

Werk

Jahr: 1930

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:6

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN101433392X_0006

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0006

LOG Id: LOG_0081

LOG Titel: Die Wärmeumsatz durch die Wärmestrahlung des Wasserdampfes in der Atmosphäre

LOG Typ: article

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN101433392X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Der Wärmeumsatz durch die Wärmestrahlung des Wasserdampfes in der Atmosphäre

Von Dr. F. Albrecht, Potsdam — (Mit 6 Abbildungen)

Der Absorptionskoeffizient von Wasserdampf und feuchter Luft. Theorie der Absorption des Wasserdampfes in der freien Atmosphäre. Numerische Berechnung des Strahlungshaushaltes der Atmosphäre im Langwelligen an einem Sommertage. Folgerungen.

Über den Strahlungshaushalt der Atmosphäre im langwelligen Gebiet von 4 bis 50μ sind zahlreiche theoretische Untersuchungen durchgeführt worden. Hier sei nur als eine der wichtigsten und bekanntesten Arbeiten die Emdensche Theorie der Stratosphäre genannt¹⁾. In neuester Zeit haben Simpson²⁾ und Mügge³⁾ auf diesem Gebiete gearbeitet. Alle bisherigen Arbeiten machen mehr oder weniger allgemeine Annahmen über die selektive Absorption des Wasserdampfes in der Atmosphäre und verzichten damit von vornherein auf eine eingehendere Darstellung der bei der Wärmeabsorption stattfindenden Vorgänge. Lediglich Falkenberg und Stöcker⁴⁾ wiesen vor einigen Jahren auf die Wichtigkeit der Berücksichtigung der selektiven Absorption hin und Dubois⁵⁾ brachte sie in Verbindung mit der Intensität der Ausstrahlung in verschiedenen Richtungen.

In der vorliegenden Arbeit wird nun versucht, die bei der Absorption der langwelligen Wärmestrahlung in der Atmosphäre auftretenden Vorgänge im einzelnen zu erfassen, mit dem Ziele, den Wärmehaushalt einzelner Atmosphärenschichten später einmal berechnen zu können. In dieser Arbeit wird der Einfachheit halber nur eine Wolken- und staubfreie Atmosphäre behandelt, deren Temperatur und Wasserdampfgehalt in verschiedenen Höhen gegeben ist. Ferner wird als absorbierendes und strahlendes Medium lediglich der Wasserdampf angesehen, da die Strahlung der Luftmoleküle im Langwelligen höchstwahrscheinlich außerordentlich klein ist. Von den gasförmigen Beimengungen der Atmosphäre hat noch die Kohlensäure ein erhebliches Strahlungsvermögen, das sich bei den Laboratoriumsuntersuchungen als Fehlerquelle sehr störend bemerkbar machte. Ihre Wirkung kann aber hier vernachlässigt werden, da ihr Vorkommen in nennenswerten Mengen sich auf die bodennahen Luftschichten beschränkt. Nicht berücksichtigt wird in dieser Arbeit auch die Wirkung der Ozonschicht, über deren Absorptionsvermögen im Langwelligen ohnehin wenig Laboratoriumsmessungen und gar keine atmosphärische Strahlungsuntersuchungen vorliegen. Es ist nach den Ergebnissen dieser Arbeit zu erwarten, daß die Ozonschicht für die Strahlungsverhältnisse in großen Höhen eine erhebliche Bedeutung hat, während sie den Strahlungshaushalt an der Erdoberfläche verhältnismäßig nur wenig beeinflussen wird.

Das Absorptionsspektrum des Wasserdampfes im langwelligen Gebiet ist durch die Arbeiten von Paschen⁶⁾, Rubens und Aschkinass⁷⁾ und Hettner⁸⁾ sehr gut bekannt. Diese Messungen wurden aber fast ausschließlich in Wasserdampf über 100° meist ohne Luftbeimengung vorgenommen. Über die Absorptionseigenschaften von atmosphärischer feuchter Luft liegen lediglich Untersuchungen von Fowle⁹⁾ in bis 250 m langen Röhren vor. Diese reichen wegen der von Fowle verwendeten Steinsalzoptik leider nur bis 13,5 μ , während die Absorption des Wasserdampfes von dort an nach den längeren Wellen noch ganz erheblich zunimmt. Fig. 1 zeigt die Absorptionskurven von Hettner und Fowle. Berechnet man aus diesen Kurven des Absorptionsvermögens α_λ den Absorptionskoeffizienten k_λ nach der Formel $k_\lambda = -\ln(1 - \alpha_\lambda)$, so ergibt sich, daß die Fowleschen Messungen für verschiedenen Wassergehalt der von ihm untersuchten atmosphärischen Luft untereinander zwar befriedigend übereinstimmen, daß sie aber wesentlich geringere Absorptionswerte ergeben als sie Hettner in reinem Wasserdampf

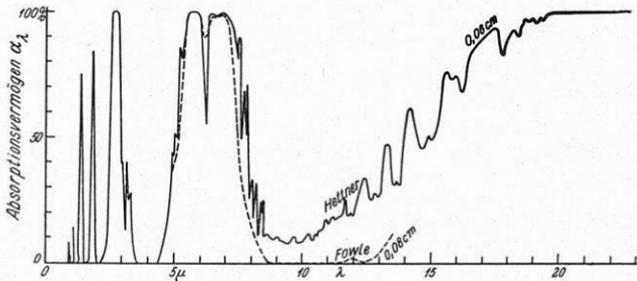


Fig. 1. Absorptionsvermögen einer 0,06 cm Wasser enthaltenden Wasserdampfschicht nach Hettner und einer 0,08 cm enthaltenden Luftsicht nach Fowle.

