r_2 , R_1 und R_2 an der Erdoberfläche gemessen werden können, sind die durchschnittliche spezifische Leitfähigkeit σ oder der durchschnittliche spezifische Widerstand ρ experimentell bestimmbar. Der Übergangswiderstand, der in hohem Maße von individuellen Besonderheiten der Elektroden und ihrer unmittelbaren Umgebung abhängt und selbst über praktisch homogenen Untergrund von Ort zu Ort verschieden zu sein pflegt, hebt sich in dieser Formel nahezu heraus. Da das Objekt, mit dem man es hierbei zu tun hat, nur bei großer Dimensionierung als homogen betrachtet werden kann, ist dieser Weg, bei dem der Untergrund als Ganzes erfaßt wird, für die Ermittlung eines wohldefinierten durchschnittlichen spezifischen Widerstandes von großer Bedeutung.

Die Anordnung der beiden Meßpunkte in bezug auf die Elektroden ist beliebig. Es ist daher möglich, durch geschickte Wahl derselben entweder eine bequeme Maßtechnik zu erzielen, oder aber der letzten Gleichung ein besonders einfaches Aussehen zu verleihen, was die Deutung der Meßergebnisse

erleichtert. Wir wollen fünf Arbeitsweisen voneinander unterscheiden und nacheinander beschreiben.

1. Nach dem Vorschlage von Wenner, der diese geistreiche Methode ausgearbeitet und zum ersten Male praktisch angewandt hat, legt man die beiden Meßpunkte so zwischen die Elektroden auf deren Verbindungslinie, daß alle vier Punkte auf einer Geraden liegen und jeder von dem ihm benachbarten gleichen Abstand besitzt. Bezeichnet man diesen gemeinsamen Abstand mit a , so werden r_1 und R_2 je gleich a , r_2 und R_1 je gleich $2a$, wodurch man für den durchschnittlichen spezifischen Widerstand die einfache Beziehung

$$\varrho = 2\pi a \frac{V}{J}$$

erhält, die sich in ausgezeichneter Weise zu dessen Bestimmung eignet.

2. Man kann auch so verfahren, daß man die beiden Elektroden sehr weit auseinander verlegt, und die Messungen in der Nachbarschaft der einen von beiden vornimmt. Die beiden Meßsonden werden hierbei auf einer Geraden, die durch die ihnen benachbarte Elektrode geht und deren Richtung diesmal ganz beliebig sein kann, derart angeordnet, daß der Abstand der einen Sonde von der nahegelegenen Elektrode wieder doppelt so groß wie der der anderen Sonde ist. Man kann dann von der geringen Wirkung der entfernten Elektrode, die außerhalb des Untersuchungsgebietes liegt und lediglich noch dem Stromtransporte dient, auf das Potential absehen und erhält jetzt für den spezifischen Widerstand, indem man r_2 und R_2 je gleich unendlich setzt, den doppelten Betrag

$$\varrho = 4\pi a \frac{V}{J}.$$

Der Vorteil dieses Verfahrens besteht darin, daß man bei einer Variation des Abstandes a beide Elektroden festhalten kann und nur mit den Meßsonden zu wandern hat, was die praktische Vornahme der Messungen erheblich erleichtert. Sein Nachteil beruht auf dem großen Elektrodenabstand, der lange Stromleitungen bedingt, sowie auf der vorgenommenen Vernachlässigung, die Ungenauigkeiten mit sich bringen kann.

3. Will man diese beiden Nachteile vermeiden, ohne auf den Vorteil festliegender Elektroden zu verzichten, so hat man nur die weitabliegende Elektrode näher heranzuverlegen und ihren Einfluß auf das Potential in den Rechnungen zu berücksichtigen. Man gelangt so zu einem dritten Verfahren, bei dem die Sonden wieder vorteilhaft zwischen die Elektroden auf deren Verbindungslinie gelegt werden, und erhält, wenn l der Elektrodenabstand ist, für $-l \leq 2a \leq +l$ die etwas unbequemere Gleichung

$$\varrho = 2\pi \frac{V}{J} \cdot \frac{2a(l-a)(l-2a)}{(l-2a)^2 + a^2},$$

die für $l = 3a$ wieder in die entsprechende obere übergeht.

4. Man kann auch daran denken, die Spannungsdifferenz zwischen der einen Elektrode und einer einzigen Meßsonde, mit der die Nachbarschaft dieser Elektrode abgetastet wird, festzustellen. Wird der Einfluß der anderen Elektrode auf das Potential vernachlässigt, so erhält man die Beziehung

$$\varrho = 2\pi a \frac{V_e - V}{J},$$

in der V_e die Hälfte der gesamten Spannungsdifferenz zwischen den Elektroden ist.

5. Wird bei dem letzten Verfahren noch der Einfluß der zweiten Elektrode auf das Potential berücksichtigt, wobei die Meßsonde auf der Elektrodenverbindungslinie hin und her bewegt wird, so erhält man für den spezifischen Widerstand die Gleichung

$$\varrho = 2\pi \frac{V_e - V}{J} \cdot \frac{a(l-a)}{l-2a}.$$

Bei allen diesen fünf Verfahren muß man natürlich über einem Untergrund, der im Durchschnitt, d. h. im Verhältnis zur Ausdehnung des Untersuchungsgebietes, homogen und isotrop ist, jedesmal denselben Wert für ϱ erhalten, wenn der Abstand a variiert wird. Die Variation von a hat dann nur die Bedeutung einer Kontrolle darüber, daß tatsächlich ein wohldefinierter spezifischer Widerstand existiert. Ändert sich jedoch hierbei der für ϱ errechnete Wert, so ist das ein Beweis dafür, daß der Untergrund eben auch vom makroskopischen Standpunkte aus nicht mehr als homogen betrachtet werden kann, daß sich Nichthomogenitäten größeren Maßstabes im Untergrunde befinden müssen. Es ist klar, daß die meßtechnische Bestimmung der Änderung von ϱ Rückschlüsse über die Art solcher Nichthomogenitäten gestattet. Wir gewinnen damit eine neue geoelektrische Aufschlußmethode, für die allerdings die bisherigen Ableitungen ihre Gültigkeit verlieren, da mit der Annahme eines nichthomogenen Untergrundes auch die bisherigen Voraussetzungen hinfällig geworden sind.

