

## Werk

**Jahr:** 1929

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 GEOGR PHYS 203:5

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN101433392X\_0005

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X\\_0005](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0005)

**LOG Id:** LOG\_0041

**LOG Titel:** Über die Stratosphärentemperatur und die Strahlungsbedingungen der oberen Atmosphäre

**LOG Typ:** article

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN101433392X

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

Es sieht auch so aus, als ob die Energie der vom Außenraum eindringenden Korpuskularstrahlen vollständig in der sonnenbelichteten Atmosphäre absorbiert werde, wenn die Sonnenbeleuchtung etwa 200 km tief in der Atmosphäre liegt. Wenn aber nur die über 300 km liegenden Schichten beleuchtet sind, so wird nur ein Teil der Energie verbraucht, und der Nordlichtstrahl kann wieder aufleuchten, wenn er ein Stück in den Erdschatten eingedrungen ist. Wenn schließlich nur die Schichten höher als etwa 400 km beleuchtet sind, so hat das keine merkbare Wirkung auf die Energieabsorption der Korpuskularstrahlen. Sie dringen dann bis zu einem Niveau von 100 km ein.

Es gibt hier für die Physiker und Astrophysiker interessante Probleme zu lösen. Besonders beachtenswert ist die Tatsache, daß der ionisierte Stickstoff, wie das Spektrum erzählt, so hoch emporsteigt, und ferner die Tatsache, daß die grüne Nordlichtlinie, die nach den neueren Untersuchungen wohl dem Sauerstoff angehört, in diesen großen Höhen wesentlich schwächer ist als in der gewöhnlichen Nordlichtregion.

Dröbak, im Juli 1929.

---

## Über die Stratosphärentemperatur und die Strahlungsbedingungen der oberen Atmosphäre.

Von **R. Mügge**. — (Mit elf Abbildungen.)

§1. Die Stratosphäre als Zone des Strahlungsgleichgewichts nach Emden. Die Beobachtungen und die atmosphärische Rückstrahlung. Simpsons Arbeiten über die totale Ausstrahlung. Durch die Untersuchungen von Humphreys und Gold, sehr eingehend dann durch die grundlegende Arbeit von R. Emden<sup>1)</sup>, welcher die Schwarzschildschen Gleichungen für die vertikalen Strahlungsströme auf die Atmosphäre anwandte, gelang eine befriedigende Erklärung für die Erscheinungen der Stratosphäre. Die Rechnung ergibt sowohl die annähernde Temperaturkonstanz mit der Höhe als auch Temperaturen selbst, die den in Europa beobachteten mittleren Werten entsprechen: — 55° bis — 60° C. Die Theorie liefert überdies eine Erklärung für das Zustandekommen eines vertikalen Temperaturgradienten überhaupt, sowie eine obere Grenze für das Auftreten der thermodynamisch bedingten Temperaturgradienten, d. h. für die Höhe der Troposphäre. Die oben angeführte Temperatur des Strahlungsgleichgewichts, ein Ergebnis der Rechnung, ergibt sich dabei in weitem Maße unabhängig von den vereinfachenden Annahmen über die Absorption und Emission der Strahlung, insbesondere auch von der Einteilung des gesamten Spektrums in zwei als grau zu betrachtende Spektralbezirke. Ist  $T$  die Temperatur in Celsiusgraden,  $\Theta$  identisch mit der Funktion  $\Theta = \sigma \cdot T^4$ ,

wo  $\sigma$  die bekannte Konstante des Stefan-Boltzmannschen Gesetzes:  $\sigma = 8.15 \cdot 10^{-11}$  g cal/min cm<sup>2</sup>; ist ferner  $m$  die von oben gerechnete strahlende Masse der Atmosphäre,  $a_1$  der Absorptionskoeffizient einer kurzwelligen, wesentlich im Sonnenlicht enthaltenen Strahlung, und  $a_2$  die gleiche Größe für eine langwellige als grau geltende Strahlung, so ergibt sich aus den Schwarzschildischen Ansätzen des Strahlungsgleichgewichts:

$$\Theta = \frac{J}{2} \left[ 1 + \frac{a_2}{a_1} + \left( \frac{a_1}{a_2} - \frac{a_2}{a_1} \right) \cdot e^{-a_1 \cdot m} \right] \dots \dots \dots (1)$$

Hier bedeutet  $J$  den für Tag und Nacht sowie die Erde als Ganzes gemittelten Wert der Sonnenzustrahlung, unter Einrechnung der Albedo. Da das Sonnenlicht durch die Atmosphäre bzw. durch den in ihr enthaltenen Wasserdampf sehr schwach, die von der Erdoberfläche und der Atmosphäre ausgesandte langwellige Wärmestrahlung aber sehr stark absorbiert wird, so ist  $a_1/a_2 = \epsilon$  eine kleine Zahl. Für gegen 0 strebendes  $m$ , also hohe Lagen der Atmosphäre, ergibt sich

$$\Theta_{(m=0)} = \frac{J}{2} [1 + \epsilon] \dots \dots \dots (2)$$

je kleiner also  $\epsilon$ , um so geringer auch  $\Theta$ , für  $\epsilon = 0$  erhalten wir als minimales  $\Theta$  des Strahlungsgleichgewichts

$$\Theta = \frac{J}{2} \dots \dots \dots (2a)$$

Rechnen wir die mittlere Solarkonstante zu rund 2 gcal/min cm<sup>2</sup> und die mittlere Energiealbedo der Erde zu 40 Proz., so ist

$$J = \frac{2}{4} \cdot (1 - 40 \text{ Proz.}) = 0.30 \text{ gcal/min cm}^2 \dots \dots \dots (3)$$

Hieraus folgt nach (2a):  $\Theta = 0.15$  oder  $T = -60^\circ \text{C}$ . Erst wenn das Verhältnis  $a_1/a_2 = \epsilon$  die Zahl 0.1 wesentlich überschreitet, steigt auch die Temperatur am oberen Ende der Atmosphäre erheblich an, ein Ergebnis der Theorie, das für die oberhalb 30 km Höhe gemutmaßten hohen Temperaturen unserer Atmosphäre sehr wesentlich ist.

So gut nun die hier skizzierte Emdensche Theorie die mittleren Verhältnisse der Erdatmosphäre wiedergibt, so schwierig wird ihre Anwendung auf die Atmosphäre im einzelnen. Theoretisch erlauben die Schwarzschildischen Ansätze die Berechnung der Strahlungsströme für jede beliebige Stelle der Atmosphäre, sobald die Verteilung der Temperaturen und der strahlenden Massen  $m$  bekannt ist. Für letztere kann man zunächst in erster Annäherung die Verteilung des in der Atmosphäre enthaltenen Wasserdampfes einsetzen, die wir aus der am Boden gemessenen Dampfmenge  $\bar{w}$  gemäß der Süringschen Formel über die Abnahme des Dampfdruckes mit der Höhe berechnen können. Wir setzen also:

$$w_h = \bar{w} \cdot 10^{-\frac{h}{5}} \dots \dots \dots (4)$$

vernachlässigen also die zwischen Dampfmenge und Dampfdruck auftretenden Faktoren und nehmen an, daß die strahlende Masse  $m$  der Dampfmenge  $w$  proportional sei. Als erster nahm Hergesell die obige Aufgabe einer Berechnung der Strahlungsströme für Batavia und Lindenberg in Angriff<sup>2)</sup>, aber die einfache Anwendung der Theorie ergab so große Widersprüche, daß Hergesell zu einer, wenn auch geringen Abänderung des Stefan-Boltzmannschen Gesetzes genötigt war.

Hergesell hat hier allerdings eine Annahme Emdens beibehalten, die zweifellos weder für Lindenberg noch Batavia richtig ist, und die auch Emden in seiner Arbeit ausdrücklich nur für die Erde als Ganzes gemacht hat, nämlich die Gleichheit von Ein- und Ausstrahlung am oberen Rande der Atmosphäre. Hält man diese Annahme für jede beliebige Stelle der Atmosphäre aufrecht, so müßten wir ganz entsprechend der Formel (2) die höchsten Temperaturen des Strahlungsgleichgewichts in den Gebieten größter Zustrahlung  $J$ , also am Äquator oder in hohen Breiten während des Sommerhalbjahres finden. Dem widersprechen nun die Beobachtungen durchaus, die bekanntlich gerade den umgekehrten Verlauf der Stratosphärentemperatur vom Äquator nach den Polen hin zeigen. Noch größere Bedeutung gewinnt die hier beobachtete Gesetzmäßigkeit dadurch, daß sie nicht nur über der Erde als Ganzem, sondern auch bei den unperiodischen Temperaturschwankungen höherer Breiten sehr deutlich ausgeprägt ist. Sehr mit Recht vermutet man in diesen Schwankungen der Stratosphärentemperatur den Sitz der oberen Druckwellen; das Problem abnorm tiefer oder abnorm hoher Temperaturen in hohen Schichten wird damit auch für die praktische Meteorologie von großer Bedeutung.

Nun wissen wir allerdings, daß durch die atmosphärische Zirkulation, also durch die in der Troposphäre sich abspielenden thermodynamischen Witterungsvorgänge, ein Teil der in warmen Gegenden zugeführten kurzwelligen Strahlung in andere Gebiete geringerer Strahlungszufuhr überführt wird. Erst hier gelangt diese Energie nach mannigfachen entropievermehrenden Umwandlungen als langwellige Wärmestrahlung in den Weltenraum zurück. Es liegt nahe, diese Vorgänge mit jener merkwürdigen Gesetzmäßigkeit: „Je wärmer unten, desto kälter oben“, in Verbindung zu bringen. In der Tat erlaubt die Schwarzschildsche Betrachtung des Strahlungsgleichgewichts auch ohne die Bedingung der Gleichheit von Ein- und Ausstrahlung eine Berechnung der Strahlungstemperaturen. Bezeichnet  $R$  den Unterschied zwischen dem auf- und dem absteigenden langwelligen Energiestrome, wobei innerhalb der Zone des Strahlungsgleichgewichts  $R$  eine Konstante, also unabhängig von  $m$  oder von der Höhe ist, so wird jetzt:

$$\Theta = \frac{J}{2} [1 + \epsilon] + \frac{R}{2} \dots \dots \dots (2b)$$

Ist  $A$  der langwellige absteigende Energiestrom,  $B$  der von unten aufsteigende, so gilt nach obiger Definition:

$$R = B - (A + J) \dots \dots \dots (5)$$

Nun ist mit großer Annäherung die abwärts gehende langwellige Strahlung in den hohen Schichten, die uns hier interessieren, schon sehr klein, da die oberhalb der Troposphärenengrenze liegenden strahlenden Massen sehr gering sind. In Annäherung ist also in hohen Schichten  $R = B - J$ , d. h. nach (2b) also: Die Stratosphärentemperatur hängt wesentlich von dem gesamten nach oben gehenden langwelligen Energiestrom  $B$  ab, der die oberen für die Sonnenstrahlung sehr durchlässigen Schichten zu heizen hat. In sehr grober Annäherung gilt:

$$\Theta_s = \frac{B^S}{2} \quad \dots \dots \dots (2c)$$

wo  $B^S$  der Wert des Stromes  $B$  in der Stratosphäre ist. Auf diese Beziehung zwischen der totalen Ausstrahlung und der Stratosphärentemperatur  $T_s$  habe ich bereits in einigen früheren Arbeiten hingewiesen. Veranlaßt waren diese Arbeiten durch die Schwierigkeiten, welchen die Erklärung namentlich der tiefen Temperaturen, die wir über den Tropen oder über den warmen Luftkörpern der Hochdruckgebiete unserer Breiten beobachten, begegnet.

Für letztere gibt es allerdings eine einfache Erklärung, welche nach dem Bekanntwerden des über dem Äquator angetroffenen Kaltluftkörpers, analog der Theorie der Polarfront, entwickelt wurde. Diese Erklärung ist heute unter der Bezeichnung „äquatoriales System“ bei allen Meteorologen verbreitet. Wie mir scheint, hat man bei dieser Anschauung allerdings gar nicht beachtet, daß man sich in der Regel jene tiefen Temperaturen über der äquatorialen Zone rein dynamisch zustande kommend denkt, d. h. durch das Emporstrudeln der am Boden übermäßig erhitzten Luftmassen. Es ist aber sehr fraglich, ob solche durch Expansion gekühlte Luft bei ihrer Verlagerung in höhere Breiten zu einem wesentlichen Druckanstieg führen kann, da sie gegenüber der verdrängten Luft nur einen ganz geringen Dichteüberschuß aufweisen könnte. Derart durch Emporsteigen gebildete Kaltluftmassen sind eben grundsätzlich verschieden von den Kaltluftkissen polarer Hochdruckgebiete, wo die durch Ausstrahlung erkaltenden Massen unter Ansaugung weiterer Luft aus den über sie hinweggehenden Strömungen an Dichte gewinnen und damit auch einen wachsenden Trieb zur Ausbreitung erfahren. Sobald wir uns die äquatoriale Kaltluft der Höhe ähnlich, d. h. durch Strahlung oder vielmehr durch einen Mangel an langwelliger Rückstrahlung entstehen denken, sind ähnliche Vorgänge wie an den Grenzen der Polarluft durchaus zu erwarten. Aber genau wie die gemäßigten Breiten im Winter durch die überwiegende Ausstrahlung selbständige Kältehochs entwickeln können, auch ohne anhaltende Polarluftzufuhr, wäre dann auch die Bildung selbständiger Hochdruckgebiete in hohen Schichten der gemäßigten Zone möglich, sobald die Rückstrahlungsverhältnisse ähnlich denen der Tropen oder Subtropen werden.