über 100° erhielt. Besonders deutlich zeigt sich dies in dem Gebiete des Minimums von 9 bis 12 μ , wo Hettner etwa 8% Absorption erhält, während Fowle ein Absorptionsvermögen feuchter Luft nicht mehr feststellen konnte. Es ist nun anzunehmen, daß die Absorption feuchter Luft in diesem Wellenlängengebiet nicht völlig Null wird, sondern lediglich mit der vorhandenen Meßgenauigkeit der Fowleschen Apparatur nicht mehr feststellbar war. Es muß also versucht werden, die Hettnersche Kurve auf die Fowlesche zu reduzieren. Für die größeren Wellenlängen ist dies wegen der beschränkten Ausdehnung des von Fowle gemessenen Gebietes ohnehin erforderlich. Das Reduzieren wird dadurch sehr erleichtert, daß bereits Fowle seine Messungen mit den Paschenschen Absorptionskurven reinen Wasserdampfes über 100° nebeneinander gestellt hat. Von Fowle und Paschen ist sowohl das Gebiet von 5 bis 8 μ mit großen Absorptionskoeffizienten als auch das von 8 bis 13 μ mit kleinem gemessen worden. Trägt man nun die logarithmischen Absorptionskoeffizienten von Fowle in Abhängigkeit von den bei gleicher Wellenlänge und gleicher Dicke der Absorptionsschicht von Paschen gemessenen auf, so zeigt sich der in Fig. 2 dargestellte nahezu

lineare Zusammenhang beider Absorptionen für die größeren Werte von k_λ . Für die kleineren Werte von k_λ ist die Kurve des Zusammenhanges darunter noch einmal in größerem Maßstabe dargestellt. Sie kann auch in diesem Falle durch

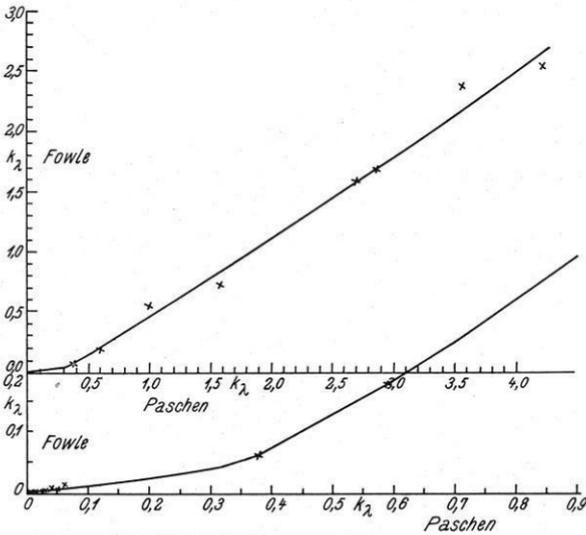


Fig. 2. Logarithmischer Absorptionskoeffizient k_λ von 0.04 cm Wasser in Form von feuchter Luft (Fowle) und von Wasserdampf (Paschen).

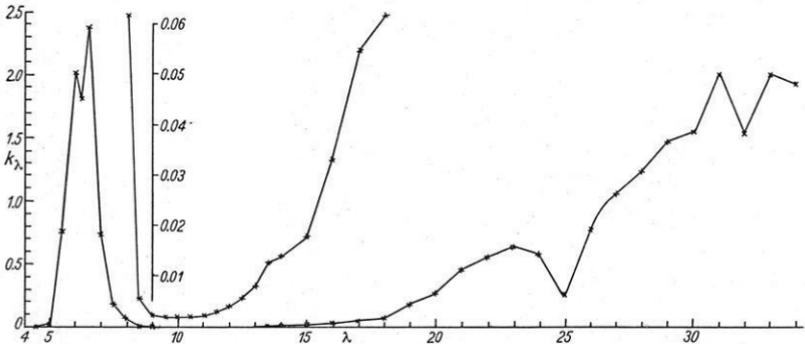


Fig. 3. Berechneter logarithmischer Absorptionskoeffizient k_λ von 0.01 cm Wasser in Form von feuchter Luft.

eine nun allerdings sehr schwach geneigte Gerade angenähert werden. Reduziert man nach diesem zunächst rein äußerlichen Zusammenhange die Hettnersche Kurve auf die Fowlesche, so ergibt sich tatsächlich ein zwar nur sehr kleines aber doch vorhandenes Absorptionsvermögen in dem Gebiet von 9 bis 12 μ

und eine Ableitung für die Fowlesche Kurve aus der Hettnerschen auch für die Wellenlängen $> 13.5 \mu$.

Die auf diese Weise erhaltene Kurve des logarithmischen Absorptionskoeffizienten ist in Fig. 3 wiedergegeben. Von den bisher durchgeführten Annäherungen unterscheidet sie sich dadurch, daß das Absorptionsvermögen zwischen 5.5 und 7μ und 20 und 34μ zwar groß, aber keineswegs unendlich groß und zwischen 9 und 11.5μ zwar klein, aber nicht Null ist. Bei der hier verlangten Genauigkeit der Rechnung ist es noch erforderlich, auf einige Besonderheiten des Absorptionsvermögens in Gasen zu achten. Zunächst ist durch die Arbeiten von Eva von Bahr¹⁰⁾ eine Luftdruck- und auch eine Temperaturabhängigkeit festgestellt worden. Die Luftdruckabhängigkeit ist für Wasserdampf in der Absorptionsbande von 2.7μ experimentell untersucht worden. Es ergab sich dabei ein Zusammenhang nach der Tabelle 1.

Tabelle 1

Luftdruck	Absorption einer Wasserdampfschicht	Luftdruck	Absorption einer Wasserdampfschicht
105 mm.	4.6%	405 mm	8.5%
235	7.2	570	10.6
370	8.6	755	12.0

Die Temperaturabhängigkeit der Absorption ist für Wasser nicht genau genug bestimmt, anscheinend auch etwas kleiner, so daß für sie Korrekturen in dieser Arbeit nicht angebracht werden können. Es muß aus diesem Grunde auch die Frage offen bleiben, ob der Unterschied der Hettnerschen und Fowleschen Messungen etwa durch den Temperaturunterschied des absorbierenden Wasserdampfes zu erklären ist. Für das Absorptionsvermögen wurde ferner sowohl bei Hettner wie bei Fowle in dem uns hier interessierenden Wellenlängengebiet von 4 bis 34μ die angenäherte Gültigkeit des Beerschen Gesetzes festgestellt. Das Wasserdampfspektrum erweist sich also in diesem Gebiete als ein tatsächliches Bandenspektrum mit einem Untergrund kontinuierlicher Absorption, auf den die einzelnen Banden aufgesetzt erscheinen, und die Gebiete mittlerer Absorption sind nicht etwa durch Häufung einzelner Spektrallinien, die von dem Meßgerät nicht mehr getrennt werden können, vorgetäuscht.

