

Werk

Jahr: 1931

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:7

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN101433392X_0007

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0007

LOG Id: LOG_0016

LOG Titel: Über die Bestimmung der Geoidundulationen aus Schweremessungen

LOG Typ: article

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN101433392X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Über die Bestimmung der Geoidundulationen aus Schweremessungen

Von **Karl Jung**, Potsdam*) — (Mit 8 Abbildungen)

Es wird nachgewiesen, daß nach Berücksichtigung einer Korrektur, durch welche die Wirkung der isostatischen Reduktion auf die Lage des Geoids beseitigt wird, die isostatisch reduzierten Schwerewerte sehr wohl zur Bestimmung der Geoidundulationen verwendet werden können. Das von Hopfner vorgeschlagene Verfahren, nach dem die Schwerewerte so auf das Geoid reduziert werden, daß dabei keine Massenverschiebungen vorkommen, und dann die Geoidundulationen aus einfachen Formeln folgen, bedarf einer ergänzenden Korrektur, da in dem Formelsystem Hopfners die außerhalb des Geoids liegende Massen nicht berücksichtigt sind. Die an diesem Verfahren anzubringende Korrektur hat rund den 4—5-fachen Betrag der Korrektur, die an den Bestimmungen aus isostatisch reduzierten Schwerewerten anzubringen ist und es ist deshalb weniger günstig als die Verwendung der isostatischen Werte. Aus der Kugelfunktionenentwicklung der Erdoberfläche nach Prey werden die Korrekturen für beide Verfahren bis zur fünften Kugelfunktion berechnet. Die Kartendarstellungen geben wohl einen zuverlässigen Eindruck von den Größenordnungen. In Einzelheiten der mathematischen Ableitungen muß auf die ausführliche Veröffentlichung verwiesen werden.

Die Geoidundulationen haben nicht mehr nur Wert für den Geodäten. Seitdem man durch die Schweremessungen im Unterseeboot imstande ist, die ganze Erde mit Schwerestationen zu überziehen, und man aus diesen Messungen Aufschluß über Anomalien von kontinentalem Ausmaß und Erkenntnisse über die isostatischen Verhältnisse der Großformen erwarten kann, ist die Frage nach der Gestalt der Bezugsfläche auch für den Geophysiker wichtig geworden. Können doch Überschweren im Ozean vorgetäuscht sein, wenn sich das Geoid, die Bezugsfläche der einzelnen Schwerewerte, erheblich unter das Sphäroid, die Bezugsfläche der in den Schwereformeln ausgedrückten Normalschwere, senkt. Den Betrag gibt der Term von Bruns,

$$-\Delta g = \frac{2g(R-r)}{R},$$

wobei g die Schwere, R den Radiusvektor des Geoids, r den des Sphäroids bedeuten. Einem Abstand $R-r$ des Geoids vom Sphäroid von 100 m entspricht ein Fehler Δg der Schwereanomalie von 30 Milligal.

Über die Größe der Geoidundulationen ist noch nichts Zuverlässiges bekannt. Helmert schätzt sie auf nur selten mehr als 100 m, während in neuerer Zeit Hopfner Geoidundulationen von mehreren hundert Metern für möglich hält. Sollte letzteres zutreffen, dann kann in den bis jetzt berechneten Schwereanomalien

*) Eine ausführliche Darstellung der hier angedeuteten Untersuchungen soll demnächst in Gerlands Beiträgen zur Geophysik erscheinen.

kein zuverlässiges Hilfsmittel zur Erforschung des Aufbaues der Erdrinde erwartet werden.

Im folgenden wird gezeigt, wie man aus isostatisch reduzierten Schwerewerten die Geoidundulationen bestimmen kann, und es wird sich zeigen, daß die isostatischen Schwereanomalien noch immer das zuverlässigste Hilfsmittel hierfür sind.