Hat man es nämlich mit nichthomogenem Untergrunde auch im makroskopischen Sinne zu tun, so läßt sich zwar bei Benutzung derselben Gleichungen rein formal ebenso wie über völlig homogenen oder wenigstens durchschnittlich homogenen Untergrund ein entsprechender Wert an Stelle des spezifischen Widerstandes gewinnen, der aber Schwankungen unterworfen ist und damit seine Bedeutung als spezifischer Widerstand verliert. Diese Größe, die nun überhaupt keinen physikalischen Sinn mehr besitzt, sei als der „scheinbare spezifische Widerstand“ ϱ_s bezeichnet. Sein Betrag, der sich im allgemeinen nicht berechnen lassen wird, liegt, wie leicht einzusehen, irgendwo zwischen den Beträgen der wirklichen spezifischen Widerstände. Er ist ebenso wie der durchschnittliche spezifische Widerstand ein mittlerer Wert, dessen Betrag aber nicht wie der jenes konstant bleibt, sondern irgend eine Funktion der wirklichen bzw. der durchschnittlichen spezifischen Widerstandsbeträge ist. Diese, meist recht verwickelte Funktion kann in Sonderfällen angegeben werden. Ihre Er-

mittlung und Diskussion bildet die Grundlage für Rückschlüsse aus den Meßergebnissen der Praxis sowie für die Beurteilung der Anwendungsmöglichkeiten der hierher gehörenden Methoden.

Man könnte daran denken, in diesem allgemeineren Falle die wirklich gemessene Potentialdifferenz mit der errechneten unter Umgehung des spezifischen Widerstandes unmittelbar zu vergleichen und aus der Verschiedenheit beider Größen Schlüsse auf den Untergrund zu ziehen. Dies ist möglich und auch tatsächlich geschehen*). Hierbei ist aber zu berücksichtigen, daß der Potentialabfall auch über dem Normalfelde keine bestimmte Größe ist, sondern außer mit der Wahl der Meßpunkte zugleich mit dem Elektrodenabstande und der angelegten Spannung schwankt. Es ist anschaulicher und sinnvoller, statt dessen Größen miteinander zu vergleichen, in denen diese wechselnden Faktoren nicht mit eingehen und die dann völlig unabhängig von den speziellen Versuchsbedingungen sind. Solche Größen, die nur noch von der Beschaffenheit des Untergrundes in bezug auf die Elektrodenanordnung abhängen, sind eben der scheinbare spezifische Widerstand, die durchschnittlichen und die wirklichen spezifischen Widerstände.

Das Bindeglied zwischen dem scheinbaren spezifischen Widerstande und den durchschnittlichen spezifischen Widerständen ist die Potentialfunktion des nichthomogenen Untergrundes. Ist diese bekannt, so kann der scheinbare spezifische Widerstand in seiner Abhängigkeit von den durchschnittlichen spezifischen Widerständen angegeben werden. An zwei typischen Beispielen sei dies näher ausgeführt, und zwar erstens für den Fall, daß ein kugelhähnlicher gut leitender Störungskörper im homogenen und isotropen Muttergestein eingelagert ist, und zweitens für den Fall, daß zwei planparallele homogene und isotrope Schichten verschiedener Leitfähigkeit unter der Erdoberfläche liegen.

II. Aufsuchung von Störungskörpern. In früheren Arbeiten ist es uns gelungen, die Potentialfunktion für eine ganze Anzahl Fälle, in denen der Untergrund nichthomogen ist, durch einfache analytische Ausdrücke angeben zu können**). Die Nichthomogenität war hierbei auf kompakte Einlagerungen abweichender Leitfähigkeit zurückzuführen, die im homogenen isotropen Muttergestein eingebettet sind. Die für die verschiedenen Körperformen entwickelten Berechnungsweisen lassen sich für unsere Zwecke nutzbar machen und, falls ein endlicher Elektrodenabstand vorausgesetzt war, auch die erhaltenen Ergebnisse. Wir wollen ein Beispiel durchrechnen, für das wir das entsprechende

*) Warren Weaver: a. a. O.

***) J. N. Hummel: Über die Tiefenwirkung bei geoelektrischen Potentiallinienmethoden. Zeitschr. f. Geophys. 4, 22—27 (1928). — Derselbe: Untersuchung der Potentialverteilung für einen speziellen Fall im Hinblick auf geoelektrische Potentiallinienverfahren. Ebenda, S. 67—76. — Derselbe: Beiträge zur geoelektrischen Methode. Ebenda, S. 179—203. — Derselbe: Untersuchung der Potentialverteilung um verschiedene Störungskörper, die sich in einem an und für sich homogenen Stromfelde befinden. Gerlands Beiträge 21, Nr. 2/3, 204—214 (1929).

Potentiallinienbild an der Oberfläche berechnet und aufgezeichnet hatten, so daß sich bequem Vergleiche anstellen lassen*).