Theorie der Absorption des Wasserdampfes in der freien Atmosphäre. Die theoretische Ermittlung des Strahlungshaushaltes der einzelnen Schichten der Atmosphäre im langwelligen Gebiet ist auch bei reiner Luft, in der nur der Wasserdampf absorbiert, nur dann möglich, wenn sich einfache Beziehungen zwischen dem Wassergehalt der Atmosphäre und ihrem Strahlungsvermögen in den einzelnen Wellenlängen finden lassen. Die Berechnung des Strahlungsvermögens des schwarzen Körpers hat hierbei nach der Planckschen Formel zu geschehen. Es ist:

$$J_{\lambda} d\lambda = \frac{5.76 \cdot 10^{-6}}{\lambda^5} \cdot \frac{\Delta\lambda}{e^{\frac{1.436}{\lambda \cdot T}} - 1} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \text{ sec}} \dots \dots \dots (1)$$

wobei für die Temperaturen die in den einzelnen Höhengschichten gemessenen Lufttemperaturen einzusetzen sind.

Die so berechneten Strahlungsintensitäten müssen nun in Beziehung gesetzt werden zu dem die Strahlungsemission und Absorption verursachenden Wassergehalt der Atmosphäre zwischen der jeweils betrachteten Höhe und der Erdoberfläche. Die graphische Darstellung dieses Zusammenhanges ergibt dann in weiten Höhengebieten eine lineare Abhängigkeit der Strahlung von der Mächtigkeit der Wassersäule. Für das berechnete Beispiel zeigt die Fig. 4 einige solcher Kurven. Bezeichnet man also die Intensität der schwarzen Strahlung in einer bestimmten jeweils betrachteten Höhengschicht mit $J_{0\lambda} d\lambda$, so besteht bis zum nächsten Knickpunkt der Strahlungs-Wassersäulenkurve mit der Intensität $J_{\lambda} d\lambda$ die Beziehung:

$$J_{\lambda}^1 = J_{0\lambda} \pm \left(\frac{dJ}{dm} \right)_0 m \dots \dots \dots (2)$$

wobei m die Wassersäule zwischen den betrachteten Schichten ist. Für die Strecke zwischen den ersten Knickpunkt und dem zweiten gilt ebenso:

$$J_{\lambda}^2 = J_{\lambda}^1 \pm \left(\frac{dJ}{dm} \right)_1 m \dots \dots \dots (2a)$$

und so fort.

Aus diesem Beispiel ergibt sich, daß zur Berechnung der Strahlungsaufnahme einer dünnen Atmosphärenschicht von den übrigen Schichten der Atmosphäre die Luft in einige wenige Schichten erheblicher Mächtigkeit geteilt werden kann, innerhalb deren die Strahlung aus einem konstanten und einem linear mit der Wassermasse zwischen der Strahlung aufnehmenden und der Strahlung abgebenden Luftschicht sich änderndem Gliede betrachtet werden kann. Für derartige Verhältnisse sind bereits von Emden im Eingang seiner erwähnten fundamentalen Arbeit die theoretischen Rechnungen durchgeführt worden, die hier kurz wiederholt seien. Gegeben sei eine dünne Gasschicht im Abstände Z von einer schwarz strahlenden Fläche. Der Zylinder vom Querschnitt 1 cm^2 enthalte die Masse M , dann fällt auf die Fläche f aus allen Richtungen ϑ eine von der schwarzen Fläche ausgehende durch die zwischenliegende Gasmasse geschwächte Strahlung, von welcher in der dünnen Gasschicht der Dicke Δm der Bruchteil $k_{\lambda} \cdot \Delta m$ absorbiert wird. Die Größe der absorbierten Strahlung ist dann nach Emden Gleichung (19 E):

$$\left. \begin{aligned} \Delta S_{\lambda} d\lambda &= k_{\lambda} \Delta m \cdot f \cdot 2\pi J_{\lambda} d\lambda \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \vartheta e^{-\frac{k_{\lambda} M}{\cos \vartheta}} d\vartheta \\ &= 2\pi \cdot k_{\lambda} \Delta m \cdot f \cdot J_{\lambda} d\lambda \left[e^{-\beta} - \beta \int_{\beta}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots (19 E)$$

Hierin ist $\beta = k_\lambda M$ gesetzt worden. Die Funktion $\int_{\beta}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx$ ist in Jahnke und Emde Funktionentafeln 1909 unter $-Ei(-x)$ auf S. 21 tabuliert.

Berücksichtigt man die Tatsache, daß auch die Luft selbst zwischen der Erdoberfläche und der betrachteten Schicht infolge ihres Wassergehaltes ein Strahlungsvermögen hat, so folgt nach Emden für die mit der Temperatur der schwarzen Fläche strahlenden Luft die Gleichung:

$$\left. \begin{aligned} (\mathcal{A} S_\lambda d\lambda) &= f \cdot 2\pi \cdot J_\lambda \cdot d\lambda \cdot k_\lambda \int_0^M dm \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \vartheta e^{-\frac{k_\lambda m}{\cos \vartheta}} d\vartheta \\ &= f \cdot \pi \cdot J d\lambda \left[1 - e^{-\beta} + \beta \int_{\beta}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \right] \end{aligned} \right\} \dots (20 E)$$

Ändert sich gleichzeitig die Strahlung J_λ linear mit der wirksamen Wassersäule m über oder unter der betrachteten Schicht nach der Formel:

$$J_\lambda = J_\lambda + J_\lambda \cdot k_\lambda m \dots \dots \dots (22 E)$$

so gilt für den zweiten Teil des Integrals:

$$\left. \begin{aligned} (\mathcal{A} S_\lambda d\lambda) &= f \cdot 2\pi \cdot k_\lambda \cdot \mathcal{A} m J_\lambda d\lambda \int_0^M k_\lambda m dm \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin \vartheta}{\cos \vartheta} e^{-\frac{k_\lambda m}{\cos \vartheta}} d\vartheta \\ &= f \cdot \pi \cdot k_\lambda \cdot \mathcal{A} m J_\lambda d\lambda \left[1 - e^{-\beta}(1 + \beta) + \beta^2 \int_{\beta}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \right] \end{aligned} \right\} \dots (23 E)$$

In dem vorliegenden Falle ist an Stelle der Emdenschen Gleichung (22 E) für die Strahlung $J_{\lambda}^{\frac{M_{n+1}}{M_n}}$ zwischen dem n -ten und $(n + 1)$ -ten Knickpunkte der Strahlungswassermassen-Kurve nach Fig. 4 die Gleichung zu schreiben:

$$\frac{J_\lambda^{\frac{M_{n+1}}{M_n}}}{M_n} = J_\lambda + J'_\lambda = J_\lambda + \left(\frac{dJ}{dm}\right)_n (m - M_n) \dots \dots \dots (3)$$

