

## **Werk**

**Jahr:** 1930

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 GEOGR PHYS 203:6

**Werk Id:** PPN101433392X\_0006

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN101433392X\\_0006](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN101433392X_0006) | LOG\_0020

## **Terms and Conditions**

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## **Contact**

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

Der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft, auf deren Kosten das auch hier verwandte Instrument seinerzeit gebaut worden war, möchte der Verfasser den besten Dank aussprechen\*).

Zu Schlüssen über die Fortpflanzungszeit abrupter magnetischer Störungen, wie L. A. Bauer [Terr. Magn. 30, 45 (1925)], G. Angenheister, S. Chapman sie gezogen haben, sind die vorliegenden Daten wegen Unsicherheit in meiner Zeitmessung ungeeignet. Hier sollte nur auf die starke Amplitudenabnahme kürzerer Störungen in zwei Schweizer Hochtälern aufmerksam gemacht werden.

---

## Die Wirkung der obersten Erdschicht auf die Anfangsbewegung einer Erdbebenwelle

Von **M. Hasegawa** (aus Kyoto) — (Mit 6 Abbildungen)

Wenn eine longitudinale Sinuswelle in die oberste Erdschicht hineindringt, so macht ein Punkt an der Oberfläche eine elliptische Schwingung, deren Bahn in der einfallenden Ebene liegt. Ist die ankommende Welle ein einziger longitudinaler Impuls, dann besteht die Bewegung des Punktes in einer Reihe von Impulsen. Falls der erste Impuls von den nachfolgenden beeinflusst wird, ist die Entstellung des ersten in der Horizontal- und der Vertikalkomponente nicht gleich. Es wird untersucht, wie der scheinbare Emergenzwinkel der Anfangsbewegung, im Falle des Einfalls des sinusförmigen Stoßes, sich in der Beziehung auf die Wellenperiode, die Dicke und die Elastizität der Schicht ändert. Als ein Beispiel der Anwendung auf die Aufschlußmethode des Untergrundes stellt der Verfasser mit dieser neuen Methode die Tiefe der sogenannten Mohorovičićschen Schicht in Japan fest. Der erschlossene Wert beträgt 55 km in Kyoto.

1. Einleitung. Wenn die seismische Welle in eine Erdschicht hineinkommt, deren elastische Konstanten verschieden von denen der benachbarten sind, so läßt sich ein Interferenzphänomen der Welle erwarten, welches ähnlich wie bei der optischen dünnen Schicht ist, nur wegen der Doppelrefraktion und -reflexion etwas verwickelter. Bei den seismischen Forschungen ist es aber in der Tat kaum der Fall, daß es sich um ständig periodische Bewegungen handelt, sondern die Frage lautet: Wie ändert sich die Form jedes Einsatzes der seismischen Welle, wenn sie durch eine innere Diskontinuitätsfläche an der Erdoberfläche ankommt? Wenn diese Veränderung wirklich vorhanden ist, dann müssen im allgemeinen die seismischen Aufzeichnungen die Folge der mehr oder minder starken Wirkungen der obersten Schicht sein.

T. Matzuzawa\*\*) und andere haben in Tokyo die von der Doppelbrechung an der Grenze der obersten Schicht stammenden Wellen betrachtet: ihre Arbeit wollen wir nachher untersuchen. Es ist auch schon eine bekannte Erscheinung, daß bei der Beobachtung des schwachen Anfangs eines Fernbebens die Aufzeichnung

\*) Alle Kosten für die Messungen wurden, wie früher, vom Verf. getragen.

\*\*) T. Matzuzawa, K. Hasegawa und S. Haeno: Bull. Earthq. Res. Inst. 4, 85—106 (1928).

des Vertikalseismographen die Zeit der Ankunft früher als die des horizontalen zeigt. Aus diesem Unterschied erschließen S. W. Visser und Berlage\*) die Tiefe der Oberschicht in Batavia. Solche Erscheinungen müssen überall an den Erdbebenwarten, die auf den obersten Erdschichten stehen, beobachtet werden; sie machen die Ermittlung der Eintritte verschiedener Wellen verwickelter, außerdem wird die Ankunft der Wellen durch die geringere Geschwindigkeit der elastischen Wellen in der Schicht verspätet\*\*). Sehr oft findet man in den seismologischen Aufzeichnungen an verschiedenen Orten einen solchen komplizierten Aufbau des Beginns des Erdbebens. V. Conrad liest auf Seismogrammen vom Schwadorfer Beben\*\*\*) die direkt auf  $P$  folgenden Einsätze ab. Dieser komplizierte Aufbau mag zum Teil auf den Einfluß der obersten Schicht zurückzuführen sein. Es ist merkwürdig, daß sich bei der sorgfältigen Ablesung von V. Conrad ergab, daß bei einigen Erdbebenwarten der Einsatz aller Wellen im ersten Vorläufer in immer zwei Stößen mit konstantem Intervall erfolgte. Also muß man bei der Untersuchung der Wellen und auch bei der statistischen Untersuchung der Wellenperiode der Vorläufer des Erdbebens diese Erscheinungen berücksichtigen.

Weiter muß der Emergenzwinkel der Anfangsbewegung, der in der Bestimmung der Lage des Hypozentrums beim kleinen Lokalbeben eine wichtige Rolle spielt, in gewisser Weise durch die oberste Erdschicht beeinflußt werden.

Die oben erwähnten Wirkungen der Erdschicht hängen von den elastischen Eigenschaften innerhalb und außerhalb der Schicht, der Mächtigkeit derselben und der Periode der einfallenden Welle ab, und die Erkenntnis dieses Verhältnisses wird die richtige dynamische Erklärung des Anfangs der seismischen Aufzeichnungen geben. Hierüber angestellte Rechnungen sind also nicht nur bedeutsam in seismischer Hinsicht, sondern auch zur Aufschlußmethode des Aufbaues des Untergrundes verwendbar.

2. Allgemeine Ausdrücke für die Bewegungen. Wir fassen eine homogene isotrope Erdschicht ins Auge, welche von zwei parallelen Ebenen begrenzt wird. Hält man die Ausdehnung praktisch für unbeschränkt, so läßt sich die Behandlung auf das zweidimensionale Problem reduzieren.

Es sei  $OO'$  die obere und  $QQ'$  die untere Grenze; fällt eine longitudinale Planwelle von der Richtung  $P$  an der Grenze  $QQ'$  ein, so wird sie doppelt reflektiert in die Wellen  $P_1$  und  $S_1$  und doppelt gebrochen in die Wellen  $P'$  und  $S'$ ; alle diese Wellen schwingen in der einfallenden Ebene. An einem Punkte  $O$  auf der Oberfläche kommt die am

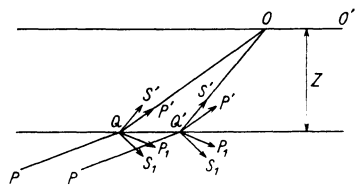


Fig. 1

\*) S. W. Visser und Berlage, jun.: Beitr. z. Geophys. 19, 147 (1928).

\*\*\*) B. Gutenberg: Die Geschwindigkeit der Erdbebenwellen in den obersten Schichten usw. Ebenda 15 (1926).

\*\*\*\*) V. Conrad: Beitr. z. Geophys. 20 (1928).

Punkt  $Q$  gebrochene Welle  $P'$  und die am Punkt  $Q'$  gebrochene Welle  $S'$  an. Es wird verlangt, die Bewegung von  $O$  zu bestimmen.

Es sei  $O$  der Anfangspunkt eines Koordinatensystems, dessen  $Y$ -Achse in Richtung von  $OO'$  liegt und dessen  $X$ -Achse senkrecht zu  $OO'$  nach oben weist. Als mathematische Ausdrücke für die Verrückungspotentiale der Wellenbewegungen von  $P'$  und  $S'$  werden nach der Behandlung C. G. Knotts\*) die folgenden angenommen:

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= P' e^{i\pi(\alpha x + y + \omega t)} \\ \psi &= S' e^{i\pi(\beta x + y + \omega t - \delta)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

Hierin sind  $\alpha$  und  $\beta$  Kotangenten der Einfallswinkel der Wellen  $P'$  und  $S'$ . Die Geschwindigkeiten von  $P'$  bzw.  $S'$  sind

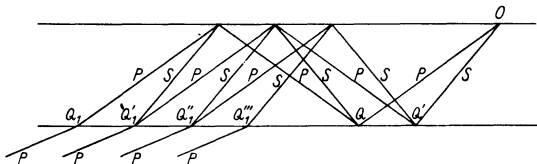
$$v_p = \frac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + 1}}, \quad v_s = \frac{\omega}{\sqrt{\beta^2 + 1}} \dots \dots \dots (2)$$

wo  $\omega$  ihre Oberflächengeschwindigkeit ist. Aus geometrischen Beziehungen ergibt sich

$$\delta = Z(\beta - \alpha) \dots \dots \dots (3)$$

worin  $Z$  die Schichtdicke ist. Diese Größe entspricht einer Zeitverzögerung von  $\frac{Z}{\omega}(\beta - \alpha)$ .

Nun kommen die nach der zweimaligen Reflexion an den Grenzflächen nach dem Punkt  $O$  gelangenden Wellen in Betracht (s. Fig. 2). Der Einfachheit halber sei mit  $P$  die Longitudinalwelle und mit  $S$  die Transversalwelle bezeichnet.