Im homogenen isotropen Muttergestein sei ein sehr gut leitender kugelförmiger Störungskörper bestimmter Form eingebettet (Fig. 1). Die Erzeugung eines Stromfeldes und die Messung des Spannungsabfalles mögen nach dem unter Nr. 3 beschriebenen Verfahren vorgenommen werden, bei dem die Elektroden festliegen, und die Sonden auf deren Verbindungslinie in der angegebenen Weise verschoben werden. Die Anordnung der Elektroden in bezug auf die Lage des Störungskörpers sei die gleiche wie diejenige, die in der erwähnten Arbeit der Konstruktion des Störungskörpers zugrunde gelegt war. Die Mitte ihrer Verbindungslinie liege also über dem Kugelmittelpunkt, während die Länge l genau wie dort das Vierfache der Tiefe h des Kugelmittelpunktes betragen möge. Für diesen ganz speziellen Fall hatten wir für die Potentialfunktion die Beziehung

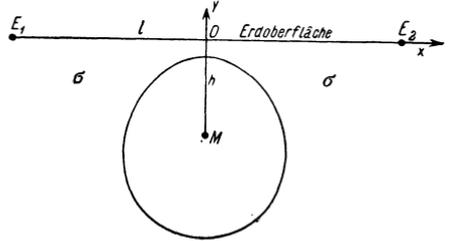


Fig. 1. Sehr gut leitender Störungskörper im homogenen isotropen Muttergestein.

$$\varphi = \frac{J}{2\pi} \varrho \left[\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{0.2l \cdot x}{r_3^3} \right]$$

gefunden, wobei r_3 der Abstand des Aufpunktes vom Kugelmittelpunkt und x die Projektion von r_3 auf die Stromrichtung ist. Die Spannung zwischen zwei Meßpunkten der vorgeschriebenen Art ergibt sich demnach zu

$$V = \frac{J}{2\pi} \varrho \left\{ \frac{1}{|2a|} - \frac{1}{|l-a|} + \frac{1}{|l-2a|} + \frac{0.2l \left(a - \frac{l}{2} \right)}{\left[\left(\frac{l}{4} \right)^2 + \left(a - \frac{l}{2} \right)^2 \right]^{3/2}} - \frac{0.2l \left(2a - \frac{l}{2} \right)}{\left[\left(\frac{l}{4} \right)^2 + \left(2a - \frac{l}{2} \right)^2 \right]^{3/2}} \right\}$$

und der scheinbare spezifische Widerstand für $-l \leq 2a \leq +l$ zu

$$\varrho_s = \varrho \left(1 + 0.2 \cdot l \left\{ \frac{a - \frac{l}{2}}{\left[\left(\frac{l}{4} \right)^2 + \left(a - \frac{l}{2} \right)^2 \right]^{3/2}} - \frac{2a - \frac{l}{2}}{\left[\left(\frac{l}{4} \right)^2 + \left(2a - \frac{l}{2} \right)^2 \right]^{3/2}} \right\} \cdot \frac{2a(l-a)(l-2a)}{(l-2a)^2 + al} \right)$$

*) J. N. Hummel: Theoretische Grundlagen für die Auffindung von Störungskörpern mittels solcher geoelektrischer Methoden, bei denen zwei punktförmige Elektroden zur Erzeugung eines künstlichen Feldes verwandt werden. Ebenda 20, 281—287 (1928).

Zeichnet man das Verhältnis $\frac{Q_s}{Q} \equiv u$ in seiner Abhängigkeit von $\frac{a}{l} \equiv v$ graphisch auf, so erhält man die beistehende Kurve (Fig. 2). Diese zeigt eine recht ausgeprägte Form, was bemerkenswert ist, da die Störungen im entsprechenden Potentiallinienbild nicht als erheblich bezeichnet werden können.

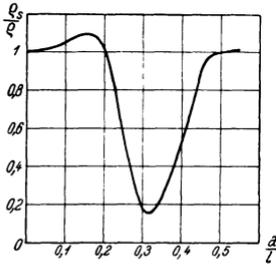


Fig. 2. Verlauf des scheinbaren spezifischen Widerstandes über dem in Fig. 1 aufgezeichneten Störungskörper.

Der geringste Wert des scheinbaren spezifischen Widerstandes beträgt nur noch etwa 15 bis 16 Proz. vom wirklichen spezifischen Widerstand des Muttergesteins.

Es ist leicht einzusehen, daß diese geoelektrische Methode bei der Auffindung von Störungskörpern gute Dienste zu leisten vermag, besonders von solchen, die sich wie der betrachtete ihrer Form nach nur wenig zur Auffindung mittels Potentiallinien- oder Rahmenmethoden eignen. So groß indessen die Abweichung des scheinbaren spezifischen Widerstandes von dem durchschnittlichen spezifischen Widerstande der allerobersten Bedeckung auch sein mag, eine einfache Deutung gestatten die auf diese Weise über

Störungskörper gewonnenen Kurven nicht, da die bestimmenden Faktoren zu mannigfaltig sind. Solange man über die Beschaffenheit des Untergrundes keine einschränkenden Voraussetzungen machen kann, solange sowohl die Form als auch die Ausdehnung, die Leitfähigkeit und die Lagerung sämtlich unbekannt sind, wird selbst aus mehreren aufgenommenen Kurven nicht viel mehr als das Vorhandensein irgend einer Nichthomogenität im Untergrund zu entnehmen sein. Hinzu kommt, daß bei dieser Methode die Abweichungen von den normalen Meßgrößen um so beträchtlicher sind, je ausgedehnter und umfangreicher die Nichthomogenitäten sind. Nun besitzen aber gerade die natürlichen Einlagerungen, wie beispielsweise Adern oder Gänge, meist keinen allzu großen Umfang, weshalb zu deren Auffindung die Potentiallinien- und Rahmenmethoden mit ihrer einfachen Meßtechnik geeigneter sein dürften.