I. Potential und Schwere auf dem Geoid, Geoidundulationen.

1. Koordinatenanfang sei der Erdmittelpunkt, ρ sei der Radiusvektor, ϑ das Komplement der Breite, λ die Länge. Dann ist in jedem Punkte in oder außerhalb der Erde:

$$\left. \begin{aligned} \text{a) das Potential: } W &= \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{V_n(\rho, \vartheta, \lambda)}{\rho^{n+1}} + \rho^n \cdot v_n(\rho, \vartheta, \lambda) \right\} + \frac{1}{2} \omega^2 \rho^2 \sin^2 \vartheta, \\ \text{b) die Schwere: } g &\approx - \frac{\partial W}{\partial \rho} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{n+1}{\rho^{n+2}} V_n(\rho, \vartheta, \lambda) - n \rho^{n-1} \cdot v_n(\rho, \vartheta, \lambda) \right\} - \omega^2 \rho \sin^2 \vartheta \end{aligned} \right\} (1)$$

Hierbei ist ω die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation, V_n und v_n sind Laplace'sche Kugelfunktionen, deren $2n+1$ Koeffizienten von der Entfernung ρ des Aufpunkts vom Erdmittelpunkt abhängen. V_n bezieht sich auf die „inneren“ Massen, v_n auf die „äußeren“ Massen. Innere und äußere Massen sind von der um den Erdmittelpunkt durch den Aufpunkt gelegten Kugelfläche getrennt. Im allgemeinen ist diese Trennung für jeden Aufpunkt eine andere.

2. Auf dem Geoid ist $W = C = \text{const}$, $R(\vartheta, \lambda)$ bezeichne den Radiusvektor des Geoids. Dann gilt für das Geoid

$$\left. \begin{aligned} \text{a) } W_R &= \sum_{n=0}^{\infty} \{ \mathfrak{B}_n(\vartheta, \lambda) + v_n(\vartheta, \lambda) \} + \frac{1}{2} \omega^2 R(\vartheta, \lambda)^2 \sin^2 \vartheta = C, \\ \text{b) } g_R &= \frac{1}{R(\vartheta, \lambda)} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \{ (n+1) \mathfrak{B}_n(\vartheta, \lambda) - n v_n(\vartheta, \lambda) \} - \omega^2 R(\vartheta, \lambda)^2 \sin^2 \vartheta \right] \\ &\approx \frac{1}{R^0} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \{ (n+1) \mathfrak{B}_n(\vartheta, \lambda) - n v_n(\vartheta, \lambda) \} - \omega^2 R(\vartheta, \lambda)^2 \sin^2 \vartheta \right] \end{aligned} \right\} (2)$$

wobei \mathfrak{B}_n und v_n Laplace'sche Kugelfunktionen mit konstanten Koeffizienten bedeuten. R^0 ist ein Mittelwert von R .

3. Das Niveausphäroid $\rho = r(\vartheta, \lambda)$ ist bestimmt durch $U = C$, wobei U durch das Zentrifugalkraftglied und die Glieder der Kugelfunktionenentwicklungen mit P_{00} und P_{20} gegeben ist.

$$U_r = \sum_{\substack{00 \\ 20}} \left\{ \frac{V_n(r, \vartheta, \lambda)}{r^{n+1}} + r^n \cdot v_n(r, \vartheta, \lambda) \right\} + \frac{1}{2} \omega^2 r(\vartheta, \lambda)^2 \sin^2 \vartheta = C \dots (3)$$

Auf dem Geoid ist natürlich U nicht konstant, dort ist

$$U_R = \sum_{\substack{00 \\ 20}} \{ \mathfrak{B}_n(\vartheta, \lambda) + v_n(\vartheta, \lambda) \} + \frac{1}{2} \omega^2 R(\vartheta, \lambda)^2 \sin^2 \vartheta \dots \dots \dots (4)$$