Geht nun die Welle ( $PPP$ ) von dem Punkt  $Q_1$  nach  $O$ , so läßt sich die Verzögerung, die sie auf diesem Wege erleidet, folgendermaßen berechnen:

$$\frac{\sigma}{\omega} = \frac{Z}{\omega} 2\alpha \dots (4)$$

Fig. 2

Die von  $Q'_1$  nach dem Punkt  $O$  laufenden Wellen sind ( $SPP$ ), ( $PSP$ ) und ( $PPS$ ), welche sich gegenüber ( $PPP$ ) noch um  $\delta/\omega$  verspäten. Die von  $Q''_1$  nach  $O$  kommenden Wellen ( $SSP$ ), ( $SPS$ ) und ( $PSS$ ) haben die Verzögerung  $(\sigma - 2\delta)/\omega$ , und zuletzt läuft die Welle ( $SSS$ ) nach  $O$  mit der Zeitverzögerung  $(\sigma - 3\delta)/\omega$ .

Für die Aufzählung aller Wellen, die nach der wiederholten Reflexion an den beiden Grenzen nach  $O$  kommen, gilt das Gesetz der Permutationen, mit dessen Hilfe man ohne Schwierigkeit noch weiter gehen kann.

\*) C. G. Knott: Reflexion and refraction of elastic waves with seismological applications. Phil. Mag. 48 (1899). July.

Für die Verhältnisse zwischen den Amplituden in den Ausdrücken der Verrückungspotentiale wählen wir die folgenden Bezeichnungen:

- $q = S'/P'$  oder das Amplitudenverhältnis der hineingebrochenen  $P$ - zur  $S$ -Welle im Falle des Einfalls der  $P$ -Welle.
- $\bar{p}_p, \bar{p}_s$  = die Amplitudenverhältnisse der reflektierten  $P$ - und  $S$ -Welle zu der einfallenden  $P$ -Welle an der Oberfläche.
- $p_p, p_s$  = dieselbe Größe an der unteren Grenzfläche, wenn die  $P$ -Welle vom Innern der Schicht einfällt.
- $\bar{s}_p, s_s$  = die Verhältnisse der Amplituden der reflektierten  $P$ - und  $S$ -Welle zur Amplitude der an der Oberfläche einfallenden  $S$ -Welle.
- $s_p, s_s$  = dieselbe Größe an der unteren Grenzfläche, wenn die  $S$ -Welle vom Innern der Schicht einfällt.

Setzen wir  $P' = 1$  voraus, dann können die Ausdrücke für alle am Punkt  $O$  ankommenden Wellen in folgenden Formen geschrieben werden:

$$\left. \begin{aligned} \varphi' &= e^{i\kappa(\alpha x + y + \omega t)} + [\bar{p}_p p_p e^{i\kappa(\alpha x + y + \omega t - \sigma)} + \{\bar{p}_s s_p + q \bar{s}_p p_p\} e^{i\kappa(\alpha x + y + \omega t - \sigma - \delta)} \\ &\quad + q \bar{s}_s s_p e^{i\kappa(\alpha x + y + \omega t - \sigma - 2\delta)}] + [\bar{p}_p p_p \bar{p}_p p_p e^{i\kappa(\alpha x + y + \omega t - 2\sigma)} \\ &\quad + \{\bar{p}_s s_p \bar{p}_p p_p + \bar{p}_p p_s \bar{s}_p p_p + \dots\} e^{i\kappa(\alpha x + y + \omega t - 2\sigma - \delta)} + \dots \\ &\quad + q \bar{s}_s s_s \bar{s}_s s_p e^{i\kappa(\alpha x + y + \omega t - 2\sigma - 4\delta)}] + \dots \\ \psi' &= q e^{i\kappa(\beta x + y + \omega t - \delta)} + [\bar{p}_p p_s e^{i\kappa(\beta x + y + \omega t - \sigma - \delta)} + \{\bar{p}_s s_s + q \bar{s}_p p_s\} e^{i\kappa(\beta x + y + \omega t - \sigma - 2\delta)} \\ &\quad + q \bar{s}_s s_s e^{i\kappa(\beta x + y + \omega t - \sigma - 3\delta)}] + [\bar{p}_p p_p \bar{p}_p p_s e^{i\kappa(\beta x + y + \omega t - 2\sigma - \delta)} \\ &\quad + \{\bar{p}_s s_p \bar{p}_p p_s + \bar{p}_p p_s \bar{s}_p p_s + \dots\} e^{i\kappa(\beta x + y + \omega t - 2\sigma - 2\delta)} + \dots \\ &\quad + q \bar{s}_s s_s \bar{s}_s s_s e^{i\kappa(\beta x + y + \omega t - 2\sigma - 5\delta)}] + \dots \end{aligned} \right\} (5)$$

Diese Wellen verteilen sich auch am Punkte  $O$  auf die reflektierte und refraktierte. Setzt man voraus, daß die Energie der letzteren gleich Null ist, so wird die Bewegung am Punkt  $O$  aus der einfallenden und reflektierten Welle bestimmt. Bezeichnet man die Ausdrücke der Verrückungspotentiale von der Formel (5) mit  $\varphi'(\alpha)$  und  $\psi'(\beta)$ , so kann man die von der reflektierten  $P$ -Welle durch  $\bar{p}_p \varphi'(-\alpha)$  und  $\bar{s}_p \psi'(-\alpha)$ , und die von der reflektierten  $S$ -Welle durch  $\bar{s}_s \psi'(-\beta)$  und  $\bar{p}_s \varphi'(-\beta)$  ausdrücken. Die Verrückungspotentiale für die Bewegung in  $O$  werden:

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi'(\alpha) + \bar{p}_p \varphi'(-\alpha) + \bar{s}_p \psi'(-\alpha). \\ \psi &= \psi'(\beta) + \bar{s}_s \psi'(-\beta) + \bar{p}_s \varphi'(-\beta). \end{aligned}$$

Bezeichnet man weiter die nach oben gerichtete Verrückung mit  $u$  und die horizontale mit  $v$ , so ergibt sich

$$\begin{aligned} u &= \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right]_{x=0, y=0}, \\ v &= \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right]_{x=0, y=0}. \end{aligned}$$

Durch Differentiation erhalten wir

$$\begin{aligned} u &= i \kappa [\alpha m (\varphi')_0 + n (\psi')_0], \\ v &= i \kappa [-\beta m' (\psi')_0 + n (\varphi')_0], \end{aligned}$$

worin bedeuten:

$$\begin{aligned} m &= 1 - \bar{p}_p + \bar{p}_s/\alpha, & m' &= 1 - \bar{s}_s - \bar{s}_p/\beta, \\ n &= 1 + \bar{s}_s - \bar{s}_p \alpha, & n' &= 1 + \bar{p}_p + \bar{p}_s \beta. \end{aligned}$$

Wenn man für  $p_p$ ,  $\bar{p}_s$ ,  $\bar{s}_s$  und  $\bar{s}_p$  die schon bekannten Ausdrücke\*) benutzt, so kann man leicht beweisen, daß  $m = m'$  und  $n = n'$  ist. Mit unseren Bezeichnungen:

$$\begin{aligned} m &= m' = \frac{2(\beta^4 - 1)}{(\beta^2 - 1)^2 + 4\alpha\beta}, \\ n &= n' = \frac{4\alpha\beta(\beta^2 + 1)}{(\beta^2 - 1)^2 + 4\alpha\beta}. \end{aligned}$$

Schließlich ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} u &= i \kappa \alpha m [(\varphi')_0 + k(\psi')_0], \\ v &= i \kappa n [(\varphi')_0 + h(\psi')_0], \\ k &= \frac{2\beta}{\beta^2 - 1}, & h &= -\frac{\beta^2 - 1}{2\alpha}. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

worin

Setzt man die Formeln (5) in (6) ein, so erhält man für die Sinuswelle:

$$\left. \begin{aligned} u &= a_0 \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{2i+1} a_{ij} \sin k(\omega t - \varrho_{ij}), \\ v &= b_0 \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{2i+1} b_{ij} \sin k(\omega t - \varrho_{ij}), \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

mit

$$\varrho_{ij} = i\sigma + j\delta,$$

und

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \kappa \alpha m, & a_{00} &= 1, & a_{01} &= kq; \\ a_{10} &= \bar{p}_p p_p, \\ a_{11} &= \bar{p}_s s_p + q \bar{s}_p p_p + \bar{p}_p p_s k, \\ a_{12} &= q \bar{s}_s s_p + \bar{p}_s s_s k + q \bar{s}_p p_s k, \\ a_{13} &= q \bar{s}_s s_s k; \\ a_{20} &= \bar{p}_p p_p \bar{p}_p p_p, \dots; \\ \dots & \dots \dots \dots \\ b_0 &= \kappa n, & b_{00} &= 1, & b_{01} &= hq; \\ b_{10} &= \bar{p}_p p_p, \\ b_{11} &= \bar{p}_s s_p + q \bar{s}_p p_p + \bar{p}_p p_s h, \\ b_{12} &= q \bar{s}_s s_p + \bar{p}_s s_s h + q \bar{s}_p p_s h, \\ b_{13} &= q \bar{s}_s s_s h; \\ b_{20} &= \bar{p}_p p_p \bar{p}_p p_p, \dots; \\ \dots & \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

\*) H. Jeffreys: Month. Not. R. A. S. London Geophys. suppl. 1, 7; Handb. d. Phys. 6, 592.