Entscheidend für die Notwendigkeit, diese Frage zu untersuchen, ist aber meines Erachtens die Unmöglichkeit der oben erwähnten rein dynamischen Erklärung. Die zur Abkühlung führenden aufwärts gerichteten Bewegungen,

etwa in den Gipfeln der tropischen Gewitterwolken, könnten nur als Trägheitsbewegungen ungeheuren Ausmaßes aufgefaßt werden. Es ist leicht auszurechnen, daß die dazu benötigten Vertikalgeschwindigkeiten unwahrscheinlich hoch sind. F. Linke<sup>3)</sup> hat kürzlich in einer Arbeit über „Die Vertikalbewegung isolierter Luftmassen“ Formeln entwickelt, die wir auf dieses Problem ohne weiteres anwenden können. Denn sei beispielsweise die durch Strahlung in der äquatorialen Atmosphäre herrschende Temperatur  $-60^{\circ}\text{C}$ , so würde bei einem weiteren Trägheitsauftrieb der Luft die Kondensationswärme keinen irgendwie zu berücksichtigenden Einfluß mehr hervorbringen. Bedeutet  $c$  die Vertikalgeschwindigkeit der Luft, ist  $\gamma$  der adiabatische und  $\alpha$  der zufällig vorhandene Gradient, sei ferner  $h$  die Höhe in Metern und  $g$  die Schwerebeschleunigung, so ergibt sich bei der Temperatur  $T_0$  nach Linke:

$$c = h \cdot \sqrt{\frac{2g}{3T_0}(\gamma - \alpha)} \dots \dots \dots (6)$$

Diese Formel ist aus der bekannten Auftriebsgleichung

$$\frac{d^2 h}{dt^2} = g \cdot \frac{T' - T}{T}$$

abgeleitet. Dringt die aufsteigende Luftmasse in eine Stratosphäre von der Temperatur  $T_0 = -60^{\circ}\text{C} = 213^{\circ}\text{abs.}$ , so wird, da  $\alpha = 0$  und  $\gamma = 0.0098$ ,

$$h = 57.8 \cdot c.$$

Die erreichte Höhe ist also der Geschwindigkeit proportional, und zwar wird zur Erreichung einer Höhe von 2 km, also einer weiteren adiabatischen Abkühlung auf  $-80^{\circ}\text{C}$ , eine Geschwindigkeit von rund 35 m/sec, zu einer Abkühlung auf  $-90^{\circ}\text{C}$  von rund 52 m/sec benötigt. Dabei sind in dieser Rechnung Reibungsvorgänge noch nicht berücksichtigt, außerdem müßten diese Bewegungen, die ja nur in Begleitung gewaltiger Cumulonimben auftreten könnten, noch beträchtliche Mengen von Eis- oder Hagelkörnern mitheben. Dies alles erscheint unmöglich, wenn nicht vorher auf andere Weise ein schon annähernd adiabatischer Gradient vorhanden ist. Man könnte vielleicht denken, daß der Vorgang des Eindringens sehr allmählich stattfindet, indem die in einzelnen Strudeln emporsteigende und abgekühlte Luft sich ausbreitet und so eine Schicht mit annähernd adiabatischem Gradienten erzeugt, die dem nächsten von unten kommenden Luftstrom das weitere Eindringen erleichtert. Dagegen muß aber der nun überall einsetzende starke Abtrieb wirken, und es ist ja auch aus den Beobachtungen hoher Gewitterwolken bekannt, daß in ihrer Umgebung heftige absteigende Bewegungen vorhanden sind.

Auch ein langsames Aufgleiten der Luftmassen nach der äquatorialen Zone hin, etwa als eine Folge der Erdrotation, kann für eine derart große Bewegung gegen den thermischen Abtrieb nicht in Frage kommen, überdies ist bei östwestlicher Luftbewegung, wie sie gewöhnlich über der äquatorialen Zone angenommen wird, die Vertikalkomponente der ablenkenden Kraft abwärts gerichtet.

Da ihr Hauptanteil proportional mit  $\cos^2 \varphi$  geht<sup>6)</sup>, ist sie übrigens hier mit der Breite nur sehr schwach veränderlich.

Umgekehrt führt die Auffassung, daß es sich bei der beobachteten Temperaturverteilung in hohen Schichten um einen Strahlungseffekt handelt, zu meteorologisch befriedigenden Zahlen über den Wärmeaustausch zwischen verschiedenen Breiten. Das Ergebnis dieser in meiner vorhin erwähnten Arbeit gemachten Untersuchung ist in der Fig. 1 zusammengestellt. Wie die Figur zeigt, sind für die Berechnung äquatoriale Stratosphärentemperaturen von etwa 190° abs., polare von 227° maßgebend gewesen, wobei die einzelnen Zahlwerte aus einer einfachen Sinusfunktion:

$$\Theta_{\varphi}^0 = \alpha + \beta \cdot \sin \varphi \dots \dots \dots (7)$$

berechnet wurden.  $\alpha$  und  $\beta$  sind beide sehr nahe der Zahl 0.105. Aus den erwähnten Temperaturen für Äquator und Pol folgen Werte der totalen Rückstrahlung  $B_{\varphi}^0$  von rund 0.22 bzw. 0.40 gcal/min cm<sup>2</sup>.

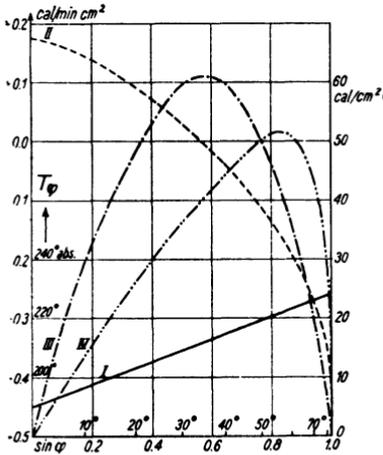


Fig. 1.

- I. Stratosphärentemperatur  $T_{\varphi}$ .
- II. Wärmemenge  $R_{\varphi}$ , welche pro Minute einer Troposphärensäule von 1 cm<sup>2</sup> Querschnitt entzogen ( $R_{\varphi} > 0$ ) oder zugeführt wird ( $R_{\varphi} < 0$ ).
- III. Wärmemenge  $\frac{\overline{R_{\varphi}}}{10^3 \cdot \pi}$ , welche pro Minute den Parallelkreis in der Breite  $\varphi$  überschreitet.
- IV. Stromdichte  $S_{\varphi}$ , welche pro Minute in der Breite  $\varphi$  durch einen vertikalstehenden Quadratzentimeter strömt.

§ 2. G. C. Simpsons Untersuchungen über die totale Ausstrahlung. Bei den erwähnten Überlegungen kam es mir im wesentlichen auf die Größe  $R$  und die daraus folgende Energiezirkulation an, wobei die Stratosphärentemperatur  $T_S$  gewissermaßen als vorgegeben angenommen wurde. Demgegenüber hat neuerdings G. C. Simpson<sup>6)</sup>, veranlaßt durch meine damaligen Rechnungen, die Frage des Rückstromes als direktes Strahlungsproblem behandelt. Ausgehend von der bekannten Verteilung des Wasserdampfes in verschiedenen Breiten fragt er: Ist es möglich, daß trotz der Anhäufung großer strahlender Massen am Äquator die dortige Rückstrahlung besonders kleine Werte (0.22 gcal/min cm<sup>2</sup>) annimmt, umgekehrt in polaren Gegenden so große Werte bis zu

0.4 cal aus der dortigen dampfarmen Atmosphäre in den Weltenraum ausgesandt werden? Diese Fragestellung ist sehr berechtigt, und Simpson kommt zu dem Resultat, daß das von mir aus der Stratosphärentemperatur geschlossene Resultat über die Rückstrahlung unmöglich richtig sein kann. Er findet, daß zwar durch die ungleiche Verteilung des Wasserdampfes eine sehr weitgehende Gleichverteilung der Ausstrahlung gegenüber der ungleichen Zustrahlung eintritt, daß aber immer noch die polare Rückstrahlung kleiner sein muß als die Ausstrahlung mittlerer oder niederer Breiten. Simpson nimmt daher als „ungestörte Stratosphärentemperatur“ etwa  $220^{\circ}$  abs. über der ganzen Erde an, die beobachteten Werte aus dem unteren Teil der Stratosphäre, die ich benutzt habe, sind seiner Ansicht nach „gestört“ durch die Vorgänge der Konvektion und der Dynamik. Simpson stützt diese Auffassung auch durch die Tatsache, daß fast überall die höchsten Beobachtungen wieder ein Ansteigen der Temperatur mit zunehmender Höhe anzeigen. Man darf jedoch nicht vergessen, daß alle Angaben der Registrierapparate oberhalb 20 km infolge der einsetzenden Strahlungsfälschungen sehr ungewiß sind. Überdies kann das Wiederansteigen der Temperatur auch ganz anderen Gründen, nämlich dem mit der Höhe zunehmenden Ozongehalt der Luft und der damit wachsenden kurzwelligen Absorption, zugeschrieben werden (vgl. S. 195).

Hinsichtlich der Erklärung der beobachteten Temperaturverteilung kommt Simpson, wie erwähnt, zu einem durchaus negativen Ergebnis, aber dennoch erscheint mir ein Resultat seiner Betrachtung sehr bemerkenswert: nämlich die stark ausgeprägte Gleichverteilung der Rückstrahlung, die auf der Kompensation von Absorption und Emission beruht. Insbesondere wird die Absorption der von der Erde ausgehenden Schwarzstrahlung in den hohen dampfarmen Breiten sehr gering, und wir haben hier also eine grundsätzliche Möglichkeit, die merkwürdige Temperaturverteilung in der Höhe längs eines Meridians durch die Strahlung zu erklären. Wie die Simpsonsche Überlegung zeigt, genügen die einfachen von Emden benutzten Annahmen mit einem einzigen als grau angesehenen Spektralbereich im langwelligen Gebiet hierfür noch nicht. In einem Referat über die Simpsonsche Arbeit<sup>7)</sup> habe ich darauf hingewiesen, daß hinsichtlich der Rückstrahlung zwei Anteile getrennt zu behandeln sind, nämlich einmal die von der Atmosphäre, d. h. vom Wasserdampf selbst nach oben gehende Strahlung, gewissermaßen die „Eigenstrahlung der Atmosphäre“, und zweitens die als schwarz anzusehende Erdstrahlung. Denn es ist von vornherein anzunehmen, daß die in dem Wasserdampf selbst erzeugte Eigenstrahlung ungleich stärker absorbiert wird als die alle Wellenlängen enthaltende Erdstrahlung. In der Tat zeigten mir genauere Rechnungen, daß das Problem mit Hilfe einer solchen Zweiteilung einer grundsätzlichen Lösung zugänglich ist. Noch vor dem Abschluß dieser Untersuchungen erschien nun eine zweite Arbeit Simpsons<sup>8)</sup>, in welcher er die Ergebnisse seiner ersten Untersuchung widerruft und das Problem der Rückstrahlung unter neuen, sehr viel eingehenderen Annahmen entwickelt. Die langwellige Temperaturstrahlung,

die von der Erde und der Atmosphäre ausgesandt wird, und die in der Tat für die Temperaturen unterhalb etwaiger Ozonschichten ausschlaggebend ist, teilt er jetzt in drei verschiedene Strahlungsgattungen, die wir etwa mit den Worten bezeichnen können:

1. von der Atmosphäre total absorbiert,
2. " " " halb durchgelassen,
3. " " " ganz durchgelassen.

Diese Einteilung ist in der Tat, wie wir im folgenden sehen werden, sehr zweckmäßig. Auf die Einzelheiten dieser sehr interessanten Untersuchung werden wir noch zurückkommen. Hinsichtlich des hier interessierenden Problems der Stratosphärentemperatur oder vielmehr der Rückstrahlung kommt Simpson auch jetzt wieder zu einem negativen Resultat, indem auch diese genauere Betrachtungsweise wieder eine fast völlige Gleichverteilung der über der Erde in den Weltenraum zurückgehenden Strahlung ergibt. Der Verfasser schließt daher mit den drei noch nicht gelösten Fragen:

1. Warum nimmt die Stratosphärentemperatur nicht mit der Höhe ab?
2. Warum nimmt die Stratosphärentemperatur mit zunehmender Breite zu?
3. Warum liegt die Basis der Stratosphäre in niedrigen Breiten höher als in polaren?

Verzichtet man auf eine dynamische Erklärung tiefer Stratosphärentemperaturen, so bilden die Fragen 2 und 3 nur ein einziges Problem, eben jenes, das auch der Gegenstand dieser Untersuchung sein soll.

§ 3. Die Schwarzschild'schen Strahlungsgleichungen und die Gegenstrahlung der Atmosphäre. Vergleich mit den Ångström'schen Messungen und den Laboratoriumsuntersuchungen der Amerikaner. Zur Abschätzung der die Atmosphäre in vertikaler Richtung durchsetzenden Strahlungsströme bedienen wir uns der Schwarzschild'schen Gleichungen. Nennen wir  $A$  den abwärts gehenden,  $B$  den aufsteigenden Energiestrom,  $m$  die von oben her gezählte strahlende Masse und  $a$  den Absorptionskoeffizienten der Masseneinheit, so gilt für einen grau strahlenden Körper:

$$dA = -a \cdot A \cdot dm + a \cdot \Theta \cdot dm \dots \dots \dots (8)$$

und

$$dB = a \cdot B \cdot dm - a \cdot \Theta \cdot dm \dots \dots \dots (9)$$

Für einen Stoff mit selektivem Absorptionsspektrum, wie es beispielsweise der Wasserdampf besitzt, sind diese Gleichungen in obiger Form nicht anwendbar, oder doch nur für einen ganz schmalen Wellenbereich, innerhalb dessen wir den Koeffizienten  $a$  als konstant ansehen dürfen. Um nun die Rechnung nicht allzu kompliziert zu machen, zerlegen wir das ganze langwellige Spektrum zunächst in drei als grau angesehene Anteile. Wir können uns dies an der

Fig. 2, die ein von Hettner<sup>9)</sup> aufgenommenes Absorptionsspektrum des Wasserdampfes in etwas schematischer Weise wiedergibt, verdeutlichen. Der schwarz angelegte Teil der Figur enthält die Wellengruppe, die auch schon von sehr dünnen Schichten des atmosphärischen Wasserdampfes fast völlig absorbiert wird (die Wellengruppen brauchen nicht in einem Stück zusammenzuhängen). In bezug auf diesen Bereich strahlt der Dampf also ähnlich wie ein schwarzer Körper. In entsprechender Weise fassen wir die Wellengruppen des gestrichelten Anteils der Figur zu einer halb durchgelassenen, und den Rest zu einer völlig durchgelassenen Strahlung zusammen. Die weiß bzw. schwarz durch die Figur gezogene Linie zeigt die Energieverteilung des mit einer Temperatur von +20°C schwarz strahlenden Körpers. Die von dieser Linie umschlossene Fläche entspricht also einer Energie von  $\Theta = \sigma \cdot 293^4$

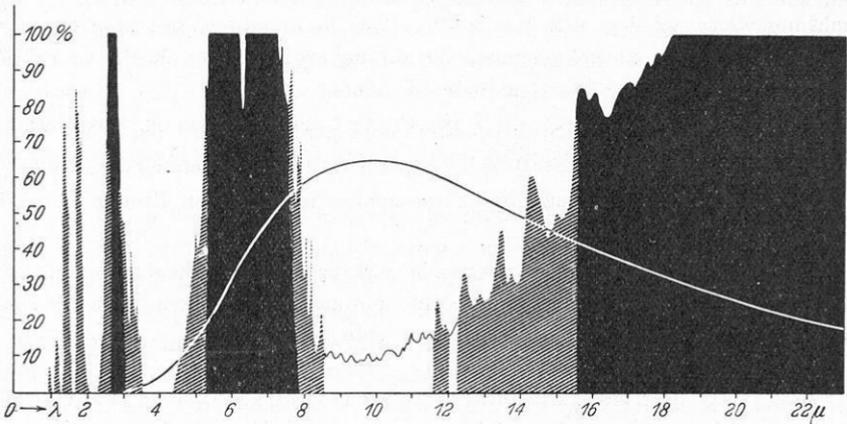


Fig. 2. Mittlere Absorption durch eine Dampfmenge äquivalent 0.4 g H<sub>2</sub>O. Energieverteilung einer Schwarzstrahlung bei 20°C. Abszisse: Wellenlänge λ.

