

## Werk

**Jahr:** 1931

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 GEOGR PHYS 203:7

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN101433392X\_0007

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X\\_0007](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0007)

**LOG Id:** LOG\_0011

**LOG Titel:** Theorie der 3-Schichten-Seismik

**LOG Typ:** article

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN101433392X

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

### Literatur

- 1) Quat. Journ. R. Meteorolog. Soc. **56**, No. 236; July 1930, p. 287.
  - 2) Zeitschr. d. Ges. f. Erdkunde zu Berlin 1929, Kl. Mitt., S. 143.
  - 3) C. R. Ac. Sc. de l'U. R. S. S. 1927, No. 23 (zit. nach Whipple) und Petermanns Mitteilungen **74**, 1928, S. 338.
  - 4) Zentralbl. f. Min. usw. 1922, S. 488.
  - 5) Brit. Assoc. Seismolog. Investig. 35 th Report. Bristol, 1930.
- Hamburg, Hauptstation für Erdbebenforschung.

---

## Theorie der 3-Schichten-Seismik

Von **Oswald v. Schmidt**, Wissenschaftlicher Mitarbeiter der Société de Prospection de Pétrole et de Minéraux par les Procédés Géophysiques. „P. P. G.“

(Mit 4 Abbildungen)

Die Arbeit behandelt die Theorie der Spreng-Seismik beim Vorhandensein von 3 Schichten unter beliebigen Einfallswinkeln. Es werden auf Grund der gegebenen Tektonik die Laufzeitkurven berechnet. Es werden die interessantesten Scheingeschwindigkeiten für die Schicht 3 angeführt:  $v_{3+} = \infty$ ;  $v_{3+} = \text{negativ}$ ;  $v_{3+} = v_{3-}$ . Es werden Formeln aufgestellt, die aus den gegebenen Laufzeitkurven die Tektonik dreier Schichten berechnen lassen. Es wird gezeigt, daß die Schichten (abgesehen von Schicht 1) eine bestimmte Minimalmächtigkeit haben müssen, damit sie durch die Methode des ersten Einsatzes überhaupt nachgewiesen werden können. Es wird gezeigt, daß die größere Scheingeschwindigkeit von Schicht 3 ( $v_{3+}$ ) nicht immer ein Steigen anzeigt; es ist unter Umständen sogar ein Fallen der Schicht 3 möglich. Es werden Beispiele durchgerechnet.

Einleitung. Die vorliegende Arbeit über die „Theorie der 3-Schichten-Seismik“ stellt eine Fortsetzung der 1928 erschienenen Arbeit „Angewandte Seismik“ dar \*). Geophysikalische Arbeiten in Venezuela verhinderten seinerzeit die Weiterführung der Arbeit, dafür konnten aber in der zweijährigen Pause verschiedene Probleme praktisch überprüft werden.

Die Literatur der letzten zwei Jahre habe ich nur unvollständig verfolgen können; eine vollständige 3-Schichten-Berechnung habe ich nirgends gefunden \*\*), sollte ich teilweise schon Veröffentlichtes wiederholt haben, so bitte ich dieses durch mein tropisches Buschleben zu erklären.

Die Arbeit besteht aus einem analytischen Teil, in dem die Verhältnisse im Untergrund beim Vorhandensein von 3 Schichten als bekannt vorausgesetzt

---

\*) Zeitschr. f. Geophys. 1928, S. 134.

\*\*) Ambroun, „Elements of Geophysics“ 1928, gibt eine Berechnung für den Spezialfall, daß  $\omega_3 = 0$ ,  $\omega_2 = 0$ , jedoch nicht unter Zugrundelegung der Brechungsgesetze, wie in vorliegender Arbeit.

und die dazugehörigen Laufzeitkurven ( $ts$ -Kurven) berechnet werden. Der zweite Teil, der synthetische, entspricht der Tätigkeit in der Praxis: gegeben sind die  $ts$ -Kurven, aus ihnen werden die tektonischen Verhältnisse im Untergrund (Neigungswinkel und Tiefe der 3 Schichten) aufgebaut.

**A. Tektonik gegeben,  $ts$ -Kurven gesucht.** Die Bezeichnung der einzelnen Größen ist am besten aus Fig. 1 zu ersehen. Längs der Sprenglinie  $A$  bis  $B$  ist ein Vertikalschnitt durch die 3 Schichten 1, 2, 3 gelegt. Alle Größen tragen die den Schichten entsprechenden Indizes; so sind z. B. die Winkel, die die Oberflächen der Schichten mit der Horizontalen bilden, mit  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  bezeichnet. Der erste Winkel, der seismisch gefunden wird, ist demnach  $\omega_2$  ( $\omega_1$  wird nötigenfalls topographisch gemessen); diese Benennung steht im Gegensatz zu früher, sie ist aber unerläßlich im Hinblick auf die konsequent systematische Nomenklatur, die bei der 3- und mehr-Schichten-Seismik äußerst wichtig ist. Eine systematische Übersicht aller Bezeichnungen ist am Schluß der Arbeit beigelegt.

Im Punkte  $A$  erfolgt die Sprengung, die Seismographen sind auf der Linie  $A$  bis  $B$  in wachsenden Entfernungen von  $A$  verteilt, der weiteste steht im Punkte  $B$ . Diese Darstellungsweise differiert mit der früher vom Verfasser benutzten (l. c.), doch entspricht sie besser den modernen seismischen Apparaturen, speziell aus den U. S. A., bei denen eine Sprengung durch eine wandernde Serie von Seismographen aufgenommen wird. Selbstverständlich sind alle weiteren Berechnungen auch für den umgekehrten Fall zu brauchen, daß nämlich ein Seismograph in  $A$  steht und die Sprengungen „wandern“.

Um Mißverständnissen vorzubeugen, wird hinfort neben der Angabe Sprengpunkt auch noch das Wort „Fixpunkt“ in Klammern hinzugefügt.

Eine gewisse Schwierigkeit bietet in der 3-Schichten-Seismik die unentbehrliche Definition des fallenden und steigenden Sprengens. Beim Vorhandensein von nur 2 Schichten wäre es im Beispiel der Fig. 1 ganz klar, daß wir steigendes Sprengen vorliegen haben, wenn der Sprengpunkt (Fixpunkt) in  $A$  gelegen und die Beobachtungspunkte nach  $B$  wandern, in Richtung der steigenden Schicht 2.

Für diesen Fall erhielten alle Größen das Zeichen (+), z. B.  $h_{1+}$ : die Mächtigkeit unter dem Fixpunkt,  $v_{2+}$ : die scheinbare Geschwindigkeit usw.

Beim 3-Schichten-Problem ist der Fall nicht so eindeutig. In Fig. 1 steigt allerdings Schicht 3 auch in der Richtung nach  $B$  hin, doch es wäre ebenso gut möglich, daß Schicht 3 nach  $B$  hin fällt, siehe Fig. 3, in dem Falle ergäben sich bei der alten Definition Unklarheiten.

Um also bei der Angabe der Neigungswinkel  $\omega_2, \omega_3$  auch die Richtung eindeutig festzulegen, wurde folgender Weg eingeschlagen: Maßgebend für die weiteren Schichten 3, 4 usw. soll die Schicht 2 sein.

In derselben Richtung, in der wir die größere Scheingeschwindigkeit für Schicht 2 finden, also  $v_{2+}$ , in derselben Richtung bezeichnen wir auch die weiteren Scheingeschwindigkeiten mit (+), also  $v_{3+}$ ,  $v_{4+}$  usw.

Der Sprengpunkt (Fixpunkt) werde für dieses verallgemeinerte „steigende Sprengen“ stets  $A$  genannt, und eine derartige Linie „ $A$ -Linie“.

Analog soll der Fixpunkt bei fallendem Sprengen  $B$  heißen und alle Größen den Index (—) tragen, so z. B. die Schichtmächtigkeiten unter  $B$ :  $h_{1-}$ ,  $h_{2-}$  usw.

Eine vergleichende Betrachtung der Fig. 2 und 3 schafft wohl mehr Klarheit als weitere Worte.

Die Laufzeit über 3 Schichten,  $t_{3+}$ . Die wichtigste Größe für alle weiteren Berechnungen ist die Zeit, die der Bebenstrahl zum Durcheilen von  $A$  nach  $B$  auf dem Wege  $a_1 a_2 c_3 b_2 b_1$  braucht, siehe Fig. 1.

Die im nächsten Abschnitt dargelegte Ableitung ist mit dem Ansatz gemacht, daß der am frühesten ankommende Bebenstrahl den Weg der kürzesten Zeit nimmt, woraus sich die optisch-akustischen Brechungsgesetze ergeben.