Für einen stationären Zustand drücken diese Formeln eine elliptische Schwingung in der  $xy$ -Ebene aus, nämlich:

$$\left. \begin{aligned}
 u_e &= a_0 \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\kappa \omega t - \mathcal{A}_1), \\
 v_e &= b_0 \sqrt{C^2 + D^2} \sin(\kappa \omega t - \mathcal{A}_2), \\
 \text{wo} \\
 (A, C) &= \sum_{i=0}^{i=\infty} \sum_{j=0}^{j=2i+1} (a, b)_{ij} \cos \kappa \varrho_{ij}, \\
 (B, D) &= \sum_{i=0}^{i=\infty} \sum_{j=1}^{j=2i+1} (a, b)_{ij} \sin \kappa \varrho_{ij}, \\
 \text{tg } \mathcal{A}_1 &= \frac{B}{A}, \quad \text{tg } \mathcal{A}_2 = \frac{D}{C}.
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

Da die Werte der in der Formel (7) enthaltenen Konstanten  $(a, b)_{ij}$  und  $\varrho_{ij}$  unabhängig von der Wellenlänge oder der Wellenperiode sind, merkt man wohl, daß man dieser Formel eine allgemeinere Gestalt geben kann, nämlich

$$(u, v) = (a_0, b_0) \sum_{i=0}^{i=\infty} \sum_{j=0}^{j=2i+1} (a, b)_{ij} f(\omega t - \varrho_{ij}), \dots \dots \dots (10)$$

worin die Konstanten  $(a, b)_{ij}$  und  $\varrho_{ij}$  dieselben wie in Formel (7) sein sollen und  $f(\omega t)$  die Wellenform der Anfangslongitudinalwelle bedeutet. Die Formel (10) zeigt, daß in jeder Komponente Bewegungen von ähnlicher Form in den durch  $\varrho_{ij}/\omega$  bestimmten Zeitintervallen aufeinanderfolgen.

Es sei noch bemerkt, daß von der Transversalwelle, deren Schwingungsrichtung parallel zu der einfallenden Ebene ist, ganz die gleichen Formeln erhalten werden können, welche sich nur etwas in dem Betrag von  $q$  der Formeln (8) unterscheiden.

3. Numerische Behandlung. Die Amplitudenverhältnisse der Verrückungspotentiale werden bestimmt\*): einmal durch Anwendung des die Bewegung an einem Punkt auf der Grenzfläche definierenden Verrückungspotentials auf die Bedingungen, die die Bewegungs- und Kraftzustände dort erfüllen sollen, ferner mit der aus den allgemeinen Bewegungsgleichungen isotroper, elastischer Körper abgeleiteten Beziehung zwischen den in Ausdruck (1) erhaltenen Konstanten \*). Durch dieses Verfahren kann man die Größen  $(a, b)_{ij}$  als Funktionen von  $\alpha, \beta$  und  $\mu$  von beiden Seiten der Fläche ausdrücken, wo  $\mu$  eine der Lamé'schen Elastizitätskonstanten ist. Da aber diese Ausdrücke so kompliziert sind, daß es schwer zu sein scheint, durch ihr Einsetzen in die Formeln von  $u$  und  $v$  eine allgemeine Gesetzmäßigkeit aufzufinden, wollen wir nun mittels der numerischen Rechnung von einem besonderen Beispiel den Wert dieser Größe feststellen. In diesem Falle setzen wir folgendes voraus:

\*) C. G. Knott: l. c., S. 80; H. Jeffreys: l. c., S. 82.

An beiden Seiten der Grundfläche sind

1. die Poissonsche Konstante gleich,
2. die Geschwindigkeitsverhältnisse der  $P$ - zur  $S$ -Welle gleich — wir setzen bequemlichkeitshalber  $v_p/v_s = 1.8$  —,
3. die Dichte gleich.

Es ist selbstverständlich, daß diese drei Bedingungen in Wirklichkeit zwischen der obersten Schicht und ihrem Untergrund nicht überall erfüllt sein werden. Aber man kann durch diesen idealen Fall den abweichenden Fall einigermaßen erschließen. Aus den Bedingungen (3) und (2) folgt die Beziehung:

$$\sqrt{\frac{\mu}{\mu_0}} = \frac{v_s}{(v_s)_0} = \frac{v_p}{(v_p)_0} \equiv \nu \dots \dots \dots (11)$$

Um also einen Zustand der obersten Schicht zu definieren, braucht man nur diese Größe  $\nu$  und die Schichtdicke  $Z$  zu kennen. In der folgenden Tabelle 1 sind die Koeffizienten der Formeln (7) für die Werte von  $\nu = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$  und  $0.9$  aufgeführt.

Hier stehen in den Reihen  $a_0$  und  $b_0$  die Beträge von  $\frac{\alpha a m}{2\pi/L_s}$  und  $\frac{\alpha n}{2\pi/L_s}$ , wo  $L_s$  die Wellenlänge der in der Schicht erzeugten  $S$ -Welle bedeutet.

Beim Überblick dieser Zahlen sieht man, daß es nicht einfach zu beweisen ist, ob es irgendeine Regel gibt, nach welcher bei verschiedenen einfallenden Wellen die Auswahl der Wellenlängen, die in der betreffenden Schicht herrschen, stattfindet. Denn abgesehen davon, daß die Phasenverzögerungen sich von der Kombination der zwei Konstanten bestimmen lassen, findet sich scheinbar keine einfache Regelmäßigkeit unter den Amplituden der Glieder. Deswegen wollen wir uns hier darauf beschränken, zu bemerken, daß von der Horizontalbewegung die Welle, deren Periode  $\delta/\omega$  gleich ist, zu überwiegen scheint.

Wir wollen nun den Entstehungszustand der Bewegung betrachten. Wir haben schon gesehen, daß ein Einsatz der Longitudinalwelle wegen der Schicht sich zu einer Reihe kleiner Einsätze zerstreut. In diesem Falle muß man diejenigen Glieder in der Formel (7) gleich Null setzen, deren Argumente des Sinus negativ sind. Bemerkenswert ist noch folgendes:

1. Die ersten Glieder bestimmen die Richtung der in die Schicht hineingebrochenen  $P$ -Welle. Bezeichnet man mit  $\bar{\epsilon}$  ihren scheinbaren Emergenzwinkel, so ergibt sich  $\text{tg } \bar{\epsilon} = \frac{a_0}{b_0} \frac{a_{00}}{b_{00}} = \frac{a_0}{b_0}$ . In der Tabelle sieht man, daß  $a_0/b_0$  abnimmt, wenn die Diskontinuität wächst.

2. Wenn die Diskontinuität sich vergrößert, so zeigen die Amplituden der zweiten und folgenden Glieder in der Horizontalbewegung eine beträchtliche Zunahme, während in der vertikalen  $a_{01}$  und  $a_{11}$  wahrscheinlich bei  $\nu = \frac{1}{2}$  die größten Werte haben.

3. Im Falle der unendlich dünnen Schicht, wo  $\delta$  und  $\sigma$  Null sind, fallen die von allen folgenden Gliedern dargestellten Wellen zusammen. Die Summe aller



Amplituden muß also dieselbe sein, wie wenn die oberste Schicht fehlte. Ein Beispiel: Bei  $\nu = 0.6$  und  $i_0 = 60^\circ$  läßt sich der scheinbare Einfallswinkel aus der Summe von  $(a, b)_{00}$  bis  $(a, b)_{13}$  berechnen:  $\text{tg } \bar{i}_0 = 1.62$ , während der aus der Formel  $\sin i_0 = v_p/v_s \sin \frac{1}{2} \bar{i}_0$  berechnete  $\text{tg } i_0 = 1.58$  ist. Diese ziemlich gute Übereinstimmung beruht darauf, daß die vernachlässigten Glieder klein sind. Sie erhält sich aber nicht bei noch kleinerem  $\nu$ .

4. Bestimmt man bei endlicher Dicke den Emergenzwinkel aus dem von den nachfolgenden Wellen gestörten Ausschlag der Anfangsbewegung, so ist das Resultat von der Diskontinuität, der Dicke der Schicht und der Periodenlänge abhängig. Man kann dieses Verhältnis in den unstetigen Ausdrücken (7) betrachten. Es ist zunächst klar, daß, wenn die Schicht in bezug auf die Wellenlänge dick genug ist, man dann den Einsatz vom zweiten Gliede bemerken kann.

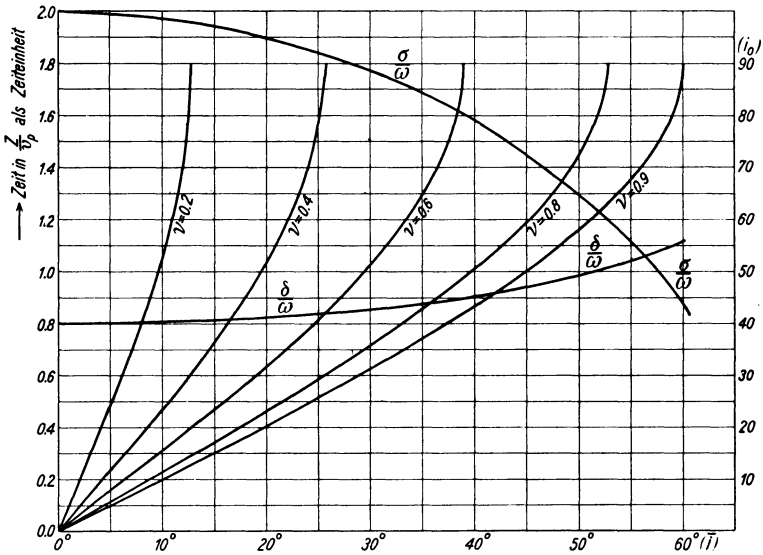


Fig. 3

4. Der Emergenzwinkel. Um die Wirkung der Schicht auf den Emergenzwinkel zu untersuchen, wollen wir zuerst die Verzögerungsmaße  $\delta$  und  $\sigma$  betrachten. Aus den Formeln (3) und (4) erhält man

$$\frac{\delta}{\omega} = \frac{Z}{v_p} \frac{\beta - \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \dots \dots \dots (3')$$

$$\frac{\sigma}{\omega} = \frac{Z}{v_p} \frac{2\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \dots \dots \dots (4')$$