III. Ermittlung der Tiefe und Leitfähigkeit planparalleler Schichten. Das eigentliche Anwendungsgebiet der Aufschlußmethoden, die auf der Bestimmung des scheinbaren spezifischen Widerstandes beruhen, ist die Untersuchung des horizontal geschichteten Untergrundes. Hier sind die Indikationen mit Rücksicht auf den Umfang der Nichthomogenität besonders groß und die Deutungsmöglichkeiten wegen der einschränkenden Voraussetzungen über die Beschaffenheit des Untergrundes relativ leicht. Hier versagen fast alle anderen geoelektrischen Methoden, und gerade solche tektonischen Verhältnisse sind in der Natur häufig anzutreffen, ihre Klärung ist von der größten Wichtigkeit. Es ist daher begreiflich, daß reine Geologie, Bergbau und Technik in gleicher Weise ein großes

Interesse an der Bestimmung des scheinbaren spezifischen Widerstandes und an seiner Deutung besitzen.

Die Analyse der gemessenen Kurven ist aus dem Grunde verhältnismäßig einfach, weil bei der auf geologische Tatsachen gegründeten Annahme einer horizontalen Schichtfolge nur noch verhältnismäßig wenig Unbekannte zu ermitteln sind. Der durchschnittliche spezifische Widerstand ist in diesem Falle eine Funktion der Tiefe allein, die es zu ermitteln gilt. Allenfalls kommt noch eine geringe Neigung der Schichtgrenzen in Frage, die aber keine erheblichen Komplikationen mit sich bringt. Die Voraussetzung für die Berechnung des scheinbaren spezifischen Widerstandes ist wieder die Kenntnis der Potentialfunktion, die wir zunächst aufzustellen haben. Diese hat nun nicht mehr das einfache Aussehen, das wir ihr zu geben vermochten, wenn Störungskörper bestimmter Form im homogenen isotropen Muttergestein eingebettet waren, sie wird bei horizontal geschichtetem Untergrund selbst bei weitgehender Idealisierung der Tektonik durch unendliche Reihen dargestellt. Bei deren Ableitung werden wir weniger die mathematisch formale als vielmehr die physikalisch anschauliche Seite in den Vordergrund stellen*).

Wir behandeln den einfachsten Fall, daß zwei planparallele Schichten im Untergrund vorhanden sind. Die obere werde durch die Erdoberfläche begrenzt, die untere sei nach unten unbegrenzt. Es sind dann im ganzen drei Schichten vorhanden, da der oberhalb der Erdoberfläche gelegene luftegefüllte Raum auch eine Schicht mit der Leitfähigkeit Null darstellt. Der Allgemeinheit halber nehmen wir zunächst an, daß drei homogene isotrope Medien beliebiger Leitfähigkeit durch zwei planparallele Ebenen voneinander getrennt sind und den ganzen Raum erfüllen. In die mittlere Schicht, deren Dicke h sei, werde ein Quellpunkt mit der Ergiebigkeit $J/4\pi$ im Abstand d von der oberen Schicht hereingebracht, und es fragt sich nun, welchen Wert das Potential in jeder der drei Schichten erhält. Zur Unterscheidung versehen wir alle Symbole, die sich auf die untere Schicht beziehen, mit einem Strich, alle diejenigen, die sich auf die obere beziehen, mit zwei Strichen, während diejenigen, die sich auf die mittlere begrenzte Schicht beziehen, ohne Index bleiben sollen.

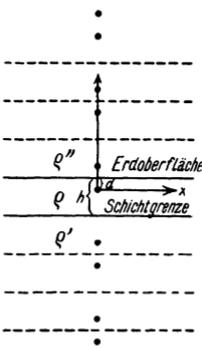
Die Potentialfunktion hat, wenn ν die Flächennormale ist, an den Grenz-ebenen ganz allgemein die Bedingungen

$$\sigma^r \frac{\partial \varphi^r}{\partial \nu} = \sigma^s \frac{\partial \varphi^s}{\partial \nu} \quad \text{und} \quad \varphi^r = \varphi^s$$

zu erfüllen. Dies ist nur möglich, wenn jede der beiden Ebenen hinsichtlich der Lage der Quellpunkte Symmetrieebene ist. Beim Vorhandensein einer einzigen Trennungsebene erreicht man dies bekanntlich dadurch, daß man jede wirkliche Quelle an dieser Ebene spiegelt und die Spiegelpunkte als fiktive Quellen in Rechnung setzt. Bei zwei Ebenen kommt man nur dann zum Ziele,

*) Eine andere Ableitung als die hier gewählte findet sich in: F. Ollendorff, Erdströme, S. 69 ff. Berlin 1928.