Das Resultat der Ableitung soll hier vorausgenommen werden; die Laufzeit  $t_{3+}$  für eine beliebige Entfernung  $s_+$  vom Sprengpunkt (Fixpunkt)  $A$  aus ergibt sich zu:

$$t_{3+} = \frac{1}{v_1} \left[ s_+ \sin(\beta_1 - \omega_2) + h_{1+} \{ \cos(\alpha_1 + \omega_2) + \cos(\beta_1 - \omega_2) \} + h_{2+} + 2 \sin i_1 \cos i_2 \cos \omega_3 \right] \quad (1a)$$

Die Ableitung der Laufzeit für die  $B$ -Linie ergibt analog in der beliebigen Entfernung  $s_-$  von  $B$

$$t_{3-} = \frac{1}{v_1} \left[ s_- \sin(\alpha_1 + \omega_2) + h_{1-} \{ \cos(\alpha_1 + \omega_2) + \cos(\beta_1 - \omega_2) \} + h_{2-} - 2 \sin i_1 \cos i_2 \cos \omega_3 \right] \quad (1b)$$

Setzen wir, da die Ausdrücke stets wiederkehren, der Kürze halber:

$$(k) = \cos(\alpha_1 + \omega_2) + \cos(\beta_1 - \omega_2) \dots \dots \dots (2)$$

$$(l) = 2 \sin i_1 \cos i_2 \cos \omega_3 \dots \dots \dots (3)$$

Dadurch erhalten die Formeln für die Laufzeit folgende endgültige Form:

$$t_{3+} = \frac{1}{v_1} [s_+ \sin(\beta_1 - \omega_2) + h_{1+}(k) + h_{2+}(l)] \dots \dots \dots (4a)$$

Für die  $A$ -Linie (Fixpunkt in  $A$ )

$$t_{3-} = \frac{1}{v_1} [s_- \sin(\alpha_1 + \omega_2) + h_{1-}(k) + h_{2-}(l)] \dots \dots \dots (4b)$$

Für die  $B$ -Linie (Fixpunkt in  $B$ )

Die Bedeutung der Buchstaben ist aus Fig. 1 und der beigefügten Tabelle der Formelzeichen zu ersehen. Hier sei nur darauf hingewiesen, daß die beiden

stets wiederkehrenden Winkel  $(\alpha_1 + \omega_2)$  und  $(\beta_1 - \omega_2)$ , analog wie in der 2-Schichten-Seismik, die Supplemente zu den Emergenzwinkeln darstellen.

Wie ersichtlich, wird die Laufzeit für die *A*-Linie  $t_{3+}$  durch die Schichtmächtigkeiten unter dem Punkte *A* ausgedrückt, da  $h_{1+}$  und  $h_{2+}$  in diesem Falle konstant sind. Umgekehrt wird bei der *B*-Linie  $t_{3-}$  durch  $h_{1-}$ ,  $h_{2-}$ , die Schichtmächtigkeiten unterm Punkt *B* ausgedrückt.

Die sehr langwierige Ableitung ist aus Raummangel sehr konzentriert, ohne Zwischenrechnungen gegeben, sie braucht zum Verständnis alles Weiteren nicht durchgearbeitet zu werden.

An dieser Stelle möchte ich Frl. cand. ing. I. Waxmann und Herrn Dipl.-Ing. von Vacano meinen herzlichsten Dank sagen für die Prüfung der Rechnung durch selbständige Ableitung der Formeln für  $t_{3+}$  und  $t_{3-}$ .

Ableitung der Laufzeit  $t_{3+}$  (Fixpunkt in *A*; alles auf  $h_{1+}$ ,  $h_{2+}$  bezogen). Das Problem besteht darin, die Zeit zu berechnen, in der ein Bebenstrahl vom Punkte *A* aus nach dem Punkte *B* gelangt, wobei sich *B* in der variablen Entfernung  $s_+$  von *A* befindet. Der Strahl soll den Weg der kürzesten Zeit nehmen, also die Brechungsgesetze befolgen, und durch die 3 Schichten mit den zunehmenden Geschwindigkeiten  $v_1 < v_2 < v_3$  laufen.

In Fig. 1 ist der Weg durch die Strecken  $a_1 a_2 c_3 b_2 b_1$  gekennzeichnet. Die Ableitung gestaltet sich als verhältnismäßig einfach, wenn von der — aus der 2-Schichten-Seismik bereits bekannten — Zeit ausgegangen wird, die der Bebenstrahl für das Wegstück  $a_2 + c_3 + b_2$  benötigt.

Die entsprechende Formel lautet (siehe Formel-Sammlung am Schluß, F.-S. 4.):

$$t_{2+} = \frac{1}{v_1} [s_+ \sin(i_1 - \omega_2) + h_{1+} + 2 \cos i_1 \cos \omega_2]$$

Für den vorliegenden Fall ändern sich die Bezeichnungen:

$$t' = \frac{1}{v_2} [s' \sin \delta_2 + h' + 2 \cos i_2 \cos \omega_{32}] \dots \dots \dots (I)$$

Unter Berücksichtigung, daß  $v_2 = \frac{v_1}{\sin i_1}$  ist, und daß  $\sin \delta_2 \cdot \sin i_1 = \sin \beta_1$  ist,

können wir (I) schreiben:

$$t' = \frac{1}{v_1} [s' \sin \beta_1 + h' + 2 \cos i_2 \cos \omega_{32} \sin i_1], \dots \dots \dots (II)$$

$$s' = \frac{s}{\cos \omega_2} - p - q = \frac{s}{\cos \omega_2} - \frac{h_{1-} \sin(\beta_1 - \omega_2)}{\cos \beta_1} - \frac{h_{1+} \sin(\alpha_1 + \omega_2)}{\cos \alpha_1},$$

$$h' = \frac{h_2 + \cos \omega_3}{\cos \omega_{32}} - m = \frac{h_2 + \cos \omega_3}{\cos \omega_{32}} - \frac{h_{1+} \sin(\alpha_1 + \omega_2) \sin \omega_{32}}{\cos \alpha_1 \cos \omega_{32}}$$

$$t' = \frac{1}{v_1} \left[ \sin \beta_1 \left\{ \frac{s}{\cos \omega_3} - \frac{h_{1-} \sin(\beta_1 - \omega_2)}{\cos \beta_1} - \frac{h_{1+} \sin(\alpha_1 + \omega_2)}{\cos \alpha_1} \right\} \right. \\ \left. + 2 \sin i_1 \cos i_2 \cos \omega_{32} \left\{ \frac{h_{2+} \cos \omega_3}{\cos \omega_{32}} - \frac{h_{1+} \sin(\alpha_1 + \omega_2) \sin \omega_{32}}{\cos \alpha_1 \cos \omega_{32}} \right\} \right] \quad (III)$$

$$\text{Die Gesamtzeit } t_{3+} = \frac{a_1}{v_1} + \frac{b_1}{v_1} + t' \dots \dots \dots (IV)$$

$$a_1 = h_{1+} \frac{\cos \omega_2}{\cos \alpha_1}; \quad b_1 = h_{1-} \frac{\cos \omega_2}{\cos \beta_1}; \quad \text{da } h_{1-} = h_{1+} - s \frac{\sin \omega_2}{\cos \omega_2},$$

so ist

$$b_1 = h_{1+} \frac{\cos \omega_2}{\cos \beta_1} - s \frac{\sin \omega_2}{\cos \beta_1};$$

setzen wir die Werte für  $a_1 b_1 t'$  und  $h_{1-}$  in IV ein, so erhalten wir nach leichter Umformung:

$$t_{3+} = \frac{1}{v_1} \left\{ 2 h_{2+} \sin i_1 \cos i_2 \cos \omega_3 \right. \\ \left. + \frac{s}{v_1} \left\{ \frac{\sin \beta_1}{\cos \omega_2} - \frac{\sin \omega_2}{\cos \beta_1} + \frac{\sin \beta_1 \sin(\beta_1 - \omega_2) \sin \omega_2}{\cos \beta_1 \cos \omega_2} \right\} \right. \\ \left. + \frac{h_{1+}}{v_1} \left\{ \frac{\cos \omega_2}{\cos \alpha_1} + \frac{\cos \omega_2}{\cos \beta_1} - \frac{2 \sin i_1 \cos i_2 \sin(\alpha_1 + \omega_2) \sin \omega_{32}}{\cos \alpha_1} \right\} \right. \\ \left. - \frac{\sin \beta_1 \sin(\beta_1 - \omega_2)}{\cos \beta_1} - \frac{\sin \beta_1 \sin(\alpha_1 + \omega_2)}{\cos \alpha_1} \right\} \quad (V)$$