= 0.597 gcal/min cm<sup>2</sup>. Vergleicht man mit dieser Gesamtfläche die innerhalb der Kurve liegenden schwarzen bzw. gestrichelten oder weißen Anteile der Figur, so zeigt sich, daß die sich beinahe schwarz verhaltende Strahlung etwa 50 Proz. der Strahlung eines vollkommen schwarzen Körpers ausmacht, die beiden anderen Anteile je etwa 25 Proz. Wir werden später noch weitere Methoden zur Abschätzung dieser Anteile kennenlernen.

Für jeden der so definierten Spektralbereiche schreiben wir nun die Schwarzschild'schen Ansätze in folgender Form:

$$\left. \begin{aligned} dA_1 &= -a_1 \cdot A_1 \cdot dm + q_1 \cdot a_1 \cdot \Theta \cdot dm \\ dA_2 &= -a_2 \cdot A_2 \cdot dm + q_2 \cdot a_2 \cdot \Theta \cdot dm \\ dA_3 &= -a_3 \cdot A_3 \cdot dm + q_3 \cdot a_3 \cdot \Theta \cdot dm \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8a)$$

und entsprechend:

$$dB_1 = a_1 \cdot B_1 \cdot dm - q_1 \cdot a_1 \cdot \Theta \cdot dm \text{ usw. } \dots \dots \dots (9a)$$

Hier sind nach obigem die Größen  $q_1$  schätzungsweise 0.50,  $q_2$  und  $q_3$  etwa 0.25. Durch Integration ergibt sich aus der allgemeinen Gleichung

$$dA = -a \cdot A \cdot dm + q \cdot a \cdot \Theta \cdot dm:$$

$$[e^{a \cdot m} \cdot A]_0^m = a \cdot q \cdot \int_{x=0}^{x=m} \Theta e^{ax} dx \dots \dots \dots (10)$$

oder

$$A_{(m)} = A_0 \cdot e^{-a \cdot m} + a \cdot q \cdot e^{-a \cdot m} \cdot \int_{x=0}^{x=m} \Theta \cdot e^{ax} dx.$$

Da es sich hier um langwellige Strahlungsbereiche handelt, die an der oberen Grenze der Atmosphäre verschwindend klein in den absteigenden Strömen  $A$  sind, so wird  $A_0$  verschwindend klein, und wir haben:

$$A_{(m)} = a \cdot q \cdot e^{-a \cdot m} \cdot \int_{x=0}^{x=m} \Theta \cdot e^{ax} \cdot dx \dots \dots \dots (10a)$$

Die entsprechende Integration der Gleichung (9) ergibt für den aufsteigenden Strom  $B$ :

$$e^{-a \cdot m} \cdot B - B_0 = -a \cdot q \cdot \int_{x=0}^{x=m} \Theta e^{-ax} \cdot dx \dots \dots \dots (11)$$

oder

$$B_{(m)} = B_0 \cdot e^{a \cdot m} - a \cdot q \cdot e^{a \cdot m} \int_{x=0}^{x=m} \Theta e^{-ax} \cdot dx \dots \dots \dots (11a)$$

Hier ist  $B_0$  die schon erörterte Größe der Rückstrahlung am oberen Rande der Atmosphäre. Da sie für unsere Untersuchung eine besonders wichtige Rolle spielt, drücken wir sie zweckmäßig durch den Strom  $B_m$  und dessen Anfangswert am Boden  $B_{(\bar{m})} = \bar{B}$  aus: Es wird

$$\bar{B} = B_0 \cdot e^{a \cdot \bar{m}} - a \cdot q \cdot e^{a \cdot \bar{m}} \cdot \int_{x=0}^{x=\bar{m}} \Theta \cdot e^{-ax} \cdot dx$$

und daraus

$$B_0 = \bar{B} \cdot e^{-a \cdot \bar{m}} + a \cdot q \cdot \int_{x=0}^{x=\bar{m}} \Theta \cdot e^{-ax} \cdot dx \dots \dots \dots (11b)$$

Setzen wir noch  $B_0$  in die Gleichung (11 a) ein, so ergibt sich für eine beliebige Höhenlage  $m$ :

$$\left. \begin{aligned} B_{(m)} &= \bar{B} \cdot e^{a(m-\bar{m})} + a \cdot q \cdot e^{a \cdot m} \cdot \int_{x=0}^{x=\bar{m}} \Theta e^{-ax} dx - a \cdot q \cdot e^{a \cdot m} \int_{x=0}^{x=m} \Theta e^{-ax} dx \\ &= \bar{B} \cdot e^{a(m-\bar{m})} + a \cdot q \cdot e^{a \cdot m} \cdot \int_{x=m}^{x=\bar{m}} \Theta \cdot e^{-ax} \cdot dx. \end{aligned} \right\} (11c)$$

Die Gleichungen (11b) und (11c) zeigen schon sehr deutlich die beiden von der Erd- und der Atmosphärenstrahlung herrührenden Anteile des Stromes  $B$ , doch soll auf diesen erst im folgenden Abschnitt näher eingegangen werden.

Die Formel (10a) liefert uns für  $m = \bar{m}$  am Boden die als Gegenstrahlung bezeichnete Strahlung der Atmosphäre, und zwar gesondert für jede der obigen Wellengruppen; die Summe aller  $A$  ergibt die gesamte Gegenstrahlung. Zur Berechnung des Ausdrucks (10a) führt man zweckmäßig die Funktion

$$y = e^{a(x-m)}, \quad dy = a \cdot e^{a(x-m)} \cdot dx$$

ein, es wird dann

$$A_{(m)} = q \cdot \int_{\substack{y=1 \\ x=0}}^{x=m} \Theta \cdot dy \dots \dots \dots (10b)$$

$x$  ist also der laufende Wert der Variablen  $m$ . Zur numerischen Bestimmung dieses Integrals, in das ja die gesamte vertikale Temperaturverteilung an jeder beliebigen Stelle der Erdoberfläche eingeht, sind einige graphische Hilfstafeln angefertigt. Die erste enthält eine Skalendarstellung der Funktion  $\Theta = \sigma \cdot T^4$ , die  $\Theta$  für Celsiusgrade zwischen  $+30^\circ\text{C}$  und  $-85^\circ\text{C}$  bis auf drei Dezimalen abzulesen gestattet. Das große Nomogramm II enthält eine Darstellung der Werte  $\Theta$  und der strahlenden Massen für verschiedene Breiten und bis zu Höhen von 20 km. Mit seiner Hilfe ist es leicht möglich, unter allen nur denkbaren Annahmen über die Größe der strahlenden Masse  $m$  die Funktion  $\Theta = \Theta(y)$ , wo  $y = e^{-a(x-m)}$ , graphisch darzustellen und dann mechanisch zu integrieren.

Zur Charakterisierung der strahlenden Masse  $m$  haben wir bisher die Größe  $m$  oder, genauer gesagt, die Funktion  $e^{a \cdot m}$  bzw.  $e^{-a \cdot m}$  benutzt. Dies ist bequem für die mathematische Behandlung obiger Differentialgleichungen, bei den numerischen Betrachtungen ist es jedoch bequemer, die strahlende Masse als Potenz der Zahl 10 auszudrücken. Wir setzen daher

$$e^{a \cdot m} = 10^w, \quad e^{-a \cdot m} = 10^{-w} \dots \dots \dots (12)$$

wobei der Buchstabe  $w$  darauf hindeutet, daß die strahlende Masse in erster Annäherung dem atmosphärischen Gehalt an Wasserdampf proportional ist. Die einzelnen Faktoren  $a_1$ ,  $a_2$  und  $a_3$  sowie die Zahlwerte  $m$  interessieren uns in der Tat nur wenig, vielmehr ist es der Ausdruck  $e^{-a \cdot m} = 10^{-w}$ , der uns ein anschauliches Maß der Absorptionsfähigkeit oder Strahlungsfähigkeit einer gewissen Menge atmosphärisch gelösten Wasserdampfes vermittelt. Setzen wir beispielsweise an irgendeiner Stelle der Erde die gesamte strahlende Masse der Atmosphäre  $\bar{w} = 3$ , so bedeutet dies nach obigen Definitionen:

$$e^{-a \cdot \bar{m}} = 10^{-\bar{w}} = 10^{-3}.$$



Von einer Strahlung, die zu der durch den Absorptionskoeffizienten  $a$  gekennzeichneten Wellengruppe gehört, würde also beim Durchgang durch die ganze Atmosphäre nur ein Tausendstel noch durchkommen. Auch die strahlenden Massen  $\bar{w}$  sind für die verschiedenen Wellengruppen verschieden, wir bezeichnen sie entsprechend den Koeffizienten  $a$  mit den Indizes 1, 2 und 3.

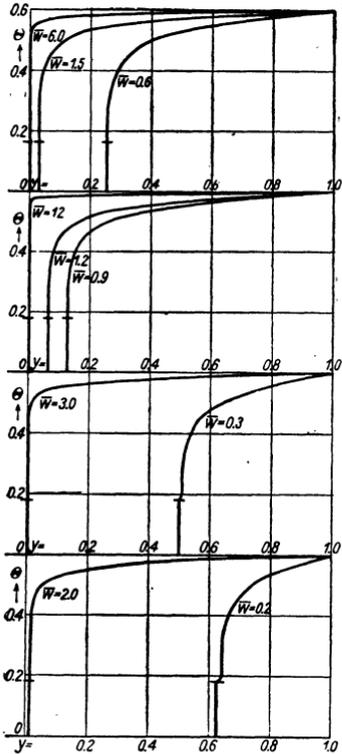


Fig. 3. Darstellung der Größe:  $\theta = \sigma \cdot T^4$ , als Funktion der Variablen  $y = e^{a(m-x)} = 10^{\bar{w}-w}$ . Die  $\theta$ -Werte entsprechen der Temperaturverteilung unter  $34^\circ$  Breite.  $T$  (am Boden) =  $20^\circ$  C,  $\bar{\sigma} = 0.599$ . Die von den Kurven umschlossenen Flächen ergeben die Gegenstrahlung:

$$\bar{A} = E_A = \int_{y=10^{-\bar{w}}}^{y=1} \theta \cdot dy$$

am Erdboden für verschiedene Werte des  $\bar{w}$ . Die strahlenden Massen wenden wir uns nunmehr zu dem Ergebnis der auf S. 204 beschriebenen numerischen Auswertung des Integrals:

$$A_{(m)} = q \cdot \int_{y=e^{-a \cdot m}}^{y=1} \Theta \cdot dy \quad \text{oder der Gegenstrahlung} \quad \bar{A} = q \cdot \int_{y=e^{-a \cdot \bar{m}}}^{y=1} \Theta \cdot dy \quad (10b)$$

Da es sich in dieser Arbeit zunächst um eine auf die ganze Erde bezügliche Untersuchung handelt, soll für die Abhängigkeit der strahlenden Masse  $w$  von der Höhe dasselbe einfache Gesetz angenommen werden, das wir auf S. 195 für den in der Atmosphäre enthaltenen Wasserdampf hingeschrieben haben:

$$w_h = \bar{w} \cdot 10^{-\frac{h}{5}} \quad (h \text{ in Kilometern}) \quad \dots \quad (13)$$

In niedrigen und mittleren Breiten gibt diese Formel die beobachteten Verhältnisse bis annähernd zur Stratosphärengrenze richtig wieder, in hohen Breiten und für große Höhen werden die damit errechneten Dampfmengen wahrscheinlich erheblich zu klein. Auch von der Berücksichtigung des Kohlendioxids als strahlendes und absorbierendes Medium soll zunächst abgesehen werden, obwohl dieses zweifellos einen gewissen, wenn auch nicht sehr wesentlichen Anteil an den Strahlungsvorgängen hat. Die Berechtigung zu dieser Vernachlässigung gibt uns der Umstand, daß es uns hier vorwiegend auf die Verschiedenheit der Strahlungsbedingungen in verschiedenen Breiten ankommt, welche, wie wir schon im ersten Abschnitt betont haben, wesentlich nur auf der ungleichartigen Verteilung des Wasserdampfes beruhen kann. Die in allen Breiten in ziemlich gleicher Menge vorhandene Kohlensäure kann aber zu diesen Verschiedenheiten nicht viel beitragen.

Nach diesen allgemeinen Bemerkungen hinsichtlich unserer Annahmen über die

Der Faktor  $q$  ist zunächst nicht berücksichtigt ( $q = 1$ ), es ergibt sich dann aus den  $\Theta$ -Kurven der Fig. 3 die folgende kleine Tabelle:

	$y=1$ $\int \Theta \cdot dy$		$y=1$ $\int \Theta \cdot dy$
$e^{a \cdot \bar{m}} = 10^{\bar{w}}$	$y = e^{-a \bar{m}}$	$e^{a \cdot \bar{m}} = 10^{\bar{w}}$	$y = e^{-a \bar{m}}$
$\bar{w} = 0.2$	0.190	$\bar{w} = 1.5$	0.540
$\bar{w} = 0.3$	0.259	$\bar{w} = 2.0$	0.564
$\bar{w} = 0.6$	0.398	$\bar{w} = 3.0$	0.575
$\bar{w} = 0.9$	0.475	$\bar{w} = 6.0$	0.588
$\bar{w} = 1.2$	0.516	$\bar{w} = 12.0$	0.590

Die einzelnen Kurven der Fig. 3 zeigen nun sehr deutlich, in welcher Weise sich die verschiedenen Höhenlagen ( $\Theta$ -Verteilung) an dem Integralwert  $\bar{A}$  beteiligen. Der kleine wagerechte Strich bedeutet den Anfangspunkt der  $\Theta$ -Kurve,

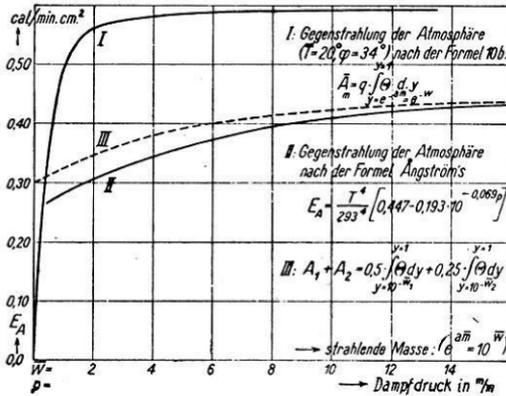


Fig. 4.

er entspricht also ungefähr der eigentlichen Stratosphären- oder genauer der oberen Randtemperatur der Atmosphäre, wenn wir von den Schichten oberhalb 20 km zunächst absehen. Wichtig ist, daß die eigentliche Stratosphäre sich an dem Integralwert nur im Falle sehr kleiner strahlenden Masse  $\bar{w}$  ( $\bar{w} < 0.6$ ) beteiligt, so daß das Ergebnis von den etwaigen Fehlern der Gleichung (13) für große Höhen unabhängig ist.