Hierin bedeutet M_n bzw. M_{n+1} die Wassersäule zwischen der absorbierenden Schicht und der Schicht des n -ten bzw. des $(n + 1)$ -ten Knickpunktes der Kurven der Fig. 4, m (definiert nach der Ungleichung $M_{n+1} > m > M_n$) die Wassersäule zwischen einer ins Auge gefaßten strahlenden Schicht und der absorbierenden Schicht, $(dJ/dm)_n$ die Änderung der Strahlung mit der Höhe zwischen den Knickpunkten M_n und M_{n+1} und $J_{n\lambda}$ die Strahlung einer schwarzen Fläche im n -ten Knickpunkte. Hieraus folgt in derselben Weise wie bei Emden für die Wärme-

aufnahme einer dünnen Wasserdampfschicht Δm zwischen dem n -ten und $(n + 1)$ -ten Knickpunkt durch die Strahlung:

$$\left. \begin{aligned} (\Delta S_\lambda \cdot d\lambda)_n^{n+1} = f \cdot 2\pi \cdot d\lambda \cdot k_\lambda \cdot \Delta m \left\{ [J_{n\lambda} - \left(\frac{dJ}{dm}\right)_n M_n] \left[\beta_{n+1} \int_{\beta_{n+1}}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \right. \right. \\ \left. \left. - \beta_n \int_{\beta_n}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx + e^{-\beta_n} - e^{-\beta_{n+1}} \right] + \frac{1}{2k_\lambda} \left(\frac{dJ}{dm}\right)_n \left[\beta_{n+1}^2 \int_{\beta_{n+1}}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \right. \right. \\ \left. \left. - \beta_n^2 \int_{\beta_n}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx + e^{-\beta_n}(\beta_n + 1) - e^{-\beta_{n+1}}(\beta_{n+1} + 1) \right] \right\} \cdot \cdot \quad (4) \end{aligned} \right\}$$

Der zweite Teil dieser Gleichung geht für $M_n = 0$ über in die Emdensche Gleichung (23 E). Die Summierung über alle von der betrachteten Schicht aus

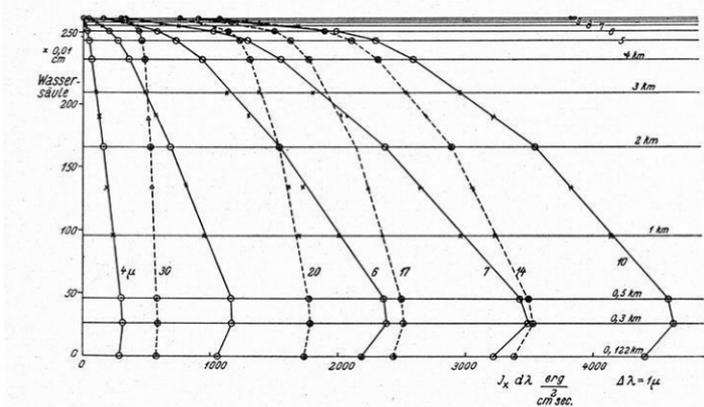


Fig. 4. Strahlung des schwarzen Körpers nach der Planckschen Formel für einen Wellenlängenbereich von 1μ in Abhängigkeit von der Höhe und dem Wassergehalt der Luft zwischen Erdboden und der betrachteten Höhe.

nach oben und unten gezählten Wasserschichten mit jeweils gleichem $(dJ/dm)_n$ ergibt dann die aus der wasserhaltigen Luft von der betrachteten sehr dünnen Absorptionsschicht Δm aufgenommene Wärmemenge. Zu dieser Wärmemenge muß noch die hinzugefügt werden, die nach Gleichung (19 E) aus der Strahlung der Erdoberfläche von der Schicht aufgenommen wird. Zur Berechnung der Wärmebilanz der Absorptionsschicht muß noch ihre Ausstrahlung bestimmt werden. Diese ist nach Emden (14 E):

$$(J_\lambda d\lambda)_A = f \cdot 2\pi J_\lambda d\lambda \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - e^{-\frac{k_\lambda M}{\cos \vartheta}}\right) \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta \cdot \cdot \cdot \quad (14 E)$$

Diese Gleichung geht für eine hinreichend dünne Gasschicht über in:

$$(\mathcal{A} J_{\lambda} \cdot d\lambda)_A = f \cdot 2\pi \cdot J_{\lambda} d\lambda k_{\lambda} \mathcal{A} m \dots \dots \dots (16 E)$$

Die Gleichung der Wärmebilanz der sehr dünnen Gasschicht lautet dann:

$$\mathcal{A} J_{\lambda} d\lambda = -2(\mathcal{A} J_{\lambda} \cdot d\lambda)_A + \sum_0^{N'} (\mathcal{A} S_{\lambda} d\lambda)_{n'} + \sum_0^N (\mathcal{A} S_{\lambda} d\lambda)_n + (\mathcal{A} S d\lambda)_E \quad (\ddot{5})$$

Hierin bedeutet N' bzw. N die Gesamtzahl der von der betrachteten Schicht nach oben und unten gezählten Knickpunkte.

Außer der Berechnung des Strahlungshaushaltes einzelner dünner Schichten der Atmosphäre ist noch die Feststellung der Gegenstrahlung der Atmosphäre und der effektiven Ausstrahlung des Systems Erdoberfläche—Luft in den Weltraum von großer Bedeutung. Hierfür gibt die Gleichung (20 E) die aus der Luftmasse $o - M$ gleicher Temperatur auf die schwarze Fläche auffallende Strahlung an zu:

$$\left. \begin{aligned} (\mathcal{A} S_{\lambda} d\lambda)_g &= f \cdot 2\pi \cdot J_{\lambda} d\lambda k_{\lambda} \int_0^M dm \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \vartheta e^{-\frac{k_{\lambda} m}{\cos \vartheta}} d\vartheta \\ &= f \cdot \pi \cdot J_{\lambda} d\lambda \left[1 - e^{-\beta} (1 - \beta) - \beta^2 \int_{\beta}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \right] \end{aligned} \right\} \dots (20E)$$

und bei linearer Änderung der Strahlung mit der Wassermasse folgt für das zweite Glied der Gleichung (22 E):

$$\left. \begin{aligned} (\mathcal{A} S_{\lambda} d\lambda)_g &= f \cdot J_{\lambda} d\lambda \cdot \frac{2}{3} \pi \left[1 - e^{-\beta} (1 + \beta - \beta^2) - \beta^3 \int_{\beta}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \right] \\ &= f \cdot 2\pi \cdot J_{\lambda} d\lambda \int_0^M k_{\lambda} m dm \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \vartheta e^{-\frac{k_{\lambda} m}{\cos \vartheta}} d\vartheta \end{aligned} \right\} (23E)$$