wenn die wirklichen Quellen und ihre ersten Spiegelbilder immer wieder ungezählte Male an den beiden Ebenen gespiegelt werden, wobei man jedesmal neue Quellpunkte erhält (Fig. 3). Für das Potential erhält man hierdurch Ausdrücke von der Form



$$\varphi = \frac{q}{4\pi} \sum^m \frac{J_m}{r_m},$$

in denen die Abstände r_m durch die Lagen des wirklichen und der fiktiven Quellpunkte gegeben sind. Fällt der Mittelpunkt eines Koordinatensystems mit dem wirklichen Quellpunkt zusammen, liegt die x -Achse den Trennungsebenen parallel, während die y -Achse senkrecht auf diesen steht, so ist r_m^2 entweder gleich $x^2 + (y \pm 2nh)^2 + z^2$ oder gleich $x^2 + (y \pm 2nh - 2d)^2 + z^2$, wobei n die Folge der ganzen Zahlen von 0 bis ∞ durchläuft. Die Ergiebigkeit $J_m/4\pi$ der fiktiven Quellpunkte ist zunächst noch offen, kann aber nunmehr mit Hilfe dieser Ansätze leicht aus den Grenzbedingungen errechnet werden. Setzt man zur Abkürzung die immer wiederkehrenden Quo-

Fig. 3. Spiegelung eines Quellpunktes an zwei planparallelen Schichtgrenzen zwecks Aufstellung der Potentialfunktion.

tienten $\frac{q' - q}{q' + q} = k_1$ und $\frac{q'' - q}{q'' + q} = k_2$, so erhält man für die Potentiale die Gleichungen

$$\varphi = \frac{J}{4\pi} q \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{k_1^n \cdot k_2^n}{\sqrt{x^2 + (y + 2nh)^2 + z^2}} + \frac{k_1^n \cdot k_2^{n+1}}{\sqrt{x^2 + (y - 2nh - 2d)^2 + z^2}} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{k_1^n \cdot k_2^n}{\sqrt{x^2 + (y - 2nh)^2 + z^2}} + \frac{k_1^n \cdot k_2^{n-1}}{\sqrt{x^2 + (y + 2nh - 2d)^2 + z^2}} \right] \right\},$$

$$\varphi' = \frac{J}{4\pi} q \cdot (1 + k_1) \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{k_1^n \cdot k_2^n}{\sqrt{x^2 + (y - 2nh)^2 + z^2}} + \frac{k_1^n \cdot k_2^{n+1}}{\sqrt{x^2 + (y - 2nh - 2d)^2 + z^2}} \right],$$

$$\varphi'' = \frac{J}{4\pi} q \cdot (1 + k_2) \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_1^n \cdot k_2^n}{\sqrt{x^2 + (y + 2nh)^2 + z^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_1^n \cdot k_2^{n-1}}{\sqrt{x^2 + (y + 2nh - 2d)^2 + z^2}} \right].$$

Werden $q'' = \infty$, also $k_2 = +1$, wie es der Wirklichkeit immer entspricht, und $d = 0$, was mit Rücksicht auf den weit größeren Elektrodenabstand meist statthaft ist, so vereinfachen sich diese Ausdrücke erheblich. Begnügt man

sich zudem mit dem Werte des Potentials an der Grenze der nichtleitenden Schicht, so erhält man, indem man $y = 0$ setzt,

$$\varphi_{y=0} \equiv \varphi''_{y=0} = \frac{J}{2\pi} \varrho \left[\frac{1}{\sqrt{x^2 + z^2}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_1^n}{\sqrt{x^2 + (2nh)^2 + z^2}} \right].$$

Mit diesem speziellen Falle, der die Lösung des geophysikalischen Problems darstellt, wollen wir uns nunmehr beschäftigen.

Wir fassen zunächst die zuerst beschriebene Methode, die Wenner angegeben hat, ins Auge. Für die Spannungsdifferenz zwischen den beiden Meßsonden erhält man in diesem Falle

$$V = \frac{J}{2\pi a} \varrho \left\{ 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} k_1^n \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(2n \frac{h}{a}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{4 + \left(2n \frac{h}{a}\right)^2}} \right] \right\}.$$

Hiernach ergibt sich der scheinbare Widerstand zu

$$\varrho_s = \varrho \left\{ 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} k_1^n \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(2n \frac{h}{a}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{4 + \left(2n \frac{h}{a}\right)^2}} \right] \right\}.$$

Rückt die eine der beiden Elektroden ins Unendliche, haben wir es also mit dem zweiten der beschriebenen Verfahren zu tun, so erhält man die gleiche Beziehung.

Der scheinbare spezifische Widerstand als Funktion der Basis a ist unter diesen Bedingungen völlig unabhängig von der örtlichen Aufstellung der gesamten Erreger- und Meßapparatur und allein noch durch die Änderung des durchschnittlichen spezifischen Widerstandes mit der Tiefe bestimmt. Trägt man das Verhältnis $\frac{\varrho_s}{\varrho} \equiv v$

als Funktion von $\frac{a}{h} \equiv u$ für verschiedene

Werte von ϱ' bzw. von k_1 graphisch auf, so erhält man Kurven, die durch die Wahl dieser Koordinaten universellen Charakter besitzen und für jeden spezifischen Widerstandswert des obersten Bodens und für jede Tiefe der unteren Schichtgrenze Gültigkeit besitzen. In der Fig. 4 sind einige Kurven eingezeichnet. Um weitere derartige Kurven bequem berechnen zu können, sind in der umstehenden Tabelle die für jedes k_1 immer wieder

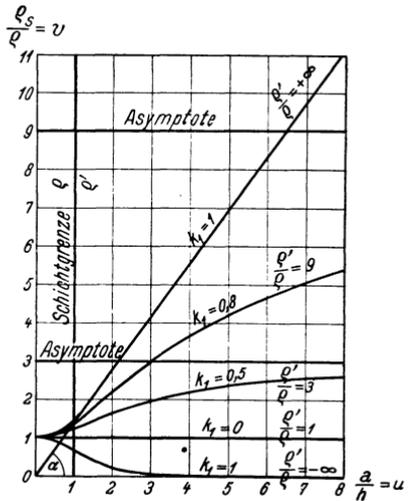


Fig. 4.