Schreiben wir der Übersichtlichkeit halber den letzten Ausdruck in Form dreier symbolischer Summanden:

$$t_{3+} = X_+ + Y_+ + Z_+ \dots \dots \dots (VI)$$

und betrachten wir als erstes allein

$$Y_+ = \frac{s}{v_1 \cos \beta_1 \cos \omega_2} \{ \sin \beta_1 \cos \beta_1 + \sin \beta_1 \sin(\beta_1 - \omega_2) \sin \omega_2 - \sin \omega_2 \cos \omega_2 \}$$

nach Umformung von  $\sin(\beta_1 - \omega_2)$  erhalten wir durch Kürzung:

$$Y_+ = \frac{s}{v_1} \sin(\beta_1 - \omega_2) \dots \dots \dots (VII)$$

Wenden wir uns nun  $Z_+$  zu:

$$Z_+ = \frac{h_{1+}}{\cos \beta_1 \cos \alpha_1 v_1} \{ \cos \omega_2 (\cos \beta_1 + \cos \alpha_1) - 2 \sin i_1 \cos i_2 \sin(\alpha_1 + \omega_2) \sin \omega_{32} \cos \beta_1 \\ - \sin \beta_1 \sin(\beta_1 - \omega_2) \cos \alpha_1 - \sin \beta_1 \sin(\alpha_1 + \omega_2) \cos \beta_1 \},$$

$$Z_+ = \frac{h_{1+}}{\cos \alpha_1 \cos \beta_1 v_1} \{ \cos \omega_2 (\cos \beta_1 + \cos \alpha_1) - \sin(\alpha_1 + \omega_2) \cos \beta_1 [2 \sin \omega_{32} \cos i_2 \sin i_1 \\ + \sin \beta_1] - \sin(\beta_1 - \omega_2) \sin \beta_1 \cos \alpha_1 \}.$$

Die eckige Klammer ergibt, wenn man  $\sin \beta_1$  durch  $\sin i_1 \sin (i_2 - \omega_{32})$  ersetzt (siehe F.-S. 16.):  $[2 \sin \omega_{32} \cos i_2 \sin i_1 + \sin i_1 \sin (i_2 - \omega_{32})]$ ; der Ausdruck umgeformt ergibt  $[\sin i_1 \cdot \sin (i_2 + \omega_{32})]$ ; laut (F.-S. 15.) ist  $\sin i_1 \sin (i_2 + \omega_{32}) = [\sin \alpha_1]$ ,

$$Z_+ = \frac{h_{1+}}{\cos \alpha_1 \cos \beta_1 v_1} \{ \cos \omega_2 (\cos \beta_1 + \cos \alpha_1) - \sin (\alpha_1 + \omega_2) \cos \beta_1 \sin \alpha_1 - \sin (\beta_1 - \omega_2) \sin \beta_1 \cos \alpha_1 \};$$

durch Auflösen von  $\sin (\alpha_1 + \omega_2)$  und  $\sin (\beta_1 - \omega_2)$  und späteres Kürzen erhalten wir schließlich:

$$Z_+ = \frac{h_{1+}}{v_1} \{ \cos (\alpha_1 + \omega_2) + \cos (\beta_1 - \omega_2) \} \dots \dots \dots \text{(VIII)}$$

Die gekürzten Summanden (VII), (VIII) in (VI) eingesetzt ergeben endgültig:

$$t_{3+} = \frac{1}{v_1} \left\{ s + \sin (\beta_1 - \omega_2) + h_{1+} \{ \cos (\alpha_1 + \omega_2) + \cos (\beta_1 - \omega_2) \} \right. \text{(IX)} \\ \left. + h_{2+} + 2 \sin i_1 \cos i_2 \cos \omega_3 \right\}$$

Dieses ist der Ausdruck für  $t_{3+}$ , wie er in (1 a) dargestellt ist.

Ableitung der Laufzeit  $t_{3-}$  (Fixpunkt in B; alles auf  $h_{1-}$  und  $h_{2-}$  bezogen). Die Ableitung gestaltet sich vollkommen analog. Wir gehen von der Formel für  $t_{2-}$  aus (F.-S. 5.):

$$t_{2-} = \frac{1}{v_1} [s_- \sin (i_1 + \omega_2) + h_{1-} - 2 \cos i_1 \cos \omega_3] \dots \dots \dots \text{(X)}$$

Für den vorliegenden Fall ändern sich die Bezeichnungen

$$t'' = \frac{1}{v_2} [s' \sin \gamma_2 + h'' - 2 \cos i_2 \cos \omega_{32}] \dots \dots \dots \text{(XI)}$$

Unter Berücksichtigung, daß  $v_2 = \frac{v_1}{\sin i_1}$  und daß  $\sin \gamma_2 \cdot \sin i_1 = \sin \alpha_1$  ist, können wir (XI) schreiben:

$$t'' = \frac{1}{v_1} [s' \sin \alpha_1 + h'' - 2 \cos i_2 \cos \omega_{32} \sin i_1], \dots \dots \dots \text{(XII)}$$

$$s' = \frac{s}{\cos \omega_2} - h_{1+} + \frac{\sin (\alpha_1 + \omega_2)}{\cos \alpha_1} - h_{1-} - \frac{\sin (\beta_1 - \omega_2)}{\cos \beta_1},$$

$$h'' = h_{2-} - \frac{\cos \omega_3}{\cos \omega_{32}} + h_{1-} - \frac{\sin (\beta_1 - \omega_2) \sin \omega_{32}}{\cos \beta_1 \cos \omega_{32}}$$

$$t'' = \frac{1}{v_1} \left\{ \sin \alpha_1 \left\{ \frac{s}{\cos \omega_2} - \frac{h_{1+} + \sin (\alpha_1 + \omega_2)}{\cos \alpha_1} - \frac{h_{1-} - \sin (\beta_1 - \omega_2)}{\cos \beta_1} \right\} \right. \text{(XIII)} \\ \left. + 2 \sin i_1 \cos i_2 \cos \omega_{32} \left\{ \frac{h_{2-} - \cos \omega_3}{\cos \omega_{32}} + \frac{h_{1-} - \sin (\beta_1 - \omega_2) \sin \omega_{32}}{\cos \beta_1 \cos \omega_{32}} \right\} \right\}$$

Die Gesamtzeit  $t_{3-} = \frac{a_1}{v_1} + \frac{b_1}{v_1} + t'' \dots \dots \dots$  (XIV)

$$a_1 = \frac{h_{1+} \cos \omega_2}{\cos \alpha_1} = h_{1-} \frac{\cos \omega_2}{\cos \alpha_1} + s \frac{\sin \omega_2}{\cos \alpha_1} \text{ (laut F.-S. 11.),}$$

$$b_1 = \frac{h_{1-} \cos \omega_2}{\cos \beta_1}.$$

Setzen wir die Werte für  $a_1, b_1, t''$  und  $h_+$  in (XIV) ein, so erhalten wir nach leichter Umformung:

$$t_{3-} = \left. \begin{aligned} & \frac{h_2}{v_1} - 2 \sin i_1 \cos i_2 \cos \omega_2 \\ & + \frac{s}{v_1} \left\{ \frac{\sin \omega_2}{\cos \alpha_1} + \frac{\sin \alpha_1}{\cos \omega_2} - \frac{\sin \alpha_1 \sin (\alpha_1 + \omega_2) \sin \omega_2}{\cos \alpha_1 \cos \omega_2} \right. \\ & + \frac{h_{1-}}{v_1} \left\{ \frac{\cos \omega_2}{\cos \alpha_1} + \frac{\cos \omega_2}{\cos \beta_1} + \frac{2 \sin (\beta_1 - \omega_2) \sin \omega_{32} \cos i_2 \sin i_1}{\cos \beta_1} \right. \\ & \left. \left. - \frac{\sin (\beta_1 - \omega_2) \sin \alpha_1}{\cos \beta_1} - \frac{\sin (\alpha_1 + \omega_2) \sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} \right\} \right\} \dots \dots \dots \text{ (XV)} \end{aligned}$$

Schreiben wir der Übersichtlichkeit halber (XV) in Form dreier Summanden:

$$t_{3-} = X_- + Y_- + Z_- \dots \dots \dots \text{ (XVI)}$$

und betrachten wir fürs erste allein  $Y_-$

$$Y_- = \frac{s}{v_1 \cos \alpha_1 \cos \omega_2} \{ \sin \omega_2 \cos \omega_2 + \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 - \sin \alpha_1 \sin \omega_2 \sin (\alpha_1 + \omega_2) \}$$

nach Umformung von  $\sin (\alpha_1 + \omega_2)$  und Kürzung verbleibt:

$$Y_- = \frac{s}{v_1} \sin (\alpha_1 + \omega_2) \dots \dots \dots \text{ (XVII)}$$

Wenden wir uns nun  $Z_-$  zu:

$$Z_- = \frac{h_{1-}}{v_1 \cos \alpha_1 \cos \beta_1} \{ \cos \omega_2 \cos \beta_1 + \cos \omega_2 \cos \alpha_1 + 2 \sin (\beta_1 - \omega_2) \sin \omega_{32} \cos i_2 \sin i_1 \cos \alpha_1 - \sin (\beta_1 - \omega_2) \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 - \sin (\alpha_1 + \omega_2) \sin \alpha_1 \cos \beta_1 \},$$

$$Z_- = \frac{h_{1-}}{v_1 \cos \alpha_1 \cos \beta_1} \{ \cos \omega_2 \cos \beta_1 + \cos \omega_2 \cos \alpha_1 + \sin (\beta_1 - \omega_2) \cos \alpha_1 [2 \sin \omega_{32} \cos i_2 \sin i_1 - \sin \alpha_1] - \sin (\alpha_1 + \omega_2) \sin \alpha_1 \cos \beta_1 \}$$