Also sind die Verzögerungszeiten unabhängig von dem Grade der Diskontinuität. In Fig. 3 stellen wir diese Zeit in  $Z/v_p$  als Zeiteinheit dar, indem ein Geschwin-

Tabelle 1a.  $\nu = 0.9$  ( $a_{00} = b_{00} = 1$ )

$t_0$	$a_0$	$a_{01}$	$a_{10}$	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{20}$	$b_0$	$b_{01}$	$b_{10}$	$b_{11}$	$b_{12}$	$b_{13}$	$b_{20}$
0 <sup>0</sup>	1.11	—	-0.05	—	—	—	—	0.00	+0.11	-0.05	+0.10	-0.10	-0.01	—
10	1.09	—	-0.05	-0.01	—	—	—	0.19	+0.11	-0.05	+0.09	-0.10	-0.01	—
20	1.05	-0.01	-0.04	-0.02	—	—	—	0.38	+0.11	-0.04	+0.07	-0.08	—	—
30	0.98	-0.02	-0.03	-0.03	+0.01	—	—	0.54	+0.11	-0.03	+0.04	-0.05	—	—
40	0.89	-0.03	-0.02	-0.03	+0.01	—	—	0.68	+0.11	-0.02	+0.01	-0.02	—	—
50	0.79	-0.05	-0.02	-0.03	0	—	—	0.79	+0.11	-0.02	-0.01	0	—	—
60	0.69	-0.07	-0.02	0	-0.01	—	—	0.87	+0.12	-0.02	0	+0.02	—	—
70	0.61	-0.09	-0.02	+0.04	-0.03	—	—	0.91	+0.12	-0.02	+0.03	+0.05	—	—
80	0.55	-0.10	-0.02	+0.11	-0.05	—	—	0.92	+0.13	-0.04	+0.10	+0.06	—	—
89	0.53	-0.11	-0.04	+0.24	-0.07	—	—	0.92	+0.13	-0.08	+0.22	+0.08	—	—

Tabelle 1b.  $\nu = 0.8$  ( $a_{00} = b_{00} = 1$ )

0 <sup>0</sup>	1.11	—	-0.11	—	—	—	+0.01	0.00	+0.25	-0.11	+0.21	-0.21	-0.03	+0.01
10	1.10	—	-0.10	-0.01	—	—	+0.01	0.17	+0.25	-0.10	+0.20	-0.21	-0.03	+0.01
20	1.06	-0.01	-0.09	-0.03	+0.01	—	+0.01	0.34	+0.25	-0.09	+0.16	-0.18	-0.02	+0.01
30	1.01	-0.03	-0.07	-0.05	+0.01	—	+0.01	0.48	+0.25	-0.07	+0.11	-0.14	-0.01	+0.01
40	0.94	-0.06	-0.05	-0.07	+0.01	—	0	0.62	+0.26	-0.05	+0.05	-0.09	-0.01	0
50	0.86	-0.09	-0.05	-0.05	+0.01	—	0	0.72	+0.26	-0.05	+0.01	-0.03	0	0
60	0.79	-0.12	-0.05	-0.02	-0.01	—	0	0.80	+0.27	-0.05	+0.01	+0.03	0	0
70	0.73	-0.15	-0.07	-0.06	-0.04	—	+0.01	0.85	+0.27	-0.07	+0.05	+0.08	-0.01	+0.01
80	0.69	-0.17	-0.11	-0.20	-0.08	—	+0.01	0.88	+0.28	-0.11	+0.16	+0.14	-0.01	+0.01
89 <sup>0</sup>	0.67	-0.18	-0.19	-0.42	-0.12	-0.01	+0.04	0.89	+0.28	-0.19	+0.34	+0.21	-0.01	+0.04

Tabelle 1c.  $\nu = 0.6$  ( $a_{00} = b_{00} = 1$ )

0 <sup>0</sup>	1.11	0	-0.25	0	—	—	+0.06	0.00	+0.67	-0.25	+0.48	-0.48	-0.17	+0.06
10	1.10	-0.01	-0.24	-0.01	—	—	+0.06	0.13	+0.67	-0.24	+0.46	-0.48	-0.16	+0.06
20	1.09	-0.02	-0.22	-0.03	—	—	+0.05	0.25	+0.68	-0.22	+0.42	-0.45	-0.14	+0.05
30	1.06	-0.05	-0.19	-0.05	+0.01	+0.01	+0.04	0.37	+0.69	-0.19	+0.34	-0.40	-0.11	+0.04
40	1.02	-0.08	-0.17	-0.08	+0.01	+0.01	+0.03	0.47	+0.72	-0.17	+0.25	-0.34	-0.08	+0.03

50	0.98	-0.12	-0.15	-0.07	+0.01	+0.01	+0.02	0.55	+0.74	-0.15	+0.17	-0.24	-0.05	+0.02
60	0.94	-0.17	-0.16	-0.03	0	0	+0.02	0.62	+0.77	-0.16	+0.12	-0.12	-0.01	+0.02
70	0.90	-0.21	-0.19	+0.08	-0.02	-0.01	+0.04	0.67	+0.79	-0.19	+0.12	+0.04	+0.02	+0.04
80	0.88	-0.24	-0.29	+0.28	-0.05	-0.02	+0.08	0.70	+0.81	-0.29	+0.18	+0.26	+0.05	+0.08
89	0.87	-0.25	-0.45	+0.61	-0.09	-0.03	+0.20	0.71	+0.82	-0.45	+0.30	+0.54	+0.09	+0.20

Tabelle 1d.  $\nu = 0.4$  ( $a_{00} = b_{00} = 1$ )

0 <sup>0</sup>	1.11	0	-0.43	0	0	0	+0.18	0.000	+1.50	-0.43	+0.85	-0.85	-0.64	+0.18
10	1.11	-0.01	-0.42	0	0	0	+0.18	0.079	+1.51	-0.42	+0.83	-0.85	-0.63	+0.18
20	1.10	-0.02	-0.41	-0.02	-0.01	+0.01	+0.17	0.168	+1.55	-0.41	+0.80	-0.84	-0.61	+0.17
30	1.09	-0.05	-0.38	-0.03	-0.01	+0.02	+0.15	0.244	+1.60	-0.38	+0.73	-0.82	-0.56	+0.15
40	1.07	-0.08	-0.36	-0.04	-0.02	+0.02	+0.13	0.315	+1.68	-0.36	+0.64	-0.77	-0.49	+0.13
50	1.05	-0.12	-0.34	-0.03	-0.02	+0.03	+0.12	0.374	+1.77	-0.34	+0.55	-0.69	-0.41	+0.12
60	1.04	-0.17	-0.33	+0.01	-0.03	+0.02	+0.11	0.444	+1.88	-0.33	+0.44	-0.51	-0.26	+0.11
70	1.02	-0.21	-0.37	+0.10	-0.02	+0.01	+0.14	0.457	+1.99	-0.37	+0.33	-0.29	-0.13	+0.14
80	1.01	-0.24	-0.49	+0.29	+0.01	-0.01	+0.24	0.477	+2.06	-0.49	+0.21	+0.14	+0.07	+0.24
89	1.01	-0.25	-0.68	+0.59	+0.04	-0.04	+0.47	0.484	+2.09	-0.68	+0.02	+0.82	+0.34	+0.47

Tabelle 1e.  $\nu = 0.2$  ( $a_{00} = b_{00} = 1$ )

0 <sup>0</sup>	1.11	0	-0.68	0	0	0	+0.46	0.000	+4.00	-0.68	+1.33	-1.33	-2.67	+0.46
10	1.11	0	-0.66	0	0	0	+0.44	0.043	+4.11	-0.66	+1.33	-1.34	-2.72	+0.44
20	1.11	-0.01	-0.66	+0.01	-0.01	+0.01	+0.43	0.085	+4.25	-0.66	+1.31	-1.35	-2.74	+0.43
30	1.10	-0.03	-0.65	+0.01	-0.03	+0.02	+0.42	0.123	+4.44	-0.65	+1.28	-1.36	-2.74	+0.42
40	1.10	-0.05	-0.64	+0.03	-0.05	+0.03	+0.41	0.158	+4.71	-0.64	+1.21	-1.36	-2.73	+0.41
50	1.10	-0.08	-0.62	+0.05	-0.07	+0.04	+0.39	0.189	+5.13	-0.62	+1.13	-1.35	-2.72	+0.39
60	1.09	-0.12	-0.63	+0.10	-0.08	+0.05	+0.40	0.213	+5.64	-0.63	+1.00	-1.26	-2.60	+0.40
70	1.09	-0.15	-0.66	+0.16	-0.06	+0.06	+0.44	0.231	+6.12	-0.66	+0.74	-1.01	-2.22	+0.44
80	1.08	-0.18	-0.71	+0.26	+0.01	+0.04	+0.50	0.241	+6.48	-0.71	+0.26	-0.41	-1.30	+0.50
89	1.08	-0.19	-0.88	+0.42	+0.18	+0.01	+0.77	0.245	+6.60	-0.88	-0.63	+0.57	-0.03	+0.77

digkeitsverhältnis von 1.8 vorausgesetzt ist. Die mit  $\delta/\omega$  und  $\sigma/\omega$  bezeichneten Kurven zeigen, wie diese Zeit sich mit dem scheinbaren Einfallswinkel  $\bar{i}$  der durch das erste Glied vertretenen Welle ändert. Die Kurven mit dem Werte von  $\nu$  zusammen mit dem Winkelgradmaß von der rechten Seite zeigen die Einfallswinkel  $i_0$  der Anfangswellen gegen die untere Grundfläche bei der betreffenden Größe von  $\nu$  und  $\bar{i}$ .  $\delta/\omega$  nimmt allmählich mit dem Winkel  $\bar{i}$  von 0.8 bis etwa 1.0 zu, während  $\sigma/\omega$  außer bei großen Werten von  $i$  ungefähr doppelt so groß wie  $\delta/\omega$  ist. Das zweite Glied ist also für die Untersuchung der Entstehung der ersten Bewegung bedeutsam. Unsere unstetigen Formeln lauten bis zum zweiten Gliede

$$\left. \begin{aligned}
 u &= a_0 [a_{00} \sin nt + a_{01} \sin n(t - \tau)], \\
 v &= b_0 [b_{00} \sin nt + b_{01} \sin n(t - \tau)], \\
 \frac{\delta}{\omega} &= \tau, \\
 \kappa \omega &= n = \frac{2\pi}{T}.
 \end{aligned} \right\} \dots \dots (12)$$

wo gesetzt ist

Bei der Ankunft der zweiten Welle tritt an Stelle der Bewegung der ersten die zusammengesetzte Bewegung der ersten und zweiten, welche in der Periodenlänge gleich, in der Phase und Amplitude dagegen verschieden von der ersten ist. (Zur Abkürzung bezeichnen wir nachher die erste mit I und die zweite zusammengesetzte mit II.)