In Fig. 4 ist aus den Werten der Tabelle die Kurve I gezeichnet, sie stellt die Gegenstrahlung einer grau strahlenden (Dampf-)Atmosphäre am Erdboden dar für beliebige Werte der strahlenden Masse  $\bar{w}$  zwischen 0 und 15, wobei diese Graustrahlung gleichmäßig über das ganze Spektrum verteilt ist ( $q = 1$ ). Etwa vom Werte  $\bar{w} = 10$  an ist diese Gegenstrahlung sehr genau durch den Temperaturwert am unteren Rande dieser Atmosphäre gegeben, die Atmosphäre verhält sich dann als Ganzes annähernd wie ein schwarzer Körper. In die Figur ist nun zum Vergleich die beobachtete Gegenstrahlung II eingetragen,

die nach zahlreichen Beobachtungen an verschiedenen Punkten der Erdoberfläche durch die von A. Ångström<sup>10)</sup> angegebene Formel darstellbar ist:

$$E_A = \frac{T^4}{293^4} [0.447 - 0.193 \cdot 10^{-0.069 \cdot p}] \text{ gcal/min cm}^2 \dots (14)$$

Hier bedeutet  $p$  den Dampfdruck in Millimeter Quecksilber. Für eine Atmosphäre mit der Bodentemperatur  $T = 20^\circ \text{C}$ , wie wir sie etwa unter  $34^\circ$  Breite haben, wird der erste Faktor in Gleichung (14) gleich 1, die dort beobachtete Temperaturverteilung ist daher auch den Darstellungen in der Fig. 3 zugrunde gelegt. Die Werte der Gegenstrahlung nach Kurve I in Fig. 4 beziehen sich somit ebenfalls auf eine solche Atmosphäre. Während nun diese Kurve, wie es theoretisch sein muß, bei verschwindender strahlender Masse  $\bar{w}$  gegen 0 geht, zeigt die Beobachtungskurve nach Ångström auch für ganz kleine Dampfdrucke noch sehr erhebliche Strahlungswerte. Nach Gleichung (14) beträgt die Gegenstrahlung einer „vollkommen trockenen Atmosphäre“ von der Bodentemperatur  $T = 20^\circ \text{C}$  noch

$$E_A = 0.447 - 0.193 = 0.254 \text{ gcal/min cm}^2.$$

Ein Teil dieser Strahlung kann auf der Wirkung des Kohlendioxyds und anderer zur Atmosphäre gehörender Bestandteile beruhen, im wesentlichen wird jedoch die Beobachtungskurve an ihrem linken Ende ebenfalls einen recht steilen Abfall aufweisen, dessen beobachtungsmäßige Festlegung erst bei Dampfdrucken unterhalb 0.4 mm gelingen kann. Durch Messungen auf hohen Bergen<sup>10)</sup> in Höhen über 4000 m, und überdies in dem trockenen Klima Kaliforniens, und neuerdings durch Messungen der Gegenstrahlung im Freiballon<sup>11)</sup> hat Ångström die Kurve bis etwa 0.4 mm Dampfdruck festlegen können. Ihr Verlauf deutet nun, wie auch Ångström selbst ausführt, auf das Vorhandensein einer in der Tat fast schwarz strahlenden Wellengruppe in der Atmosphäre, deren Energieanteil etwa 50 Proz. der Strahlung des theoretisch schwarzen Körpers ausmacht. Auch der Abfall unserer Gegenstrahlungskurve:

$$A = q \cdot \int_{y=e^{-a\bar{m}}}^{y=1} \Theta \cdot dy$$

drängt sich auf einen beliebig schmalen Raum zusammen, wenn wir nur eine genügend starke Maßstabsverzerrung vornehmen. Entspricht z. B. einem Dampfdruck  $p = 12 \text{ mm}$  für diese Wellengruppe eine strahlende Masse  $\bar{w} = 1000$ , und nehmen wir an, daß in dieser Gruppe 1 die Hälfte der Energie eines schwarzen Körpers gestrahlt wird, so wird das Integral ( $q = 0.5$ )

$$\bar{A}_1 = 0.5 \cdot \int_{y=10^{-1000}}^{y=1} \Theta \cdot dy$$

durch die Fläche unter der geraden Linie der Fig. 5 dargestellt. Praktisch ist dann für alle am Boden vorkommenden Dampfdrucke und auch bis zu

großen Höhen hinauf die von oben kommende Strahlung einfach durch die Gleichung

$$\bar{A}_1 = \frac{\bar{\theta}}{2}$$

wiedergegeben. Umgekehrt können wir auch den gekrümmten Teil der Ängströmschen Kurve wiedergeben, wenn wir eine andere Wellengruppe mit kleiner strahlender Masse betrachten. Die punktierte Linie der Fig. 5 ist wieder eine Verzerrung unserer ursprünglichen Linie I in Fig. 4, und zwar ist  $q = 0.25$  gesetzt und die dem Dampfdruck  $p = 12$  mm entsprechende strahlende Masse  $\bar{w}$  gleich 1.2 angenommen worden. Die Ordinaten der ursprünglichen Kurve sind also mit ein Viertel, die Abszissen mit ein Zehntel multipliziert worden. Die Summe beider Ordinaten ergibt die gestrichelte Linie, die auch in Fig. 4 als Kurve III nochmals eingetragen ist. Wir sehen, daß die Annäherung an die beob-

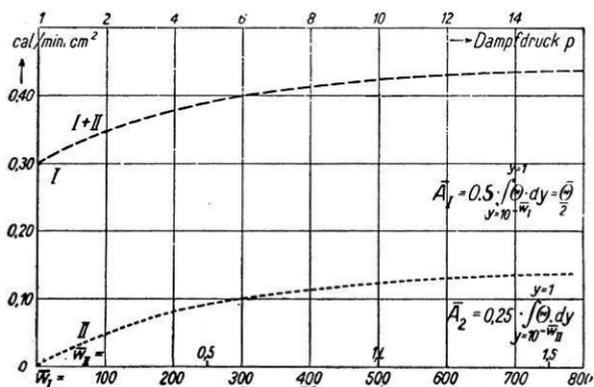


Fig. 5.

achtete Kurve schon eine recht beträchtliche ist. Durch Annahme noch weiterer Wellengruppen und geeignete Wahl der Faktoren  $q$  kann man die Annäherung natürlich beliebig weit treiben, was aber für diese Untersuchung, die nur das Wesentliche der Strahlungsbedingungen betrifft, zunächst wenig Wert hat. Da die Summe aller Faktoren  $q$  für die verschiedenen Wellengruppen 1 sein muß, haben wir eine dritte Wellengruppe anzunehmen, deren Teilstrahlungsfaktor  $q_3$  ebenfalls gleich 0.25 zu setzen ist. Für unsere zunächst nur schematische Betrachtung wollen wir entsprechend den auf S. 201 gemachten Bemerkungen diese Strahlung als vollkommen durchlässig annehmen, für sie ist also  $w = \bar{w} = 0$  in allen Breiten und in allen Höhen, daher auch

$$A_3 = \bar{A}_3 = 0.$$

Der Zusammenhang dieser Überlegungen mit dem in Fig. 2 wiedergegebenen Absorptionsspektrum ist ohne weiteres klar. Neuerdings haben nun die Amerikaner mit prinzipiell ähnlichen Anordnungen wie seinerzeit Rubens und Aschkinass und später Hettner das Absorptionsspektrum des Dampfes

untersucht. Infolge der Anwendung ungleich größerer und besserer Apparaturen haben sie einen wesentlichen Fortschritt erreichen können. Besonders vorteilhaft unterscheiden sich diese Messungen, die von Fowle<sup>12)</sup> in den Smithsonian Collections zusammengestellt sind, von den früheren dadurch, daß gewöhnliche feuchte Luft durchstrahlt wurde, an Stelle eines Dampfrohres bei Hettner, das mit heißem gesättigten Dampf beschickt wurde. Die Annäherung an die wirklichen Verhältnisse ist also eine wesentlich bessere. Durch mehrfache Spiegelung der durchgesandten Strahlung an großen Spiegeln gelang es Fowle, die durchstrahlte Dampfmenge bis auf eine Menge äquivalent 0.26 cm Wasserniederschlag zu steigern. Fowle gibt am Ende seiner Abhandlung eine Tabelle, in der aus den Absorptionszahlen für die einzelnen Wellenlängen mittlere Absorptionskoeffizienten berechnet sind. In der letzten Kolonne sind Werte für wirklich atmosphärische Dampfmen gen (für eine Dampfmasse äquivalent 3 cm Niederschlag) angegeben, die Fowle durch Messungen der Sonnenstrahlung bei verschiedenen Zenitabständen der Sonne gewonnen hat. Mit den aus der direkten Laboratoriumsuntersuchung gewonnenen Zahlen können diese Werte wohl nicht ohne weiteres verglichen werden, da gerade bei den schwach absorbierten Wellenlängen schwer zu entscheiden ist, ob sie wirklich im Sonnenlicht enthalten sind oder nicht doch einer atmosphärischen Strahlung entstammen. Fowle kommt so mit Hilfe dieser „geophysikalischen Messungen“ ebenfalls zu dem Schlusse, daß entsprechend den von uns früher erörterten Annahmen eine die Atmosphäre bzw. den Wasserdampf völlig durchdringende Wellengruppe im langwelligen Gebiet vorhanden ist, die er zu 25 Proz. der Strahlung eines schwarzen Körpers schätzt, wenn die Dampfmenge bis auf den hohen Wert von 3 cm Niederschlag gesteigert wird; 3 cm ist etwa jene Dampfmenge, die wir in der Gesamtatmosphäre unter 30° Breite beobachten. Man ersieht diese Absorption aus den mittleren Absorptionskoeffizienten am Schluß der folgenden Tabelle:

Tabelle 1.

Wellenbereich in $\mu$	Prozentuale Absorption nach Fowle für eine Dampfmenge äquivalent			
	0.003 cm Proz.	0.03 cm Proz.	0.3 cm Proz.	3 cm Wasser Proz.
4—5	15	45	70	95
5—6	16	43	66	95
6—7	45	85	95	100
7—8	13	42	85	100
8—9	0	2	40	50
9—10	0	0	0	15
10—11	0	0	5	40
11—12	0	0	4	10
12—13	0	0	13	20
13—16	100	100	100	100
16—20	(90)	100	100	100
20—30	(70)	(80)	(90)	100
30—40	(100)	(100)	(100)	100
Hieraus als mittlere Absorptionskoeffizienten:				
3—60	49	57	66	75 Proz.
Im Mittel durchgelassene Energie also:				
	51	43	34	25 Proz.

Es ist nun nicht schwer, aus diesen Zahlen die Werte der strahlenden Masse für jede Wellengruppe zu berechnen. Von allen Gruppen insgesamt werden durch 0.003 cm Wasser in Dampfform 51 Proz. durchgelassen. Seien nun  $w_1, w_2, w_3$  die dieser Dampfmenge entsprechenden strahlenden Massen, so muß gelten:

$$q_1 \cdot 10^{-w_1} + q_2 \cdot 10^{-w_2} + q_3 \cdot 10^{-w_3} = 0.51 \dots \dots (15)$$

Dabei haben wir den in jedem Gliede auftretenden Faktor  $S$  der Gesamtstrahlung bereits weggehoben. Entsprechend können wir für die strahlenden Massen  $10 \cdot w_1, 10 \cdot w_2, 10 \cdot w_3$  eine Gleichung aufstellen, die die mittlere Durchlässigkeit von 0.03 cm Dampf wiedergibt, dann ebenso für 100  $w$  und 1000  $w$ . Die vier Gleichungen enthalten sechs Unbekannte:  $q_1, q_2, q_3$  und  $w_1, w_2$  und  $w_3$ . Wir setzen

$$10^{-w_1} = \alpha_1, \quad 10^{-w_2} = \alpha_2, \quad 10^{-w_3} = \alpha_3,$$

ferner wollen wir entsprechend unseren früheren Betrachtungen die strahlende Masse der Atmosphäre für die Gruppe 3 selbst bei beliebig großen Dampfmen gen gleich Null setzen, was ja mit den Fowleschen Messungen im Einklang steht. Unter Beachtung der für die große Dampfmenge 3 cm angegebenen mittleren Durchlässigkeit von 25 Proz. wollen wir den Anteil dieser durchdringenden Strahlung an der Gesamtenergie zu 24 Proz. annehmen, es ergeben sich dann die folgenden vier Gleichungen mit den vier Unbekannten  $q_1, q_2$  und  $\alpha_1, \alpha_2$ :

$$q_1 + q_2 + 0.24 = 1.00 \dots \dots (15a)$$

$$q_1 \cdot \alpha_1 + q_2 \cdot \alpha_2 + 0.24 = 0.51 \dots \dots (15b)$$

$$q_1 \cdot \alpha_1^{10} + q_2 \cdot \alpha_2^{10} + 0.24 = 0.34 \dots \dots (15c)$$

$$q_1 \cdot \alpha_1^{100} + q_2 \cdot \alpha_2^{100} + 0.24 = 0.25 \dots \dots (15d)$$

entsprechend den mittleren Durchlässigkeiten der vorhin aufgeschriebenen Tabelle. Durch geeignete Umformung erhält man hieraus für die Unbekannten  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  die beiden Gleichungen

$$0 = \alpha_1^{10} (0.76 \alpha_2 - 0.27) + \alpha_1 (0.19 - 0.76 \alpha_2^{10}) + 0.27 \alpha_2^{10} - 0.19 \alpha_2$$

und

$$0 = \alpha_1^{100} (0.76 \alpha_2 - 0.27) + \alpha_1 (0.10 - 0.76 \alpha_2^{100}) + 0.27 \alpha_2^{100} - 0.10 \alpha_2.$$