Die eckige Klammer ergibt, wenn man  $\sin \alpha_1$  durch  $\sin i_1 \sin (i_2 + \omega_{32})$  ersetzt, siehe (F.-S. 15):

$$[2 \sin \omega_{32} \cos i_2 \sin i_1 - \sin i_1 \sin (i_2 + \omega_{32})];$$

nachdem  $\sin (i_2 + \omega_{32})$  umgeformt, erhalten wir durch Kürzung:

$$[\sin i_1 \sin (i_2 - \omega_{32})].$$

laut (F.-S. 16.) schreiben wir schließlich

$$Z_- = \frac{h_{1-}}{v_1 \cos \alpha_1 \cos \beta_1} \left\{ \begin{aligned} & [\sin i_1 \sin (i_2 - \omega_2)] = [\sin \beta_1], \\ & \cos \omega_2 \cos \beta_1 + \cos \omega_2 \cos \alpha_1 + \sin (\beta_1 - \omega_2) \cos \alpha_1 \sin \beta_1 \\ & - \sin (\alpha_1 + \omega_2) \sin \alpha_1 \cos \beta_1. \end{aligned} \right.$$

Durch Auflösen von  $\sin (\beta_1 - \omega_2)$  und  $\sin (\alpha_1 + \omega_2)$ , sowie darauffolgendes Kürzen erhalten wir:

$$Z_- = \frac{h_{1-}}{v_1} \{ \cos (\alpha_1 + \omega_2) + \cos (\beta_1 - \omega_2) \} \dots \dots \dots \text{(XVIII)}$$

Durch Einsetzen der drei verkürzten Summanden  $X_-$ ,  $Y_-$ ,  $Z_-$  in (XVI) ergibt sich der endgültig gesuchte Ausdruck:

$$t_{3-} = \frac{1}{v_1} \left\{ \begin{aligned} & [s_- \sin (\alpha_1 + \omega_2) + h_{1-} \{ \cos (\alpha_1 + \omega_2) + \cos (\beta_1 - \omega_2) \}] \\ & + h_{2-} 2 \sin i_1 \cos i_2 \cos \omega_2. \end{aligned} \right\} \text{(XIX)}$$

Dieses ist der Ausdruck für  $t_{3-}$ , wie er in (1b) dargestellt ist.

Die Scheingeschwindigkeiten  $v_{3+}$   $v_{3-}$ . Unter der Scheingeschwindigkeit verstanden wir die experimentell gemessene Geschwindigkeit aus den  $ts$ -Diagrammen, oder exakter mathematisch definiert:

$$v_{3+} = \frac{ds}{dt_+} \text{ (A-Linie) } \dots \dots \dots \text{(5 a)}$$

$$v_{3-} = \frac{ds}{dt_-} \text{ (B-Linie) } \dots \dots \dots \text{(5 b)}$$

Wir können auch schreiben

$$\frac{dt_+}{ds} = \frac{1}{v_{3+}},$$

differenzieren wir also in Formel (1a)  $t_{3+}$  nach  $ds$ , so ergibt sich:

$$\frac{dt_{3+}}{ds} = \frac{\sin (\beta_1 - \omega_2)}{v_1} \quad \text{und} \quad \frac{dt_{3-}}{ds} = \frac{\sin (\alpha_1 + \omega_2)}{v_1}.$$

Wir erhalten so die beiden Formeln für die Scheingeschwindigkeiten:

$$v_{3+} = \frac{v_1}{\sin (\beta_1 - \omega_2)} \text{ (A-Linie) } \dots \dots \dots \text{(6 a)}$$

$$v_{3-} = \frac{v_1}{\sin (\alpha_1 + \omega_2)} \text{ (B-Linie) } \dots \dots \dots \text{(6 b)}$$

Die Ähnlichkeit der Ausdrücke für  $v_{3+}$  und  $v_{3-}$  mit denen von  $v_2$  ist verblüffend, lauteten sie doch

$$v_{2+} = \frac{v_1}{\sin (i_1 - \omega_2)} \quad \text{und} \quad v_{2-} = \frac{v_1}{\sin (i_1 + \omega_2)}.$$

Macht man sich klar, was die analogen Ausdrücke  $\beta_1 - \omega_2$  und  $i_1 - \omega_2$  bedeuten, so kommt man zu dem überraschenden Resultat, daß die Schein-

geschwindigkeiten — gleich, ob  $v_2$  oder  $v_3$  — nur von dem Supplement zum Emergenzwinkel abhängen.

Welche Scheingeschwindigkeiten sind möglich? Betrachten wir die Formeln (6 a), (6 b) für die Scheingeschwindigkeiten, so sehen wir sofort, daß alle die Fälle der 2-Schichten-Seismik auch hier möglich sind. Besonders charakteristisch sind folgende Fälle:

1.  $\beta_1 = \omega_2$ , dann ist  $v_{3+} = \infty$ ,
2.  $\beta_1 = 0$ ;  $\omega_2 = 0$ , „ „ ebenfalls  $v_{3+} = \infty$ ,
3.  $\beta_1 < \omega_2$ , „ „  $v_{3+}$  negativ.

Besonders interessant und neu ist aber der Fall, wenn  $\beta_1 = \alpha_1 + 2\omega_2$ ; dann ist  $\beta_1 - \omega_2 = \alpha_1 + \omega_2$  und daher auch

$$\frac{v_1}{\sin(\beta_1 - \omega_2)} = \frac{v_1}{\sin(\alpha_1 + \omega_2)}$$

das heißt aber, daß  $v_{3+} = v_{3-}$  (nur bei negativem  $\omega_3$  möglich).

Wir haben hier also das für die Praxis sehr wichtige Ergebnis, daß eine Schicht, hin und zurück gesprengt, dieselbe Geschwindigkeit ergibt und trotzdem nicht horizontal liegt. Hat man systematisch gearbeitet, so ist durch die  $v_{2+} v_{2-}$ -Werte der zweiten Schicht alles geklärt. Gefährlich ist der Fall nur, wenn allein tiefe Schichten untersucht werden, wie man das noch häufig beobachten kann. Man untersuche also stets alle Schichten.

Eine genauere Anführung aller möglichen Fälle soll an anderer Stelle geschehen.

**B. Laufzeitkurven gegeben, Tektonik gesucht.** Wir behandeln nun die der Praxis entsprechende Aufgabe, aus den gegebenen  $ts$ -Kurven die tektonischen Werte  $\omega_2 \omega_3 h_1 h_2$  zu ermitteln.

Vorher einige Worte über die Aufstellung der Laufzeitkurven. Angenommen, es werde eine  $N-S$ -Linie untersucht. Es empfiehlt sich, die  $N$ - und  $S$ -Laufzeitkurven zuerst getrennt aufzuzeichnen und speziell die  $v_2$ -Werte zu untersuchen; das größere  $v_2$  entspricht dann dem steigenden Sprengen und die Kurve wird dann  $A$ -Kurve genannt und am besten immer von links nach rechts gezeichnet. Erst dann wird die  $B$ -Kurve im richtigen maßgetreuen Abstand von rechts nach links gegengezeichnet. Wir erhalten dann Doppelkurven, wie sie in den Fig. 2, 3, 4 gezeigt sind.

Berechnung des Einfallwinkels  $\omega_3$ . Aus den Wertepaaren  $v_1 v_{2+}$  und  $v_1 v_{2-}$  und dem Formelpaar der zwei Schichten Seismik:

$$\sin(i_1 - \omega_2) = \frac{v_1}{v_{2+}} \quad (\text{F.-S. 2.}),$$

$$\sin(i_1 + \omega_2) = \frac{v_1}{v_{2-}} \quad (\text{F.-S. 3.}),$$

erhält man die Werte für die Schicht 2:  $\omega_2$  und  $i_1$ ; die wahre Geschwindigkeit  $v_2$  erhält man durch

$$v_2 = \frac{v_1}{\sin i_1} \text{ (F.-S. 1.)};$$

hiermit sind alle Werte für die Schicht 2 gefunden, es bleibt die Berechnung der Schicht 3 übrig.

Es sind also nun gegeben:  $v_1 v_2 v_3 + v_3 - i_1 \omega_2$ .

Es werden gesucht:  $v_3 i_2 \omega_3$ .

Die Formeln (6 a), (6 b) lauten umgeschrieben:

$$\sin(\beta_1 - \omega_2) = \frac{v_1}{v_{3+}}, \dots \dots \dots (7 a)$$

$$\sin(\alpha_1 + \omega_2) = \frac{v_1}{v_{3-}} \dots \dots \dots (7 b)$$

Wir erhalten also hierdurch die Winkel  $\alpha_1$  und  $\beta_1$ .