Es ist besonders bemerkenswert, daß in der Horizontalkomponente bei  $b_{00}$  und  $b_{01}$  dieselben Zeichen auftreten, während in der Vertikalkomponente  $a_{00}$  und  $a_{01}$  verschiedene Zeichen haben (s. Tabelle 1).

Wir wollen uns hier auf den Fall der einfallenden Sinuswelle beschränken.

Ist  $\tau$  größer als ein Viertel der Wellenperiode  $T$ , so kann man aus den Aufzeichnungen die maximale Verrückung von I abmessen. Unter Berücksichtigung des oben erwähnten Zeichens der zweiten Glieder kann man sofort schließen, daß die ersten Maxima der Bewegung in der Horizontal- und Vertikalkomponente nicht in derselben Zeit hervortreten; die Wirkung irgendeiner elastisch dünneren Erdschicht auf die seismographischen Aufzeichnungen darin besteht, daß der Maximalpunkt eines Einsatzes der Bewegung vorwärts in der Vertikal- und rückwärts in der Horizontalkomponente verschoben wird. Bestimmt man den Emergenzwinkel dieses Einsatzes wie gewöhnlich mittels der Ablesungen der Maximalpunkte, so ist es nötig, eine Korrektur dafür anzubringen. Wenn die Werte von  $\delta$ ,  $\sigma$  und  $(a, b)_{ij}$  gegeben sind, ist die graphische Methode vorzüglich geeignet, diese Korrektur zu ermitteln, indem man die Einsätze verschiedener Wellen in der unstetigen Formel (7) in einer Kurve zusammensetzt. Ziehen wir näherungsweise nur I und II in Betracht, dann läßt sich der falsche

Emergenzwinkel  $E$ , der zu korrigieren ist. mit Rücksicht auf Formel (9) folgendermaßen berechnen:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} E &= \frac{a_0}{b_0} \sqrt{\frac{(1 + a_{01} \cos n\tau)^2 + (a_{01} \sin n\tau)^2}{(1 + b_{01} \cos n\tau)^2 + (b_{01} \sin n\tau)^2}} \\ &= \operatorname{tg} \bar{\varepsilon} \cdot \bar{\xi}, \end{aligned} \right\} \dots \dots (13 a)$$

wenn  $\cos n\tau + a_{01} > 0$ ,

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} E &= \frac{a_0}{b_0} \frac{\sin n\tau}{\sqrt{(1 + b_{01} \cos n\tau)^2 + (b_{01} \sin n\tau)^2}} \\ &= \operatorname{tg} \bar{\varepsilon} \cdot \bar{\xi}', \end{aligned} \right\} \dots \dots (13 b)$$

wenn  $\cos n\tau + a_{01} < 0$ .

Hierin bedeutet  $\varepsilon'$  den scheinbaren Emergenzwinkel von I, und  $\cos n\tau + a_{01}$  ist der Faktor, der das Vorzeichen der Anfangsneigung von II bestimmt. Wenn  $\cos n\tau + a_{01} = 0$ , ist  $\bar{\xi} = \bar{\xi}'$ .

Im strengen Sinne sind diese Formeln (13) für den Wert von  $n$  zwischen  $n\tau < \pi/2$  und  $\pi/2 + \Delta_2 < n(\sigma/\omega)$  gültig, wo  $\operatorname{tg} \Delta_2 = \frac{b_{01} \sin n\tau}{1 + b_{01} \cos n\tau}$ . Wenn

$\pi/2 + \Delta_2 > n \frac{\sigma}{\omega}$ , dann stört das dritte Glied die Lage des Maximums. Auch im letzten Falle kann man mittels der Kurve III die weitere Korrektur erhalten usw.

Tabelle 2. Die Werte von  $\bar{\xi}$

$\nu$	$i_0$	$\bar{i}$	$n\tau=0$	$n\tau=\frac{1}{4}\pi$	$n\tau=\frac{1}{3}\pi$	$n\tau=\frac{5}{12}\pi$	$n\tau=\frac{1}{2}\pi$
0.9	10°	10.0°	0.90	0.93	0.94	0.98	0.99
	50	45.0	0.83	0.90	0.92	0.96	0.99
	80	59.0	0.76	0.85 (84)	0.89	0.94	0.99
0.8	10	8.8	0.79	0.84	0.87	0.92	0.97
	50	39.8	0.70	0.78 (82)	0.84	0.89	0.97
	80	51.9	0.58	0.73 (75)	0.80 (82)	0.87 (89)	0.96 (97)
0.6	10	6.7	0.59	0.64	0.69	0.75	0.83
	50	29.6	0.47	0.57 (58)	0.63	0.70	0.81
	80	38.3	0.36	0.51 (55)	0.58	0.67	0.78
0.4	10	4.4	0.36	0.43	0.46	0.50	0.56
	50	19.6	0.295	0.35 (36)	0.39	0.44	0.49
	80	25.3	0.213	0.297 (312)	0.34	0.39	0.44
0.2	10	2.2	0.198	0.206 (215)	0.218	0.224	0.236
	50	9.7	0.142	0.162 (165)	0.169	0.180	0.191
	80	12.6	0.101	0.122 (125)	0.132	0.142	0.153

Um die Größenordnung des Betrages von  $\bar{\xi}$  zu veranschaulichen, sind in der Tabelle 2 diese Werte für unseren Fall (d. h.  $v_p/v_s = 1.8, \mu/\mu_0 = \nu^2$ ) aufgeführt. Die mit  $n\tau = 0$  bezeichnete Reihe ist für den Fall der fehlenden Schicht ausgerechnet. Die in Klammern eingeschlossenen Zahlen sind diejenigen, die für Bewegung III graphisch weiter korrigiert sind. Die zweite Korrektur darf man

für gewöhnliche Ansprüche vernachlässigen. Für die Genauigkeit der Zahlen in dieser Tabelle ist es auch nicht nötig, die Formeln (13 b) zu gebrauchen. Also kann man näherungsweise schreiben:

$$\xi^2 = \frac{(1 + a_{01} \cos n\tau)^2 + (a_{01} \sin n\tau)^2}{(1 + b_{01} \cos n\tau)^2 + (b_{01} \sin n\tau)^2}, \quad \frac{1}{4}\pi < n\tau < \frac{1}{2}\pi \dots (14)$$

In Fig. 4 stellen die ausgezogenen Kurven die berechneten Werte von  $\xi$  dar; diese Kurven sollen sich von  $n\tau = \frac{1}{4}\pi$  bis  $n\tau = 0$  wegen der Wirkung der nacheinanderfolgenden Wellen mit zahlreichen kleinen Schwankungen um die gestreckten Kurven verlagern. Diese Schwankungen lassen sich aber in der Nähe von  $n\tau = 0$  als unendlich klein ansehen.

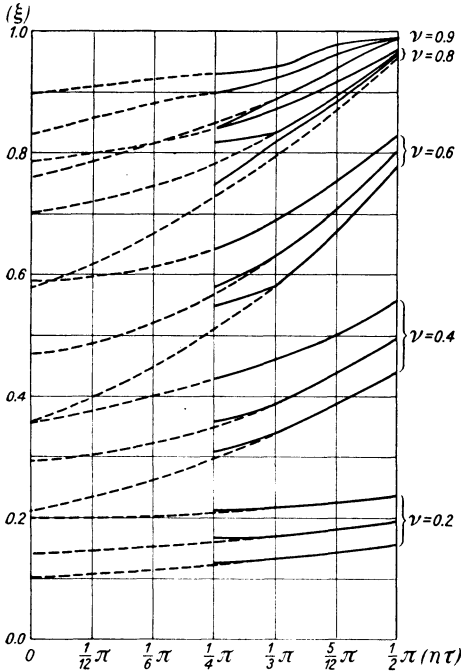


Fig. 4

Wenn  $n\tau \lesssim \frac{1}{2}\pi$ , muß es möglich sein, die Kurve I von II zu unterscheiden. Auch in diesem Falle kann man durch die Bestimmung der Kurve I oder II den Emergenzwinkel erhalten. Z. B. ist  $\nu$  klein, demgemäß die Kurve  $I_h$  in der Horizontalkomponente klein, dann ist es zuweilen sicherer, die Kurve  $II_h$  in der Horizontal- und die Kurve  $I_v$  in der Vertikalkomponente zu bestimmen und damit dann mittels der Formel (9) die kommende Richtung der Welle.