Verlauf des scheinbaren spezifischen Widerstandes über einer der ebenen Erdoberfläche im Abstände h parallel laufenden Schichtgrenze für verschiedene Widerstandsverhältnisse der beiden aneinandergrenzenden Schichten.

Kurven eingezeichnet. Um weitere derartige Kurven bequem berechnen zu können, sind in der umstehenden Tabelle die für jedes k_1 immer wieder

kehrenden Zahlenwerte der eckigen Klammer für verschiedene Werte von $2n/u$ zusammengestellt. Dieselben werden uns auch noch in dem allgemeinen Falle, daß mehrere Bedeckungsschichten vorhanden sind, gute Dienste leisten.

$2n/u$	Klammerwert	$2n/u$	Klammerwert	$2n/u$	Klammerwert
0.125	0.493 252	4.75	0.011 982	9.75	0.001 557
0.25	0.474 159	5	0.010 421	10	0.001 446
0.375	0.444 893	5.25	0.009 115	10.25	0.001 345
0.5	0.409 356	5.5	0.008 014	10.5	0.001 253
0.75	0.331 835	5.75	0.007 081	10.75	0.001 167
1	0.259 993	6	0.006 285	11	0.001 093
1.25	0.200 696	6.25	0.005 602	11.25	0.001 023
1.5	0.154 700	6.5	0.005 014	11.5	0.000 959
1.75	0.119 851	6.75	0.004 505	11.75	0.000 900
2	0.093 660	7	0.004 061	12	0.000 846
2.25	0.073 957	7.25	0.003 673	13	0.000 668
2.5	0.059 043	7.5	0.003 332	14	0.000 530
2.75	0.047 657	7.75	0.003 032	15	0.000 437
3	0.038 878	8	0.002 767	16	0.000 361
3.25	0.032 037	8.25	0.002 531	17	0.000 301
3.5	0.026 652	8.5	0.002 322	18	0.000 254
3.75	0.022 369	8.75	0.002 134	19	0.000 216
4	0.018 929	9	0.001 966	20	0.000 186
4.25	0.016 141	9.25	0.001 815	22	0.000 140
4.5	0.013 861	9.5	0.001 680	24	0.000 108

Bei einer Analyse der aufgenommenen Kurven ist die eine Unbekannte, die Tiefe h , aus dem universellen Maßstabe zu entnehmen, den es zu ermitteln gilt. Die anderen beiden Unbekannten, der spezifische Widerstand der oberen Schicht ρ und der unteren ρ' , sind dagegen aus dem eigentümlichen Verlaufe der Kurven zu entnehmen, die fünf charakteristische Punkte besitzen: Den Anfangspunkt bei $u = 0$, zwei Punkte größter Krümmung, zwischen beiden einen Wendepunkt und schließlich den unendlich fernen Punkt. Da über die Neigung der Kurve der erste Differentialquotient, über den Wendepunkt der zweite, und über die Punkte größter Krümmung der dritte Auskunft gibt, seien zunächst diese drei Ableitungen mitgeteilt. Es sind

$$\frac{\partial v}{\partial u} \equiv v' = 4 \cdot 4 \frac{1}{u^3} \sum_{n=1}^{\infty} k_1^n \cdot n^2 \left\{ \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{2n}{u} \right)^2 \right]^{3/2}} - \frac{1}{\left[4 + \left(\frac{2n}{u} \right)^2 \right]^{3/2}} \right\},$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial u^2} \equiv v'' = 4 \cdot 12 \frac{1}{u^4} \sum_{n=1}^{\infty} k_1^n \cdot n^2 \left\{ \frac{4}{\left[4 + \left(\frac{2n}{u} \right)^2 \right]^{5/2}} - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{2n}{u} \right)^2 \right]^{5/2}} \right\},$$

$$\frac{\partial^3 v}{\partial u^3} \equiv v''' = 4 \cdot 48 \frac{1}{u^5} \sum_{n=1}^{\infty} k_1^n \cdot n^2 \left\{ \frac{1 - \left(\frac{2n}{u} \right)^2}{\left[1 + \left(\frac{2n}{u} \right)^2 \right]^{7/2}} - \frac{16 \left[1 - \left(\frac{2n}{u} \right)^2 \right]}{\left[4 + \left(\frac{2n}{u} \right)^2 \right]^{7/2}} \right\}.$$

Sämtliche Kurven beginnen im Punkte $u = 0, v = 1$. Der scheinbare spezifische Widerstand stimmt also bei sehr kleiner Basis mit dem spezifischen Widerstand der obersten Bodenschicht überein. Da auch der erste Differentialquotient in diesem Punkte Null wird, verläuft das erste Kurvenstück der Abszisse parallel. Man erhält dementsprechend selbst bei endlicher Basis a für den scheinbaren spezifischen Widerstand zunächst einen Wert, der sich nur wenig von dem wirklichen spezifischen Widerstand der oberen Schicht unterscheidet.

Wird $u = \infty$, so gewinnt die Kurvengleichung die Form

$$\lim_{u \rightarrow \infty} v = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} k_1^n.$$

Bedenkt man, daß für $k_1 < +1$ die Summe $\sum_{n=1}^{\infty} k_1^n = \frac{k_1}{1 - k_1}$ ist, so folgt für den unendlich fernen Punkt $\varrho_s = \varrho'$. Diese Beziehung besagt, daß die Wirkung der oberen Schicht völlig verschwindet, wenn die Basis a im Verhältnis zur Tiefe h sehr groß wird. Die erste Ableitung wird hier ebenfalls Null, was besagt, daß die Asymptoten der Kurven Parallelen zur u -Achse sind.