Wir sehen aus Fig. 1, daß

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \gamma_2} = \frac{\sin \beta_1}{\sin \delta_2} = \sin i_1,$$

sowie daß  $\gamma_2 = i_2 + \omega_{32}$  und  $\delta = i_2 - \omega_{32}$  ist.

Es ergibt sich hieraus folgendes Formelpaar:

$$\sin(i_2 - \omega_{32}) = \frac{\sin \alpha_1}{\sin i_1} \dots \dots \dots (8 a)$$

$$\sin(i_2 + \omega_{32}) = \frac{\sin \beta_1}{\sin i_1} \dots \dots \dots (8 b)$$

aus demselben lassen sich  $i_2$  und  $\omega_{32}$  berechnen.

Da  $\omega_{32}$  das Symbol für  $\omega_3 - \omega_2$  ist, so ist hiermit auch  $\omega_3$  gegeben.

Der Gang der Rechnung sei noch einmal in folgender symbolischer Form wiederholt:

$$\left. \begin{aligned} \frac{v_1}{v_{3+}} &= \sin(\beta_1 - \omega_2) \rightarrow \beta_1; & \frac{\sin \beta_1}{\sin i_1} &= \sin(i_2 - \omega_{32}) \rightarrow i_2 - \omega_{32} \\ \frac{v_1}{v_{3-}} &= \sin(\alpha_1 + \omega_2) \rightarrow \alpha_1; & \frac{\sin \alpha_1}{\sin i_1} &= \sin(i_2 + \omega_{32}) \rightarrow i_2 + \omega_{32} \end{aligned} \right\} \omega_{32}; i_2 \quad (9)$$

Aus  $\omega_{32}$  erhalten wir den gesuchten Winkel  $\omega_3$  durch  $\omega_{32} + \omega_2 = \omega_3$ . Die wahre Geschwindigkeit von Schicht 3 ergibt sich aus

$$v_3 = \frac{v_2}{\sin i_2} \dots \dots \dots (10)$$

Hiermit sind die unbekanntnen Größen  $i_2 \omega_3$  und  $v_3$  gefunden.

In den nachfolgenden Beispielen (siehe die Fig. 2, 3, 4) sind die Fälle für  $\omega_3 = +10^\circ$ ,  $\omega_3 = -5^\circ$  und  $\omega_2 = \omega_3 = 0$  durchgerechnet und winkeltreu abgebildet.

Berechnung der Schichtmächtigkeiten  $h_{2+}$  und  $h_{2-}$ . Die Schichtmächtigkeit kann durch drei verschiedene Formeln ausgedrückt werden, die rein mathematisch dasselbe sagen, deren Kenntnis für die Praxis jedoch sehr wichtig ist, da man sich für die verschiedenen Formeln die sicherstehenden Größen aussuchen kann.

Das erste Formelpaar verwertet die Zeiten  $t_{3+}$ ,  $t_{3-}$  für einen beliebigen Abstand  $s_+$ ,  $s_-$  (siehe Fig. 2). Aus den Formeln (4a), (4b) für  $t_{3+}$  und  $t_{3-}$  finden wir:

$$h_{2+} = \frac{v_1 t_{3+} - s_+ \sin(\beta_1 - \omega_2) - h_{1+}(k)}{(l)} \dots \dots \dots (11a)$$

$$h_{2-} = \frac{v_1 t_{3-} - s_- \sin(\alpha_1 + \omega_2) - h_{1-}(k)}{(l)} \dots \dots \dots (11b)$$

Im zweiten Formelpaar werden die Abstände  $x_{13+}$  und  $x_{13-}$  verwandt (siehe Fig. 2), wobei  $x_{13+}$  dem Abstände von A bis zum Schnittpunkt  $v_1 v_{3+}$  entspricht;  $x_{13-}$  dagegen entspricht dem Abstände von B bis zum Schnittpunkt  $v_1 v_{3-}$ .

Im Schnittpunkt  $v_1 v_{3+}$  ist  $t_{3+} = t_{1+}$ ; daher ist  $v_1 t_{3+} = v_1 t_{1+} = s_+ = x_{13+}$ .

Dieses in Formel (11a) eingesetzt, ergibt:

$$h_{2+} = \frac{x_{13+} [1 - \sin(\beta_1 - \omega_2)] - h_{1+}(k)}{(l)} \dots \dots \dots (12a)$$

Die analoge Umformung für die B-Linie ergibt:

$$h_{2-} = \frac{x_{13-} [1 - \sin(\alpha_1 + \omega_2)] - h_{1-}(k)}{(l)} \dots \dots \dots (12b)$$

Das dritte Formelpaar benutzt die  $x_{23+}$ - und  $x_{23-}$ -Abstände, deren Bedeutung nach dem Vorhergesagten wohl klar ist (vergleiche auch die Tabelle der Formelzeichen am Schluß).

Im Schnittpunkte  $v_2 + v_{3+}$  ist  $t_{2+} = t_{3+}$ ; wir können also in der Formel (11a) für  $t_{3+}$  den Wert von  $t_{2+}$  einsetzen. Aus der 2-Schichten-Seismik wissen wir [siehe Formel (F.-S. 4.)]

$$t_{2+} = \frac{1}{v_1} [s_+ \sin(i_1 - \omega_2) + h_{1+} + 2 \cos i_1 \cos \omega_2]$$

dieser Wert, in Formel (11a) eingesetzt, ergibt:

$$h_{2+} = \frac{x_{23+} [\sin(i_1 - \omega_2) - \sin(\beta_1 - \omega_2)] - h_{1+}(k) + h_{1+} + 2 \cos i_1 \cos \omega_2}{(l)} \dots \dots \dots (13a)$$

analog finden wir für  $h_{2-}$

$$h_{2-} = \frac{x_{23-} [\sin(i_1 + \omega_2) - \sin(\alpha_1 + \omega_2)] - h_{1-}(k) + h_{1-} - 2 \cos i_1 \cos \omega_2}{(l)} \dots \dots \dots (13b)$$

Für den Fall, daß sowohl Schicht 2 als auch Schicht 3 parallel sind, erhalten wir durch Einsetzen von  $\omega_1 = 0$ ,  $\omega_2 = 0$  in die obenstehenden Formeln (11), (12), (13) folgende Formelgruppe (hierbei ist  $\beta_1 = \alpha_1 = v_1/v_3$ ):

$$h_2 = \frac{v_1 t_3 - s \sin \alpha_1 - h_1 2 \cos \alpha_1}{2 \sin i_1 \cos i_2} \dots \dots \dots (14)$$

$$h_2 = \frac{x_{13} (1 - \sin \alpha_1) - h_1 2 \cos \alpha_1}{2 \sin i_1 \cos i_2} \dots \dots \dots (15)$$

$$h_2 = \frac{x_{23} (\sin i_1 - \sin \alpha_1) - h_1 2 (\cos \alpha_1 - \cos i_1)}{2 \sin i_1 \cos i_2} \dots \dots \dots (16)$$

**C. Schlußbemerkungen.** Ist jede Schicht nachweisbar? Untersuchen wir  $x_{13}$  in Abhängigkeit von  $h_2$  [siehe (12a), (12b)], so sehen wir, daß  $x_{13}$  mit abnehmendem  $h_2$  stets kleiner wird; bei einem bestimmten  $h_2$  ist  $x_{13} = x_{12}$  (F.-S. 8, 9.), das bedeutet, daß die  $v_1$ -Kurve direkt in die  $v_3$ -Kurve übergeht, ohne daß von der  $v_2$ -Kurve etwas bemerkbar wird.

So ist im Beispiel der Fig. 4 berechnet (siehe die punktierte Linie), daß bei  $h_2 = 26.2$  m die Werte von  $x_{13}$  und  $x_{12}$  gleich werden. Ist also bei denselben Bedingungen die Schichtdicke geringer als  $h_2 = 26.2$  m, so kann Schicht 2 überhaupt nicht nachgewiesen werden.

Dieses bezieht sich natürlich auf die Methode der alleinigen Auswertung des ersten Einsatzes. Werden auch später Einsätze zu Hilfe genommen, so könnte die Schicht doch nachgewiesen werden.

Dieses Resultat ist für die Praxis von großer Bedeutung, zeigt es doch, daß nur durch eine Berücksichtigung der späteren Einsätze solch wenig mächtige Schichten nachgewiesen werden können.

**Gültigkeitsbereich der Formeln.** Alle vorstehend abgeleiteten Formeln sowohl für zwei als auch für drei Schichten gelten streng genommen nur für den Fall, daß die Richtung der Sprenglinie mit der geologischen Einfallrichtung übereinstimmt.

Stimmt die geologische Einfallrichtung nicht mit der Sprenglinie überein, so müssen zwei zueinander senkrechte Linien gesprengt werden, wodurch sich dann die Einfallrichtung und daraus die wahren Tiefen sowie das wahre Einfallen berechnen läßt.