Versteht man unter den scheinbaren Perioden  $T_h$  und  $T_v$  die vierfache Zeitdauer vom Anfang bis zum ersten Maximum in jeder Komponente, so ergibt sich unter Berücksichtigung der Kurven I und II das folgende Verhältnis:

$$\frac{T_h}{T_v} = \frac{\frac{1}{2}\pi + \mathcal{A}_2}{\frac{1}{2}\pi + \mathcal{A}_1} \dots (15)$$

wobei

$$\operatorname{tg} \mathcal{A}_1 = \frac{a_{01} \sin n\tau}{1 + a_{01} \cos n\tau}, \quad \operatorname{tg} \mathcal{A}_2 = \frac{b_{01} \sin n\tau}{1 + b_{01} \cos n\tau}$$

Beispiel: Wenn  $n\tau = 60^\circ$ ,  $i_0 = 50^\circ$ , dann erhält man

$\nu$ :	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9
$T_h/T_v$ :	1.64	1.54	1.38	1.19	1.08

Es sei hier bemerkt, daß sich ein ähnliches Verhältnis in der Aufzeichnung erhalten läßt, welches, wegen der geringeren Eigenperiode der Vertikalinstrumente, auf der Wirkung des Seismographen selbst beruht\*).

In der praktischen Seismologie wird es vorteilhafter sein, statt mit  $\xi$ , mit einer passenden Korrektur direkt den scheinbaren Emergenzwinkel für den Fall  $n\tau = 0$  zu ermitteln (s. Tabelle 3). Wenn man bei einem Erdbeben die betreffende Größe einer solchen Korrektur ausrechnen will, muß man erst die Periode des Anfangsteiles der anlaufenden Longitudinalwelle bestimmen. Hierfür bedarf es einer komplizierten Ermittlung, indem man nach der Absonderung der instrumentalen Wirkungen die Formel (15) benutzt, mit Rücksicht darauf, daß  $\Delta_1$  gewöhnlich klein ist.

Tabelle 3. Der Wert von  $\eta$ .

Bezeichnet man mit  $I$  den Winkel  $90^\circ$ -E und mit  $\bar{i}_0$  den scheinbaren Emergenzwinkel im Falle der fehlenden Schicht, so ergibt sich  $\text{tg } \bar{i}_0 = \eta \text{ tg } I$ .

$\nu$	$i_0$	$n\tau=0$	$n\tau=\frac{1}{4}\pi$	$n\tau=\frac{1}{3}\pi$	$n\tau=\frac{5}{12}\pi$	$n\tau=\frac{1}{2}\pi$
0.9	10°	1.00	1.04	1.05	1.09	1.10
	50	1.00	1.08	1.11	1.16	1.19
	80	1.00	1.10	1.17	1.24	1.30
0.8	10	1.00	1.06	1.10	1.16	1.22
	50	1.00	1.18	1.21	1.28	1.39
	80	1.00	1.30	1.42	1.58	1.68
0.6	10	1.00	1.09	1.17	1.27	1.41
	50	1.00	1.24	1.35	1.50	1.73
	80	1.00	1.53	1.62	1.87	2.17
0.4	10	1.00	1.20	1.28	1.37	1.53
	50	1.00	1.22	1.32	1.47	1.66
	80	1.00	1.46	1.64	1.83	2.07
0.2	10	1.00	1.09	1.10	1.13	1.19
	50	1.00	1.16	1.19	1.27	1.35
	80	1.00	1.24	1.31	1.41	1.52

5. Überslagsrechnung. 1. Während man durch Tabelle 1 und Fig. 2 die Werte der in der Formel (10) enthaltenen Konstanten für einen besonderen Fall kennt, kann man auch, wenn man über die Regel der Änderung dieser Größe unterrichtet ist, die Werte bei anderen Fällen berechnen. Von den Konstanten sind, wie gesagt,  $a_{01}$ ,  $b_{01}$  und  $\tau$  die wichtigsten.

Die Zeitverzögerung  $\tau$ , die von  $v_p$  und  $v_s$  in der Schicht und von  $Z$  abhängt, zeigt nur eine geringe Änderung mit dem Einfallswinkel  $\bar{i}$ . Näherungsweise ergibt sich aus der Formel (3'):

$$\tau = (r - 1) \left( 1 + \frac{r}{2} \sin^2 \frac{1}{2} \bar{i} \right) \frac{Z}{v_p} (**).$$

Für  $\bar{i} = 0$ : 
$$\tau_n = (r - 1) \frac{Z}{v_p}, \quad r = \frac{v_p}{v_s} \dots \dots \dots (16)$$

\*) H. P. Berlagés Untersuchung: Lehrb. d. Geophys. von Gutenberg, S. 235, Berlin 1928; S. T. Nakamura: Proc. Imp. Acad. Tokyo 3, 32 (1927).

\*\*) Vgl. S. W. Visser und Berlage, jun.: l. c., S. 79.

Durch diese Beziehung zusammen mit der Fig. 1 kann man die Größe von  $\tau$  für jeden Fall aus dem Wert von  $r$  abschätzen.

2. Die Größen von  $a_{01}$  und  $b_{01}$  werden durch die folgenden Ausdrücke gegeben:

$$\left. \begin{aligned} a_{01} &= kq, & b_{01} &= hq. \\ \text{Hierin sind} & & k &= \frac{1}{\Phi(\beta)}, & h &= -\frac{\beta}{\alpha} \Phi(\beta), \\ & & q &= -\frac{\alpha - \Phi(\beta_0) + \frac{\mu}{\mu_0} \left( \frac{\beta}{\beta_0} \Phi(\beta) - \alpha \right)}{\beta \Phi(\beta_0) + 1 + \frac{\mu}{\mu_0} \left( \beta \Phi(\beta) + \frac{\beta}{\beta_0} \right)}, \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

wo gesetzt ist

$$\Phi(a) = \frac{a^2 - 1}{2a}.$$

Der Index 0 bedeutet, daß es sich um die untere Schicht handelt. Infolge der Bedingung der Stetigkeit der Dichte haben wir in unserer Rechnung  $\nu^2 = \mu/\mu_0$  gesetzt. Im allgemeinen muß man  $\nu^2 \frac{d}{d_0}$  an die Stelle von  $\nu^2$  setzen, wobei  $d$  die Dichte bedeutet. Mit dem folgenden Beispiel wollen wir uns den Betrag der Änderung von  $q$  wegen der Diskontinuität der Dichte vergegenwärtigen.. Wir nehmen einen großen Unterschied der Dichte an beiden Seiten der Grenzfläche an und setzen  $d_0 = 2d$ . Die prozentuale Zunahme in  $q$  bei verschiedenen Werten von  $\nu$  läßt sich in folgende Tabelle bringen:

Einfallswinkel	10°	50°	80°
Bei $\nu = 0.8$	11	13	14
$\nu = 0.6$	9	10	13
$\nu = 0.4$	3	7	10
$\nu = 0.2$	1	4	6

Wenn diese Beträge bei größerem  $\nu$  auch einigermaßen wachsen, so muß man doch berücksichtigen, daß die Werte von  $q$  selbst klein sind, außerdem, daß eine große Dichteänderung sich kaum erwarten läßt, wenn  $\nu$  nahe gleich der Einheit ist. Für den Zweck der Überschlagsrechnung also darf man im wesentlichen von der Dichteänderung absehen.

3. Der Bedingung, daß  $v_p/v_s = 1.8$ , entspricht, daß die Poissonsche Konstante 0.28 ist. Dieser Wert wird in grobem Maßstabe im allgemeinen überall im Erdinnern bis zum Kern angenommen. Für die obersten Erdschichten scheint er allerdings kaum noch zu gelten. Während die Geschwindigkeit der  $P$ -Welle in der Oberflächenschicht von vielen Forschern an verschiedenen Orten gemessen ist, fehlt es uns noch an eingehender Kenntnis der  $S$ -Welle. Aus der im Labora-



torium gemessenen Elastizitätskonstante der Gesteine berechnet man verschiedene Werte der Geschwindigkeit der *P*- und *S*-Wellen, je nach der Art und der Entstehungs- und Verwitterungszustände der Gesteine. Der grobe Durchschnitt zeigt, daß der Wert  $v_p/v_s$  für die Gesteine des geologisch mittleren Alters ziemlich 1.8 ist, der für die tertiären Gesteine um 0.2 und der für die duvialen um 0.1 kleiner ist. Für das einzelne Gestein weicht er weit nach oben und unten vom mittleren Werte ab. Da die Erdoberfläche eine Mannigfaltigkeit der mehr oder minder verschieden verwitterten Gesteine ist, kann man nicht einen durchschnittlichen Wert dafür annehmen. Die durch einige Sprengungsexperimente\*) nachgewiesene Größe der Geschwindigkeit der elastischen Wellen lassen weit verschiedene Werte von  $r$  vermuten.