4. Unter Normalschwere sind die entsprechenden Glieder von g_R zu verstehen:

$$\gamma_R \approx \frac{1}{R^0} \left[\sum_{\substack{00 \\ 20}} \{ (n+1) \mathfrak{B}_n(\vartheta, \lambda) - n \cdot v_n(\vartheta, \lambda) \} - \omega^2 R(\vartheta, \lambda)^2 \sin^2 \vartheta \right] (5)$$

5. Die Geoidundulation $R - r$ ist $\approx \frac{U_r - U_R}{\gamma^0} \approx \frac{W_R - U_R}{g^0}$:

$$R - r = \frac{1}{g^0} \sum_{n=0}^{\infty*} \{ \mathfrak{B}_n(\vartheta, \lambda) + v_n(\vartheta, \lambda) \} \dots \dots \dots (6)$$

γ^0 und g^0 sind Mittelwerte von γ und g , und Σ^* bezeichnet die Summe über alle Glieder mit Ausschluß derer, die P_{00} und P_{20} enthalten.

6. Unter Schwereanomalie versteht man

$$g_R - \gamma_R = \frac{1}{R^0} \sum_{n=0}^{\infty*} \{ (n+1) \mathfrak{B}_n(\vartheta, \lambda) - n v_n(\vartheta, \lambda) \} \dots \dots (7)$$

7. Nun ergibt sich ein Zusammenhang zwischen Geoidundulation und Schwereanomalie. Wir setzen.

$$(n+1) \mathfrak{B}_n(\vartheta, \lambda) - n v_n(\vartheta, \lambda) = \mathfrak{F}_n(\vartheta, \lambda),$$

und damit wird

$$\left. \begin{aligned} \text{a) } R - r &= \frac{1}{g^0} \sum_{n=0}^{\infty*} \left\{ \frac{\mathfrak{F}_n(\vartheta, \lambda)}{n+1} + \frac{2n+1}{n+1} v_n(\vartheta, \lambda) \right\} \\ \text{b) } g_R - \gamma_R &= \frac{1}{R^0} \sum_{n=0}^{\infty*} \mathfrak{F}_n(\vartheta, \lambda), \\ \text{c) } \sum_{n=0}^{\infty} v_n(\vartheta, \lambda) &= \text{Potential der äußeren Massen,} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

$$= \kappa \cdot \int_{\varrho'=R(\vartheta, \lambda)}^{\infty} \int_{\vartheta'=0}^{\pi} \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \frac{\sigma'(\varrho', \vartheta', \lambda') \varrho'(\vartheta', \lambda')^2 \sin \vartheta' d\varrho' d\vartheta' d\lambda'}{\sqrt{R(\vartheta, \lambda)^2 + \varrho'(\vartheta', \lambda')^2 - 2R(\vartheta, \lambda) \varrho'(\vartheta', \lambda') \cos(R, \varrho')}}.$$

Einfach ist die Beziehung, wenn keine äußeren Massen vorhanden sind:

$$\left. \begin{aligned} \text{a) } R - r &= \frac{1}{g^0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\mathfrak{F}_n(\vartheta, \lambda)}{n+1}, \\ \text{wobei } \mathfrak{F}_n(\vartheta, \lambda) &= (n+1) \cdot \mathfrak{B}_n(\vartheta, \lambda) \\ \text{b) } g_R - \gamma_R &= \frac{1}{R^0} \sum_{n=0}^{\infty*} \mathfrak{F}_n(\vartheta, \lambda) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8')$$

In diesem Falle können die Geoidundulationen unmittelbar aus der Kugelfunktionenentwicklung der Schwereanomalie berechnet werden.

Die Formeln (8) und (8') sind die Grundlage der folgenden Untersuchungen.

8. Der Geltungsbereich der einfachen Darstellung (8') kann mit hinreichender Genauigkeit vom Unendlichen bis zu der die Erdoberfläche einschließenden Niveaufläche angenommen werden, statt nur bis zu der Kugelfläche, die die Erdoberfläche gerade umhüllt.