Da die Strahlung der Wellengruppe 1 sehr viel stärker absorbiert wird als die der Gruppe 2, so ist

$$\alpha_1 = 10^{-\bar{w}_1} = e^{-a_1 \bar{m}} \quad \text{sehr viel kleiner als} \quad \alpha_2 = 10^{-\bar{w}_2} = e^{-a_2 \bar{m}},$$

so daß wir in Annäherung schreiben können:

$$\alpha_1 = \frac{0.19 \cdot \alpha_2 - 0.27 \cdot \alpha_2^{10}}{0.19 - 0.76 \cdot \alpha_2^{10}} = \frac{\alpha_2 - 1.4210 \cdot \alpha_2^{10}}{1 - 4 \cdot \alpha_2^{10}}$$

und

$$\alpha_1 = \frac{0.10 \cdot \alpha_2 - 0.27 \cdot \alpha_2^{100}}{0.10 - 0.76 \cdot \alpha_2^{100}} = \frac{\alpha_2 - 2.7 \cdot \alpha_2^{100}}{1 - 7.6 \cdot \alpha_2^{100}}.$$

Die Lösungsmöglichkeiten dieser Gleichungen werden durch die Bedingungen eingeschränkt, daß sowohl  $\alpha_1$  als auch  $\alpha_2$  reell und positiv, außerdem aber im Intervall 0 bis 1 gelegen sein müssen. Die graphische Lösung obiger zwei Ausdrücke ergab folgende Lösungswerte:

$$\alpha_1 = 0.121 \quad \text{und} \quad \alpha_2 = 0.9929.$$

Hieraus ergeben sich mit Hilfe der Gleichungen (15) sofort die Strahlungsanteile:

$$q_1 = 0.54, \quad q_2 = 0.22 \quad \text{und laut Annahme} \quad q_3 = 0.24.$$

Dies steht in befriedigender Übereinstimmung mit dem Ergebnis, das wir an Hand der empirischen Gegenstrahlungskurve von Ångström erhalten haben.  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  beziehen sich auf eine Dampfmenge von 0.003 cm Niederschlag. Wir berechnen die entsprechenden Faktoren für die Dampfmengen, die wir unter rund  $34^\circ$  Breite bei einem Dampfdruck von  $p = 12$  mm Quecksilber beobachten. Diese beträgt etwa 2.4 cm Niederschlag, also rund 800 mal soviel. Aus obigen Werten ergäbe sich mithin für die strahlenden Massen der beiden Wellengruppen:

$$10^{-\bar{w}_1} = 0.121^{800} = 10^{-733.6} \quad \text{und} \quad 10^{-\bar{w}_2} = 0.9929^{800} = 10^{-2.48}$$

$p = 12 \text{ mm} \qquad \qquad \qquad p = 12 \text{ mm}$

Die strahlende Masse  $\bar{w}_1$  der Atmosphäre für die Strahlung der Gruppe 1 ist also in der Tat so groß, daß in allen Breiten und auch bis zu Höhen nahe der Stratosphärenengrenze schon in dünnen Schichten fast völlige Absorption eintritt. Die von oben kommende Strahlung dieser Art kann also nach S. 209 durch den halben Wert der Temperaturstrahlung wiedergegeben werden. Hinsichtlich der halb durchgelassenen Strahlung (Gruppe 2) ergibt sich für die subtropische Atmosphäre ein  $\bar{w}_2$ , das doppelt so groß ist, als wir es aus der empirischen Kurve, allerdings nur roh, gefolgert haben. Wie wir im folgenden Abschnitt sehen werden, kommt es hier nicht so sehr auf einen Absolutwert des  $\bar{w}$  als auf die Größenordnung an, innerhalb deren sich das  $\bar{w}_2$  in verschiedenen Breiten verändert.

§ 4. Die aufwärts gehende Strahlung *B*. Nachdem wir uns mit Hilfe der Gegenstrahlung über die Größenordnung der strahlenden Massen ein Bild gemacht haben, können wir nunmehr an die Erörterung der Rückstrahlung und damit an die für die Stratosphärentemperatur maßgebenden Bedingungen herangehen. Wir knüpfen unmittelbar an die Gleichungen (11) des vorigen Abschnittes an:

$$B_0 = \bar{B} \cdot e^{-a\bar{m}} + a \cdot q \cdot \int_{x=0}^{x=\bar{m}} \Theta \cdot e^{-ax} \cdot dx \dots \dots \dots (11b)$$

(*x* ist der Wert der Variablen *m* unter dem Integral)

$$B_m = \bar{B} \cdot e^{-a(m-\bar{m})} + a \cdot q \cdot e^{a \cdot m} \cdot \int_{x=m}^{x=\bar{m}} \Theta \cdot e^{-a \cdot x} \cdot dx \dots \dots \dots (11c)$$

Genau wie früher führen wir zur Durchführung der mechanischen Integration eine Hilfsfunktion  $y$  ein, die diesmal durch die Formel

$$y = e^{a(m-x)}, \quad dy = -a \cdot e^{a(m-x)} \cdot dx \dots \dots \dots (16)$$

definiert ist. Durch das zweite Integralglied der Gleichung (11) wird ein Mittelwert

$$[\Theta] = -q \cdot \int_{x=m}^{y=1} \Theta \cdot dy = q \cdot \int_{y=1}^{y=10^{-w-\bar{w}}} \Theta \cdot dy = q \cdot \int_{y=1}^{y=10^{-w-\bar{w}}} \Theta \cdot dy \dots \dots \dots (17)$$

definiert, der den von der Atmosphäre selbst herrührenden Anteil der Rückstrahlung, die „Eigenstrahlung der Atmosphäre“, darstellt. Wir betrachten

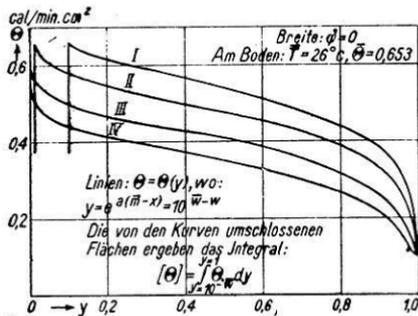


Fig. 6 a.

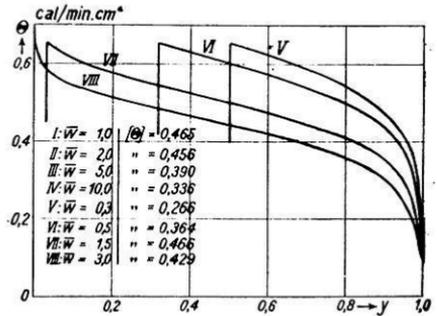


Fig. 6 b.

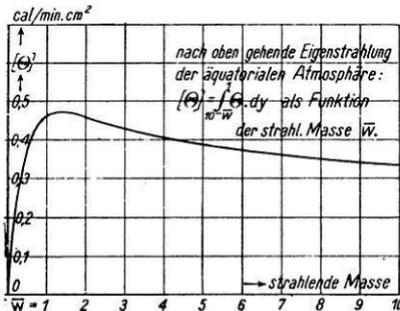


Fig. 7.

zunächst diese Eigenstrahlung an der oberen Grenze der Atmosphäre ( $m = 0$ ) mit Hilfe der in Fig. 6 gezeichneten  $\Theta$ -Linien. Die graphische Integration der Kurven ergibt dann nach (17) das  $[\Theta]$ , und zwar für eine äquatoriale Temperaturverteilung und unter verschiedenen Annahmen über die Größe der strahlenden Masse  $\bar{w}$  am Boden. Die so ermittelten Werte  $[\Theta]$  gelten zunächst wieder für  $q = 1$ . Die Fig. 6 und 7 zeigen sehr deutlich das von Simpson in seiner

ersten Arbeit aufgeworfene Problem, wie klein überhaupt die Rückstrahlung der Atmosphäre werden kann. Tragen wir uns die mit Hilfe der Fig. 6 gewonnenen Integralwerte  $[\Theta]_{m=0}$  als Funktion der Variablen  $\bar{w}$  auf (Fig. 7), so zeigt  $[\Theta]_0$  zunächst mit wachsendem  $\bar{w}$  ein steiles Ansteigen und erreicht bei etwa einer strahlenden Masse der Gesamtatmosphäre:

$$e^{a \cdot \bar{m}} = 10^{\bar{w}} = 10^{1.5},$$

ein Maximum. Danach sinkt es bei weiterer Zunahme der strahlenden Masse stetig ab. Die Eigenstrahlung wird dann, sich mehr und mehr schwarz verhaltend, immer weniger durch die Temperaturverteilung der unteren Schichten beeinflusst, schließlich ist, ähnlich wie im Falle der Gegenstrahlung, der aus der Atmosphäre zurückkehrende Energiestrom praktisch nur durch die Strahlung der obersten Schichten, also deren Temperatur allein, bestimmt.

Für die Strahlung der Wellengruppe 1, wo wir ein  $\bar{w} = 735$  bei einem Dampfdruck von etwa 12 mm am Boden gefunden hatten, wird daher der Rückstrom  $B$  um so geringer sein, je tiefer die oberen Schichten unterhalb der Stratosphärengrenze temperiert sind. Selbst in Gegenden mit arktischen Temperaturverhältnissen, wo an der Erdoberfläche der Dampfdruck bis auf wenige Millimeter zurückgeht, behält das  $\bar{w}$  noch den hohen Wert von rund 150. In 10 km Höhe, in der nach Gleichung (13) die Dampfmenge auf den hundertsten Teil zurückgegangen sein müßte, wäre  $\bar{w} = 1.5$ , ein Wert, der aber zweifellos noch erheblich zu klein ist. Denn gerade in arktischen Breiten mit den dort vorhandenen Inversionen und Isothermien ist die durch die Süringsche Formel wiedergegebene Abnahme des Dampfdruckes erheblich zu stark. Die Werte der zur Gruppe 1 gehörigen Rückstrahlung sind also sicherlich in hohen Breiten erheblich größer als in niedrigen Breiten, aber diese Tatsache stellt sich zunächst nicht als eine mögliche Ursache für die Verteilung der Stratosphärentemperatur heraus, sondern umgekehrt als eine Folge der vorhandenen Temperaturverteilung. Die durch das erste Glied in (11) ausgedrückte, vom Erdboden ausgehende Strahlung dieser Wellengruppe wird schon in den untersten Schichten vollständig absorbiert, sie kann daher in keiner Breite zu dem Gesamtwert des Rückstromes  $B_0$  etwas beitragen.

Sehr interessant ist nun das Verhalten der Atmosphäre gegenüber der Wellengruppe 2, die von der Atmosphäre teilweise absorbiert wird (halb durchlässige Atmosphäre). Für eine subtropische Atmosphäre (Dampfdruck  $p = 12$  mm) hatten wir im vorigen Abschnitt gefunden, daß für diese Wellen die strahlende Masse zwischen den Zahlen  $w = 1.2$  und  $2.4$  gelegen sein muß. Im Mittel wollen wir zunächst die runde Zahl  $w = 2.0$  für diese Atmosphäre einsetzen. Zur Abschätzung der ausgestrahlten Energie  $B_0$  in verschiedenen Breiten brauchen wir nun die Kenntnis der entsprechenden Verhältnisse auch unter anderen Breiten, die graphische Integration, die wir in den Fig. 6 und 7 für eine äquatoriale Atmosphäre durchgeführt haben, ist daher in ganz derselben Weise auch für eine geographische Breite von  $51^\circ$  in der Fig. 8 vorge-

nommen. Die Abhängigkeit des  $[\Theta]$  von der strahlenden Masse  $\bar{w}$  zeigt hier einen ganz ähnlichen Verlauf wie im ersten Fall, insbesondere liegt das Maximum der Rückstrahlung wieder beim fast gleichen Wert des Arguments:

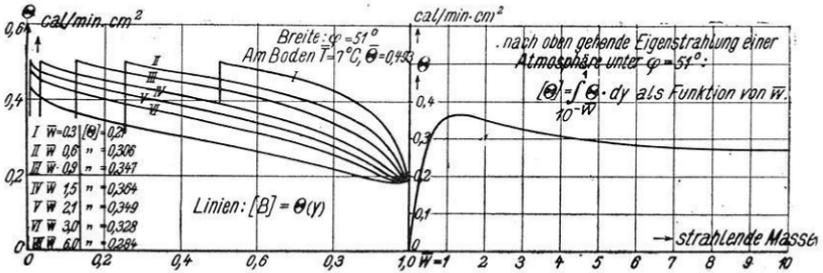


Fig. 8.

$\bar{w} = 1.5$ . Ähnlich wie bei der abwärts gehenden Gegenstrahlung verhalten sich die Absolutwerte des  $[\Theta]$  zu den entsprechenden Werten am Äquator annähernd wie die Bodenwerte:  $\overline{\Theta}_{\varphi = 51^\circ} : \overline{\Theta}_{\varphi = 0}$ . Diese Proportionalität gilt

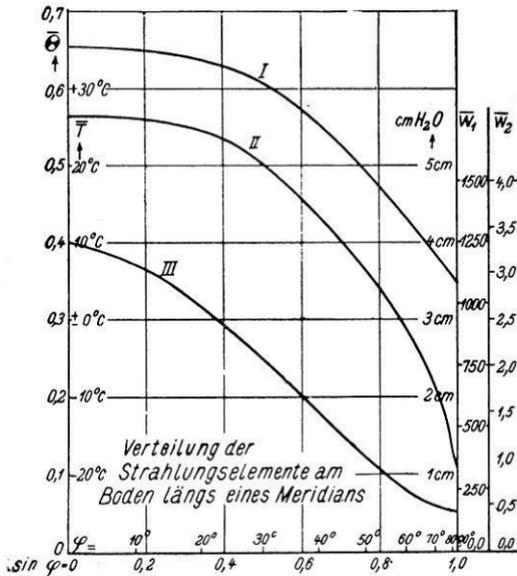


Fig. 9.

jedoch nur im ersten Teil der Kurve bis etwa zum Werte  $w = 3.0$ , darüber hinaus macht sich der Einfluß der oberen Schichten stärker bemerkbar, so daß mit wachsendem  $\bar{w}$  die Rückstrahlung der höheren Breiten, die ja in der Höhe wärmer sind als die niedrigen, auch die größere Rückstrahlung bekommen; dies haben wir bereits bei der stark absorbierten Strahlung der Gruppe 1 erörtert.