Wir wollen nun die Änderung von  $a_{01}$  und  $b_{01}$  feststellen, wenn  $r$  von dem Wert 1.8 abweicht. In der Tabelle 1 sieht man, daß diese zwei Größen keine verwickelte Abhängigkeit zum Einfallswinkel  $i_0$  zeigen. Deshalb kann man durch die Bestimmung des Anfangs- und Endpunktes die Näherungskurven von  $a_{01}$  und  $b_{01}$  für die in der Tabelle nicht enthaltenen Werte von  $\nu$  bilden. Versteht man hier unter  $\nu$  das Verhältnis  $v_p/(v_p)_0$  und unter  $\nu'$  das Verhältnis  $v_s/(v_s)_0$ , dann ergibt sich  $\nu' = \frac{r_0}{r} \nu$ , wobei die Größen mit dem Index 0 die der unterlagernden

Schicht bedeuten. Ist der Einfallswinkel Null, von der Diskontinuität der Dichte abgesehen, so erhält man aus der Formel (17):

$$\left. \begin{aligned} a_{01} &= 0 \\ b_{01} &= \frac{1}{\nu'} - 1 \end{aligned} \right\}_{i_0=0} \dots \dots \dots (18)$$

Wenn  $r = r_0$ , so ist

$$\left. \begin{aligned} a_{01} &= 0, \\ b_{01} &= \frac{1}{\nu} - 1 \end{aligned} \right\}_{i_0=0} \dots \dots \dots (19)$$

Der letzte ist der Fall der Tabelle 1, welche wir für verschiedene Werte von  $\nu$  ergänzen wollen. Wenn  $i_0 = 90^\circ$ , setzt man die Zahlenwerte von  $\alpha = \sqrt{1/\nu^2 - 1}$ ,  $\beta = \sqrt{r^2/\nu^2 - 1}$  und  $\beta_0 = \sqrt{r_0^2 - 1}$  in die Formeln (17) ein und hat dann die Endwerte von  $a_{01}$  und  $b_{01}$  für  $\nu$  bestimmt. Mit Hilfe dieser Anfangs- und Endwerte kann man mit Rücksicht auf die nächste ausgerechnete Zahlenreihe die Tabelle 1 ergänzen. Es ist die Frage, ob man, falls  $r \neq r_0$ , die ergänzte Tabelle benutzen darf. Unter Berücksichtigung von den Beziehungen (18) und (19) wollen wir statt des Falles ( $r \neq r_0$ ,  $\nu = \nu$ ) den Fall ( $r = r_0$ ,  $\nu = \nu'$ ) aus der

\*) G. Angenheister: Zeitschr. f. Geophys. 3, 30 (1927); W. Schweider und H. Reich: Beitr. z. Geophys. 17, 121 (1927); La Courtine: Lehrb. d. Geophys. von Gutenberg, S. 605. Berlin 1928.

ergänzten Tabelle nehmen. Einen Vergleich beider Fälle sieht man an dem folgenden Zahlenbeispiel:

		$r = 20$		$r_0 = 1.8$	
		$\overbrace{a_{01}}$		$\overbrace{b_{01}}$	
		$i_0 = 0^0$	$90^0$	$0^0$	$90^0$
$r = 2.0$	} $\nu = 0.4$	0	0.22	1.78	2.62
$r_0 = 1.8$					
$r = 1.8$	} $\nu = 0.36$	0	0.24	1.78	2.55
$r_0 = 1.8$					
$r = 2.0$	} $\nu = 0.8$	0	0.19	0.39	0.50
$r_0 = 1.8$					
$r = 1.8$	} $\nu = 0.72$	0	0.25	0.39	0.51
$r_0 = 1.8$					

Die Ausrechnung für die Werte von  $i_0$  zwischen 0 und  $90^0$  lehrt uns, daß diese Zahlenreihen vom Anfang bis ungefähr zur Mitte fast übereinstimmen und daß ihre Verschiedenheit bei  $90^0$  am größten ist. Wir können also im Falle ( $r \neq r_0, \nu = \nu$ ) die Werte von  $a_{01}$  und  $b_{01}$  näherungsweise durch die für den Fall ( $r = r_0, \nu = \nu'$ ) in der Tabelle angeführten Werte ersetzen.

4. Von der Beobachtung der Anfangsbewegung des Erdbebens läßt sich meistens nicht eine zeitlich und räumlich hohe Genauigkeit behaupten. Deswegen ist, wenn man aus einer Beobachtung mit Hilfe der Größen  $\tau, a_{01}$  oder  $b_{01}$  irgendwelche Schlüsse ziehen will, unsere Tabelle unter Berücksichtigung der Änderung dieser Größen verwendbar.

6. Anwendung auf den Aufschluß. 1. T. Matsuzawa und andere\*) stellen das Vorhandensein der Welle  $P_s$  (d. h.  $a_{01}, b_{01}$ ) in ihrer Forschung an den ersten Vorläufer der in Tokio aufgezeichneten Nahbeben fest. Für die Zeit  $\tau$  findet sich in dieser Arbeit der mittlere Wert von ungefähr 1.4 Sekunde, ohne bedeutende Abhängigkeit von der Dauer des ersten Vorläufers. Aus den beigefügten Aufnahmen ebenso wie aus vielen anderen seismischen Aufzeichnungen des Hongo Observatoriums (Tokio) [in den Veröffentlichungen aus „Imperial Earthquake Investigation Committee“]\*\*) kann man beim Überblick den Wert von  $b_{01}$  ungefähr zu 3 bis 4 für verschiedene Einfälle entnehmen. Dieser Wert ist in jedem Falle noch durch die Konstanten der Seismographen zu korrigieren. Im Hinblick auf den großen Wert von  $b_{01}$  scheinen diese Autoren der Ansicht zu sein, daß  $b_{01}$  bei normalem Einfall der Anfangswelle äußerst zunimmt. Aber das geschieht nicht (s. Tabelle 1). Diese ungefähre Schätzung läßt uns unter Berücksichtigung des kleinen Wertes von  $b_0/a_0$  eine oberste Schicht annehmen, in der  $v_s$  nicht größer als 1 km/sec ist und deren Dicke in der Größenordnung von  $1\frac{1}{2}$  km liegt. Für genauere Angabe muß man die Ergebnisse von der seismischen zusammen mit der geologischen Untersuchung am hiesigen Orte abwarten.

2. In Japan werden auch bei den Nahbeben  $P$ - und  $\bar{P}$ -Vorläufer nach A. Mohorovičić beobachtet. Wenn an der entsprechenden Schicht sich die

\*) T. Matsuzawa, K. Hasegawa und S. Saeno: l. c., S. 78.

\*\*\*) Siehe z. B. A. Imamura: Bull. Earthq. Invest. Comm., Tokyo 10 (1928), Pl. VII; F. Omori: Ebenda 11, Nr. 1.

Wellengeschwindigkeit sprungweise ändert, so kann man auf der Aufzeichnung des  $P$ -Vorläufers den Einsatz  $P_s$  erwarten, dessen Amplitude ungefähr ein Drittel von der  $P$ -Welle sein muß. Um also den Einsatz  $P_s$  zu erkennen, muß man solche seismischen Aufzeichnungen untersuchen, in denen die Anfangsbewegung von dem Vorläufer  $P$  einfach und deutlich ist und auch noch die folgenden Störungen so klein sind, daß sie das Erkennen von  $P_s$  nicht ungünstig beeinflussen. Zu diesem Zwecke habe ich unter den Aufzeichnungen vom Kamigamo Observatorium (bei Kyoto, Japan) willkürlich die folgenden acht ausgewählt.

T. Shida hat beim Eröffnungsfest des Geophysikalischen Instituts von der Kyoto Universität (zu Beppu) im Oktober 1926 einen Vortrag gehalten, in dem er unter anderen die geophysikalischen sowie geologischen Forscher auf eine Kategorie von Erdbeben besonders aufmerksam gemacht hat, die in einer Zone durch das mittlere Japan auftreten und deren Herdtiefe ungefähr 300 km ist\*). Die ersten fünf Beben in der folgenden Tabelle sind dem damals nach dem Vortrag aufgestellten Aufzeichnungen entnommen, das 6. und 7. sind Erdbeben derselben Art, welche nachher bis zu meiner Abreise von Japan im März 1928 eintraten, Nr. 8 ist ein Kamtschatkabeben.

Nr.	Datum (in Greenw.)	Scheinbares $\delta_{01}$	$\tau$	Scheinbare Einfallswinkel	$P-S$
1.	26. Juli 1916	$\frac{1}{4}$	6.4 sec	$32.5^\circ$	46.0 sec
2.	21. Jan. 1916	$\frac{1}{2}$	6.1	12	36.5
3.	15. April 1920	$\frac{1}{4}$	6.5	28.5	41.1
4.	19. April 1925	$\frac{1}{5}$	6.4	27	44.5
5.	16. März 1925	$\frac{1}{2}$	6.3	15.5	42.8
6.	18. Juni 1927	$\frac{1}{3}$	6.4	32	46.4
7.	15. Jan. 1927	$\frac{1}{2}$	6.3	21	43.7
8.	4. März 1922	$\frac{2}{5}$	6.8	37.5	$\Delta = 2540$ km

Die Aufzeichnungen dieser Erdbeben, abgesehen von Nr. 8, bestehen, wie man in den Seismogrammen sieht, hauptsächlich aus je einem einfachen Stoß zu Beginn des  $P$ - und  $S$ -Vorläufers. In ihren photographisch zehnfach ver-

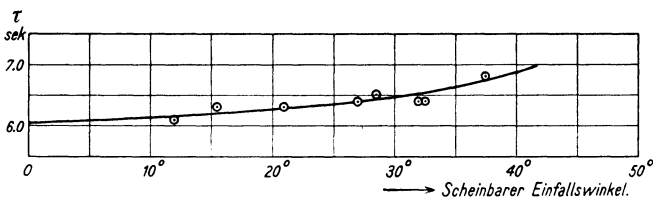


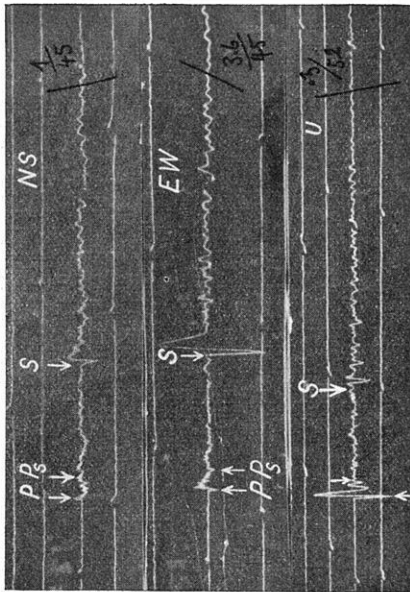
Fig. 5

größerten Aufnahmen sind die Anfangsausschläge von  $P$  nicht alle immer sehr einfach. Aber dieser komplizierte Bau des  $P$ -Stoßes verhindert nicht,  $P_s$  auszusuchen, obwohl er die Rechnung des Emergenzwinkels beschwerlicher macht.