Der Faktor k_1 schwankt zwischen den Werten $+1$ und -1 . Ist er positiv, der spezifische Widerstand der unteren Schicht also größer als der der oberen, so steigt die Kurve an. Ist er negativ, der spezifische Widerstand der unteren Schicht also geringer als der der oberen, so fällt sie ab. Ist $k_1 = +1$, der spezifische Widerstand der unteren Schicht also unendlich groß, so besitzt die Kurve den steilsten Anstieg, ist $k_1 = -1$, der spezifische Widerstand der unteren Schicht also Null, so ist der Abfall der Kurve am größten. Die prozentuale Abweichung vom normalen Werte ist für jedes negative k_1 immer größer als für den gleichen positiven Wert. Eine besser leitende Schicht in der Tiefe verrät sich also leichter als eine schlechter leitende, worauf bereits Weaver hingewiesen hat*). Die Wiedergabe der Kurven in der Fig. 4 läßt andererseits erkennen, in welchem hohem Maße der scheinbare spezifische Widerstand sich trotzdem ändern kann, wenn die untere Schicht schlechter als die obere leitet. Diese Tatsache sichert dem Verfahren einen einzigartigen Anwendungsbereich, da die wenigen geoelektrischen Methoden, die sonst noch der Klärung des horizontal geschichteten Untergrundes dienen, mit Vorteil wohl nur auf gute Leiter angesetzt werden können.

Von besonderer Bedeutung ist der Fall $k_1 = +1$, da sich für positives k_1 sämtliche Kurven in ihrem uns interessierenden Teile dieser Grenzkurve stark nähern, wofern nur das Leitfähigkeitsverhältnis einen gewissen Wert, etwa $1:10$, überschreitet. In diesem wichtigen Grenzfall läßt sich die Kurvengleichung noch etwas umformen.

*) Warren Weaver, a. a. O.

Benutzt man die Beziehung

$$\sum_1^{n_2 i} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2n}{u}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{4 + \left(\frac{2n}{u}\right)^2}} \right] \\ = \frac{1}{2} \sum_1^{n_i} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2n}{u}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2n-1}{u}\right)^2}} \right] + \sum_{n_{i+1}}^{n_2 i} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2n}{u}\right)^2}},$$

die sich ergibt, wenn man aus dem Nenner des zweiten Summanden der linken Seite $\sqrt{4}$ ausklammert und die einzelnen Glieder geeignet umgruppiert, so gewinnt sie die Form

$$v = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2n}{u}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2n-1}{u}\right)^2}} \right] + 4 \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{n_{i+1}}^{n_2 i} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2n}{u}\right)^2}}.$$

Da ferner

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{n_{i+1}}^{n_2 i} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2n}{u}\right)^2}} = \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{n_{i+1}}^{n_2 i} \frac{u}{2n} = \frac{u}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n-1)} \\ = \frac{u}{2} \ln 2 = \frac{u}{2} \cdot 0.6931475 \dots$$

ist, kann die Kurvengleichung für $k_1 = +1$ geschrieben werden

$$v = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2n}{u}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2n-1}{u}\right)^2}} \right] + 2u \cdot \ln 2.$$

Für große Werte von u läßt sich für die Summe noch $-\frac{1}{2}$ setzen, so daß man dann die Gleichung

$$\lim_{u \rightarrow \infty} v = 2u \cdot \ln 2 = u \cdot 1.386295 \dots$$

erhält. Die Fig. 4 verrät, daß dieser Grenzwert praktisch bereits bei etwa $u = 1.5$ erreicht ist. Die Kurve fällt von hier ab ziemlich mit ihrer Asymptote zusammen, die eine durch den Nullpunkt gehende Gerade mit dem Neigungswinkel $\operatorname{tg} \alpha = 1.386295 \dots$ ist. Da alle übrigen Asymptoten der u -Achse parallel laufen, ändern sie sich also sprunghaft, sobald $k_1 = +1$ wird. Trotzdem gehen die zugehörigen Kurven stetig ineinander über.

Sämtliche Reihen sind für jeden endlichen Wert von u konvergent. Nur in dem einzigen Falle, in dem $k_1 = +1$ und zugleich $u = \infty$ werden, ist die Reihe divergent. Dies bedeutet, daß der Strom, der einer unbegrenzten planparallelen Platte endlicher Dicke mittels zweier Elektroden zugeführt wird,

dann auf den Wert Null heruntersinkt, wenn der Elektrodenabstand unendlich groß wird. Dies steht im Gegensatz zu dem Falle, in dem das leitende Medium nach drei Richtungen unbegrenzt ist. Tauchen zwei unendlich weit auseinander liegende Elektroden in ein solches Medium ein, so behält der Strom bekanntlich einen endlichen Wert, der durch die angelegte Spannung und den sogenannten Übergangswiderstand nach dem Ohmschen Gesetz bestimmt ist. Auch diese Erscheinung ist übrigens aus der Kurvengleichung zu entnehmen.

Ist $u = 1$, so wird v für $k_1 = +1$ ziemlich genau 1.5. Der scheinbare spezifische Widerstand ist also, wenn die Basis a gerade so groß wie die Tiefe h ist, $1\frac{1}{2}$ mal so groß wie der spezifische Widerstand der oberen Schicht. Man kann diese Beziehung heranziehen, um umgekehrt bei einer Analyse der aufgenommenen Kurve deren Maßstab und damit die Tiefe der Schichtgrenze zu gewinnen. In diesem Sinne ist die Parallele zur v -Achse, die wir dem Vorgehen der Praktiker folgend*) in der Fig. 4 eingezeichnet haben, als Schichtgrenze aufzufassen.