Die drei Kurven der Fig. 9 enthalten nun die Temperatur-, Dampfmen- und ferner die  $\bar{\Theta}$ -Verteilung längs eines Meridians, wobei die Dampfmen- in cm Niederschlag angegeben sind. Als Abszisse ist dabei nicht der Winkel, sondern dessen Sinus aufgetragen, um die für die Erde als Ganzes geltenden Werte, z. B. die gesamte von der Erdoberfläche ausgehende Schwarzstrahlung, aus der Figur entnehmen zu können.

Setzen wir zunächst in Annäherung Dampfmenge und Dampfdruck proportional, so zeigt die Kurve III auch die Verteilung der strahlenden Masse  $\bar{w}$ , wofür eine zweite Doppelskala am rechten Rande der Figur angeschrieben ist. Sie ist so gewählt, daß der Dampfmenge 2.4 cm, die etwa unter 30° Breite bei einem Bodendampfdruck von  $p = 12$  mm auftritt, die strahlenden Massen  $\bar{w}_2 = 2.0$  und  $\bar{w}_1 = 750$  entsprechen. Mit Hilfe der Figur wurden nach den früher angegebenen graphischen Methoden die Werte  $[\Theta]_2$  berechnet, und zwar für die Werte  $\sin \varphi = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$  und  $1.0$ . Für die gleichen Werte wurden die vom Erdboden ausgehende Schwarzstrahlung und der Faktor  $e^{-\alpha_2 \bar{m}} = 10^{-\bar{w}_2}$  berechnet. Die Summe der Eigenstrahlung  $[\Theta]_2$  und des Produktes  $\bar{\Theta} \cdot 10^{-\bar{w}_2}$  ergibt nach Gleichung (11 c) die Gesamtausstrahlung  $B_2$  in der Wellengruppe 2, zunächst ohne Berücksichtigung des Faktors  $q_2$ . In der folgenden Tabelle, die einen Überblick über die in Frage stehenden Größen gewährt, gibt die letzte Spalte die effektive Ausstrahlung im Bereich der Gruppe 2 für  $q_2 = 0.25$ .

Tabelle 2.

$\varphi$	$\sin \varphi$	$\bar{w}_2$	$10^{-\bar{w}_2}$	$\bar{\Theta}_2$	$10^{-\bar{w}_2} \cdot \bar{\Theta} = \frac{\bar{B}_2}{q_2}$	$[\Theta]_2$	$\bar{\Theta} \cdot 10^{-\bar{w}_2} + [\Theta]_2 = \frac{B_2(w=0)}{q_2}$	$B_2(w=0)$
0°	0.0	3.34	0.000 46	0.653	0.000 30	0.420	0.4203	0.105
12	0.2	3.02	0.000 95	0.650	0.000 62	0.427	0.428	0.107
24	0.4	2.42	0.003 80	0.631	0.002 40	0.426	0.428	0.107
37	0.6	1.60	0.025 12	0.573	0.014 40	0.413	0.427	0.107
54	0.8	0.85	0.141 30	0.472	0.066 75	0.350	0.420	0.105
(90)	1.0	0.17	0.676 00	0.335	0.227 00	0.195	0.418	0.104)

Hinsichtlich der vertikalen Temperaturverteilung in arktischen Gegenden wissen wir noch viel zu wenig, als daß wir mit einiger Sicherheit eine Berechnung des  $[\Theta]_2$  durchführen könnten, die oben eingeklammerte Reihe ist das Ergebnis einer graphischen Extrapolation, die mit Hilfe der Messungen unter 60° Breite (in Pawlowsk) und 68° Breite (Kiruna) ausgeführt wurde. Als wesentliches Ergebnis der Tabelle folgt eine fast vollkommene Gleichverteilung der Rückstrahlung  $(B_2)_{w=0}$  über alle Breitenzonen. Nur gegen den Pol hin zeigt sich ein kleiner, aber unbedeutender Abfall. Diese Unabhängigkeit der insgesamt ausgestrahlten Energie der in halb durchgehenden Wellengruppe von der geographischen Breite entsteht durch die Kompensation der beiden Summanden des  $B_2(w=0) = \bar{B}_2 + \frac{[\Theta]_2}{q_2}$ . Während  $[\Theta]_2$  mit wachsender Breite immer mehr

abnimmt, steigt der von der geringen Dampfmenge durchgelassene Teil der Erdstrahlung rasch an, ohne jedoch  $[\Theta]_2$  überkompensieren zu können. Diese sehr eigenartigen Verhältnisse sind bereits von G. C. Simpson in der ersten in der Einleitung erwähnten Abhandlung besprochen worden. Die fast völlige Kompensation erweist sich dabei als in weitem Maße unabhängig von dem Ausgangswert des  $\bar{w}_2$  am Äquator oder unter  $30^\circ$  Breite. Auch wenn wir die strahlende Masse  $\bar{w}_2$ , die der subtropischen Dampfmenge 2.4 cm entspricht, nicht 2.0, sondern beispielsweise 1.0 oder 3.0 gesetzt hätten, würden wir fast ganz das gleiche Ergebnis bekommen haben. Gerade deswegen folgerte ja Simpson auch, daß unmöglich am Pol die Rückstrahlung größer und demgemäß die eigentlichen Stratosphärentemperaturen höher sein könnten als am Äquator.

Wir wissen von der Betrachtung der Ausstrahlung der Wellengruppe 1 her (vgl. S. 214), daß der hier sich ergebende Kompensationseffekt bei weiter wachsendem Wert der strahlenden Masse, mit anderen Worten, für die weichere langwellige Strahlung, verschwindet; die Größe  $(B_1)_{m=0}$  nimmt mit wachsender Breite zu, wenngleich dies mehr als eine Folge als eine Ursache der Temperaturverteilung in hohen Lagen der Atmosphäre erscheint. Bevor wir aber auf die Wirkung der gesamten Ausstrahlung aller Wellengruppen und ihre Einwirkung auf die Stratosphärentemperatur eingehen, soll hier noch eine andere sehr wesentliche Eigenschaft der aufwärts gehenden Strahlung  $B_2$  besprochen werden.

Die obige Unabhängigkeit des  $B_{2(m=0)}$  gilt nämlich nur für die im Mittel in der Erdatmosphäre herrschenden Verhältnisse. Denken wir uns aber einmal den Fall, daß in einer Atmosphäre der gemäßigten Zone vom Wassergehalt 1.5 cm Niederschlag, wie wir sie in der warmen Jahreszeit oft in Europa haben, weitere Feuchtigkeitsanreicherung bei steigenden Temperaturen eintritt, während die Unterlage, die wir uns als Wasserfläche denken wollen, ihre Temperatur beibehält. Nach Fig. 9 ist die strahlende Masse  $\bar{w}_2 = 1.2$ , und nach Fig. 8 tritt zunächst eine Steigerung des  $[\Theta]_2$  ein, da Temperaturverteilung und Zunahme des  $\bar{w}_2$  in gleichem Sinne wirken. Nach Überschreiten des Wertes  $\bar{w}_2 = 1.5$  gelangen wir jedoch auf den absteigenden Teil der  $[\Theta]$ -Kurve, zumal wenn bei dem Vorgang nur die unteren Schichten an Wärme und Feuchtigkeit zunehmen. Das nunmehr abnehmende  $[\Theta]_2$  bedingt aber Strahlungsabkühlung in oberen Schichten, verbunden mit einem Höherrücken der Stratosphärenengrenze. Im Mittel finden wir den kritischen Wert der strahlenden Masse von 1.5 bei einer Breite von  $40^\circ$ . Südlich dieser Breite führt Zunahme der Dampfmenge zu einer Verminderung, nördlich zunächst zu einer Steigerung der herausgehenden Eigenstrahlung  $[\Theta]_2$ . Die Einwirkung auf die Strahlungstemperaturen der oberen Schichten kann aber nur dann erfolgen, wenn nicht gleichzeitig die oben beschriebene Kompensation eintritt, wenn also die Unterlage den Erwärmungsvorgängen, welche die etwaige Vermehrung der Dampfmen gen bedingen, nur langsam folgt, also insbesondere auf den Meeresflächen. Zu Zeiten fortschreitender Erwärmung ist daher die Ausbildung

stratosphärischer Abkühlung und daraus entstehender Druckanstiege auf den Meeren, von Süden nach Norden fortschreitend, zu erwarten. Sie beruht auf der Verringerung der Eigenstrahlung  $[\Theta]_2$ . Andererseits kann diese gleichbleiben und das von der Erdstrahlung herrührende Glied  $\bar{\Theta}_2 \cdot 10^{-\bar{w}_2}$  sich vermindern, wenn nämlich bei warm und feucht bleibender Atmosphäre eine stark erkaltende Unterlage vorhanden ist. Die geeigneten Vorbedingungen finden sich also über Festlandmassen im Spätsommer und Herbst. Auch die von Hanzlik<sup>13)</sup> beschriebene oftmalige Umwandlung kalter und rasch beweglicher Hochdruckgebiete in warme und hoch reichende Antizyklonen muß in diesem Zusammenhang genannt werden. Hier ist die zur Erkaltung der oberen Schichten notwendige Feuchtigkeitsanreicherung in den unteren Schichten eine dem Prognostiker und auch sonst als Wetterregel wohlbekannte Erscheinung: Die Stabilisierung einer rasch entwickelten Schönwetterlage tritt immer erst dann ein, wenn die anfängliche große Durchsichtigkeit der Luft schnell wieder verschwindet. Bleibt diese Trübung aus, so kann bald mit neuer Verschlechterung gerechnet werden.

Noch eine dritte Beobachtung aus der Praxis des Wetterdienstes verdient hier angeführt zu werden: Zuweilen beobachtet man auf der Rückseite eines Tiefdruckgebietes, also im Gebiet einer ausgesprochen kalten Luftmasse polarer Herkunft, wo in der Regel Druckanstieg herrscht, einen langsamen, aber immer mehr um sich greifenden und sich durchsetzenden Barometerfall. Diese Erscheinung tritt namentlich im Hochsommer bei zunächst ganz heiterem Wetter und ausgezeichneter Sicht ein, das östlich liegende und scheinbar schon absterbende Tief wird dabei rückläufig und gewinnt wieder an Energie. Auch dieser Vorgang kann nur auf Druckänderungen in großen Höhen zurückgeführt werden, da in den unteren Schichten, bis über 5 km hinauf, die Entwicklung mit Abkühlung verbunden ist (Kälterückfall Ende Juni). In der Tat kann die Kompensation des Ausdrucks

$$B_2 = \bar{\Theta} \cdot 10^{-\bar{w}_2} + [\Theta]_2$$

(m = 0)

gerade im Frühsommer bei starker Einstrahlung und demgemäß hohem  $\bar{\Theta}$  gestört werden, wenn infolge polarer Luftzufuhr die Feuchtigkeitsanreicherung hiermit nicht gleichen Schritt hält.

Die Entstehung örtlicher oberer Druckwellen wird durch diese eigenartige Kompensation zwischen Erd- und Eigenstrahlung der Atmosphäre also durchaus plausibel gemacht. Andererseits macht aber die im Mittel über alle Breiten ganz gleichmäßig wirkende Kompensation das Problem der allgemeinen Temperaturverteilung längs der Stratosphärengrenze zunächst keiner befriedigenden Lösung zugänglich, da nur die stark absorbierte Strahlung  $B_1$  eine Zunahme mit wachsender geographischer Breite zeigt. Im letzten Abschnitt, wo wir auf die gleichzeitige Wirkung beider nach oben gehender Energieströme  $B_1$  und  $B_2$  hinsichtlich der Temperaturen des Strahlungsgleichgewichts eingehen

wollen, werden wir erkennen, daß diese Zunahme des  $B_1$  nicht bloß eine Folge der oberen Temperaturverteilung ist, sondern auch durch die Verhältnisse der unteren Schichten verursacht wird.

§ 5. Einfluß der Bewölkung auf die nach oben gehenden Energieströme. Die Rückstrahlung  $B_3$  und die gesamte Ausstrahlung. G. C. Simpson hat in seiner zweiten Arbeit hinsichtlich der Bewölkungseinwirkung auf die Strahlung folgende plausible Annahmen gemacht:

Eine auch nur einigermaßen dicke Wolkenschicht absorbiert alle von unten kommende Strahlung langwelliger Natur total, nach oben strahlt sie demgemäß in diesem Gebiet wie ein schwarzer Körper mit der Temperatur ihrer Oberfläche. Diese Annahme ist nicht nur theoretisch gestützt, sondern auch durch Messung der Strahlung im Ballon über Nebelflächen bestätigt worden. Unter Benutzung dieser Annahmen kommen wir hinsichtlich unserer verschiedenen Wellengruppen zu folgenden Ergebnissen:

Die nach oben gehende Strahlung der stark absorbierten Wellengruppe 1 wird praktisch durch das Vorhandensein einer Wolkenschicht in der Atmosphäre nicht geändert. In der Tat sind auch oberhalb hoher Wolkenschichten die dort befindlichen strahlenden Massen  $w_1$  so groß, daß alle auf S. 214 f. gemachten Folgerungen unverändert bleiben. Auch in einer bewölkten Atmosphäre bleibt also der in hohen Schichten auftretende Energiestrom  $B_1$  wesentlich nur bestimmt durch die Temperatur der allernächsten Umgebung unterhalb der betrachteten Höhenlage.

Hinsichtlich des Energiestromes  $B_2$  haben wir, ähnlich wie im Falle der unbewölkten Atmosphäre, zwei verschiedene Anteile zu betrachten, nämlich die von der Wolkenoberfläche selbst ausgehende Strahlung  $E^{(N)}$  und die Eigenstrahlung der darüber befindlichen Atmosphäre. Die erstere ergibt sich in der Höhenlage  $m$  bzw.  $w$  durch den Ausdruck

$$E^{(N)} = q_2 \cdot \Theta^{(N)} \cdot 10^{-(w_2^{(N)} - w_2)} = q_2 \cdot \Theta^{(N)} \cdot e^{-a_2 \cdot (m^{(N)} - m)} \dots (18)$$

Hier bedeutet  $\Theta^{(N)}$  die Temperaturstrahlung der Wolkenoberfläche,  $m^{(N)}$  bzw.  $w^{(N)}$  die dort vorhandene strahlende Masse, gezählt von der oberen Grenze der Atmosphäre her. Da  $\Theta^{(N)}$  in der Troposphäre mit der Höhe abnimmt, der Faktor  $10^{-(w_2^{(N)} - w_2)}$  aber mit der Höhe wächst, tritt wieder eine Kompensation ein, so daß die von der Wolkenschicht ausgehende Strahlung  $E^{(N)}$  in einer gewissen Höhe ein Maximum erreicht. Mit zunehmender Breite verlagert sich dieses Maximum mehr und mehr nach den unteren Schichten. Zu der Wolkenstrahlung  $E^{(N)}$  tritt dann die oberhalb gebildete Eigenstrahlung der Atmosphäre:

$$[\Theta]_3^{(N)} = q_2 \cdot \int_{y = e^{a_2 \cdot (m - m^{(N)})}}^{y = 1} \Theta \cdot dy = q_2 \cdot \int_{y = 10^{w_2 - w_2^{(N)}}}^{y = 1} \Theta \cdot dy \dots (19)$$

Wie früher schreiben wir für den gesamten Energiestrom  $B_2^{(N)}$ , der aus der bewölkten Atmosphäre nach oben geht ( $m = w_2 = 0$ ):

$$B_2^{(N)} = E^{(N)} + [\Theta]_2^{(N)} \dots \dots \dots (20)$$

( $m = 0$ )

In der Fig. 10 zeigen die unteren Kurven die Wolkenstrahlung  $E^{(N)}$  als Funktion der Höhe  $h$  und für verschiedene Werte der geographischen Breite  $\varphi$ .

