

Werk

Jahr: 1930

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:6

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN101433392X_0006

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0006

LOG Id: LOG_0063

LOG Titel: Über einige meteorologische Begriffe

LOG Typ: article

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN101433392X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Über einige meteorologische Begriffe

Von Otto Tetens

Die verschiedenen meteorologischen Feuchte-Begriffe werden zusammengestellt. Das Poissonsche Gesetz bei adiabatischen Zustandsänderungen wird für das ganze Trockenstadium als gültig bewiesen. Da namentlich die aerologischen Forschungsstätten nur spärlich vorhanden sind und nur stichprobenweise arbeiten können, ist es wichtig, zwischen zwei entsprechenden markanten Punkten benachbarter Aufstiege die Zustandsbahnen einzuschalten. Formeln und zeichnerische Hilfsmittel werden hierzu angegeben und dabei besonders Entropie, Wasserdampfgehalt und Luftdichte berücksichtigt.

Aerologische Beobachtungen sind wohl fast ausnahmslos nur Stichproben mit großen Zwischenzeiten und Zwischenräumen. Es bleibt daher eine wichtige Aufgabe, den Zustandsverlauf der atmosphärischen Schichten in den weiten räumlichen und zeitlichen Lücken zwischen den einander entsprechenden markanten Punkten benachbarter Aufstiege zu interpolieren. Hierbei spielen zwei Begriffe eine besondere Rolle, weil sie als Kennzeichen entsprechender Luftkörper und als Anhalt zur Beurteilung ihrer Veränderungen nützliche Dienste leisten, der Wasserdampfgehalt und die Entropie.

Wenn irgend ein individueller Luftkörper abgekühlt oder erwärmt, ausgedehnt oder zusammengedrückt wird, bleibt, solange sich sein Wasserdampfgehalt nicht ändert, das Druckverhältnis $\mathfrak{J} = e : B$ ungeändert; e ist hierbei der Dampfdruck, B der gesamte Druck der feuchten Luft, beide in einer und derselben, aber beliebigen Einheit gemessen. Diese Größe \mathfrak{J} können wir geradezu als die Individualität des Luftkörpers bezeichnen, solange für die regelmäßige aerologische Beobachtung keine anderen Beimischungen von wesentlicher Bedeutung in Frage kommen. Man könnte die Größe \mathfrak{J} auch den Charakter der Luftmasse nennen oder mit einem deutschen Wort die Eigenheit.

Statt dieses individuellen Druckverhältnisses \mathfrak{J} werden nun meist andere Größen benutzt, die von \mathfrak{J} abzuleiten sind. Diese abgeleiteten Begriffe mögen hier sogleich kurz zusammengestellt werden.

1. Um die vom Gefrierpunkt an gerechnete Wärmemenge, die eine feuchte Luftmasse in sich enthält, zu kennzeichnen, kann man die Korrektur \mathfrak{R} in Grad Celsius angeben, die erforderlich wäre, um ihre Temperatur auf die Äquivalenttemperatur zu bringen, wenn sich also der in ihr enthaltene Wasserdampf vollständig kondensierte. Man hat zur Berechnung von \mathfrak{R} die Näherungsformel*):

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{J} \cdot k \text{ Grad Celsius.}$$

*) Vgl. Robitzsch: Die Arbeiten des Aeron. Obs. Lindbg., Band XVI, Heft C.

Hierin ist $k = 1570^{\circ} \text{C}$, wenn Wasser von 0°C als Ausgangspunkt dient, dagegen $k = 1780^{\circ} \text{C}$, wenn statt dessen Eis von 0°C als Ausgangspunkt dient.

2. Könnte man den in einer feuchten Luftmasse enthaltenen Wasserdampf von der trockenen Luft trennen, so würde bei gleichem Druck der beiden Anteile ihr Raumverhältnis

$$\mathfrak{L} = \frac{e}{B - e} = \frac{\mathfrak{S}}{1 - \mathfrak{S}},$$

so daß auf 1 Liter feuchter Luft $(1 - \mathfrak{S})$ Liter trockener Luft und \mathfrak{S} Liter Wasserdampf käme, auf 1 Liter der trockenen Luft aber \mathfrak{L} Liter Wasserdampf.

3. Da das spezifische Gewicht des Wasserdampfes $623/1000$ von dem der trockenen Luft beträgt, wäre das Massenverhältnis der beiden getrennten Anteile

$$\mathfrak{M} = 0.623 \mathfrak{L} = 0.623 \frac{\mathfrak{S}}{1 - \mathfrak{S}}.$$

Diese Größe wird gewöhnlich das Mischungsverhältnis genannt.