Haben wir es jedoch mit mehreren Schichten zu tun, bei denen die Einfallrichtungen wechseln, so werden die Berechnungen ziemlich schwierig.

In der Praxis wird die Differenz zwischen den Einfallrichtungen meistens recht klein sein, und da sie mit dem  $\cos$  eingeht, so wird man die Korrekturen meistens vernachlässigen können.

### Berechnungsbeispiele

Es sollen im nachfolgenden alle interessierenden tektonischen Daten aus den gegebenen Laufzeitkurven berechnet werden. Die dazugehörigen Fig. 2, 3

und 4 stellen oberhalb der Linien *A* und *B* die Laufzeitkurven maßstab- und winkelgetreu dar.

Unterhalb der Schußlinie *AB* sind die errechneten Resultate wiederum maßstab- und winkelgetreu abgebildet. Der Abstand von *A* nach *B* = 2500 m.

Erstes Beispiel (siehe Fig. 2)

Gegeben:

<i>A</i> -Linie	<i>B</i> -Linie
$v_1 = 1800$ m/sec	$v_1 = 1800$ m/sec
$v_{2+} = 3415$ "	$v_{2-} = 2700$ "
$v_{3+} = 6530$ "	$v_{3-} = 3495$ "
$x_{12+} = 843$ m	$x_{12-} = 275$ m
$x_{13+} = 1174$ m	$x_{13-} = 677$ m

a) Gesucht:  $\omega_2 i_1 v_2 h_{1+} h_{1-}$ .

$$\left. \begin{aligned} \text{(F.-S. 2.)} \quad \frac{v_1}{v_{2+}} &= \sin(i_1 - \omega_2) = \frac{1800}{3415} = 0.527 = \sin 31^\circ 50' \\ \text{(F.-S. 3.)} \quad \frac{v_1}{v_{2-}} &= \sin(i_1 + \omega_2) = \frac{1800}{2700} = 0.667 = \sin 41^\circ 50' \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \omega_2 &= 5^\circ \\ i_1 &= 36^\circ 50' \end{aligned}$$

$$\text{(F.-S. 1.)} \quad v_2 = \frac{v_1}{\sin i_1} = \frac{1800}{0.600} = 3000$$

$$\text{(F.-S. 8.)} \quad h_{1+} = \frac{x_{12+} [1 - \sin(i_1 - \omega_2)]}{2 \cos i_1 \cos \omega_2} = \frac{843 [1 - \sin(31^\circ 50')]}{2 \cdot 0.800 \cdot 0.996} = 250 \text{ m}$$

$$\text{(F.-S. 9.)} \quad h_{1-} = \frac{x_{12-} [1 - \sin(i_1 + \omega_2)]}{2 \cos i_1 \cos \omega_2} = \frac{275 [1 - \sin(41^\circ 50')]}{2 \cdot 0.800 \cdot 0.996} = 57.5 \text{ m}$$

b) Gesucht:  $\omega_3 i_2 v_3 h_{2+} h_{2-}$ .

$$\text{(F.-S. 14.)} \quad \frac{v_1}{v_{3+}} = \sin(\beta_1 - \omega_2) = \frac{1800}{6530} = 0.2756 = \sin 16^\circ; \quad \beta_1 = 21^\circ$$

$$\text{(F.-S. 13.)} \quad \frac{v_1}{v_{3-}} = \sin(\alpha_1 + \omega_2) = \frac{1800}{3495} = 0.5150 = \sin 31^\circ; \quad \alpha_1 = 26^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \text{(F.-S. 16.)} \quad \frac{\sin \beta_1}{\sin i_1} &= \sin(i_2 - \omega_{32}) = \frac{0.3584}{0.6} = 0.598 = \sin 36^\circ 50' \\ \text{(F.-S. 15.)} \quad \frac{\sin \alpha_1}{\sin i_1} &= \sin(i_2 + \omega_{32}) = \frac{0.438}{0.6} = 0.729 = \sin 46^\circ 50' \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \omega_{32} &= 5^\circ \\ i_2 &= 41^\circ 50' \end{aligned}$$

$$\text{(F.-S. 19.)} \quad \omega_3 = \omega_{32} + \omega_2 = 5^\circ + 5^\circ = 10^\circ$$

$$\text{(F.-S. 18.)} \quad v_3 = \frac{v_2}{\sin i_2} = \frac{3000}{0.666} = 4500 \text{ m/sec}$$

$$\text{(F.-S. 22.)} \quad h_{2+} = \frac{1}{(l)} [v_1 t_3 - s_+ \sin(\beta_1 - \omega_2) - h_{1+}(k)]$$

$$\text{(F.-S. 33.)} \quad (l) = 2 \sin i_1 \cos i_2 \cos \omega_3 = 2 \cdot 0.6 \cdot 0.745 \cdot 0.985 = 0.881$$

$$(F.-S. 32.) \quad (k) = \cos(\alpha_1 + \omega_2) + \cos(\beta_1 - \omega_2) = 0.961 + 0.857 = 1.818$$

$$h_{2+} = \frac{1}{0.881} [1800 \cdot 0.810 - 2200 \cdot 0.2756 - 250 \cdot 1.818] = 450 \text{ m}$$

$$(F.-S. 23.) \quad h_{2-} = \frac{1}{(l)} [v_1 t_{3-} - s_- \sin(\alpha_1 + \omega_2) - h_{1-}(k)]$$

$$= \frac{1}{0.881} [1800 \cdot 0.810 - 2200 \cdot 0.515 - 57.5 \cdot 1.818] = 252 \text{ m}$$

Hiermit sind alle gesuchten Größen berechnet. Es sei hier kurz angedeutet, daß  $h_{2-}$  auch unabhängig von Formel (F.-S. 23) durch den Ansatz  $[(h_{1+} + h_{2+}) - (h_{1-} + h_{2-})] = s \operatorname{tg} \omega_3$  bestimmt werden kann. Wir haben also mehr Gleichungen als Unbekannte, ein Vorteil, auf dessen Bedeutung für die Praxis an anderer Stelle eingegangen werden soll. Wenden wir die zitierte Formel zur Probe auf die Genauigkeit an, so erhalten wir

$$\operatorname{tg} \omega_3 = \frac{1}{s} [(h_{1+} + h_{2+}) - (h_{1-} + h_{2-})] = \frac{1}{2200} [700 - 310] = 0.177 = \operatorname{tg} 10^\circ$$

$$\omega_3 = 10^\circ$$

Hierdurch ist die Möglichkeit gegeben, zu prüfen, ob zwischen  $A$  und  $B$  die Schichten stetig verlaufen oder ob Brüche und andere Störungen vorhanden sind.

Zweites Beispiel (siehe Fig. 3). Dieses Beispiel demonstriert das Aussehen der Laufzeitkurve, wenn  $\omega_3$  negativ ist. Außerdem sind die  $v$ -Werte nicht wie im ersten Beispiel in m/sec angegeben, sondern in km/sec; es erscheint Verfasser praktischer, da hierbei die Möglichkeit gegeben ist, durch die Zahl der angehängten Nullen die Meßgenauigkeit anzugeben. Eine Angabe  $v_{3+} = 9000$  m/sec ist irreführend, während  $v_{3+} = 9,0$  oder  $9,00$  km/sec etwas über die wirkliche Meßgenauigkeit aussagt.

Gegeben:

A-Linie	B-Linie ( $A-B = 2.5$ km)
$v_1 = 1.80$ km/sec	$v_1 = 1.80$ km/sec
$v_{2+} = 3.23$ "	$v_{2-} = 2.805$ "
$v_{3+} = 4.37$ "	$v_{3-} = 4.71$ "
$x_{13+} = 1006$ m	
$x_{23+} = 1325$ m	

die Berechnung von  $\omega_2$   $i_1$   $v_2$   $h_{1+}$   $h_{1-}$  bietet nichts Neues; die Werte seien hier nur angeführt

$$\omega_2 = 3^\circ 0' \text{ (die Grade stimmen im Mittel auf } \pm 5)$$

$$i_1 = 36^\circ 50'; \quad v_2 = 3.00 \text{ km/sec}$$

$$h_{1+} = 250 \text{ m}$$

$$h_{1-} = 119 \text{ m}$$

Gesucht:  $\omega_3 \ i_2 \ v_3 \ h_{2+} \ h_{2-}$ .