Dies ergibt in der hier gewählten Schreibweise für die Wärmefaufnahme des Erdbodens von der Schicht M_n bis M_{n+1} :

$$\left. \begin{aligned} (\mathcal{A} S_{\lambda} d\lambda)_n &= f \cdot 2\pi \cdot d\lambda \left\{ \left(J_{\lambda} - \left(\frac{dJ}{dm} \right)_n \cdot M_n \right) \cdot \frac{1}{2} \left[e^{-\beta} (1 - \beta_n) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - e^{-\beta_{n+1}} (1 - \beta_{n+1}) + \beta^2 \int_{\beta_n}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx - \beta_{n+1}^2 \int_{\beta_n}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{k_{\lambda}} \left(\frac{dJ}{dm} \right)_n \cdot m \cdot \frac{1}{3} \left[(e^{-\beta_n} - e^{-\beta_{n+1}}) (1 + \beta - \beta^2) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \beta_n^3 \int_{\beta_n}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx - \beta_{n+1}^3 \int_{\beta_{n+1}}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \right] \right\} \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

Auch hierin wird n wieder von der betrachteten schwarzen Fläche aus berechnet. Die Summe der Strahlungsanteile der einzelnen Schichten ergibt dann die Gegen-

strahlung der Atmosphäre. Auf diese Weise ist es möglich, die Gegenstrahlung für in beliebiger Höhe gelegene schwarze Flächen zu bestimmen, und so auch die Ausstrahlung von Wolkenoberflächen zu ermitteln.

Numerische Berechnung des Strahlungshaushaltes der Atmosphäre um 8 Uhr am 19. Juli 1925. Zur Berechnung eines konkreten Beispiels des Strahlungshaushaltes der Atmosphäre sei der auch schon in anderem Zusammenhange behandelte 19. Juli 1925 gewählt. Die Temperatur und Wasserdampfverhältnisse sind an diesem Tage durch einen Lindenberger Aufstieg um 8 Uhr bis 2500 m Höhe bestimmt worden. Von dort bis in die Stratosphäre hinein wurde für die Lufttemperatur der sommerliche Mittelwert nach der Zusammenstellung von Peppler¹¹⁾ eingesetzt. Der Wasserdampfgehalt in verschiedenen Höhen wurde nach der Süringschen Formel ermittelt. Es ergab sich dabei ein zwangloser Anschluß der in den unteren Schichten beobachteten Verhältnisse mit den rechnerisch bestimmten Daten in den höheren Schichten. Aus dem Dampfdruck e wurde der Wassergehalt der einzelnen Höhen ermittelt nach der Formel:

$$f = e \left(1 + \frac{16.4 - t}{273 + t} \right)$$

für die spezifische Feuchtigkeit f . Die Luftdruckreduktion nach der Tabelle 1 von Eva von Bahr ergab aus diesem tatsächlichen Wassergehalt der Atmosphäre die in der Luft absorbierend wirkende Wassermasse. Beide Kurven weichen nur wenig von der Dampfdruckkurve ab. Es lag die Kurve der spezifischen Feuchtigkeit 3 bis 10% über der Dampfdruckkurve, die der absorbierenden Wassermasse um denselben Betrag unter der der Dampfdruckkurve. Das Integral der Kurve des absorbierenden Wassergehaltes der Luft liefert die Kurve der Wassermasse zwischen der betrachteten Höhe und der Erdoberfläche. Diese Verhältnisse sind in der Tabelle 2 zusammengestellt.

Tabelle 2. Zur Berechnung der Strahlungsdaten erforderliche Werte für den Zeitpunkt 8 Uhr am 19. Juli 1925 über Lindenberg.

Höhe h	Luft- druck p	Tem- pera- tur t	Absorbierende Wassermenge	Absorbierende Wasser- säule zwischen Erdober- fläche und Höhe h M in 0.01 cm Nieder- schlagshöhe	Emission der schwarzen Fläche im Wellenlängen- intervall von 1μ $J_{\lambda} d\lambda$				Änderung der Emission mit der Wassermasse dJ/dm in	
					in $\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \text{ sec}}$				$\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \text{ sec}}$	$\frac{1}{0.01 \text{ cm (Nied.)}}$
m	mm Hg	Grad	g/m^3		6.5μ	7.4	$.9$	25	6.5μ	25
122	762	+ 21.2 ⁰	13.72		2701	3455	4280	976	— 9.88	0.858
300	742	+ 24.2	12.10	26.8	2928	3720	4580	999	+ 5.72	0.051
500	725	+ 23.9	11.11	46.4	2884	3618	4540	998	8.63	0.948
2000	594	+ 8.4	5.80	167.8	1950	2570	3363	883	13.02	1.64
4000	466	— 6.9	2.00	236.8	1239	1720	2400	770	12.42	4.23
5000	415	— 13.2	1.10	251.9	1014	1485	2105	726	22.00	6.20
6000	359	— 19.8	0.60	259.5	815	1218	1772	679	81.0	17.92
9000	234	— 41.2	0.11	267.2	365	595	976	541	83.3	27.21
12000	152	— 50.0	0.02	269.3	253	420	734	484		

Die betrachteten Höenschichten sind nun so gewählt, daß sie die Knickpunkte der Kurve $J_\lambda d\lambda = f(M)$ der Intensität der schwarzen Strahlung in Abhängigkeit von der absorbierenden Masse m bis zur Höhe h ergeben. Die Intensität der schwarzen Strahlung ist dabei für das Wellenlängenintervall 1μ nach der Planckschen Formel berechnet in vier weitere Spalten dieser Tabelle eingesetzt. Als Einheit ist $\text{erg/cm}^2 \text{ sec}$ gewählt. Die letzten Spalten geben noch die Werte dJ/dm , also die Änderung der Strahlung mit zunehmender Wassermasse M . Als Einheit der Wassermasse ist hier wie in der dritten Spalte dieser Tabelle der Wert 0.01 cm Niederschlagshöhe im Sinne von Fowle⁹⁾ gewählt worden.