4. Das Massenverhältnis q zwischen dem Wasserdampf und der feuchten Luft, in der er enthalten ist, beträgt

$$\frac{0.623 \cdot \mathfrak{S}}{1 - 0.377 \mathfrak{S}};$$

ähnlich, wie sich bei der relativen Feuchte der Gebrauch von Prozenten eingebürgert hat, pflegt man dieses Massenverhältnis in Promille anzugeben, also etwa in Gramm auf das Kilogramm; wir verwenden deswegen auch hier nicht das reine Massenverhältnis q , sondern dessen tausendfachen Betrag, und rechnen mit

$$\mathfrak{N} = \frac{623 \mathfrak{S}}{1 - 0.377 \mathfrak{S}}.$$

Diese Größe pflegt man spezifische Feuchte zu nennen. Wegen des geringen Betrages von \mathfrak{S} wird bei \mathfrak{M} und q der Divisor gewöhnlich weggelassen. Beide Größen werden dann gleich $0,623 \mathfrak{S}$, ferner wird $\mathfrak{N} = 623 \mathfrak{S}$. Ebenso wird, wie z. B. in der Formel für \mathfrak{R} , \mathfrak{S} häufig an Stelle von \mathfrak{L} verwendet.

Wie man sieht, sind alle vier Begriffe \mathfrak{R} , \mathfrak{L} , \mathfrak{M} und \mathfrak{N} einfache Funktionen des Druckverhältnisses $\mathfrak{S} = e : B$, insbesondere also von der Temperatur unabhängig, auch von der Einheit, mit der die Druckwerte angegeben werden. Endlich spielt auch die Größe der betrachteten Luftmasse bei diesen Begriffen weder nach ihrem Volumen noch nach ihrer Masse eine Rolle. Abgesehen von der Schiebung im Dezimalsystem besitzen sie alle vier demnach sozusagen einen absoluten Charakter. Merkwürdigerweise gilt dies nun gerade nicht für denjenigen Feuchtebegriff, der als absolute Feuchte bezeichnet wird. Hierfür hat man den Ausdruck

$$A = 0.623 e \cdot \frac{464}{T} = 0.623 e \frac{1.70}{1 + \frac{t}{273}} = \frac{1.06 e}{1 + \frac{t}{273}} = \frac{289 e}{T}.$$

A ist hier die Wasserdampfmenge in Gramm aufs Kubikmeter feuchter Luft, t ist die Temperatur in Grad Celsius, e der Dampfdruck in Millimeter Quecksilber. Es sind hier also im ganzen vier Maßeinheiten anzugeben. Der Zahlenwert 1.70 im zweiten Ausdruck für A ist das Gewicht eines Kubikmeters trockener Luft pro Millimeter Quecksilber bei 0° C, nämlich 1298/760 oder 1276/750.

Der entsprechende Anteil trockener Luft am Kubikmeter feuchter Luft ist

$$D - A = (B - e) \cdot \frac{464}{T} = (B - e) \frac{1.70}{1 + \frac{t}{273}},$$

wenn B und e in Millimeter Hg ausgedrückt sind. Somit wird der Gesamtbetrag, die sogenannte Dichte feuchter Luft:

$$D = (B - 0.377 e) \cdot \frac{464}{T} = (B - 0.377 e) \cdot \frac{1.70}{1 + \frac{t}{273}}.$$

Übrigens ist die „absolute Feuchte“ A vom Luftdruck B nicht unmittelbar abhängig, sondern nur insofern, als der Dampfdruck e einen Teil von B bildet, und insofern, als die Temperatur einer Luftmasse von ihrem Druck B abhängt.

Ferner hat man $A/D = \mathfrak{N}/1000 = 0.623 \cdot \mathfrak{S}/(1 - 0.377 \mathfrak{S})$.

Das Verhältnis der „absoluten Feuchte“ zur Luftdichte ist also ebenso wie die Größen \mathfrak{N} und \mathfrak{S} unabhängig von der Temperatur und von den Maßeinheiten.

Alle diese Größen werden nicht unmittelbar gemessen, zu ihrer Ermittlung dient vielmehr die relative Feuchte. Dieser Begriff wird durch die Formel bestimmt:

$$F : 100 = e : E.$$

Hierin ist F die relative Feuchte, E die der jeweiligen Temperatur entsprechende Maximalspannkraft des Wasserdampfes, die den Wert von e für Sättigung angibt, wenn also F den Wert 100 besitzt. Den Zusammenhang zwischen E und der Temperatur t stellt die Formel von Magnus dar:

$$\log E = \frac{tu}{t + v} + w.$$

Aus den neueren Bestimmungen, wie sie z. B. von Robitzsch an dem eben angegebenen Orte zusammengestellt sind, finde ich folgende Werte für die drei Koeffizienten dieser Formel:

$u = 9.5$ über Eis, $v = 265.5$ über Eis, $w = 0.6609$ (E in Millimeter),

$u = 7.5$ über Wasser, $v = 237.3$ über Wasser, $w = 0.7858$ (E in mbar).