Die Formeln (8') dürfen aber keinesfalls auf Punkte angewandt werden, die im Innern der Erdmasse liegen, da die Kugelfunktionen $\mathfrak{S}_n = V_n/R^{n+1}$ der Laplaceschen Gleichung $\Delta \mathfrak{S} = 0$ genügen, während für den Gravitationsanteil des Potentials im massenerfüllten Raum die Laplacesche Gleichung nicht gilt. Natürlich stellt die Reihe $\Sigma \mathfrak{S}_n$ auch in Punkten der Erdmasse ein Potential dar; und wenn man (8') auf die im Erdinnern verlaufenden Teile des Geoids anwendet, so betrachtet man auch eine Potentialfläche, jedoch nicht die der wirklichen Erdmasse, sondern die einer Masse, die ganz im Innern der Potentialfläche verteilt ist und auf ihr die gleiche Schwereverteilung erzeugt wie die wirkliche Erdmasse auf dem Geoid. Aber was man dann betrachtet, ist nicht das, was man sucht*).

9. Es gibt zwei verschiedene Wege, mit (8) oder (8') die Geoidundulationen zu bestimmen.

Entweder man reduziert die Schwerebeobachtungen in einer Weise, die einer Wegnahme der außerhalb vom Geoid gelegenen Massen entspricht oder diese Massen ins Innere verschiebt, und benutzt dann (8'). An sich ist es gleichgültig, welche Reduktion man hierfür wählt, wenn man nur imstande ist, ihre Wirkung auf die Gestalt des Geoids hinreichend genau zu bestimmen und rechnerisch zu beseitigen. In der Praxis kommen nur die isostatischen Reduktionen in Betracht, weil unter den masseverlagernden Reduktionen sie allein für alle Punkte der Erde ein wohldefiniertes Massensystem herstellen und ihre Wirkung auf die Gestalt der Niveaufläche — wie sich später zeigen wird — nicht allzu groß ist.

Oder aber, man reduziert die Schwerewerte so aufs Geoid, daß dabei keine Massenverschiebungen stattfinden, also die wirkliche Schwereverteilung auf dem Geoid erhalten wird (Reduktion von Prey), rechnet zunächst nach (8'), d. h. nach (8), ohne die zweite Summe in (8a) zu beachten, berechnet besonders den Wert dieser zweiten Summe und fügt sie den Ergebnissen als Korrektion zu.

Es fragt sich nun, welche Korrektion kleiner und sicherer zu berechnen ist, die an den aus isostatischen Anomalien bestimmten Undulationen wegen der Verlagerung des Geoids oder die Korrektion an den mittels (8') aus den nach Prey reduzierten Schwerewerten gefundenen Undulationen wegen Vernach-

*) Die Ausführungen Hopfners über den Konvergenzbereich der Reihe für das äußere Raumpotential (Gerlands Beitr. 25 und 27, 1930) enthalten den hier angedeuteten Trugschluß.

lässigung der zweiten Summe in (8a). Es wird sich zeigen, daß die zweite Korrektion auch nicht ohne Annahmen über die Massenordnung durchgeführt werden kann und etwa 4—5 mal so groß ist als die erste Korrektion, die allein von der angewandten Reduktion abhängt und nur dann nicht ausreicht, wenn von der Reduktion nicht alle außerhalb vom Geoid gelegenen Massen hinreichend genau erfaßt sind.

II. Die Verwendung isostatisch reduzierter Schwerewerte zur Bestimmung der Geoidundulationen. 1. Es ist nicht zulässig, die isostatischen Schwereanomalien einfach in die Formeln (8') einzusetzen. Durch die isostatische Reduktion wurde die Niveaulfläche verschoben, und die auf dem Geoid liegenden reduzierten Schwerestationen liegen dann nicht mehr auf einer Niveaulfläche.