$$\sin(\beta_1 - \omega_2) = \frac{1.80}{4.37} = 0.412 = \sin 24^\circ 20'; \quad \beta_1 = 27^\circ 20'$$

$$\sin(\alpha_1 + \omega_2) = \frac{1.80}{4.70} = 0.383 = \sin 22^\circ 30'; \quad \alpha_1 = 19^\circ 30'$$

$$\left. \begin{aligned} \sin(i_2 - \omega_{32}) &= \frac{0.459}{0.6} = 0.764 = \sin 49^\circ 50' \\ \sin(i_3 + \omega_{32}) &= \frac{0.334}{0.6} = 0.557 = \sin 33^\circ 50' \end{aligned} \right\} \begin{aligned} i_2 &= 41^\circ 50' \\ \omega_{32} &= -8^\circ \end{aligned}$$

$$\omega_3 = \omega_{32} + \omega_2 = -8^\circ + 3^\circ = -5^\circ; \quad v_3 = \frac{3.00}{0.666} = 4.50 \text{ km/sec}$$

$$\omega_3 = -5^\circ$$

$$v_3 = 4.50 \text{ km/sec}$$

$$\begin{aligned} \text{(F.-S. 24.) } h_{2+} &= \frac{1}{(l)} [x_{13} + \{1 - \sin(\beta_1 - \omega_2)\} - h_{1+}(k)] \\ &= \frac{1}{0.891} [1.006 (0.588) - 0.458] = 150 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{(F.-S. 26.) } h_{2+} = \frac{1}{(l)} [x_{23} + \{\sin(i_1 - \omega_2) - \sin(\beta_1 - \omega_2)\} - h_{1+}(k)]$$

$$+ h_{1+} + 2 \cos i_1 \cos \omega_2] = \frac{1}{0.891} [1325 \cdot 0.145 - 458.3 + 250.2 \cdot 0.8 \cdot 0.997] = 149 \text{ m}$$

Es sollten durch dieses Beispiel auch die beiden anderen Formeln für  $h_{2+}$  demonstriert werden;  $h_{2-}$  errechnet sich auf analoge Weise zu 500 m.

Drittes Beispiel. Wir behandeln hier den Fall, daß  $\omega_2 = \omega_3 = 0^\circ$ . Dieses trifft verhältnismäßig oft zu, da jede Tektonik mit geringen Einfallswinkeln hier mit einbezogen werden kann.

Gegeben:

Linie	Gegenlinie (Abstand 2 km)
$v_1 = 1.00$	$v_1 = 1.00$
$v_2 = 2.00$	$v_2 = 2.00$
$v_3 = 5.00$	$v_3 = 5.00$
$x_{12} = 100 \text{ m}$	$x_{12} = 100 \text{ m}$
$x_{23} = 300 \text{ m}$	$x_{23} = 300 \text{ m}$

Da die Geschwindigkeiten in beiden Linien gleich sind, so gibt es kein Steigen und Fallen, auch die Benennungen A-Linie und B-Linie werden gegenstandslos, ebenso gibt es keine Scheingeschwindigkeiten, da die gemessenen  $v$ -Werte den wahren Geschwindigkeiten entsprechen.

Gesucht:  $h_1$ .

$$h_1 = \frac{x_{12}(1 - \sin i_1)}{2 \cos i_1}; \quad \sin i_1 = \frac{v_1}{v_2} = 0.5 = \sin 30^\circ;$$

$$h_1 = \frac{100 \cdot 0.5}{2 \cdot 0.866} = 28.9 \text{ m}$$

Gesucht:  $h_2$ .

$$\text{Da } \frac{\sin \alpha_1}{\sin i_2} = \sin i_1, \text{ so ist } \sin \alpha_1 = \frac{v_1 \cdot v_2}{v_2 \cdot v_3} = \frac{v_1}{v_3} = 0.200 = 11^\circ 30';$$

$$\sin i_2 = 0.4 = \sin 23^\circ 30'$$

$$h_2 = \frac{v_1 t_2 - s \sin \alpha_1 - h_1 2 \cos \alpha_1}{2 \sin i_1 \cos i_2} = \frac{1000 \cdot 0.22 - 400 \cdot 0.2 - 28.9 \cdot 2 \cdot 0.98}{2 \cdot 0.5 \cdot 0.917} = 90.9 \text{ m}$$

nach der zweiten Formel:

$$h_2 = \frac{x_{13}(1 - \sin \alpha_1) - h_1 2 \cos \alpha_1}{2 \sin i_1 \cos i_2} = \frac{175 \cdot 0.8 - 28.9 \cdot 2 \cdot 0.98}{2 \cdot 0.5 \cdot 0.917} = 90.9 \text{ m}$$

Auch nach der dritten Formel erhalten wir natürlich dasselbe Resultat, da ja die einzelnen Größen aus einem fehlerlosen, idealen Diagramm abgelesen sind:

$$h_2 = \frac{x_{23}(\sin i_1 - \sin \alpha_1) - h_1 2(\cos \alpha_1 - \cos i_1)}{2 \sin i_1 \cos i_2} \\ = \frac{300 \cdot 0.2 - 28.9 \cdot 0.228}{2 \cdot 0.5 \cdot 0.917} = 90.9 \text{ m}$$

Der Vorteil, unter den drei Tiefenformeln wählen zu können, tritt erst in der Praxis bei unsicheren Diagrammen mit ungenauen Winkeln zutage.

z. Z. Maracaibo, im Juli 1930.

### Formel-Sammlung (F.-S.)

#### 2 Schichten

$$1. \quad \sin i_1 = \frac{v_1}{v_2}.$$

$$2. \quad \sin(i_1 - \omega_2) = \frac{v_1}{v_{2+}}.$$

$$3. \quad \sin(i_1 + \omega_2) = \frac{v_1}{v_{2-}}.$$

$$4. \quad t_{2+} = \frac{1}{v_1} [s_+ \sin(i_1 - \omega_2) + h_{1+} 2 \cos i_1 \cos \omega_2].$$

$$5. \quad t_{2-} = \frac{1}{v_1} [s_- \sin(i_1 + \omega_2) + h_{1-} 2 \cos i_1 \cos \omega_2].$$

$$6. \quad h_{1+} = \frac{v_1 t_{2+} - s_+ \sin(i_1 - \omega_2)}{2 \cos i_1 \cos \omega_2}.$$

7.  $h_{1-} = \frac{v_1 t_{3-} - s_- \sin(i_1 + \omega_2)}{2 \cos i_1 \cos \omega_2}$ .
8.  $h_{1+} = \frac{x_{12+} [1 - \sin(i_1 - \omega_2)]}{2 \cos i_1 \cos \omega_2}$ .
9.  $h_{1-} = \frac{x_{12-} [1 - \sin(i_1 + \omega_2)]}{2 \cos i_1 \cos \omega_2}$ .
10.  $h_1 = \frac{x_{12} [1 - \sin i_1]}{2 \cos i_1}$ .
11.  $h_{1-} = h_{1+} - s \operatorname{tg} \omega_2$ .

3 Schichten

12.  $\sin i_3 = \frac{v_2}{v_3}$ .
13.  $\sin(\alpha_1 + \omega_2) = \frac{v_1}{v_{3-}}$ .
14.  $\sin(\beta_1 - \omega_2) = \frac{v_1}{v_{3+}}$ .
15.  $\sin(i_2 + \omega_{32}) = \frac{\sin \alpha_1}{\sin i_1}$ .
16.  $\sin(i_2 - \omega_{32}) = \frac{\sin \beta_1}{\sin i_1}$ .
17.  $\left. \begin{array}{l} \frac{v_1}{v_{3+}} = \sin(\beta_1 - \omega_2) \rightarrow \beta_1; \quad \frac{\sin \beta_1}{\sin i_1} = \sin(i_2 - \omega_{32}) \rightarrow i_2 - \omega_{32} \\ \frac{v_1}{v_{3-}} = \sin(\alpha_1 + \omega_2) \rightarrow \alpha_1; \quad \frac{\sin \alpha_1}{\sin i_1} = \sin(i_2 + \omega_{32}) \rightarrow i_2 + \omega_{32} \end{array} \right\} \rightarrow \omega_{32}; i_2$
18.  $v_3 = \frac{v_2}{\sin i_3}$ .
19.  $\omega_3 = \omega_{32} + \omega_2$ .
20.  $t_{3+} = \frac{1}{v_1} [s_+ \sin(\beta_1 - \omega_2) + h_{1+}(k) + h_{2+}(l)]$ .
21.  $t_{3-} = \frac{1}{v_1} [s_- \sin(\alpha_1 + \omega_2) + h_{1-}(k) + h_{2-}(l)]$ .
22.  $h_{2+} = \frac{1}{l} [v_1 t_{3+} - s_+ \sin(\beta_1 - \omega_2) - h_{1+}(k)]$ .
23.  $h_{2-} = \frac{1}{l} [v_1 t_{3-} - s_- \sin(\alpha_1 + \omega_2) - h_{1-}(k)]$ .
24.  $h_{2+} = \frac{x_{13+} [1 - \sin(\beta_1 - \omega_2) - h_{1+}(k)]}{(l)}$ .
25.  $h_{2-} = \frac{x_{13-} [1 - \sin(\alpha_1 + \omega_2) - h_{1-}(k)]}{(l)}$ .

