Über isostatische Schwereanomalien und deren Beziehung zu den totalen Anomalien

Von **Heinrich Jung**, Göttingen — (Mit 2 Abbildungen)

Das isostatische Prinzip, das den von E. A. Ansel eingeführten isostatischen Anomalien zugrunde liegt, wird einer genaueren Betrachtung unterzogen und den bekannten isostatischen Reduktionen, insbesondere der Hayfordreduktion gegenübergestellt. Ferner wird der Gültigkeitsbereich der von Ansel errechneten Beziehung $\frac{\Delta g_{is}}{\Delta g_0'} = \frac{\varrho' - \varrho}{\varrho'}$ näher untersucht.

Da in der Literatur der letzten Jahre unter der Bezeichnung „isostatische Reduktion" die verschiedensten Schwerereduktionen verstanden werden, sofern diese nur in irgendeiner Weise das Isostasieprinzip berücksichtigen, ist es nicht zu verwundern, daß hie und da Mißverständnisse und Verwechslungen vorkommen und zu Verwirrungen Anlaß geben können.

Bei der Durchsicht der Literatur fiel mir auf, daß eine von E. A. Ansel errechnete Beziehung zwischen isostatischen und totalen Schwereanomalien:

$$\frac{\Delta g_{is}}{\Delta g_0'} = \frac{\varrho' - \varrho}{\varrho'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (A)$$

worin ϱ' die Dichte des subkrustalen Materials und ϱ die mittlere Dichte der betrachteten Erdscholle bedeutet, als allgemein gültig für alle Arten von isostatischen Anomalien angeführt wird*), obwohl sie, wie unten auseinandergesetzt werden soll, für eine Reihe von isostatischen Anomalien keine Gültigkeit besitzt. Dieser scheinbare Widerspruch hat seine Ursache darin, daß Ansel selbst eine isostatische Reduktion eingeführt hat**), die — wenigstens bei anisostatischer Lage der betrachteten Erdscholle — unter anderen Gesichtspunkten entwickelt ist als die bekannten isostatischen Reduktionen, und daß Ansel aus bestimmten Gründen diese Reduktionen nicht als „isostatisch" anerkennt. Das oben erwähnte Mißverständnis liegt daher nicht bei Ansel, sondern bei denjenigen, die die Anselsche Formel (A) übernehmen, ohne sich über das isostatische Prinzip, das ihr zugrunde liegt, klar zu sein.

Angesichts dieser und ähnlicher Mißverständnisse scheint es mir angebracht, die Verhältnisse noch einmal klarzulegen.

---

*) Z. B. bei Johannes Wilhelm: Beitrag zur Frage der Bewertung der verschiedenen Schwerestörungen. Abh. d. Preuß. Geol. Landesanst., N. F., Nr. 110, S. 22.

) Zeitschr. f. Geophys. **2, 209ff. und Lehrb. d. Geophys. (herausgegeb. von B. Gutenberg), Abschn. II.

Die Beziehung (A) ist zunächst, wie man leicht sieht, nicht anwendbar auf die bekannten Hayfordanomalien. Diese sind bekanntlich in starkem Maße abhängig von der Ausgleichstiefe, die in (A) gar nicht auftritt. Besonders kraß tritt dies in Erscheinung bei den totalen Anomalien, die als Grenzfall der Hayfordanomalien angesehen werden können (nämlich mit der Ausgleichstiefe Null) und somit ebenfalls Anspruch auf die nun sicher unrichtige Beziehung (A) erheben dürften, wenn diese auf die Hayfordanomalien anwendbar wäre. Ähnliches ergibt sich bezüglich der Anomalien von Heiskanen, die von der Normaldicke der Erdkruste stark abhängig sind, und für alle diejenigen „isostatischen" Anomalien, die sich mehr oder weniger an Hayford oder Heiskanen anschließen.

Da Hayford in gleicher Weise wie Ansel sich auf die Prattsche Hypothese beruft, seien im folgenden vorzugsweise die von diesen beiden Autoren eingeführten Reduktionen behandelt. Da der vorliegende Aufsatz lediglich der Klarstellung des Sachverhalts dienen soll, will ich absichtlich keine Stellung nehmen zu der Frage, welche von beiden Reduktionsarten mit mehr Recht den Beinamen „isostatisch" führt und welche in der Praxis mehr zu empfehlen ist. Letzteres dürfte im wesentlichen davon abhängen, zu welchem Zweck die Anomalien verwendet werden. In den folgenden Ausführungen seien die Hayfordanomalien mit Δg_H, die Anselschen hingegen mit Δg_A bezeichnet.