A. Einwandfrei ist folgender Weg:

a) Es wird auf übliche Weise isostatisch reduziert. Hierbei werden die Schwerestationen auf das wirkliche Geoid gebracht, und dieses begrenzt die



Fig. 1

Massen. Es ist nun nicht mehr Niveaulfläche. Niveaulfläche ist das „reduzierte Geoid“ (s. Fig. 1). Das wirkliche Geoid befindet sich um $+u$ über dem reduzierten Geoid. Man kann u berechnen (Fig. 3a, b).

b) Zunächst sollen die Undulationen des reduzierten Geoids bestimmt werden. Da noch Massen über dem reduzierten Geoid liegen, ist es nicht ohne weiteres statthaft, die Schwerestationen nach der Freiluftreduktion vom wirklichen Geoid auf das reduzierte Geoid zu bringen und die Schwerewerte in (8') einzusetzen. Um diese Schwierigkeit zu umgehen, werden die Schwerewerte auf das „reduzierte Hilfsgeoid“ gebracht. Das reduzierte Hilfsgeoid ist eine über dem reduzierten Geoid gelegene Niveaulfläche, die das wirkliche Geoid einschließt. Sie kann wohl in etwa 100 m Höhe über dem reduzierten Geoid angenommen werden. Mit hinreichender Genauigkeit nimmt man das reduzierte Hilfsgeoid parallel zum reduzierten Geoid an, und auch der Schwereunterschied zwischen Stationen auf dem reduzierten Hilfsgeoid und den entsprechenden Stationen auf dem reduzierten Geoid kann mit hinreichender Genauigkeit konstant angenommen werden. Deshalb ist es in der Praxis auch zulässig, einfach die Schwerestationen vom wirklichen Geoid auf das reduzierte Geoid zu bringen und die Feinheiten mit dem reduzierten Hilfsgeoid zu vernachlässigen.

c) Nun werden nach den Formeln (8') die Undulationen des reduzierten Geoids, strenger gesagt: die nahezu gleich großen des reduzierten Hilfsgeoids, bestimmt.

d) Um von den Undulationen des reduzierten Geoids auf die des wirklichen Geoids zu kommen, sind einfach die Beträge u zu addieren. Das Überführen der Schwerestationen vom Geoid auf das reduzierte Geoid und das Addieren der Beträge u zu den Undulationen des reduzierten Geoids dürfen nicht vernachlässigt werden, solange man annehmen muß, daß die Undulationen des wirklichen Geoids nicht von wesentlich größerer Größenordnung sind.

B. Man kann auch zunächst die auf übliche Weise isostatisch reduzierten Schwereanomalien in die Formeln (8') einsetzen und den Fehler sodann durch Addieren einer Korrektur $K^{(is)}$ (Fig. 4 a, b) beseitigen.

2. Ausgang für die Berechnung des Abstands u von wirklichem Geoid und reduziertem Geoid und der Korrektur $K^{(is)}$ ist die Entwicklung des Reliefs der Erdoberfläche nach Kugelfunktionen, die Prey in den Göttinger Abhandlungen (Math.-Phys. Kl., Bd. XI, S. 1, 1922) gegeben hat. Ist

$$\sum_{n=0}^{\infty} l_n(\vartheta, \lambda) \text{ die Entwicklung der Lithosphäre,}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} m_n(\vartheta, \lambda) \text{ die Entwicklung des Meeresbodens,}$$

so ergibt die Rechnung hinreichend genau für den Fall Prattischer Isostasie (Ausgleichstiefe 120 km):

$$u = \sum_{n=0}^{\infty} u_n^{(*)} = 0.0153 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{n+2}{n+1} \left(1 - 0.0078(n+1) \right) \left(l_n(\vartheta, \lambda) - \frac{1}{3} m_n(\vartheta, \lambda) \right) \right\},$$

und allgemein:

$$K^{(is)} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n+1} \right) \cdot u_n.$$

Für die ersten fünf Kugelfunktionen wurde die Entwicklung durchgerechnet, um einen Eindruck von der Größenordnung zu geben. Fig. 2 gibt das Relief der Lithosphäre, soweit es von den ersten fünf Kugelfunktionen der Preyschen Entwicklung erfaßt wird, Fig. 3 a, b die entsprechende Verteilung von u , Fig. 4 a, b die Verteilung von $K^{(is)}$.