Mit diesen Werten habe ich die Tabelle 1 auf S. 300 und 301 berechnet, aus der man zu jedem beobachteten Temperaturgrad den Wert von E in Millimeter Hg entnehmen kann. Der Zahlenwert für w ist über Eis und Wasser nicht verschieden, er bezeichnet den Wert des $\log E$ für den Gefrierpunkt. E hat bei dieser Temperatur den Wert $E_0 = 4.58$ mm (oder 6.107 mbar).

Ist zugleich Temperatur und relative Feuchte einer Luftmenge bestimmt, so ergibt sich mit Hilfe der Größe E , die man nach dieser Formel oder aus der Tabelle oder einer hiernach gezeichneten Kurve entnehmen kann, der Wert des Dampfdrucks e nach der Formel

$$e = E \cdot F/100.$$

Tabelle 1
Maximale Dampfspannung E über Wasser

°C	mm Hg	°C	mm	°C	mm	°C	mm
+ 60	149.5	+ 20	17.53	— 20	0.935	— 60	0.0133
59	142.7	19	16.48	21	0.857	61	0.0116
58	136.1	18	15.48	22	0.784	62	0.0102
57	129.9	17	14.53	23	0.718	63	0.0089
56	123.8	16	13.64	24	0.656	64	0.0078
55	118.1	15	12.79	25	0.599	65	0.0068
54	112.5	14	11.99	26	0.547	66	0.0059
53	107.2	13	11.23	27	0.499	67	0.0051
52	102.1	12	10.52	28	0.454	68	0.0044
51	97.2	11	9.84	29	0.414	69	0.0038
+ 50	92.5	+ 10	9.21	— 30	0.376	— 70	0.0033
49	88.0	9	8.61	31	0.342	71	0.0029
48	83.7	8	8.04	32	0.310	72	0.0025
47	79.6	7	7.51	33	0.281	73	0.0021
46	75.6	6	7.01	34	0.255	74	0.0018
45	71.9	5	6.54	35	0.231	75	0.0016
44	68.2	4	6.10	36	0.209	76	0.0013
43	64.8	3	5.68	37	0.189	77	0.0011
42	61.5	2	5.29	38	0.170	78	0.0010
41	58.3	+ 1	4.92	39	0.153	79	0.0008
+ 40	55.3	± 0	4.58	— 40	0.138	— 80	0.0007
39	52.4	— 1	4.26	41	0.124		
38	49.7	2	3.96	42	0.112		
37	47.1	3	3.67	43	0.100		
36	44.5	4	3.41	44	0.090		
35	42.2	5	3.16	45	0.080		
34	39.9	6	2.93	46	0.072		
33	37.7	7	2.71	47	0.064		
32	35.7	8	2.51	48	0.057		
31	33.7	9	2.32	49	0.051		
+ 30	31.8	— 10	2.14	— 50	0.046		
29	30.0	11	1.98	51	0.041		
28	28.3	12	1.83	52	0.036		
27	26.7	13	1.68	53	0.032		
26	25.2	14	1.55	54	0.028		
25	23.8	15	1.43	55	0.025		
24	22.4	16	1.31	56	0.022		
23	21.1	17	1.21	57	0.019		
22	19.8	18	1.11	58	0.017		
21	18.6	19	1.02	59	0.015		
+ 20	17.5	— 20	0.93	— 60	0.013		

Tabelle 1 (Fortsetzung)
Maximale Dampfspannung E über Eis.

°C	mm	°C	mm	°C	mm	°C	mm
0	4.58	— 20	0.771	— 40	0.095	— 60	0.0077
— 1	4.22	21	0.700	41	0.084	61	0.0067
2	3.88	22	0.635	42	0.075	62	0.0058
3	3.57	23	0.575	43	0.067	63	0.0051
4	3.28	24	0.521	44	0.059	64	0.0044
5	3.01	25	0.471	45	0.053	65	0.0038
6	2.76	26	0.426	46	0.047	66	0.0033
7	2.53	27	0.385	47	0.041	67	0.0028
8	2.32	28	0.348	48	0.037	68	0.0024
9	2.13	29	0.313	49	0.032	69	0.0021
— 10	1.95	— 30	0.282	— 50	0.029	— 70	0.0018
11	1.78	31	0.254	51	0.025	71	0.0016
12	1.63	32	0.229	52	0.022	72	0.0013
13	1.49	33	0.205	53	0.020	73	0.0011
14	1.36	34	0.184	54	0.017	74	0.0010
15	1.24	35	0.165	55	0.015	75	0.0008
16	1.13	36	0.148	56	0.013	76	0.0007
17	1.03	37	0.133	57	0.012	77	0.0006
18	0.93	38	0.119	58	0.010	78	0.0005
19	0.85	39	0.106	59	0.009	79	0.0004
— 20	0.77	— 40	0.095	— 60	0.008	— 80	0.0004

Ist auch noch der Luftdruck B ermittelt, so findet man die Größe \mathfrak{S} nach der Formel

$$\mathfrak{S} = e/B = \frac{EF}{100 B}.$$

Die vier Größen \mathfrak{R} , \mathfrak{Q} , \mathfrak{M} , \mathfrak{N} sind leicht aus \mathfrak{S} zu ermitteln. Die folgende Zahlentabelle 2 wird hierbei gute Dienste tun, ebenso die Tabelle 3.