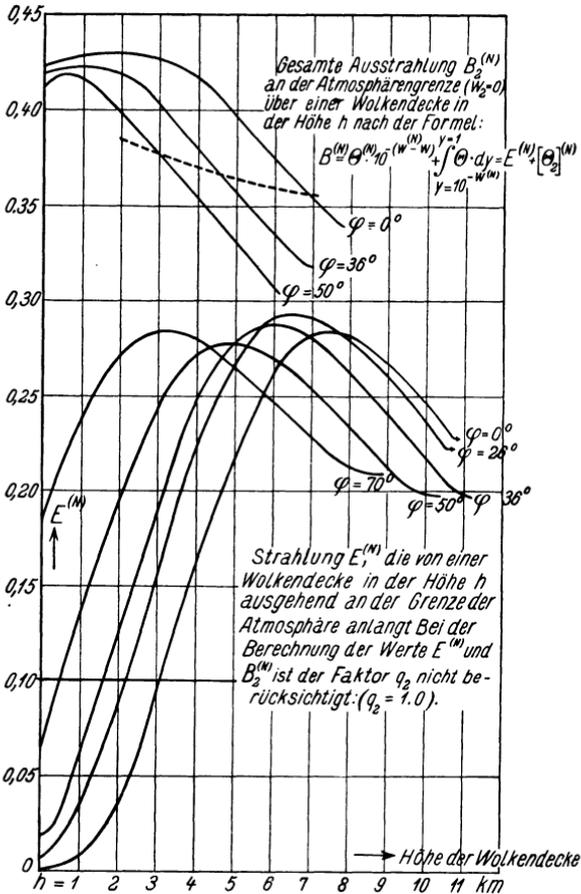


Fig. 10.

Da die Temperatur- und Dampfverteilung der obersten Schichten auf den Faktor  $10^{-(w_2^{(N)} - w_2)}$  nur wenig Einfluß hat, so ergibt sich das Maximum in allen Breiten zu ziemlich dem gleichen Wert. Für den Wert der Abszisse  $h = 0$  ist der Ausgangswert der Kurven durch das Produkt  $\Theta \cdot 10^{-w}$  gegeben ( $w = 0$ ,  $w^{(N)} = \bar{w}$ ), das wir aus der fünften Kolonne der Tabelle 2 bereits kennen. Für

die Breiten  $\varphi = 0^\circ$ ,  $\varphi = 36^\circ$  und  $\varphi = 50^\circ$  sind die Werte  $[\Theta]_2^{(N)}$  ebenfalls für einige Höhen berechnet. Mit ihrer Hilfe ergibt sich die Summe  $B_2^{(N)} = E^{(N)} + [\Theta]_2^{(N)}$ , welche durch die oberen Linien der Fig. 10 als Funktion der Höhe dargestellt ist. Die aus der wolkenfreien Atmosphäre schon bekannte Kompensation zeigt sich auch hier wieder in hohem Maße wirksam. Solange die absorbierende und strahlende Wolkenschicht eine gewisse Höhe nicht überschreitet, strahlt auch die bewölkte Atmosphäre in den Weltraum ungefähr den gleichen Energiebetrag von  $q_2 \cdot 0.41$  gcal/min  $\text{cm}^2$  wie die unbewölkte; und wieder ist dies Ergebnis in weitem Maße unabhängig von der geographischen Breite. Die kritische Höhe, bis zu der dies Ergebnis gilt, liegt am Äquator etwa bei 4 km und sinkt nach den Polen zu ab. Übersteigen die Wolkenoberflächen diese Höhe, so tritt eine rasche Verminderung der nach oben gehenden Rückstrahlung ein. Nun liegt in der Tat die mittlere Höhe der ausgebreiteten Schichtwolken (altostratus), auf die es hier im wesentlichen ankommt, höher als diese kritische Höhenlage. Die mittlere Höhe dieser Wolken ist durch die gestrichelte Linie der Figur angegeben, und man kann aus ihrer Lage folgende wichtige Schlußfolgerungen ziehen:

1. Hinsichtlich der Wellengruppe 2 ist in allen Breiten, bis auf die polaren Gebiete, die Rückstrahlung einer bewölkten Atmosphäre um etwa  $q_2 \cdot 0.05$  bis  $q_2 \cdot 0.1$  gcal/min  $\text{cm}^2$  geringer als die einer Atmosphäre bei heiterem Himmel; der Unterschied wird um so größer, je höher hinauf die wirksamen Wolkenschichten sich ausdehnen.

2. Da die mittlere Bewölkung vom Äquator nach höheren Breiten hin abnimmt, so muß, im Mittel aus bewölkter und wolkenfreier Atmosphäre, die gesamte Rückstrahlung  $B_2$  mit zunehmender Breite zunehmen.

( $m = 0$ )

3. In arktischen Breiten liegen ausgebreitete Wolkenschichten meist oberhalb einer ausgedehnten Inversion oder Isothermie, die Temperatur der dort vorhandenen Wolkenoberflächen ist also nur wenig geringer, zuweilen sogar höher, als die im Mittel am Erdboden auftretenden Temperaturen. In diesen Breiten wird also die Rückstrahlung der bewölkten Atmosphäre die der unbewölkten zunächst noch übersteigen, wodurch wiederum im Mittel über wolkenfreie und bedeckte Gegenden die gesamte Rückstrahlung nach hohen Breiten hin einen, wenn auch geringen Zuwachs erfährt.

Insgesamt erleidet also die beschriebene und fast vollkommene Gleichverteilung der Rückstrahlung  $B_2$  eine geringe Störung zugunsten der höheren Breiten. Diese Begünstigung nimmt zu mit der Stärke und der Höhe der mittleren Bewölkung. Auf die Verschiedenheiten der Rückstrahlung, die sich hieraus für Hoch- und Tiefdruckgebiete, sowie für deren einzelne Sektoren ergeben, soll in dieser Arbeit noch nicht näher eingegangen werden.

Wäre keine Bewölkung vorhanden, so könnten wir die bisher gar nicht betrachtete Strahlung der Wellengruppe 3, die „ganz durchlässige Strahlung“,

auch weiterhin völlig vernachlässigen. Denn zu dem uns hier vorwiegend interessierenden Problem der oberen Temperaturverteilung kann ja diese Strahlung in keiner Weise irgendwie beitragen. Da diese Strahlung nur am Erdboden bzw. an den annähernd schwarz strahlenden Wolkenoberflächen entsteht, so muß der Betrag der davon herrührenden Rückstrahlung am größten sein im Gebiet höchster Bodentemperaturen, also am Äquator. Dies ist wichtig zu beachten, wenn wir, wie es Simpson in der mehrfach erwähnten Arbeit getan hat, eine Gesamtbilanz der von der Erde in den Weltenraum zurückgesandten Strahlungsenergie aufstellen wollen. Simpson kommt zu dem Ergebnis, daß diese Gesamtenergie im Mittel der wolkenfreien und bewölkten Räume über alle Breiten gleichmäßig verteilt ist. Da nun die ganz und gar durchgelassene Strahlung  $B_3$ , die vom Äquator zum Pol hin abnimmt, in diesem Gesamtergebnis mit enthalten ist, so hat also auch Simpson das Resultat erhalten, daß die für die obere Temperaturverteilung maßgebenden Energieströme vom Äquator zum Pol hin an Intensität zunehmen. Bei den in dieser Arbeit verwendeten Zahlen für die strahlenden Massen in den einzelnen Wellengruppen bleibt auch im Gesamtergebnis noch ein geringes Anwachsen der totalen Rückstrahlung mit zunehmender Breite übrig. Denken wir uns unter starker Vereinfachung die Atmosphäre überall im Mittel zur Hälfte bewölkt, und zwar in allen Breiten mit einer Wolkendecke in der gleichen Temperaturhöhenlage von  $-15^{\circ}\text{C}$ , also auch überall im Gebiet gleicher strahlender Masse  $w_3^{(N)}$ , so wird der Betrag der gar nicht absorbierten Rückstrahlung  $B_3$  sich aus einem unter jeder Breite gleich großen Wolkenanteil

$$B_3^{(N)} = E_3^{(N)} = \frac{1}{2} \cdot q_3 \cdot \overline{\Theta}^{(N)}_{T=-15^{\circ}\text{C}} = 0.5 \cdot 0.25 \cdot 0.36 \text{ gcal/min cm}^2 = 0.045$$

zusammensetzen mit dem von der Bodenstrahlung herrührenden Glied

$$B_3 = \overline{E}_3 = \frac{1}{2} \cdot q_3 \cdot \overline{\Theta}_\varphi = \frac{\overline{\Theta}_\varphi}{8}$$

Für die Werte  $\sin \varphi = 0.2, 0.4$  usw. sind die Werte  $B_{1(m=0)}$ ,  $B_{2(m=0)}$ ,  $B_3$  und  $B_3^{(N)}$  zusammengestellt; die kleinen Unterschiede zwischen  $B_2$  und  $B_3^{(N)}$  können bei dieser nur als Strahlungsbilanz gedachten Übersicht vernachlässigt werden. Es ergibt sich folgende kleine Tabelle, in welcher die Faktoren  $q_1$ ,  $q_2$  und  $q_3$  bereits berücksichtigt sind:

Tabelle 3.

	$\varphi = 0^{\circ}$ $\sin \varphi = 0.0$	$12^{\circ}$ 0.2	$24^{\circ}$ 0.4	$37^{\circ}$ 0.6	$54^{\circ}$ 0.8	$90^{\circ}$ 1.0
Stark absorbierte Strahlung $B_1$	0.110	0.126	0.142	0.158	0.174	0.190
Schwach absorbierte Strahlung $B_2$	0.105	0.105	0.105	0.105	0.105	0.105
Durchgelassene Strahlung $B_3$ (von d. Erdoberfl.)	0.083	0.082	0.075	0.067	0.058	0.043
" " $B_3^{(N)}$ (von d. Wolken)	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045
Summe . . .	0.343	0.358	0.367	0.375	0.382	0.383

Denken wir uns die einzelnen Werte der Tabelle als Kurvenzug aufgetragen, so ergibt der von den Kurven umschlossene Flächeninhalt den für die Erde als Ganzes geltenden Mittelwert der betreffenden Strahlung. Die insgesamt in den Weltenraum zurückkehrende Strahlung  $B$  ergibt sich danach zu  $0.369 \text{ gcal/min cm}^2$ . Nach unseren in der Einleitung angestellten Betrachtungen über den mittleren Wert der Solarkonstante und die mittlere Albedo der Erde ist dieser Wert um etwa 20 Prozent zu hoch; denn die dort angegebene Albedo von rund 40 Prozent würde nur eine mittlere Rückstrahlung von  $0.30 \text{ gcal/min cm}^2$  zulassen. Will man die allerdings unsicheren Schätzungen der Albedo als richtig ansehen, so bleibt nichts übrig, als die Beträge der Wellengruppe 3, welche die ganz durchgelassene Strahlung darstellen, zugunsten der absorbierten Strahlungsgattungen zu kürzen. In der Tat kann man die zur Gruppe 3 gehörige Strahlung, die nach obiger Tabelle mehr als ein Drittel der gesamten langwelligen Rückstrahlung ausmacht, in diesem Sinne auch zur Albedo der Erde rechnen, da die in ihr enthaltenen Energiemengen für den Wärmehaushalt der Erde verloren sind. Für die in dieser Arbeit erörterten Probleme der allgemeinen Temperaturverteilung in der Atmosphäre, soweit diese auf Strahlungseinflüsse zurückgeführt werden müssen, ist dies aber eine Frage untergeordneter Bedeutung. Wichtiger ist dagegen die folgende Überlegung: Je durchlässiger die Atmosphäre für die Strahlung einer bestimmten Wellenlänge oder Wellengruppe ist, um so mehr ist hinsichtlich der die Atmosphäre verlassenden Rückstrahlung die warme äquatoriale und subtropische Zone bevorzugt, um so schlechter arbeitet aber auch die atmosphärische Wärmemaschine, und desto geringer ist der Anteil, den die Strahlungsvorgänge dieser Wellengruppe zur allgemeinen Zirkulation beitragen. Wie die Fig. 2 zeigt, liegt das Hauptdurchlässigkeitsgebiet für lange Wellen beim Wasserdampf in der Umgebung der Wellenlänge  $10 \mu$ . Es ist ein merkwürdiges Zusammentreffen, daß die Temperaturen der Erdoberfläche und der Atmosphäre gerade für die gleichen Wellenlängen nach dem Planckschen Strahlungsgesetz den Hauptanteil der gestrahlten Energie bedingen. Würde die Atmosphäre einen Bestandteil enthalten, der im Gebiete von  $10 \mu$  gut absorbiert, wie es beispielsweise bei dem in hohen Schichten vorhandenen Ozon der Fall ist, so würden nicht so sehr die Temperaturen der unteren Troposphäre eine Änderung erfahren, als vielmehr die Stärke der allgemeinen Zirkulation und, auf dem Umweg über diese, die Temperaturen in der Höhe.