Arbeitet man nach der unter Nr. 4 beschriebenen Methode, also im wesentlichen nur mit einer Elektrode und einer Meßsonde, so erhält man für den scheinbaren spezifischen Widerstand die Beziehung

$$\frac{\rho_s}{\rho} \equiv v = 1 + 2 \sum_{u=1}^{\infty} k_1^n \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2u}{u}\right)^2}}.$$

Die Kurven besitzen jetzt einen wesentlich anderen Verlauf. Nur in den Punkten $u = 0$ und $u = \infty$ stimmen sie mit den entsprechenden der Fig. 4 überein. Dazwischen sind sie konkav gegen die Abszisse gekrümmt und steigen bereits im Punkte $u = 0$ an. Der sofort einsetzende steile Anstieg ist darauf zurückzuführen, daß die untere Schicht das Potential von vornherein schon entscheidend beeinflußt und nicht erst, wenn der Abstand der beiden Meßsonden einen bestimmten Wert überschritten hat. Die Reihen sind nur noch für $k_1 < +1$ konvergent, für $k_1 = +1$ dagegen bei jedem Werte von u divergent. Wir wollen auf weitere Folgerungen nicht eingehen, da diese Modifikation des Verfahrens in der Praxis wohl noch keine Anwendung gefunden hat.

Die Ähnlichkeit aller hier geschilderten geoelektrischen Arbeitsweisen mit der seismischen Aufschlußmethode springt in die Augen. Den Elektroden entsprechen die Sprengpunkte, den elektrischen Meßsonden die Seismographen, der Erhöhung der angelegten elektrischen Spannung entspricht eine Vermehrung der Sprengladung, der elektrischen Leitfähigkeit die Reinheit des Materials. Hier wie dort werden durch Vergrößerung der Basis Kurven gewonnen, deren Verlauf mancherlei Analogien zuläßt und deren Analyse in ähnlicher Weise vornehmlich die Beschreibung des geschichteten Untergrundes zum Ziel hat.

*) E. G. Leonardon, Sherwin F. Kelly und Irving B. Crosby a. a. O.

Während wir in diesem Aufsatz die elektrischen Ergebnisse für den einfachen Fall theoretisch ermittelt haben, daß der sonst homogene Untergrund von einer einzigen planparallelen ebenen Schicht abweichender Leitfähigkeit überdeckt ist, sollen in einer späteren, demnächst erscheinenden Fortsetzung die Rechnungen für zwei solche planparallele Überdeckungsschichten in gleicher Weise durchgeführt werden. Die für diese beiden Sonderfälle errechneten Kurven werden dann eine Analyse fast aller experimentell gefundenen Ergebnisse möglich machen. Für die Erforschung größerer Tiefen ist bei entsprechender Vergrößerung der Basis noch die Krümmung der Erdoberfläche bzw. der Schichtgrenzen in den Rechnungen zu berücksichtigen.

Berlin, den 8. Mai 1929.

Modellversuche mit der Viertelwellenmethode.

Von **J. N. Hummel**. — (Mit drei Abbildungen.)

Die Vorgänge bei der Viertelwellenmethode spielen sich in der Nah- und Zwischenzone einer schwingenden Dipolantenne ab. Daher sind in der Theorie sämtliche drei Glieder der Hertz'schen Strahlungsgleichung für den Dipol zu berücksichtigen. Unter diesem Gesichtspunkt wird die Rückwirkung einer sehr gut leitenden Schicht auf den Sender berechnet. Bei den Modellversuchen werden extrem kurze Wellen nach der Methode von Barkhausen und Kurz erzeugt. Die Rückwirkung einer gut leitenden Schicht auf dem Sendedipol wird experimentell gemessen, und die Kurve des Antennenstromes aufgezeichnet. Werden die bei der Berechnung gemachten vereinfachenden Annahmen bei einem Vergleich berücksichtigt, so ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Praxis.

Allgemeines. Von allen geoelektrischen Methoden ist die Anwendungsmöglichkeit der dynamischen Methoden am meisten umstritten. Dies ist in erster Linie darauf zurückzuführen, daß wohlbekanntes und günstige geologische Verhältnisse, bei denen das Arbeiten mit elektromagnetischen Schwingungen klare und einwandfreie Ergebnisse zu liefern vermag, nur selten vorliegen, und daß infolgedessen derartige Untersuchungen auch nur wenig vorgenommen worden sind. Es liegt daher nahe, zur Klärung der Verhältnisse Modellversuche im Laboratorium vorzunehmen, durch die sowohl die Brauchbarkeit der Methoden geprüft wie auch den Untersuchungen im Gelände vorgearbeitet werden kann. Während nun im Gelände Wellenlängen zwischen etwa 50 bis 300 m angewandt werden, sind im Laboratorium solche zwischen 1 bis 3 m angebracht. Größer dürfen sie nicht sein, wenn man in den gewöhnlich zur Verfügung stehenden Räumen stehende Wellen mit Knoten und Bäuchen herstellen und untersuchen will. Je kleiner sie andererseits sind, um so unbequemer gestaltet sich ihre Vermessung. Wellen dieses Bereichs eignen sich aber in ausgezeichneter Weise für experimentelle Laboratoriumsversuche.

Während man es in der Natur immer mit feststehenden unveränderlichen Verhältnissen zu tun hat, die nur selten für derartige Untersuchungen günstig