Um ein anschauliches Gedankenbild zu gewinnen, wollen wir uns ein dreiachsiges Koordinatensystem vorstellen, das nicht mit irgend einem in der Erdatmosphäre liegenden verwechselt werden darf, sondern das jedem zur aerologischen Beobachtung gelangenden Punkt der Atmosphäre nach seinen jeweiligen drei Beobachtungselementen (Temperatur, relative Feuchte und Luftdruck) einen bestimmten Punkt in diesem System anzuweisen erlaubt, den er bei eintretenden Zustandsänderungen mit einem andern zu vertauschen hat.

Zwischen den beiden meteorologischen Beobachtungswerten 1 und 2, nämlich den beiden Triaden T_1, F_1, B_1 und T_2, F_2, B_2 sei so zu interpolieren, daß die Zustandsbahn in unserem dreidimensionalen Koordinatensystem zunächst vom ersten Punkte aus auf der Schnittlinie der beiden durch ihn gelegten Flächen gleicher Entropie und Individualität liegt, dann zu der Schnittlinie der beiden durch den zweiten Punkt gelegten entsprechenden Flächen übergeht, um auf

dieser neuen Schnittlinie den zweiten Punkt zu erreichen. Wir wollen die laufenden Werte auf diesen Flächen und auf deren Schnittlinien mit eingeklammerten Marken (1) und (2) bezeichnen.

Tabelle 2.

ξ	($\varrho - \zeta$)	ϱ	($\varrho - \zeta$)	$\varrho_{(Eis)}$	$\varrho_{(Wasser)}$	ϖ	ϖ	ϖ	ϱ	$\frac{1000 \varpi}{- \varrho}$
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0	0.0	0.000	0.0	0.000	0.000	0.0
0.0010	0.0000	0.0010	0.0000	1.8	1.6	0.001	0.6	0.001	0.002	0.0
0.0020	0.0000	0.0020	0.0000	3.6	3.1	0.001	1.2	0.002	0.003	0.0
0.0030	0.0000	0.0030	0.0000	5.3	4.7	0.002	1.9	0.003	0.005	0.0
0.0040	0.0000	0.0040	0.0000	7.1	6.3	0.002	2.5	0.004	0.006	0.0
0.0050	0.0000	0.0050	0.0000	8.9	7.8	0.003	3.1	0.005	0.008	0.0
0.0060	0.0000	0.0060	0.0000	10.7	9.4	0.004	3.7	0.006	0.010	0.0
0.0070	0.0000	0.0070	0.0000	12.5	11.0	0.004	4.3	0.007	0.011	0.0
0.0080	0.0001	0.0080	0.0001	14.2	12.6	0.005	5.0	0.008	0.013	0.1
0.0090	0.0001	0.0090	0.0001	16.0	14.1	0.006	5.6	0.009	0.014	0.1
0.0100	0.0001	0.0100	0.0001	17.8	15.7	0.006	6.2	0.010	0.016	0.1
0.0120	0.0001	0.0120	0.0001	21.4	18.8	0.007	7.4	0.012	0.019	0.1
0.0140	0.0002	0.0140	0.0002	24.9	22.0	0.009	8.6	0.014	0.022	0.2
0.0160	0.0003	0.0160	0.0003	28.5	25.1	0.010	9.9	0.016	0.026	0.3
0.0180	0.0003	0.0180	0.0003	32.0	28.3	0.011	11.1	0.018	0.029	0.3
0.0200	0.0004	0.0200	0.0004	35.6	31.4	0.012	12.3	0.020	0.032	0.4
0.0220	0.0005	0.0220	0.0005	39.2	34.5	0.014	13.5	0.022	0.035	0.5
0.0240	0.0006	0.0240	0.0006	42.7	37.7	0.015	14.8	0.024	0.038	0.6
0.0260	0.0007	0.0260	0.0007	46.3	40.8	0.016	15.9	0.026	0.042	0.7
0.0280	0.0008	0.0280	0.0008	49.8	44.0	0.017	17.2	0.028	0.045	0.8
0.0300	0.0009	0.0300	0.0009	53.4	47.1	0.019	18.3	0.030	0.048	0.9
0.0320	0.0011	0.0320	0.0010	57.0	50.2	0.020	19.6	0.032	0.051	1.0
0.0340	0.0012	0.0340	0.0011	60.5	53.4	0.021	20.8	0.034	0.054	1.1
0.0360	0.0013	0.0360	0.0012	64.1	56.5	0.022	22.0	0.036	0.058	1.2
0.0380	0.0015	0.0380	0.0013	67.6	59.7	0.024	23.1	0.038	0.061	1.4
0.0400	0.0017	0.0400	0.0015	71.2	62.8	0.025	24.4	0.040	0.064	1.5
0.0450	0.0021	0.0450	0.0018	80.1	70.6	0.028	27.3	0.045	0.072	1.9
0.0500	0.0027	0.0500	0.0024	89.0	78.5	0.031	30.2	0.050	0.080	2.4
0.0550	0.0032	0.0550	0.0029	97.9	86.4	0.034	33.2	0.055	0.088	2.9
0.0600	0.0038	0.0600	0.0034	106.8	94.2	0.037	36.1	0.060	0.096	3.4
0.0650	0.0045	0.0650	0.0040	115.7	102.0	0.040	38.9	0.065	0.104	4.0
0.0700	0.0052	0.0700	0.0046	124.6	109.9	0.044	41.8	0.070	0.112	4.6
0.0750	0.0060	0.0750	0.0052	133.5	117.8	0.047	44.7	0.075	0.120	5.2
0.0800	0.0069	0.0800	0.0059	142.4	125.6	0.050	47.5	0.080	0.128	5.9
0.0850	0.0078	0.0850	0.0066	151.3	133.4	0.053	50.3	0.085	0.136	6.7
0.0900	0.0088	0.0900	0.0074	160.2	141.3	0.056	53.0	0.090	0.144	7.4
0.0950	0.0099	0.0950	0.0082	169.1	149.2	0.059	55.9	0.095	0.152	8.2
0.1000	0.0111	0.1000	0.0090	178.0	157.0	0.062	58.6	0.100	0.160	9.1