Bei isostatischer Lagerung der betrachteten Erdscholle sind beide Reduktionen identisch. Denkt man sich die Scholle gemäß der Prattschen Hypothese durch vertikale Dehnung aus dem Normalzustand (Oberfläche in NN) entstanden, so sucht die Hayfordreduktion wie die Anselsche diesen Normalzustand dadurch herzustellen, daß die mittels der Bougerschen Reduktion beseitigte Reliefmasse durch die Kompensationsreduktion gleichmäßig zwischen NN und der Ausgleichsfläche verteilt wird*). Dieses Ziel wird tatsächlich erreicht, wenn die Massenverteilung innerhalb der Scholle der Prattschen Hypothese entspricht.

Wie gestaltet sich nun die Hayfordreduktion bei anisostatischer Lage, die in der Natur durch mannigfache Ursachen — Sedimentation, Abtragung, subkrustale Strömungen usw. — hervorgerufen wird? Da man der Erdoberfläche nicht ohne weiteres ansehen kann, in welchem isostatischen Zustand sich die betreffende Scholle befindet, und diese Kenntnis notwendig ist, wenn man durch eine Reduktion den Normalzustand erreichen will, verzichtet Hayford auf dieses Ziel. Er reduziert so, als ob sich die Scholle im isostatischen Gleichgewicht befände, erhält dadurch natürlich Anomalien Δg_H, die erheblich von Null abweichen, hat aber dennoch die Möglichkeit, in bekannter Weise aus diesen Anomalien auf den isostatischen Zustand der betrachteten Scholle zu schließen.

Im Gegensatz zu Hayford begnügt sich Ansel nicht mit diesem Ergebnis. Er versucht zunächst, sich wenigstens angenähert Klarheit über den isostatischen

*) Daß Hayford in der Praxis bei seiner Reduktion etwas anders vorgeht, indem er den Normalwert der Schwere reduziert, statt, wie sonst üblich, den gemessenen Schwerewert, spielt für die vorliegenden Betrachtungen keine Rolle. Im Prinzip entspricht die Hayfordreduktion dem angegebenen Verfahren.

Zustand zu verschaffen. Dies gelingt ihm mit Hilfe der totalen Anomalien, aus denen sich näherungsweise nach der weiter unten folgenden Formel (2) der Betrag der vertikalen Schollenverschiebung gegenüber der isostatischen Lage berechnen läßt*). Weiter bestimmt Ansel die „isostatische“ Meereshöhe des Beobachtungsortes, d. h. diejenige Höhe über NN, die dieser haben würde, wenn sich die betreffende Scholle in isostatischer Gleichgewichtslage befände. Dies bietet nach Kenntnis der anisostatischen Vertikalverschiebung keine Schwierigkeit. Im Verlauf der weiteren Reduktionen geht Ansel vor wie Hayford, nur mit dem Unterschied, daß er der Berechnung der geoidalen Kompensationsdichte die isostatische Höhe zugrunde legt anstatt der wahren Meereshöhe. Hierdurch erreicht er, daß auch im Falle anisostatischer Lage der Scholle nahezu der Normalzustand hergestellt wird**). Lediglich eine geringe Anomalie bleibt übrig***).

Man sieht aus den vorangegangenen Ausführungen, daß Ansel für eine „isostatische“ Reduktion nicht nur bei isostatischer, sondern auch bei anisostatischer Lage der betreffenden Erdkrustenscholle die Herstellung des isostatischen Normalzustandes fordert. Da die Hayfordreduktion (und manche andere) diese Forderung nicht erfüllt, darf sie nach Ansel auf die Bezeichnung „isostatisch“ keinen Anspruch machen.

In der Praxis kann man die Anselsche Reduktion mit Hilfe der Hayfordschen Tabellen durchführen, indem man nur zum Unterschied gegen Hayford bei der Kompensationsreduktion statt der wahren Höhen die isostatischen Höhen verwendet.

Für die so berechneten Anomalien gilt nun angenähert die oben erwähnte Beziehung (A), welche man leicht auf folgendem Wege erhält:

In Fig. 1 sei die betrachtete Scholle in isostatischer Lage dargestellt, der übrige Teil der Erde sei im Normalzustand. Die Oberfläche der Scholle befindet sich in der isostatischen Höhe H, ihre Dichte ϱ ist gegenüber der Normaldichte $\bar{\varrho}$ entsprechend der Prattschen Hypothese verkleinert gemäß der Beziehung

$$\bar{\varrho} \cdot T_1 = \varrho \cdot (H + T_1) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (1)$$

wobei T_1 die Ausgleichstiefe bedeutet.

*) Genauer erhält man die Vertikalverschiebung aus den Anomalien nach Hayford oder Heiskanen. Jedoch ist in den meisten Fällen der Unterschied gegenüber dem oben angegebenen Verfahren nicht so groß, daß sich die Berechnung dieser Anomalien lohnt. — Vgl. Zeitschr. f. Geophys. **3**, 381ff.

