

## Werk

**Jahr:** 1929

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 GEOGR PHYS 203:5

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN101433392X\_0005

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X\\_0005](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0005)

**LOG Id:** LOG\_0026

**LOG Titel:** Bemerkungen zur Ableitung des größten möglichen Schwereunterschieds

**LOG Typ:** article

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN101433392X

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

## Bemerkungen zur Ableitung des größten möglichen Schwereunterschieds.

Von **Karl Jung**, Potsdam. — (Mit einer Abbildung.)

Zu den Ausführungen auf S. 67 und 68 in diesem Band dieser Zeitschrift (Heft 2) sind vielleicht folgende nachträgliche Bemerkungen angebracht.

Um den größten möglichen, von im Untergrund verborgenen Dichteunterschieden hervorgerufenen Schwereunterschied in den Stationen  $P_1$  und  $P_2$  zu berechnen (s. Fig. 1 a, S. 67), wurde der Raum unter  $P_1 P_2$  von der durch die Mitte  $O$  von  $P_1 P_2$  gelegten Symmetrieebene in zwei Teile zerlegt. Massen, die sich unter  $P_1$  befinden, wirken auf die Schwere in  $P_1$  stärker ein als auf die Schwere in  $P_2$ , bei unter  $P_2$  befindlichen Massen ist es umgekehrt.

Im Falle der Fig. 1 a, wenn  $P_1$  und  $P_2$  so nahe beieinander liegen, daß  $P_1 P_2$  als Gerade angesehen werden kann und die Schwererichtungen in  $P_1$  und  $P_2$  so gut wie einander parallel sind, bedarf dies weiter keines besonderen Beweises.

Im allgemeineren Falle, wenn  $P_1$  und  $P_2$  so weit auseinander liegen, daß die Krümmung der Erdoberfläche nicht mehr vernachlässigt werden kann (Fig. 1 b, S. 68), trennt die Symmetrieebene durch  $O$  gleichfalls Raunteile mit Massenpunkten, die auf  $P_1$  stärker wirken, von Raunteilen mit Punkten, die auf  $P_2$  stärker wirken. Dies ist aus Symmetriegründen selbstverständlich. Weniger selbstverständlich jedoch ist, daß es außer der Symmetrieebene durch  $O$  innerhalb der Erdkugel keine weitere Fläche gibt, die Raunteile von der angegebenen Art trennt. Hierzu sei der Beweis nachgeholt.

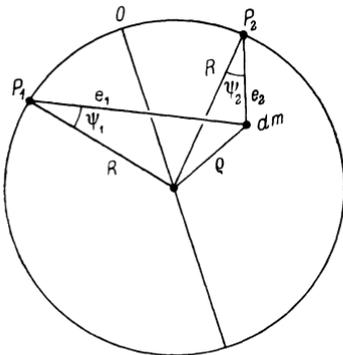


Fig. 1.

Der Abstand des Massenpunktes  $dm$  von  $P_1$  und  $P_2$  sei  $e_1$  bzw.  $e_2$  (siehe Fig. 1), der Abstand vom Erdmittelpunkt sei  $\rho$ ,  $R$  sei der Erdradius,  $\psi_1$  und  $\psi_2$  seien die Winkel, die  $e_1$  und  $e_2$  mit den zum Mittelpunkt gerichteten Schwerkräften in  $P_1$  und  $P_2$  bilden. Dann ist die Wirkung von  $dm$  auf  $P_1$  und  $P_2$  proportional  $\frac{\cos \psi_1}{e_1^2}$  und  $\frac{\cos \psi_2}{e_2^2}$ . Der Raumteil, in dem  $dm$  stärker auf  $P_1$  wirkt, wird von dem Raumteil mit der größeren Wirkung auf  $P_2$  durch Flächen getrennt, für deren Punkte die Wirkungen auf  $P_1$  und  $P_2$  gleich sind. Es sind also die Punkte zu suchen, die die Gleichung

$$\frac{\cos \psi_1}{e_1^2} - \frac{\cos \psi_2}{e_2^2} = 0 \dots \dots \dots (1)$$

erfüllen.

Jedem Punkt entsprechen bestimmte Werte von  $e_1$ ,  $e_2$  und  $\varrho$ . Diese Zuordnung ist nicht ganz eindeutig, da jeweils der in bezug auf die Großkreisebene  $P_1 O P_2$  symmetrische Punkt dieselben Koordinaten  $(e_1, e_2, \varrho)$  hat, ein Umstand, der aus Symmetriegründen unbedenklich ist. Mit

$$\varrho^2 = R^2 + e_1^2 - 2 R e_1 \cos \psi_1 \quad \text{und}$$

$$\varrho^2 = R^2 + e_2^2 - 2 R e_2 \cos \psi_2$$

ergibt sich aus (1):

$$\frac{R^2 + e_1^2 - \varrho^2}{2 R e_1^3} - \frac{R^2 + e_2^2 - \varrho^2}{2 R e_2^3} = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

und hieraus erhält man nach einfachen Umformungen:

$$(e_2 - e_1) [(R^2 - \varrho^2)(e_1^2 + e_2^2 + e_1 e_2) + e_1^2 e_2^2] = 0 \quad \dots \dots (3)$$

Man sieht sofort: eine der Lösungen ist die Symmetrieebene durch  $O$ ,  $e_1 = e_2$ . Weitere Lösungen sind bestimmt durch

$$(R^2 - \varrho^2)(e_1^2 + e_2^2 + e_1 e_2) + e_1^2 e_2^2 = 0 \quad \dots \dots \dots (4)$$

und die Bedingung, daß die Punkte innerhalb der Erdkugel oder auf der Erdoberfläche liegen. Außer der Gleichung (4) müssen demnach die Bedingungen  $R^2 - \varrho^2 \geq 0$ ,  $e_1 \geq 0$ ,  $e_2 \geq 0$  erfüllt sein.

Diesen Bedingungen entsprechen nur die Punkte  $P_1$  und  $P_2$  mit den Koordinaten  $\varrho = R$ ,  $e_1 = 0$ ,  $e_2 = \overline{P_1 P_2}$  und  $\varrho = R$ ,  $e_1 = \overline{P_1 P_2}$ ,  $e_2 = 0$ . Weitere reelle Wertetripel  $(e_1, e_2, \varrho)$ , die (4) und den Bedingungen genügen, existieren nicht.

Somit ist tatsächlich die Symmetrieebene durch  $O$  die einzige Fläche, die im Innern der Erdkugel Raumteile mit auf  $P_1$  stärker wirkenden Massenpunkten von Raumteilen mit auf  $P_2$  stärker wirkenden Punkten trennt, und die im weiteren betrachtete Massenordnung gibt tatsächlich den größten möglichen Schwereunterschied.

Außerhalb der Erdkugel, wenn  $\varrho > R$ , existieren reelle Lösungen von (4). Ehe man untersucht, ob gemessene Schwereunterschiede wirklich vorliegen können, ist deshalb die topographische Reduktion und die Reduktion auf gleiches Niveau vorzunehmen.