Das hier betrachtete Stadium des Wasserdampfgehalts der atmosphärischen Luft, in dem sie noch mehr Wasserdampf aufzunehmen vermag, ohne ihn zu

kondensieren, wird Trockenstadium genannt; dabei wird*) die Poissonsche Gleichung bei adiabatischen Vorgängen, also bei unveränderter Entropie, für dieses Stadium in erster Annäherung als gültig bezeichnet. In der Tat trifft dies bei Benutzung der gebräuchlichen Zahlenwerte für die Konstanten sogar mit voller Strenge zu, wie sich folgendermaßen leicht zeigen läßt.

Die spezifische Wärme bei konstantem Druck für trockene Luft, für reinen Wasserdampf und für eine Mischung aus diesen beiden, die feuchte Luft, sei mit c_l , c_w , c_m bezeichnet. Entsprechend seien auch die dazu gehörigen Werte der Gaskonstante R_l , R_w , R_m genannt. Dann hat man die strenge Formel:

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{B_0}{B}\right)^{\frac{A R_m}{c_m}} = \left(\frac{B}{B_0}\right)^A \frac{(1-q) R_l + q R_w}{(1-q) c_l + q c_w}.$$

Hierin bezeichnet $q = \mathfrak{R}/1000$ das Gewichts- oder Massenverhältnis zwischen dem Wasserdampf und der feuchten Luft, welches man auch — neben dem 1000fachen seines Betrages — spezifische Feuchte nennt. Ist nun $R_w - R_l = \mathcal{A} R$, $c_w - c_l = \mathcal{A} c$, so hat man

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{B}{B_0}\right)^A \frac{R_l + q \mathcal{A} R}{c_l + q \mathcal{A} c}.$$

Da $\mathcal{A} R = 0.605 R_l = \frac{3}{5} R_l$, $\mathcal{A} c = 0.142 = \frac{1}{7}$, so findet sich endlich

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{B}{B_0}\right)^{A R_l} \frac{1 + \frac{3}{5} q}{c_l + \frac{1}{7} q}.$$

Da $c_l = 0.2375$ oder $7 c_l = 1.6625 = \frac{5}{3}$ und also $\frac{3}{5} c_l = \frac{1}{7}$, so hat man nicht nur für $q = 0$, sondern auch bei beliebiger Feuchtigkeit bis zur Sättigung

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{B}{B_0}\right)^{\frac{A R_l}{c_l}}.$$

Demnach kann man die Poissonsche Gleichung, solange es nicht zur Kondensation kommt, unabhängig vom Feuchtigkeitsgrade anwenden. Im folgenden werden wir daher unter dieser stillschweigenden Voraussetzung die Gleichung als unbeschränkt gültig ansehen. Die Konstanten dieser Formel lauten nach Exner $A R_l = 0.0685$ und $c_l = 0.2375$. Somit wird der Exponent gleich 0.288. Nun ist $0.286 = \frac{2}{7}$; wegen der Ungenauigkeit der benutzten Zahlenwerte kann man also die Poissonsche Gleichung ohne Bedenken in folgender Form schreiben, die sich übrigens auch mit Benutzung des Wertes $\varkappa = 1,400$ ergibt, wenn man statt des Ausdruckes $A R_l/c_l$ den gleichwertigen Ausdruck $(\varkappa - 1)/\varkappa$ wählt:

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{B}{B_0}\right)^{\frac{2}{7}}.$$

*) Z. B. Exner: Dynamische Meteorologie, S. 14.