Die Fig. a bringen die Summen über alle Kugelfunktionen bis zur 5. Ordnung, in den Fig. b sind die dem Niveausphäroid entsprechenden Glieder mit P_{00} und P_{20} weggelassen. Diese Darstellung ist zweckmäßig, wenn nur die eigentlichen Undulationen interessieren und es auf die Feinheiten der Gestalt der normalen Bezugsfläche nicht genau ankommt.

3. Nimmt man an, daß in dem isostatischen Aufbau der Erdkruste die bedeutendsten Massenunregelmäßigkeiten erfaßt sind, so stellt u den Verlauf des

Geoids dar. Deshalb kann man auch u als „isostatische Geoidundulation“ bezeichnen. Solange man Grund hat, an der Hypothese vom isostatischen Aufbau der Erdkruste festzuhalten, darf man annehmen, daß die in Fig. 3 a, b dargestellte Verteilung von u im wesentlichen die Gestalt des Geoids wiedergibt und die Geoidundulationen keine erheblich größeren Beträge erreichen. Einzelne besonders unregelmäßig gestaltete Teile der Erdkrinde, z. B. das Himalayagebirge und die Tiefseerinnen, müssen für sich untersucht werden. Eine einfache Abschätzung läßt erkennen, daß die höheren Glieder der isostatischen Geoidundulationen noch nicht 2% der entsprechenden Berge und Täler der Erdoberfläche erreichen.

4. Die unter 1 A und B angegebene Verfahren führt natürlich nur dann zum Ziel, wenn durch die isostatische Reduktion wirklich die außerhalb des Geoids

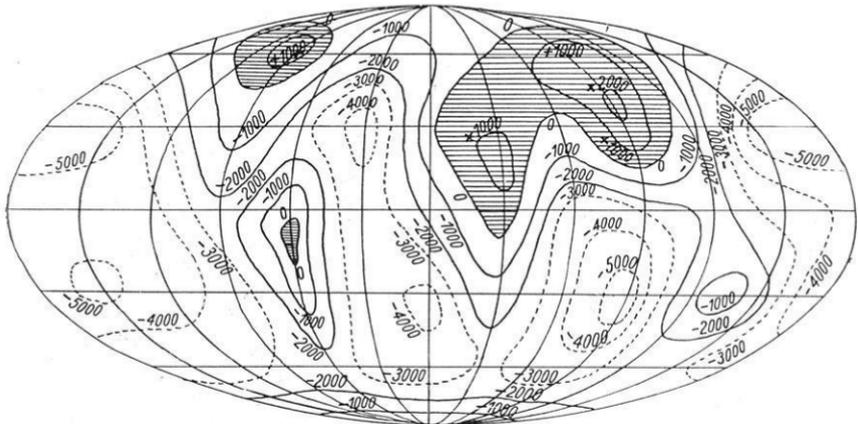


Fig. 2

liegenden Massen nach innen verlegt werden, wenn nicht durch versehentliche Annahme zu kleiner Dichte ein Rest bleibt oder durch Annahme zu großer Dichte uegative Massen in störendem Maße erzeugt werden. Die Annahmen über die Tiefe der Ausgleichsfläche haben keinen Einfluß auf das endgültige Resultat, solange nicht die Annahme einer sehr kleinen Ausgleichstiefe die Anwendbarkeit der üblichen Formeln der Niveaureduktion in Frage stellt.

III. Das von Hopfner vorgeschlagene Verfahren. 1. Hopfner schlägt vor, nach Prey zu reduzieren und die Formeln (8') zu benutzen*). Da bei der Reduktion nach Prey die Schwerestation auf das Geoid verlegt und keine Masse verschoben wird, wird zwar das Geoid nicht verlagert, wie bei der isostatischen Reduktion, aber dafür bleiben die Massen außerhalb des Geoids

*) Gerlands Beitr. 19, 402—405, 1928; 20, 55—58, 1928.