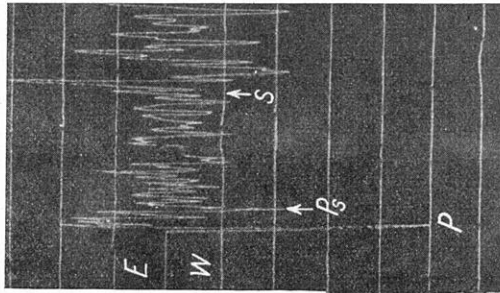
\*) Von den Erbeben dieser Art siehe K. Wadati, Shallow and deep Earthquakes (2 Reports) Geophys. Mag. Tokyo 1 (1927), Nr. 4; 2 (1929), Nr. 1.

Auf den vergrößerten Bildern wurde jeder dem ersten folgende Stoß untersucht. Der erwartete  $P_s$  ist ziemlich deutlich und die Zeitverzögerung  $\tau$  ist etwas größer als 6 Sekunden. Seine Amplitude erscheint beim ersten Anblick größer als erwartet, besonders bei kleinem  $P$ -Stoß. Diese Überschätzung muß zum Teil

Erdbeben (Nr. 5), 16. März 1925



Erdbeben (Nr. 4),  
19. April 1925



Erdbeben (Nr. 6), 18. Juni 1927

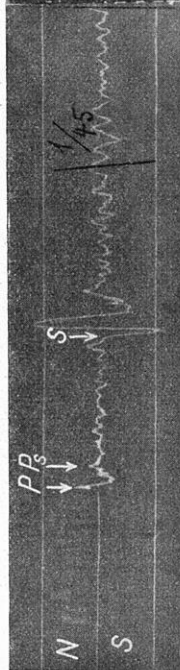


Fig. 6. Seismische Aufzeichnungen in Kamigamo (bei Kyoto)

darauf zurückgeführt werden, daß die Eigenperioden des Horizontalpendels nahezu  $2\tau$  sind, jedoch kann man auch annehmen, daß in der betreffenden Schicht die Änderung der elastischen Eigenschaft vollständig sprunghaft ist. In Fig. 6 sieht man drei Aufzeichnungen, die von der Amplitude des  $P$ -Stoßes äußerlich verschieden sind. In der vierten Reihe stehen die scheinbaren Einfallswinkel, die durch Einsetzen der einfachen mathematischen Kurven für die Anfangs-

ausschläge des  $P$ -Stoßes berechnet worden sind. Daher ist ihre Genauigkeit von der Anpassung der zwei Kurven abhängig.

Es ist schwer, sich in Kamigamo eine merkbare äußerste Schicht vorzustellen, weil das Observatorium auf einem Hügel aus paläozoischem Gestein steht. Auch gibt die Untersuchung dieser Aufzeichnungen noch keine Entscheidung darüber. Ich habe von einer Korrektur wegen der Wirkung der äußersten Schicht in dem im vorigen Paragraphen erwähnten Sinne in meiner Rechnung vorläufig abgesehen, da hier zuerst noch weitere Untersuchungen erforderlich sind.

In Fig. 5 ist der Zusammenhang zwischen  $\tau$  und dem scheinbaren Einfallswinkel dargestellt. Die Kurve ist die berechnete unter Voraussetzung, daß  $r = 1.8$ ,  $\tau_n = 6.05$  sec ist. Die Korrekturen des Winkels für größere Genauigkeit der Rechnung mögen die Punkte etwas verschieben, jedoch kann man sehen, daß beim normalen Einfall

$$\tau_n = 6.0 \text{ sec}$$

ist.

Um die Tiefe der Schicht zu bestimmen, muß man hierbei die Mittelwerte der Geschwindigkeiten der  $P$ - und  $S$ -Wellen von dem Orte der Oberfläche bis zu der Schicht heranziehen. N. Nasu\*) hat aus seiner Untersuchung der zahlreichen Nachbeben des Tangobebens (100 km nordwestlich von Kyoto) geschlossen, daß für die Beben, deren Tiefen etwa 10 bis 20 km sind, der Hypozentralabstand (in Kilometer) mit dem 8.4fachen der Dauer (in Sekunden) des ersten Vorläufers errechnet wird. Wenn man annimmt, daß diese Beziehung für noch größere Tiefen gilt, dann läßt sich berechnen, daß  $Z = 50$  km ist. Dieser Wert muß einen Untergrenzwert für die Tiefe der betreffenden Schicht geben, wenn man nach gewöhnlicher Ansicht voraussetzt, daß diese Proportionalitätskonstante von 8.4 mehr oder weniger zunimmt, wenn die Hypozentren tiefer als 20 km liegen.

Nimmt man einen Mittelwert aus T. Matsuzawas Arbeit\*\*), nämlich  $v_p = 5.7$  km/sec,  $v_s = 3.5$  km/sec, so erhält man für die Tiefe in Kyoto den Wert 55 km. Dieser Wert in Kyoto stimmt in der Größenordnung mit dem von T. Matsuzawa als wahrscheinlich angenommenen Überschlagswert von 50 km überein. In der vorliegenden Untersuchung werden die von dem obengenannten Verfasser vorgeschlagenen anderen Diskontinuitätsflächen\*\*) in Japan nicht als sicher nachgewiesen.

3. In der Aufnahme der Aufzeichnungen des künstlichen Erdbebens von G. Angenheister\*\*\*) sieht man bei  $\Delta \cong 860$  m zwei Einsätze am Anfang. Auf der Aufzeichnung von  $\Delta = 860$  km kann man ablesen, daß  $\tau = 0.16$  sec,  $b_{01} = 1\frac{1}{2}$  sec, während die aus dem von G. Angenheister geschlossenen Aufbau

\*) N. Nasu: Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo 6 (1929).

\*\*) T. Matsuzawa: Observation of Some Recent Earthquakes and their Time Distance Curves, I—III. Ebenda 5 (1928); 6 (1929).

\*\*\*) G. Angenheister: l. c., S. 93.

des Untergrundes berechneten Werte  $\tau_n = 0.15 \text{ sec}$ ,  $(b_{01})_n = 1\frac{1}{2}$  sind. Aber es mag zu kühn sein, mit dieser einzigen Aufzeichnung diese Übereinstimmung zu behaupten. Da ich keine persönliche Erfahrung von dem Sprengungs-experiment habe, möchte ich mich hier darauf beschränken, einen Hinweis zu geben, daß bei der seismologischen Aufschlußmethode mit einem Horizontal-instrument, unsere Ausführungen ein Prüfungsmittel liefern.

Diese Mitteilung ist ein Teil von einem allgemeineren Problem, auf das mich Prof. T. Shida vor meiner Abreise von Japan hingewiesen hat. Dafür möchte ich ihm hier meinen verbindlichsten Dank aussprechen.

Potsdam, Magnetisches Observatorium, 15. Dezember 1929.

---

## Über die Elastizität von Gesteinen

Von Dr.-Ing. **Hans Breyer**, Kassel — (Mit 4 Abbildungen)

Berichtet wird über die Untersuchung einiger deutscher Erstarrungsgesteine, und zwar über die Bestimmung des Elastizitätsmoduls sowie der federnden und bleibenden Laugen-änderungen unter Berücksichtigung des Gefüges. Festgestellt wird, daß deutsche Gesteine mit entsprechenden amerikanischen in ihren elastischen Eigenschaften übereinstimmen, und daß bei gleichen Drucken basische Gesteine einen höheren Elastizitätsmodul, eine kleinere federnde Formänderung und eine kleinere, bleibende Formänderung als saure Gesteine besitzen. Gefordert wird, ähnlich, wie es schon bei Stahl und Eisen geschieht, auch Gesteine statisch auf ihre elastischen Eigenschaften zu untersuchen und wegen der Bedeutung für Ingenieurbauten, Straßenbau und Eisenbahnbeschotterung Gesteine auch dynamisch auf ihren Widerstand gegen schwingende Beanspruchung zu prüfen.

**Versuchsausführung und Probematerial.** Die Untersuchungen, über deren Ergebnisse nächstehend berichtet werden soll, sind im Staatlichen Materialprüfungsamt Dahlem im einzelnen in folgender Weise ausgeführt worden:

Der leitende Gedanke dabei war, von den Erstarrungsgesteinen sowohl Tiefengesteine als auch Gang- und Ergußgesteine und von den Sedimenten einige typische Vertreter auf ihr elastisches Verhalten zu untersuchen und dabei gleichzeitig den Einfluß der Erstarrungsform, des Chemismus, des Gefüges und des Erhaltungszustandes der Gesteine zu berücksichtigen. Die Arbeit ist mit Unterstützung der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft, die in dankenswerter Weise ein Diamantsägeblatt zum Schneiden der Proben zur Verfügung gestellt hat, durchgeführt worden. Auch hat Herr Prof. Burchartz, Abteilungsvorsteher der Abteilung für Baugewerbe im Staatlichen Materialprüfungsamt, die Arbeit in jeder Weise gefördert.

Nachdem aus verschiedenen deutschen Gesteinsprovinzen von seiten der Steinindustrie die nötigen Gesteine zur Verfügung gestellt worden waren (siehe