§ 6. Die Temperaturen des Strahlungsgleichgewichts unter der gleichzeitigen Wirkung der Energieströme  $B_1$  und  $B_2$ . Der „Energieüberschuß“ der Rückstrahlung  $B_1$ . In unserer bisherigen Betrachtung haben wir mit Hilfe der Messungen der Gegenstrahlung und den Laboratoriumsuntersuchungen am Wasserdampf gewisse Maßzahlen für die Absorptionsfähigkeit der Atmosphäre gefunden, die wir als die strahlenden Massen  $w_1$ ,  $w_2$  und  $w_3$  bezeichnet haben. An Hand dieser Maßzahlen haben wir dann eine Übersicht

über die Verteilung der in den Weltenraum gehenden Strahlungsströme erhalten, wobei von dem obersten Teil der Atmosphäre und den dortigen besonderen Verhältnissen abgesehen wurde. Neben einer im Mittel sehr ausgeglichenen und nur schwach absorbierten Strahlung  $B_2$ , deren Gleichverteilung aber auf einer sehr eigenartigen Kompensation beruht und daher leicht der Anlaß zu Störungen im Strahlungshaushalt der oberen Schichten werden kann, zeigt der Energiestrom  $B_1$ , der zweifellos den innigsten Zusammenhang mit der oberen Temperaturverteilung hat, ein gleichmäßiges Anwachsen von niedrigen nach höheren Breiten. Dieses Anwachsen erscheint aber, wie schon früher ausgesprochen, zunächst nur als eine Folge eben jener höheren Temperaturen in der Substratosphäre hoher Breiten gegenüber den Temperaturen der äquatorialen Zone. Es ist zunächst nicht einzusehen, daß diese das Verhalten des Stromes  $B_1$  bedingende Temperaturverteilung eine Folge der Strahlungsverhältnisse sein muß. Um uns hierin einen Einblick zu verschaffen, gehen wir nochmals von den Schwarzschild'schen Ansätzen der Strahlungsbetrachtung aus, wobei wir uns aber, im Gegensatz zu Emden, nur auf die Einwirkung der stark absorbierten Strahlung der Wellengruppe 1 und auf die schwach absorbierte Strahlung 2 beschränken. Von dem direkten Einfluß der Sonnenstrahlung, ausgenommen wieder die Schichten oberhalb 20 km Höhe, können wir absehen. Zwar wird ein Teil der kurzwelligigen Sonnenenergie ohne die Umformung am Erdboden von der Atmosphäre direkt aufgenommen, jedoch vorwiegend in den untersten wasserdampfreichen Schichten. Für die Betrachtung der Zone zwischen 8 und 20 km Höhe ist es belanglos, woher die hier maßgebenden Energieströme ihre Energie haben, ob infolge direkter Absorption oder aus den thermodynamischen Prozessen der allgemeinen Zirkulation.

In Anlehnung an die Gleichungen (8) und (9) von S. 201 schreiben wir also:

$$dA = - a_1 \cdot A_1 \cdot dm - a_2 \cdot A_2 \cdot dm + q_1 \cdot a_1 \cdot \Theta \cdot dm + q_2 \cdot a_2 \cdot \Theta \cdot dm, \quad (21)$$

$$dB = + a_1 \cdot B_1 \cdot dm + a_2 \cdot B_2 \cdot dm - q_1 \cdot a_1 \cdot \Theta \cdot dm - q_2 \cdot a_2 \cdot \Theta \cdot dm. \quad (22)$$

Führen wir die Bedingung des Strahlungsgleichgewichts ein, so gilt

$$dA = dB,$$

und es ergibt sich die Energiebilanz

$$2 \cdot (q_1 \cdot a_1 + q_2 \cdot a_2) \cdot \Theta = a_1 \cdot (A_1 + B_1) + a_2 \cdot (A_2 + B_2). \quad (22a)$$

Wir setzen das Verhältnis  $a_1 : a_2 = \varepsilon$ . Da  $a_2$  sehr viel kleiner als  $a_1$ , wird  $\varepsilon$  eine große Zahl.

$$2 \cdot (\varepsilon \cdot q_1 + q_2) \cdot \Theta = \varepsilon \cdot (A_1 + B_1) + (A_2 + B_2). \quad (22b)$$

Die von Emden aus den Gleichungen (21) und (22) abgeleitete Entwicklung, die unter Annahme einer im langwelligen Gebiet nur grau strahlenden Atmosphäre zu einem expliziten Ausdruck für die Temperatur des Strahlungsgleich-

gewichts führt, ist im Falle verschiedener Wellengruppen nicht durchführbar. Wir wollen aber annehmen, daß für die hier betrachteten Schichten eines der von ihm erhaltenen Resultate auch im Falle mehrerer Wellengruppen wenigstens in Annäherung erhalten bleibt, nämlich die ungefähre Konstanz der Strahlungstemperatur mit der Höhe. Die abwärts gehenden Strahlungsströme  $A_1$  und  $A_2$  nehmen dann folgende einfache Form an:

$$A = q \cdot \int_{y=e^{-a \cdot m}}^{y=1} \Theta \cdot dy \dots \dots \dots (23)$$

wo  $y = e^{a(x-m)}$  (vgl. S. 204), und für mit der Höhe oder mit der Variablen  $m$  konstante Temperatur:

$$A_1 = q_1 \cdot \Theta \cdot \int_{y=e^{-a_1 m}}^{y=1} dy = q_1 \cdot \Theta \cdot (1 - e^{-a_1 \cdot m}) \dots \dots \dots (23a)$$

und ebenso:

$$A = q_2 \cdot \Theta \cdot \int_{y=e^{-a_2 \cdot m}}^{y=1} dy = q_2 \cdot \Theta \cdot (1 - e^{-a_2 \cdot m}).$$

Setzen wir dies in (22) ein, so ergibt sich

$$\Theta [\varepsilon \cdot q_1 + q_2 + \varepsilon \cdot q_1 \cdot e^{-a_1 \cdot m} + q_2 \cdot e^{-a_2 m}] = \varepsilon \cdot B_1 + B_2 \dots (24)$$

Nun wissen wir aus unseren früheren Erörterungen über den Rückstrom  $B_1$ , daß dieser in jeder Höhenlage in großer Annäherung durch die Temperatur unterhalb der betrachteten Höhenlage und die dort herrschende Temperatur selbst bestimmt ist. Der Anteil, den die tieferen und erheblich wärmeren Schichten zu dem Strome  $B_1$  liefern, ist zwar verschwindend gering, aber stets ist doch  $B_1$  ein wenig größer als das Produkt aus dem Faktor  $q_1$  und der in der betrachteten Höhenlage beobachteten Temperaturstrahlung  $\Theta$ . Wir können also den Strom  $B_1$  in folgender Form schreiben:

$$B_1 = q_1 \cdot (\Theta + \Delta\Theta) \dots \dots \dots (25)$$

in der wir die Größe  $\Delta\Theta$  als „den Energieüberschuß“ des Energiestromes  $B_1$  bezeichnen wollen. Führen wir diesen Begriff in die Gleichung (24) ein, so ergibt sich

$$\Theta [q_2 + \varepsilon \cdot q_1 \cdot e^{-a_1 m} + q_2 \cdot e^{-a_2 m}] = \varepsilon q_1 \Delta\Theta + B_2 \dots (26)$$

oder

$$\Theta = \frac{\varepsilon \cdot q_1 \cdot \Delta\Theta + B_2}{\varepsilon \cdot q_1 \cdot e^{-a_1 m} + q_2(1 + e^{-a_2 m})} \dots \dots \dots (27)$$

Neben der schwach absorbierten Rückstrahlung  $B_2$ , die sich im Mittel über alle Breiten ziemlich gleichmäßig verteilt, ist also der Temperaturüberschuß  $\Delta\Theta$  für die Einstellung der Strahlungstemperaturen eine wichtige Größe.  $\Delta\Theta$  ist zwar absolut klein, enthält aber gerade die vom Wasserdampf stark bevorzugten Wellen, was in dem großen Zahlenfaktor  $\varepsilon \cdot q_1$  gegenüber  $B_2$  zum Ausdruck

kommt. Nun ist nach unseren im vierten Abschnitt angestellten Überlegungen der Überschuß  $\mathcal{A}\Theta$  von der Größe der strahlenden Masse  $w$  abhängig, und zwar wird, wie aus der in Fig. 7 gezeichneten Kurve ersichtlich ist,  $\mathcal{A}\Theta$  klein mit zunehmendem  $w$ . Für die Temperatur des Strahlungsgleichgewichts bedeutet dies nach (27 a) ebenfalls eine Verminderung mit wachsendem  $w$ , also mit abnehmender Breite. Denn je größer in einer Atmosphäre mit nach oben abnehmenden Temperaturen die strahlenden Massen bestimmter Gattung sind, um so kleiner wird für eine bestimmte durch irgendein  $w$  gekennzeichnete Höhe der Energiebetrag, den diese Atmosphäre noch zur Erwärmung höherer Schichten beisteuert. Simpsons Resultat seiner ersten Arbeit, daß die Größe der strahlenden Massen, also der Wert der Maßzahlen  $w$ , und ebenso auch deren Anordnung in der Atmosphäre in weiten Grenzen ohne Einfluß auf den Betrag des in den Weltenraum zurückkehrenden Strahlungsstromes bleibt, ist ganz richtig, aber dieses Resultat darf keineswegs auf die Strahlungstemperaturen der oberen Schichten ausgedehnt werden. Beispielsweise tritt bei einer Verdoppelung der in der Atmosphäre enthaltenen Dampfmengen nur eine sehr geringe Veränderung der in den Weltenraum zurückkehrenden langwelligen Strahlungsströme ein, wohl aber erhebliche Änderung der als Energieüberschuß definierten Größe  $\mathcal{A}\Theta$  und damit auch der  $\Theta$ -Werte in den oberen Schichten selbst.

Zu einer auch quantitativ befriedigenden Ausrechnung dieser oberen Temperaturverteilung genügen aber die in dieser Arbeit gemachten Annahmen über die Strahlungsgruppen noch nicht. An und für sich könnte man die Gl. (27) zu einer derartigen Berechnung benutzen, wenn nämlich für einen gewissen Bereich des  $m$  der Zusammenhang des  $\mathcal{A}\Theta$  mit  $m$  derart ist, daß die Formel (27 a) ein von  $m$  unabhängiges, konstantes  $\Theta$  liefert. Denn diese Bedingung muß nach der auf S. 225 durchgeführten Ableitung annähernd erfüllt sein. Wie man leicht durch eine Ablesung der Skalen in Fig. 9 für die Größen  $w_1$  und  $w_2$  (S. 216) findet, wird bei unseren bisherigen Annahmen das Verhältnis  $\frac{a_1}{a_2} = \varepsilon$  gleich 375. Setzen wir diese Zahl und die Größen  $q_1 = 0.5$  und  $q_2 = 0.25$  in die Gleichung (27) ein, so ergibt sich

$$\Theta = \frac{187.5 \cdot \mathcal{A}\Theta + B_2}{187.5 \cdot 10^{-w_1} + q_2 (1 + 10^{-w_2})} \dots \dots \dots (27a)$$

Es ist nun nicht möglich, unter plausiblen Annahmen über die Größe der strahlenden Masse  $w$  an der Stratosphären Grenze zu  $\Theta$ -Werten zu kommen, die die obige Bedingung ungefährr Konstanz erfüllen und gleichzeitig den Temperaturbeobachtungen in der Stratosphäre entsprechen.

In der Tat ist eine solche Übereinstimmung aber auch nicht mit diesen Zahlwerten zu erwarten. Wir haben in dieser Arbeit die mit dem Index 1 bezeichnete Strahlungsgruppe mit der Bezeichnung „fast total absorbiert“ versehen, da die strahlenden Massen  $w$ , für diese Gruppe jedenfalls sehr groß sind. Eine wirklich vollkommen, auch schon in beliebig dünnen Schichten, absorbierte

Strahlung würde aber überhaupt keinen Energieüberschuß nach oben liefern können. Für eine derartige Strahlung gilt an jeder beliebigen Stelle der Atmosphäre  $A_{\odot} = 0$  und  $B = q \cdot \Theta$ . Da ein großer Teil der nach oben gehenden Strahlung vom Wasserdampf selbst erzeugt wird, wird tatsächlich ein beträchtlicher Anteil einer derartigen in bezug auf den Wasserdampf schwarzen Strahlung vorhanden sein, aber diese Eigenstrahlung kann dann für die Temperaturen des Strahlungsgleichgewichts ebensowenig beitragen wie die ganz durchgelassene Strahlung unserer Wellengruppe 3. Wollen wir also nach obiger Formel eine Berechnung der Strahlungstemperaturen vornehmen, müßten wir nicht drei, sondern vier Wellengruppen unterscheiden, von denen wir eine vom Wasserdampf total absorbierte und eine andere von ihm völlig durchgelassene Gruppe bei der Berechnung nicht zu berücksichtigen brauchen. Wohl aber müssen wir ihre Anteile an der Gesamtstrahlung, also die  $q$  kennen. Die beiden anderen Anteile werden zum Teil absorbiert, zum Teil durchgelassen, aber in ganz verschieden starkem Grade.

Bei einer derartigen Erweiterung der Untersuchung ergibt sich dann eine Abhängigkeit der Größe  $A_{\odot}$  vom Temperaturgradienten in der Troposphäre, die auf den Zusammenhang der Strahlung mit der Thermodynamik führt. Hierauf soll in einer späteren Untersuchung eingegangen werden.

#### Literatur.

- 1) R. Emden: Über Strahlungsgleichgewicht und atmosphärische Strahlung. Sitzungsber. der Bayerischen Akademie d. Wissenschaften 1913.
- 2) H. Hergesell: Die Strahlung der Atmosphäre unter Zugrundelegung der Lindenbergers Temperatur- und Feuchtigkeitsmessungen. Die Arbeiten d. Preuß. aeronaut. Observatoriums Lindenberg, Bd. 13 (1919).
- 3) F. Linke: Zur Vertikalbewegung isolierter Luftmassen. Meteorol. Zeitschr. 1928, Heft 7, S. 255.
- 4) F. M. Exner: Dynamische Meteorologie 1925, S. 47f.
- 5) Ebenda S. 30f.
- 6) G. C. Simpson: Some studies in terrestrial radiation. Memoirs of the Royal met. Soc., Vol. II, Nr. 16.
- 7) Referat: Met. Zeitschr. 1928.
- 8) Further studies in terrestrial radiation by G. C. Simpson. Memoirs of the Royal met. Soc., Vol. III, Nr. 21.
- 9) G. Hettner: Über das Absorptionsspektrum des Wasserdampfes. Ann. d. Phys., 4. Folge, 55, 476 (1918).
- 10) A. Ångström: Über die Gegenstrahlung der Atmosphäre. Meteorol. Zeitschr. 33, Heft 12, S. 529 (1916).
- 11) Derselbe: Messung der nächtlichen Ausstrahlung im Ballon. Beitr. z. Phys. d. fr. Atm., 14 (1928).
- 12) F. E. Fowle: Water-Vapor Transparency to low-temperature radiation. Smiths. miscell. coll., Vol. 68, Nr. 8.
- 13) St. Hanzlik: Die räumliche Verteilung der meteorologischen Elemente in den Antizyklonen. Denkschr. der Wiener Akad. 84, 163. Derselbe: ebenda 88, 67.