Die Rechnung wurde nun in der Weise durchgeführt, daß die Referenzschicht in jeder der verschiedenen Höhen liegend angenommen wurde und der Wassergehalt zwischen einer jeden anderen Höhe und der Bezugsschicht ermittelt wurde. Die Multiplikation der so erhaltenen neunspaltigen Tabelle mit dem logarithmischen Absorptionskoeffizienten k_λ lieferte dann $\beta_n = k_\lambda M_n$, aus den β_n wurden dann die Tabellen für

$$e^{-\beta_n}, \beta_n \int_{\beta_n}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx, \beta^2 \int_{\beta_n}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \text{ und } (\beta_n + 1) e^{-\beta_n}$$

abgeleitet. Die Zusammenstellung der einzelnen Tabellenwerte nach den Gleichungen (4) bis (6) und (19 E) ergab dann den Strahlungsanteil der Luft und der Erdoberfläche an der Wärmebilanz der betrachteten Luftschicht. Die Ausstrahlung ist für jede Schicht durch Gleichung (16 E) gegeben. Durch ihren Abzug wurde die Wärmebilanz für eine Wasserschicht der Dicke 0.01 cm erhalten. Wenigstens für die Wellenlänge 9μ mit der kleinen Absorption $k_\lambda = 0.0021$ sei hier das Ergebnis der Wärmehaushaltsberechnung ausführlich wiedergegeben. Man erhält als Strahlungsanteil der einzelnen Höenschichten in $\text{erg/cm}^2 \text{ sec}$ die Werte (siehe Tabelle 3):

Die letzten beiden Spalten geben die Gegenstrahlung der Atmosphäre und ihren Anteil an der Ausstrahlung der Erde in den Weltraum. Beide Werte stimmen nicht ganz mit den für die Gasschicht in der gleichen Höhe berechneten Strahlungsaufnahmen überein, weil die Absorptionsverhältnisse eines Gases anders als die des schwarzen Körpers geartet sind (vgl. Emden S. 62).

Das Verhältnis der Gegenstrahlung zu der Ausstrahlung wird hier bei 9μ und 13.6 mm Dampfdruck am Boden zu 54.9% gefunden und stimmt noch nicht befriedigend mit dem von P. Dubois aus der Ausstrahlung für verschiedene Höhenwinkel berechneten Wert von 25% überein, kann aber doch als Bestätigung der eingangs abgeleiteten Beziehung zwischen der Hettnerschen und der Fowleschen Wasserdampfabsorptionskurve gedeutet werden. Nach dem gleichen Verfahren wurde nun die Wärmebilanz in verschiedenen anderen Wellenlängen berechnet. Wegen der umständlichen Rechenmethode wurden lediglich die Wellenlängen $\lambda = 6.5 \mu$ ($k = 2.37$), $\lambda = 7.4 \mu$ ($k = 0.260$), $\lambda = 9 \mu$ ($k = 0.0021$), $\lambda = 13 \mu$ ($k = 0.0038$), $\lambda = 20 \mu$ ($k = 0.210$), $\lambda = 25 \mu$ ($k = 0.260$) in dieser

Tabelle 3.

Die von einer Luftschicht mit 0.01 cm Wassersäule im Wellenlängengebiet von $1\ \mu$ Breite um $9\ \mu$ mit einem Absorptionskoeffizienten der feuchten Luft von $k_\lambda = 0.0021$ absorbierte Strahlung in $0.0021 \cdot \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \text{ sec}}$:

Hohe der strahlenden Schicht in m	Hohe der absorbierenden Schicht über der Erdoberfläche in m							Bei $9\ \mu$ in		Gegenstrahlung der Atmosphäre in den Weltraum	Ausstr. der Atmosphäre in den Weltraum	Ausstrahlung der Erdoberfl. und in den Weltraum gelangender Teil	Gesamtausstr. des Systems Erde—Luft			
	122	300	500	2000	4000	5000	6000	12000	$\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \text{ sec}}$					1		
122	825	825	514	212	155	142	142	146	540	156	} 2052	} 1230	} 3282			
300	860	679	679	191	123	114	109	105	356	124						
500	1205	1492	1892	1058	1069	1013	963	1040	998	998						
2000	297	341	669	992	992	684	632	579	326	532						
4000	36	43	45	38	277	277	212	173	42	140						
5000	13	13	21	50	85	141	141	85	28	64						
6000	14	15	16	29	54	75	111	111	10	78						
12000																
Strahlung von unten	—	825	1193	2295	2328	2286	2249	2162	2342	2052				} 4280	} 1230	} 3282
" " oben	2750	2583	2643	1109	416	216	111	—	4280	—						
" " v. der Erde	4280	3480	3144	1839	1438	1330	1288	1240	Gegenstrahlung	1230				} 1486	} 3282	} 54.9%
Ausstrahlung nach oben und unten	— 8560	— 9160	— 9080	— 3726	— 4800	— 4210	— 3550	— 1486	Ausstrahlung	—						
Absorption	— 1530	— 2372	— 2100	— 1483	— 718	— 378	+ 94	+ 1934	54.9%	—						

ausführlichen Weise berechnet. Für die großen Absorptionskoeffizienten ergab sich dabei die Erleichterung, daß bei ihnen schon von 300 m an bis etwas unter die Grenze der Troposphäre Strahlungsgleichgewicht herrscht, so daß lediglich in dem untersten und dem obersten Teil der Atmosphäre eine Wärmeemission oder Absorption noch stattfinden kann. Die auf diese Weise vollständig berechneten Werte sind in der Fig. 5 durch kleine Kreise gekennzeichnet. Diese Figur gibt den Zusammenhang zwischen Wärmebilanz und Wellenlänge für je eine dünne Schicht von 0.0001 cm Wassersäule Stärke in 12000 und 9000 m Höhe wieder.