26.  $h_{2+} = \frac{x_{23+} [\sin(i_1 - \omega_2) - \sin(\beta_1 - \omega_2)] - h_{1+}(k) + h_{1+} 2 \cos i_1 \cos \omega_2}{(l)}$
27.  $h_{2-} = \frac{x_{23-} [\sin(i_1 + \omega_2) - \sin(\alpha_1 + \omega_2)] - h_{1-}(k) + h_{1-} 2 \cos i_1 \cos \omega_2}{(l)}$
28.  $h_{2-} = h_{2+} + h_{1+} - h_{1-} - s \operatorname{tg} \omega_3$ .
29.  $h_2 = \frac{v_1 t_s - s \sin \alpha_1 - h_1 2 \cos \alpha_1}{2 \sin i_1 \cos i_2}$ .
30.  $h_2 = \frac{x_{13}(1 - \sin \alpha_1) - h_1 2 \cos \alpha_1}{2 \sin i_1 \cos i_2}$ .
31.  $h_2 = \frac{x_{23}(\sin i_1 - \sin \alpha_1) - h_1 2(\cos \alpha_1 - \cos i_1)}{2 \sin i_1 \cos i_2}$ .
32.  $(k) = \cos(\alpha_1 + \alpha_2) + \cos(\beta_1 - \omega_2)$ .
33.  $(l) = 2 \sin i_1 \cos i_2 \cos \omega_3$ .

### Tabelle der Formelzeichen

#### 1. Die Formelzeichen im $ts$ -Diagramm

$A$ -Linie = die Richtung der Sprenglinie, bei der mit wachsendem Abstand vom Fixpunkt Schicht 2 steigt (Index +).

$B$ -Linie = die umgekehrte Richtung wie  $A$ ; mit wachsendem Abstand vom Fixpunkt wird Schicht 2 tiefer (Index -).

$A$ -Punkt = Sprengpunkt (Fixpunkt) der  $A$ -Linie.

$B$ -Punkt = „ „ der  $B$ -Linie.

$s_+$ ,  $s_-$  = Abstände von  $A$  bzw. von  $B$  auf der Sprenglinie.

$x_{12+}$ ,  $x_{13+}$ ,  $x_{23+} = s_+$  für die Schnittpunkte  $v_1$ ,  $v_{2+}$ ;  $v_1$ ,  $v_{3+}$ ;  $v_{2+}$ ,  $v_{3+}$ .

$x_{12-}$ ,  $x_{13-}$ ,  $x_{23-} = s_-$  „ „ „ „  $v_1$ ,  $v_{2-}$ ;  $v_1$ ,  $v_{3-}$ ;  $v_{2-}$ ,  $v_{3-}$ .

$t_+$ ,  $t_-$  = Laufzeiten für die  $A$ - bzw.  $B$ -Linie in sec.

$v_{2+}$ ,  $v_{2-}$  = die größere bzw. kleinere Scheingeschwindigkeit von Schicht 2.

$v_{3+}$ ,  $v_{3-}$  = Scheingeschwindigkeiten von Schicht 3 (ob steigend oder fallend richtet sich nur nach Schicht 2).

#### 2. Die Formelzeichen im tektonischen Profil

$\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  = Neigungswinkel der Oberflächen gegen die Horizontale.

$\omega_{32} = \omega_3 - \omega_2$ .

$i_1 i_2$  = Winkel der Totalreflexion.

$\alpha_1 \beta_1$  = Einfallswinkel von  $A$  bzw.  $B$  aus.

$\gamma_2 \delta_2$  = Brechungswinkel,  $\alpha_1$  bzw.  $\beta_1$  entsprechend.

$(k) = \cos(\alpha_1 + \omega_2) + \cos(\beta_1 - \omega_2)$ .

$(l) =$  „ „  $2 \sin i_1 \cos i_2 \cos \omega_3$ .

$h_{1+}$  = Mächtigkeit (scheinbare) von Schicht 1 in der Lotrichtung unter  $A$ .

$h_{1-}$  = „ „ „ „ 1 „ „ „ „  $B$ .

$h_{2+}$  = „ „ „ „ 2 „ „ „ „  $A$ .

$h_{2-}$  = „ „ „ „ 2 „ „ „ „  $B$ .

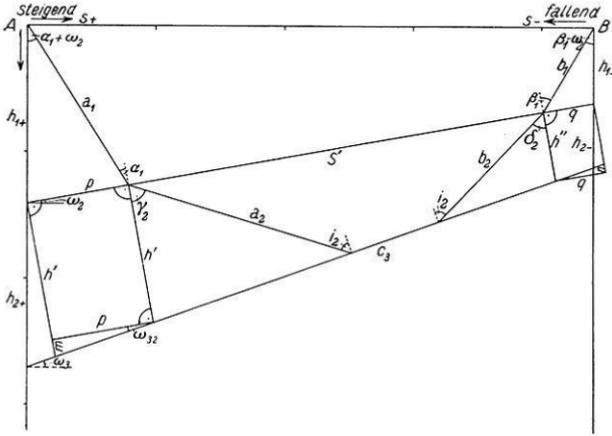


Fig. 1

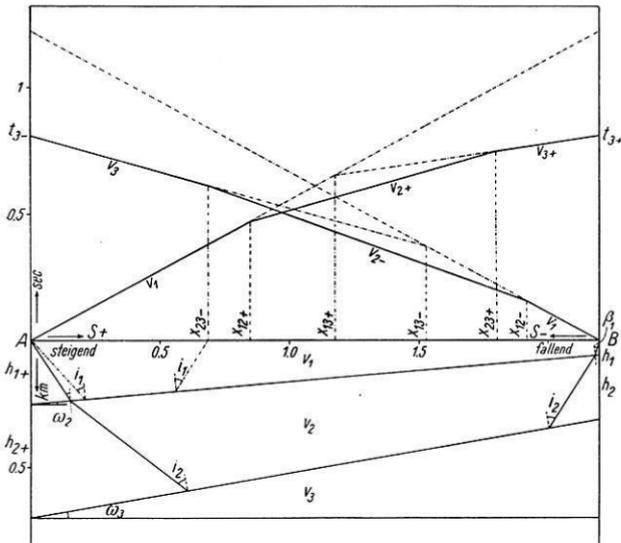


Fig. 2

Winkelgetreues  $t$ - $s$ -Diagramm mit dazugehörigem Profil:  
 $\omega_2 = +5^\circ$ ;  $\omega_3 = +10^\circ$

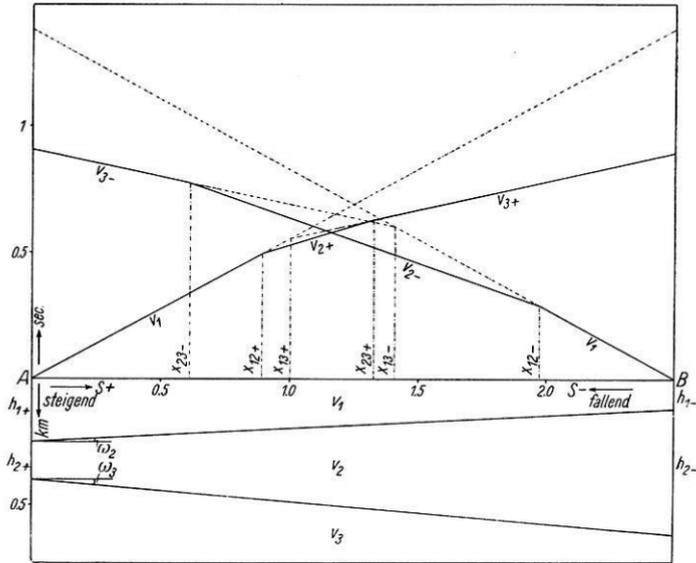


Fig. 3. Winkelgetreues  $ts$ -Diagramm mit dazugehörigem Profil:  
 $\omega_2 = + 3^\circ$ ;  $\omega_3 = - 5^\circ$

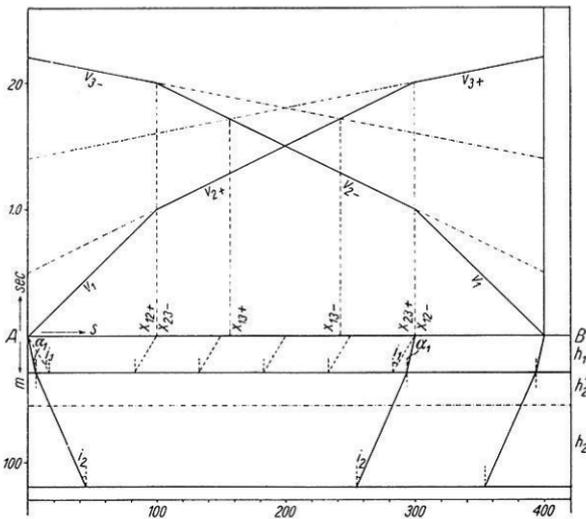


Fig. 4. Winkelgetreues  $ts$ -Diagramm mit dazugehörigem Profil:  $\omega_2 = 0^\circ$ ;  $\omega_3 = 0^\circ$ . Die punktierte Linie zeigt mit 26.2 m die Schichtmächtigkeit an, unterhalb welcher Schicht 2 nicht mehr nachgewiesen werden kann