**) Hieraus geht hervor, daß sich theoretisch die Anselschen Anomalien in hervorragender Weise zur Berechnung der Normalschwere γ_0 eignen. Es ist allerdings nach den bekannten Untersuchungen von Heiskanen (Untersuchungen über Schwerkraft und Isostasie, Helsingfors 1924) fraglich, ob ein wesentlich anderes und besseres Ergebnis herauskommt als bei den bisherigen Berechnungen der Normalschwere.

***) Entsprechend einer Schicht von der Dichte $\varrho' - \varrho$ und der Dicke d unmittelbar über oder unter der Ausgleichsfläche, wobei unter d der Betrag der anisostatischen Vertikalverschiebung zu verstehen ist.

Fig. 2 zeigt dieselbe Scholle um den Betrag d nach unten verschoben. Ihre Oberfläche befindet sich nunmehr in der Höhe

$$h = H - d,$$

ihr Tiefgang ist

$$T = T_1 + d.$$

Benutzt man zur Berechnung der Schwereanomalien in erster Annäherung die bekannte Formel für die Attraktionswirkung ebener, unendlich ausgedehnter Platten, so ergibt sich für die in Fig. 2 skizzierte Lage die totale Anomalie

$$\Delta g_0' = -2\pi f \,.\, \varrho' \,.\, d \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

und die Bouguersche Anomalie

$$\Delta g_0'' = -2\pi f \,.\, (\varrho' - \varrho) \,.\, d - 2\pi f \,.\, \varrho \,.\, H, \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

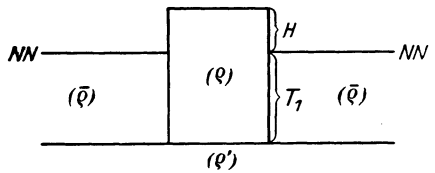

Fig. 1

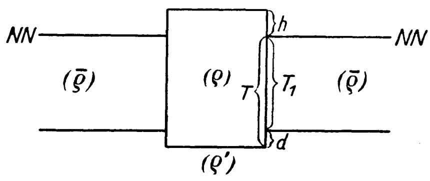

Fig. 2

worin f die Gravitationskonstante bedeutet, ϱ die Dichte der betreffenden Scholle und ϱ' diejenige des subkrustalen Materials.

Bei der Berechnung der isostatischen Anomalie ist nun zur Bougueranomalie die Attraktionswirkung der geoidalen Kompensationsmasse hinzuzufügen*). Diese Masse ist gleichmäßig zwischen NN und der Ausgleichsfläche zu verteilen, ihr Betrag ist nach Ansel gleich $\varrho \,.\, H$ (im Gegensatz zu Hayford, bei dem die Kompensationsmasse den Betrag $\varrho \,.\, h$ besitzt). Die Kompensationsdichte ϱ^* ergibt sich somit aus

$$\varrho^* \,.\, T_1 = \varrho \,.\, H \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

---

*) Die Kompensationsmasse ist nicht (wie bei Hayford) gleich der Reliefmasse, da sie außer dieser noch die anisostatische Massenanomalie, wenigstens angenähert, zu kompensieren hat.

Hieraus erhält man mit Hilfe von (1):

$$\varrho + \varrho^* = \bar{\varrho} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

woraus hervorgeht, daß zwischen NN und T_1 durch die Anselsche Reduktion tatsächlich der Normalzustand hergestellt wird. Zwischen T_1 und T hingegen bleibt die Dichte ϱ bestehen. Hier befindet sich also gegenüber dem Normalzustand ein Defizit von der Dichte $\varrho' - \varrho$, welches die obenerwähnte restliche Anomalie hervorruft. Weiter ergibt sich:

$$\Delta g_A = \Delta g_0'' + 2\pi f \cdot \varrho^* \cdot T_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

also mit Berücksichtigung von (3) und (4):

$$\Delta g_A = -2\pi f \cdot (\varrho' - \varrho) \cdot d \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Mittels (2) erhält man schließlich die Anselsche Beziehung

$$\frac{\Delta g_A}{\Delta g_0'} = \frac{\varrho' - \varrho}{\varrho'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (A)$$

Ist die betrachtete Scholle nach oben verlagert (statt, wie bisher angenommen, nach unten), so ändert sich in der vorigen Untersuchung nur das Vorzeichen von d. Entsprechend verwandelt sich das obenerwähnte Defizit zwischen T_1 und T in einen Massenüberschuß.