Um auch für die übrigen Wellenlängen die Absorptionswerte wenigstens angenähert zu erhalten, wurde das folgende Reduktionsverfahren eingeschlagen: Es wurde die noch nicht mit dem Absorptionskoeffizienten multiplizierte, von unten und oben auf jede betrachtete Höhenschicht gelangende Strahlung in Abhängigkeit von der für die betreffende Schicht und Wellenlänge aus der Plankschen Formel

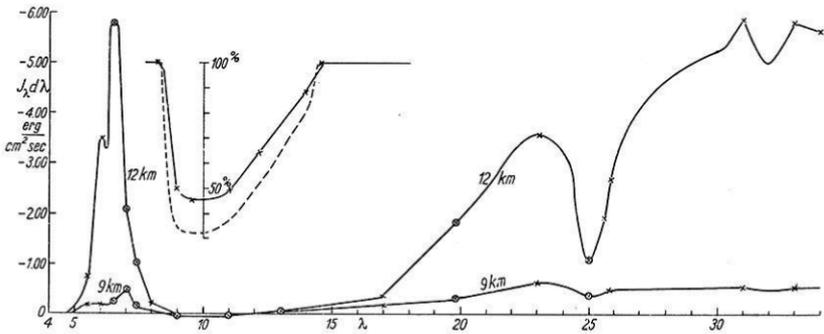


Fig. 5. Strahlungsbilanz einer 10^{-4} cm starken Wasserschicht für einen Wellenlängenbereich von 1μ in feuchter Luft in 12 und 9 km Höhe.

berechneten Emission des schwarzen Körpers graphisch aufgetragen. Hierbei zeigte sich Proportionalität zwischen der von oben und der von unten aufgenommenen Strahlung und der Emission. Durch Auffindung dieser Proportionalität wurde es möglich, die bei einer Wellenlänge gefundene Strahlungsaufnahme aus beiden Vertikalrichtungen auf eine andere mit gleichem Absorptionsvermögen zu übertragen. Um den Einfluß des Absorptionskoeffizienten allein zu ermitteln, wurde nun auf diese Weise die Strahlungsaufnahme bei 7.4 und 9 μ auf die Wellenlänge 6.5 μ übertragen. Es ergaben sich so Kurven für die Strahlungsaufnahme bei ein und derselben Wellenlänge in Abhängigkeit von den Absorptionskoeffizienten k_{λ} . Drückte man die Werte in diesen Kurven in Prozenten der Emissionsstrahlung aus, so erwies sich diese Darstellung als unabhängig von der Wellenlänge. Durch dieses noch der Nachprüfung bedürftige Verfahren ließ sich der durch die ausführlichen Rechnungen gegebene Rahmen der Wellenlängenabhängigkeit der Strahlungsaufnahme und -abgabe der einzelnen Schichten auch für die übrigen Wellenlängen ausfüllen. Fig. 5 zeigt die in dieser Weise erhaltenen der Spektral-

abhängigkeit der Ausstrahlung in verschiedenen Höhen der Atmosphäre. Eine strichpunktiert eingetragene Kurve gibt auch die Gegenstrahlung der Atmosphäre gegen den Erdboden. Bei ihrer Berechnung wurden die Werte für die Wärmeaufnahme der Gasschicht am Erdboden in dem durch die Tabelle 4 gegebenem Verhältnis auf die Gegenstrahlung reduziert. Zum Vergleich ist noch die Kurve von P. Dubois punktiert gegeben, wodurch eine zweckmäßige Gegenüberstellung der auf so verschiedene Weise berechneten Spektren der Gegenstrahlung erreicht wird.

Einige Folgerungen. Der in dieser Arbeit gegebene Versuch einer Berechnung der Spektralverteilung der Wärmebilanz in der Atmosphäre reizt zu Überlegungen über die das Zustandekommen der Stratosphäre bewirkenden Vorgänge. Eine umfassende Untersuchung dieser Frage kann allerdings erst unternommen werden, wenn auch die Wärmeaufnahme der Atmosphäre durch

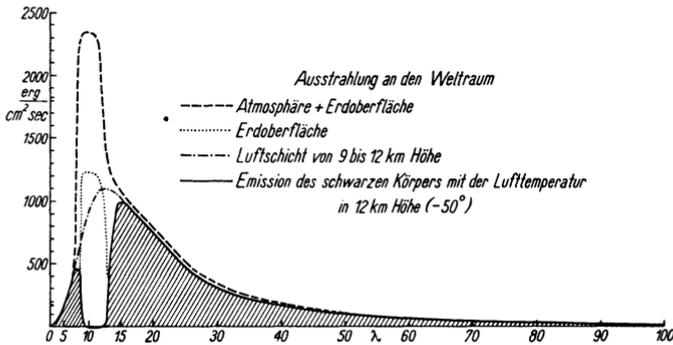


Fig. 6. Strahlungsabgabe an den Weltraum für einen Wellenlängenbereich von 1μ von Erdoberfläche und Atmosphäre.

die Sonnenstrahlung theoretisch berechnet ist. Hierfür sind die physikalischen Voraussetzungen durch die Arbeiten von Paschen, Hettner und Fowle in ebenso guter Weise wie für die hier untersuchte Ausstrahlung gegeben, und die wichtigen Strahlungsflüge Büttners¹³⁾ haben uns auch Aufschlüsse über die Intensität der Sonnenstrahlung bei klarem Wetter in verschiedenen Höhen bis zu 6000 m erbracht. Derartige Untersuchungen seien einer späteren Arbeit vorbehalten. Aus den hier erhaltenen Rechnungsergebnissen kann man jedoch schon Aufschlüsse über das Verhalten der Atmosphäre bei Abwesenheit einer kurzwelligen Strahlungsquelle, also bei Nacht erhalten. In den in Fig. 6*) aus diesen Berechnungen gefolgerten Kurven der Emission der verschiedenen Atmosphärenschichten fällt es nun besonders auf, daß der weitaus größte Teil der Ausstrahlung von der Substratosphäre abgegeben wird. Die Tatsache, daß auch noch in der Höhe von 9000 m eine nicht unerhebliche Emission stattfindet, zeigt hierbei, daß auch noch

*) Die Figur entspricht der qualitativen Fig. 3 der Simpsonschen zitierten Arbeit.