Die Bedingung für gleiche Entropie lautet dann:

$$\frac{B_{(1)}^2}{T_{(1)}^7} = \frac{B_1^2}{T_1^7} \text{ und } \frac{B_{(2)}^2}{T_{(2)}^7} = \frac{B_2^2}{T_2^7} \dots \dots \dots (1)$$

Zufolge der bekannten Definition der relativen Feuchte $F = 100 e/E$, und wenn als Individualität $\mathfrak{J} = e/B$ genommen wird, lautet ferner die Bedingung für gleiche Individualität:

$$\frac{B_{(1)}}{E_{(1)} F_{(1)}} = \frac{B_1}{E_1 F_1} \text{ und } \frac{B_{(2)}}{E_{(2)} F_{(2)}} = \frac{B_2}{E_2 F_2} \dots \dots \dots (2)$$

Da die aerologischen Aufstiege mit Vorliebe zeichnerisch ausgewertet werden, wollen wir die hier zu verwendenden Koordinatensysteme so wählen, daß die zu zeichnenden Schnittlinien gerade werden, die Flächen also am einfachsten eben. Hierzu setzen wir

$$\left. \begin{aligned} x_T &= \log 273 - \log T; & y &= \log 100 - \log F \\ x_E &= \log E_0 - \log E = -\frac{tu}{t+v}; & z &= \log 1000 - \log B \end{aligned} \right\} (3)$$

Dann lauten die Gleichungen der vier Flächen statt (1) und (2)

Für gleiche Entropie:

$$z_{(1)} - \frac{7}{2} x_{T(1)} = z_1 - \frac{7}{2} x_{T1} \quad \text{und} \quad z_{(2)} - \frac{7}{2} x_{T(2)} = z_2 - \frac{7}{2} x_{T2} \dots (4)$$

Für gleiche Individualität:

$$z_{(1)} - x_{E(1)} - y_{(1)} = z_1 - x_{E1} - y_1 \text{ und } z_{(2)} - x_{E(2)} - y_{(2)} = z_2 - x_{E2} - y_2 (5)$$

Einen Überblick über die hier und später benutzten Temperaturfunktionen x_T , x_E , x_F , x_D sowie D'_E gewährt die Zusammenstellung Tabelle 4.

Die Formeln (4) sind lineare Gleichungen zwischen den beiden Veränderlichen z und x_T , so daß man in der Lage ist, hiernach ohne Rücksicht auf die Feuchte die zu beliebigen Temperaturwerten gehörigen Luftdruckwerte leicht zu ermitteln. Als Linien in zweidimensionaler Form betrachtet, stellen sie die sogenannten Adiabaten durch die gegebenen Punkte T_1, B_1 und T_2, B_2 dar. In dreidimensionaler Betrachtungsweise sind es zylindrische, und zwar nach der Wahl des Koordinatensystems mit x_T ebene Flächen, senkrecht zu den Ebenen gleicher relativer Feuchte. Wie aus den Ausführungen über die Poissonsche Gleichung hervorgeht, kann diese Stellung für das ganze sogenannte Trockenstadium angenommen werden.

Die Zustandswege sollen nun nicht nur auf den Flächen (4), sondern zugleich auf den durch die Formel (5) bestimmten Flächen liegen, die in dem anderen, durch x_E charakterisierten Koordinatensystem Ebenen sind. Aus den Gleichungen (4) und (5) können wir die z -Koordinate beseitigen: durch Subtraktion ergibt sich statt der Formel (5) ohne den Luftdruck

$$\left. \begin{aligned} y_{(1)} - y_1 &= \frac{7}{2} (x_{T(1)} - x_{T1}) - (x_{E(1)} - x_{E1}) \\ y_{(2)} - y_2 &= \frac{7}{2} (x_{T(2)} - x_{T2}) - (x_{E(2)} - x_{E2}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

Zur Abkürzung setzen wir:

$$\left. \begin{aligned} x_{F(1)} &= \frac{2}{7} x_{E(1)} - x_{T(1)} & x_{F1} &= \frac{2}{7} x_{E1} - x_{T1} \\ x_{F(2)} &= \frac{2}{7} x_{E(2)} - x_{T(2)} & x_{F2} &= \frac{2}{7} x_{E2} - x_{T2} \end{aligned} \right\} \dots \dots (7)$$