Die Formel (A) stellt allerdings auch für die Anselschen Anomalien nur eine Näherungsbeziehung dar, da in der Praxis die Anwendung der Formeln für ebene, unendlich ausgedehnte Platten nicht ohne weiteres zulässig ist. Diese Formeln enthalten nämlich nur das Produkt aus Dichte und Dicke, d. h. also lediglich die Masse selbst ohne Rücksicht auf deren Lage. Es ist gleichgültig, ob sich die Massen in der Nähe der Oberfläche befinden oder in größerer Tiefe. Dieser Umstand ist aber bei den isostatischen Anomalien von größter Wichtigkeit. Er ist es ja gerade, der beispielsweise den Unterschied zwischen den totalen Anomalien und den Hayfordanomalien bedingt. In der Tat würde die Anwendung der ebenen Formeln auf die Hayfordreduktion das merkwürdige Ergebnis

$$\Delta g_H = \Delta g_0' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (H)$$

liefern*), woraus unmittelbar hervorgeht, daß, wenigstens in bezug auf die Hayfordanomalien, die Vernachlässigungen, die die Anwendung der ebenen Formeln mit sich bringt, zu grob sind. Wie sich die erwähnten Vernachlässigungen auf die Anselschen Anomalien auswirken, ist mittels theoretischer Überlegungen nur sehr schwer zu übersehen. Man müßte nach der auf S. 175 angegebenen Methode die Anselschen Anomalien berechnen — was meines Wissens noch nicht geschehen ist — und mit diesen die Beziehung (A) prüfen.

---

*) Die Rechnung verläuft genau wie oben, nur ist statt H die wahre Höhe h einzusetzen. Aber auch ohne Rechnung ist das Ergebnis (H) ohne weiteres einzusehen, da bei der Hayfordreduktion die Gesamtmasse unverändert bleibt.

In dieser Hinsicht sind auch die Beispiele, die Ansel aus den Alpen und dem Schweizer Jura zur Illustration seiner Ausführungen bringt*), mit gewisser Vorsicht zu behandeln. Die dort angeführten isostatischen Anomalien sind keine Anselschen Anomalien. Sie sind übernommen von Th. Niethammer**), und von Ansel nur auf die Helmertsche Formel für die Normalschwere γ_0 von 1915 umgerechnet, während Niethammer die Helmertsche Formel von 1901 verwendet. Die Modifikation, die Niethammer an der Hayfordschen Reduktionsmethode zur Berücksichtigung der regionalen Kompensation anbringt, ist für die hier behandelten Fragen bedeutungslos. Die erwähnten isostatischen Anomalien sind also im wesentlichen als Hayfordanomalien anzusehen. Auf diese ist aber die Beziehung (A) nicht anwendbar. — Von besonderem Interesse sind die Ausführungen Ansels über die isostatische Höhe der verschiedenen Alpen- und Jurastationen und die daraus gezogenen Folgerungen. Es würde sich meiner Ansicht nach lohnen, gelegentlich mit Hilfe dieser isostatischen Höhen die Anselschen Anomalien der betreffenden Beobachtungsstationen zu berechnen, um ein Urteil über den Genauigkeitsgrad der Beziehung (A) zu erlangen.

Bemerkungen zu den Ausführungen von H. Jung

Von **E. A. Ansel**

Die von H. Jung zitierte Arbeit wendet sich im Kerne gegen die etwas einseitige, nicht aber seltene Auffassung, als ob nur die isostatischen Anomalien das richtige Maß für die Beurteilung des isostatischen Krustengleichgewichts und seiner Störung darstellen. Ihre Kleinheit darf nicht etwa in dem Sinne gedeutet werden, daß die Abweichungen von dem isostatischen Zustand hiernach kleiner ausfallen als nach den anderen bekannten Schwereanomalien (nach Faye oder nach Bouguer). Zum Beweis ihrer wechselseitigen Abhängigkeit wurde ein bestimmter Fall einer Gleichgewichtsstörung angenommen. Die Durchrechnung führt auf die verbindenden Beziehungen der Anomalien unter sich. Da hierzu von der Airyschen Isostasieauffassung ausgegangen war, so kann die Tiefe der Ausgleichsfläche, die H. Jung vermißt, nicht vorkommen. Die Dichtewerte für das Schollenmaterial und das subkrustale Mittel, in dem die Schollen vom hydrostatischen Auftrieb getragen werden, gelten als konstant. Auch die Rechnung bleibt hinreichend streng, und wenn die Anziehung der störenden Massen durch die ebener Platten unter Verzicht auf den Einfluß von Schollentiefe und Erdkrümmung angesetzt wurde, so ist gegen die Zulässigkeit deshalb nichts einzuwenden, weil dieselbe

*) Zeitschr. f. Geophys. **2**, 211.

) Zur Theorie der isostatischen Reduktionen der Schwerebeschleunigung. Verh. d. Naturforsch. Ges. Basel **28, 206—235 (1917).