tiefer gelegene Schichten der Substratosphäre an der Ausstrahlung beteiligt sind. Dieser dauernd wirkende Wärmeverlust liegt in der Größenordnung der Hälfte der Wärmezufuhr durch die Sonnenstrahlung, hat also eine ganz erhebliche Abkühlung der Substratosphäre zur Folge, die allerdings wegen der geringen spezifischen Feuchtigkeit in diesen Höhen sich nicht in so großem Umfange auswirken kann wie die Aufnahme der Sonnenstrahlung durch die Erdoberfläche. Diese Abkühlung muß ein dauerndes Absinken dieser Schichten nach unten zur Folge haben, in ganz entsprechender Weise, wie durch die Erwärmung des Erdbodens durch die Sonnenstrahlung vom Erdboden aus aufsteigende Luftströme entstehen. Diese absteigenden Luftströme unterliegen der adiabatischen Erwärmung und sind wohl mit als die Ursache des außerordentlich hohen, fast adiabatischen Temperaturgradienten unmittelbar unter der Stratosphärengrenze anzusehen. Die Stratosphäre selbst beginnt dann anscheinend in den Höhen, wo der Wasserdampfgehalt und damit die die Abkühlungsgeschwindigkeit bestimmende spezifische Feuchtigkeit so klein wird, daß während einer Nacht eine nennenswerte Temperaturverminderung nicht mehr stattfinden kann. Dies führt zu der Folgerung, daß die Höhe der Stratosphäre außer mit dem Grade der Erwärmung der Erdoberfläche und der unteren Atmosphärenschichten durch die Sonnenstrahlung auch noch mit dem Wassergehalt der Atmosphäre ansteigt.

Zusammenfassung. In der vorliegenden Arbeit wird versucht, den Strahlungshaushalt der Atmosphäre im langwelligen Gebiet auf Grund der aus physikalischen Untersuchungen bekannten Absorptionsdaten des Wasserdampfes, der als einziges absorbierendes Medium angenommen wird, ohne irgend welche einschränkende Voraussetzungen zu berechnen. Hierzu mußten die von Fowle für die Absorption feuchter Luft erhaltenen Messungsergebnisse aus den einen wesentlich größeren Spektralbereich umfassenden, aber an heißem Wasserdampf gemessenen Absorptionskurven von Hettner ergänzt werden. Für die theoretischen Rechnungen konnten die Formeln von Emden entsprechend umgestaltet werden. Die numerische Ausrechnung erstreckte sich auf die Strahlungsbilanz dünner Atmosphärenschichten in verschiedenen Höhen, die Spektralabhängigkeit der atmosphärischen Gegenstrahlung und der Strahlungsemission der Erdoberfläche und der Luft an den Weltraum. Die Untersuchungen wurden dabei nur für ein Beispiel durchgeführt, nämlich für den Zustand der Atmosphäre um 8 Uhr am 19. Juli 1925. Die Ergebnisse dieser Rechnungen geben interessante Einblicke in die Vorgänge an der unteren Stratosphärengrenze.

Literatur

¹⁾ R. Emden: Über Strahlungsgleichgewicht und atmosphärische Strahlung. Sitzungsberichte der Bayrischen Akademie d. Wissenschaften, Math.-Physikal. Klasse, Jahrgang 1913, S. 55 bis 142.

²⁾ G. C. Simpson, Further Studies in Terrestrial Radiation, Memoirs of the Royal Meteorological Society, Vol. III, Nr. 21.

³⁾ R. Mügge: Meteorologische Zeitschr. 1929. Heft 12.

⁴⁾ Falkenberg und Stöcker: Beitr. zur Physik d. fr. Atmosphäre, Bd. XIII.

⁵⁾ P. Dubois: Nächtliche effektive Strahlung, Gerlands Beitr. z. Geophys. **22**, Heft 1/2, 1929.

⁶⁾ Paschen: Annalen der Phys. u. Chemie **51**, 51 (1894).

⁷⁾ Rubens und Aschkinass: Annalen der Phys. u. Chemie **64**, 584 (1898).

⁸⁾ Hettner: Über das ultrarote Absorptionsspektrum des Wasserdampfes. Dissertation Berlin 1918.

⁹⁾ F. E. Fowle: Water-vapor transparency to low-temperature radiation. Smithsonian miscellaneous collections, Vol. **68**, Nr. 8.

¹⁰⁾ Eva von Bahr: Ann. der Phys. **29**, 780 (1909); **33**, 585 (1910).

¹¹⁾ Peppler: Beiträge zur Phys. d. freien Atmosph., Bd. IV, S. 224.

¹²⁾ Hann-Süring: Lehrbuch der Meteorologie.

¹³⁾ K. Büttner: Strahlungsversuche im Flugzeug. Beiträge zur Phys. d. freien Atmosph. **16**, 156, 1930.

Ein Universal-Induktionsmagnetometer

Von **W. Uljanin, Kasan***) . — (Mit zwei Abbildungen)

Einleitung. Im Jahre 1915 habe ich**) eine Induktionsmethode angegeben zur Messung der Intensität des erdmagnetischen Feldes. Es ist mir gelungen, sie auszubilden und ein Instrument zu konstruieren, welches alle drei Elemente, die Intensität und die beiden Richtungswinkel des Erdfeldes, zu bestimmen gestattet. Das Magnetometer läßt sich leicht transportabel herstellen, so daß es auch für genaue Feldarbeit verwendet werden kann.

Vor einigen Jahren hat D. la Cour***) eine besondere Induktionsmethode zur Messung der Vertikalkomponente angegeben und einen speziellen Apparat konstruiert, der recht genaue Messungen gestattet. Er ist besonders für Stationen höherer Breiten wertvoll, aber infolge seiner Kompliziertheit wahrscheinlich nur für Observatoriumgebrauch gedacht.

Die von mir angewendete Methode zur Messung der Intensität des Erdfeldes beruht auf der vollständigen Kompensation dieses Feldes durch das Feld einer stromdurchflossenen Spule. Der dazu notwendige Strom wird mit der nötigen Genauigkeit durch Kompensation eines Normalelementes gemessen. Von den verschiedenen Mitteln, welche die Abwesenheit eines magnetischen Feldes zu konstatieren gestattet, ist die Induktion besonders vorteilhaft, weil sie unmittelbar zur Messung jeder beliebigen Komponente des Erdfeldes dienen kann.

Es hat sich herausgestellt, daß am zweckmäßigsten für den vorliegenden Zweck ein Instrument mit meßbarer Neigung der Drehachse der Induktionsspule ist. Infolgedessen wurde der im Kasaner Magnetischen Observatorium vorhandene

*) W. Uljanin: Journ. russ. Phys.-Chem. Ges. **58**, 695 (1926) (vorläufige Mitteilung, russisch). Journ. f. techn. Phys. **8**, 493 (1927) (kurze Mitteilung Kissinger Physikertag 1927).

) W. Uljanin: Recueil Géoph. **2, 51 (1915) (russisch); Terr. Magn. **24**, 118 (1919).

***) D. la Cour: Terr. Magn. **31**, 153 (1926).