Hiermit und nach (4) erhalten wir dann die beiden folgenden Formelpaare:

$$y_{(1)} - y_1 = -\frac{7}{2} (x_{F(1)} - x_{F1}) \quad y_{(2)} - y_2 = -\frac{7}{2} (x_{F(2)} - x_{F(2)}) \dots (8)$$

$$z_{(1)} - z_1 = \frac{7}{2} (x_{T(1)} - x_{T1}) \quad z_{(2)} - z_2 = \frac{7}{2} (x_{T(2)} - x_{T2}) \dots \dots (9)$$

Diese beiden Formelpaare geben in geradliniger Form die Schnittlinien der beiden durch den Punkt 1 gelegten Flächen gleicher Entropie und Individualität und der beiden entsprechenden Flächen durch den Punkt 2. Auf diesen beiden Schnittlinien müssen sich die Beobachtungselemente der den Punkten 1 und 2 zugehörigen Luftmassen bewegen, solange diese Luftmassen weder ihren Wasserdampfgehalt noch ihren Wärmehalt gegen den Augenblick der Beobachtung geändert haben.

Für die Praxis habe ich nach diesen Formeln Zeichenblätter entworfen.

Auf jedem Blatte sind Leitlinien gezogen, und man hat einfach parallel zu diesen durch die betreffenden Beobachtungspunkte die den Formelpaaren (8) und (9) entsprechenden Striche zu ziehen.

Bei diesen Formeln ist vorausgesetzt, daß der Übergang von der Linie durch den Punkt 1 zu der Linie durch den Punkt 2 auf einmal erfolge. Nun ist es aber natürlich sehr wohl möglich, daß im einzelnen Falle Grund zu der Annahme vorliegt, daß sich der Übergang in mehreren Stufen vollzogen habe. Auch in solchen Fällen wären die entworfenen Eintrageblätter ohne weiteres brauchbar.

Bei der Überbrückung des eigentlich dreidimensionalen Zwischenraumes zwischen den Schnittlinien, wie er also nun auf den zwei Blättern in zweidimensionaler Darstellung erscheint, wird zunächst die Lage und sodann die Richtung zu bestimmen sein, in der die Brücke gelegt werden soll. Was die Lage betrifft, so sind hier neben häufig einzuschaltenden Pilotballonmessungen in erster Linie meteorologische Bodenbeobachtungen dazu geeignet, einen Anhalt für das Eintreten der in der Höhe vorgegangenen Änderungen und für die Änderungsgeschwindigkeit zu geben. Dabei kommen nicht nur die Aufzeichnungen dauernd schreibender Registrierapparate der drei hier behandelten Beobachtungselemente sowie der Luftströmungen in Frage, sondern Beobachtungen aller atmosphärischen Vorgänge, namentlich über Wolken und Niederschlag. Hierbei sei ausdrücklich an die noch immer nur wenig gepflegten photometrischen und Polarisationsbeobachtungen erinnert. Mit der zunehmenden Dichte des Luftverkehrs werden sich diese verschiedenartigen Mittel zur frühzeitigen Erkennung aerologischer Umwälzungen wohl von selbst immer mehr aufdrängen und so den Nachteil der weiten Maschen des aerologischen Beobachtungsnetzes zu verringern helfen.

Mit diesen oder anderen Hilfsmitteln wird der erfahrene Aerologe imstande sein, in einem der beiden Eintrageblätter auf der Geraden zwischen den beiden Beobachtungspunkten 1 und 2 den Punkt anzumerken, wo sie von der ebenfalls

geradlinig anzunehmenden Übergangsbrücke zwischen den parallelen Schnittlinien gekreuzt wird.

Sodann ist die Richtung zu bestimmen, in der die Brücke zu führen ist.

Liegt kein Anlaß vor, eines der drei Beobachtungselemente bei dem Übergang zwischen zwei Schnittlinien als konstant zu betrachten, so wird die Luftdichte einen Anhalt für die Brückenrichtung zu geben geeignet sein. Je nachdem man aus den anderweitigen meteorologischen Feststellungen auf einen ruhigen oder auf einen mit Dichteänderung verbundenen Übergang schließen kann, wird man nämlich den Übergang in die Richtung einer Fläche gleicher Dichte oder senkrecht dazu verlegen.

Zu diesem Zwecke habe ich auf den vier Eintrageblättern für den Luftdruck die Linien gleicher Luftdichte von 100 zu 100 g aufs Kubikmeter eingetragen. Die Formel für die von dem Dampfdruck e abhängige Luftdichte lautet (vgl. S. 299):

$$D_e = 1276 \cdot \frac{273}{T} \cdot \frac{B - 0.377 e}{1000}.$$

Zur leichteren Behandlung zerlegen wir diesen Wert in zwei Einzelbeträge, deren einer für ganz trockene Luft, $e = 0$, $F = 0$, gilt, und deren anderer die Verbesserung angibt, die erforderlich ist, um den tatsächlichen Dampfdruck e zu berücksichtigen. Man hat dann also:

$$D_e = D_0 + D'_e,$$

wobei nun

$$D_0 = 1276 \cdot \frac{273}{T} \cdot \frac{B}{1000} \quad \text{und} \quad D'_e = -1276 \cdot \frac{273}{T} \cdot \frac{0.377 e}{1000};$$