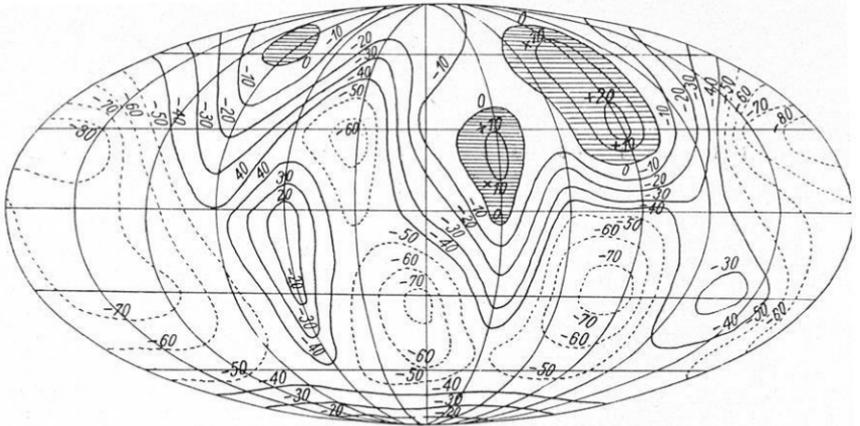


Fig. 3 a

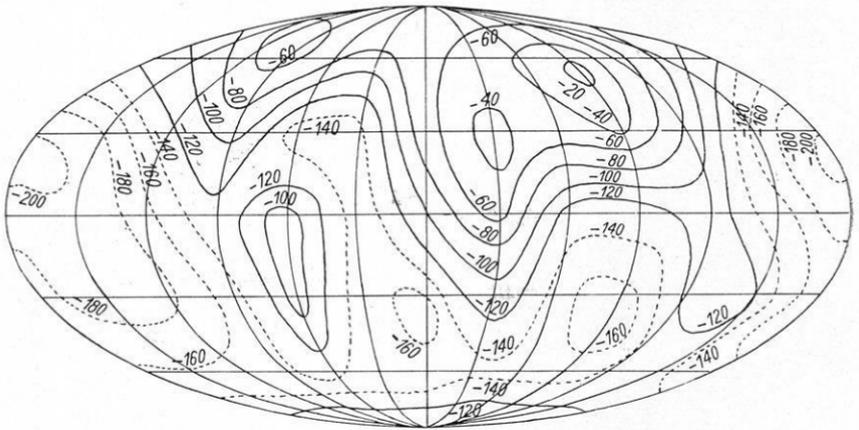


Fig. 4 a

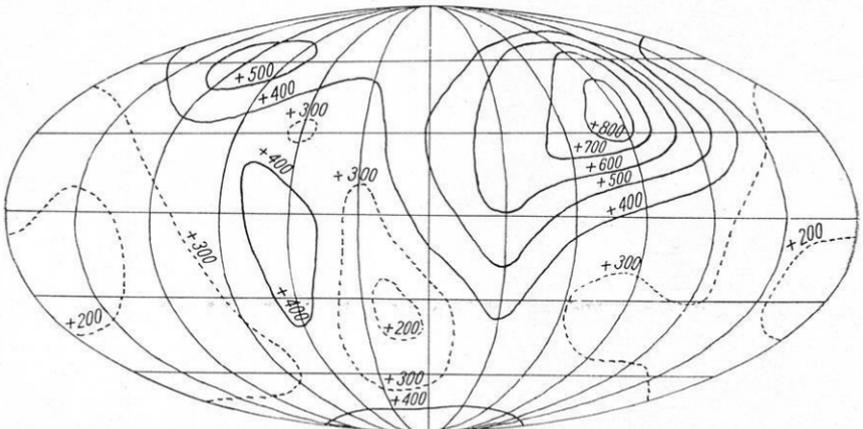


Fig. 5 a