B und e sind hierin in mbar auszudrücken. Da nun $e = E \cdot F/100$, so wird

$$D'_e = -1.276 \cdot \frac{273}{T} \cdot 0.377 E \cdot \frac{F}{100}.$$

Setzen wir nun

$$D'_E = -1.276 \cdot \frac{273}{T} \cdot 0.377 E,$$

so wird D'_E eine reine Temperaturfunktion. Von den beiden Bestandteilen D_0 und D'_e ist jede nur von zwei Beobachtungselementen abhängig, und man hat zur Berechnung von D_e die Formel:

$$D_e = 3.48 \frac{B}{T} + \frac{F}{100} \cdot D'_E(T).$$

In logarithmischer Form wird also:

$$\begin{aligned} \log D_0 &= \log 1.276 + x_T - z, \\ \log (-D'_E) &= x_T - x_E + w + \log 1.276 + \log 0.377. \end{aligned}$$

Denn wir hatten gesetzt:

$$\log 273 - \log T = x_T; \quad \log 1000 - \log B = z; \quad w - \log E = x_E.$$

Hieraus ist ersichtlich, daß die Isoplethen für D_0 in einem von x_T abhängigen Koordinatensystem mit z als Ordinate parallele Gerade werden. Ich habe sie als solche auf die vier Eintrageblätter für den Druck gezeichnet, die dasselbe Koordinatensystem aufweisen. Was die Größe D'_E betrifft, so ist diese, da sie zur geradlinigen Darstellung eine Veränderliche $x_D = x_E - x_T$, also ein anderes System erforderte, hier in Form von etwas gekrümmten Linien mit dazu eingetragen worden. Sie wird bei den Temperaturen von 10 bis 20° unter dem Gefrierpunkt immer unmerklicher, erreicht aber bei Temperaturwerten von mehr als 20° über Null ziemlich starke Beträge, auf den beiden untersten Eintrageblättern dementsprechend eine recht beträchtliche Neigung gegen die dazu gehörigen Geraden für D_0 . Zwischen ihnen kann man die jedesmal in Frage kommende Neigung ohne Mühe nach den Beobachtungswerten F_1 und F_2 schätzen.

Mit Hilfe dieser Dichtelinien ist es hiernach ein leichtes, in der angegebenen Weise die Brücke zwischen den fraglichen Schnitlinien — je nachdem der Sprung ohne oder mit Dichteänderung erfolgt, in die Richtung der am betreffenden Eintrageort befindlichen Dichtelinien oder senkrecht zu ihnen — hinzulegen.

Wir haben hiermit gezeigt, wie die Bahn der Zustandsveränderung zwischen zwei einander entsprechenden markanten Punkten benachbarter aerologischer Aufstiege ermittelt werden kann, und haben damit unsere zunächst vorgesezte Aufgabe erledigt. Handelt es sich um eine größere Reihe aufeinanderfolgender Interpolationen, die sich auf einen und denselben wiederholt gemessenen markanten Punkt beziehen, so können die vielen Parallellinien, die zum Teil sehr eng nebeneinander liegen werden, wenn nämlich die Entropie oder die Eigenheit nahezu unverändert geblieben sind, leicht zu unübersichtlicher Darstellung und Verwechslung führen. Es wird daher in solchen Fällen der Wunsch bestehen, insbesondere, wenn eine Darstellung nach der Zeit oder einer räumlichen Erstreckung und damit die Einführung einer neuen Dimension oder sogar mehrerer in Frage kommt, ein einfacheres und übersichtlicheres Verfahren zu finden. In demselben Sinne möchte auch die Überlegung wirken, daß es vielleicht wichtiger wäre, den Verlauf der Entropie oder des Wasserdampfgehalts, den wir als charakteristische Eigenheit jeder Luftmasse betrachten müssen, zu verfolgen, als die einzelnen drei Beobachtungselemente. Hiermit würde nämlich zugleich die Anzahl der zu verfolgenden Größen wenigstens um eine vermindert, so daß für die Darstellung zeitlicher oder räumlicher Koordinaten eine oder zwei Dimensionen frei würden.

Dies weiter auszuführen, ist der Platz nicht frei; so Viele drängt es, hier den Jubilar zu ehren. Er nimmt, so hoffe ich, auch dieses Bruchstück als Zeichen der Verehrung freundlich auf. Denn, wie ich glaube, wird es der Bedeutende mit Freuden stets als seine Pflicht empfinden, selbst Unbedeutendes zu prüfen, seinen Sinn zu suchen, die Begriffe zu begreifen und das schätzenswerte Neue, wie wenig es auch sei, nicht nur zu nützen, auch zu schätzen und zu schützen.