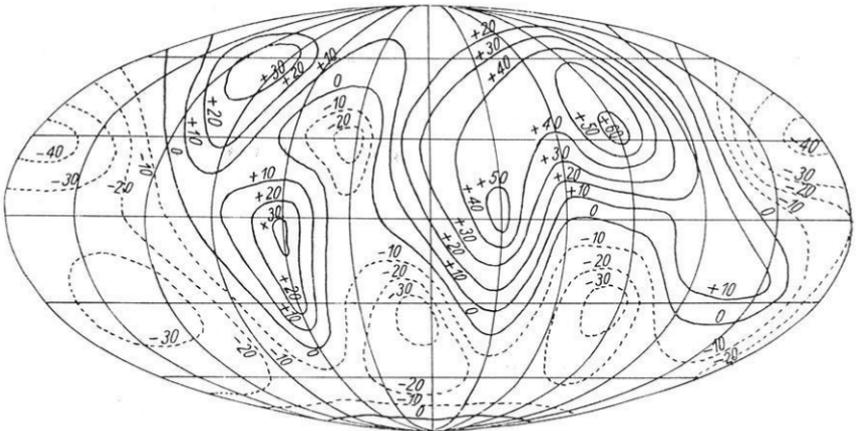


Fig. 3 b

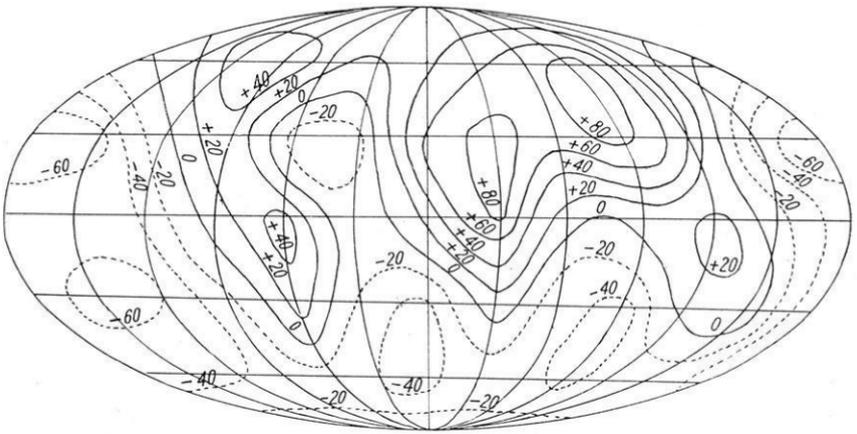


Fig. 4 b

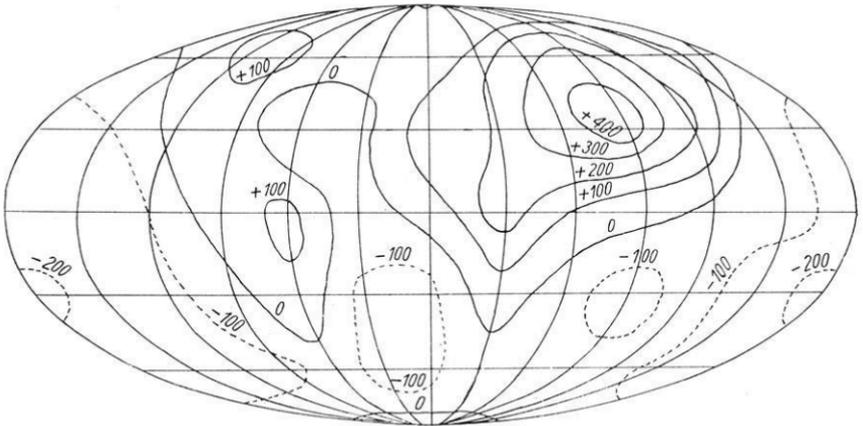


Fig. 5 b

liegen, und die Anwendung der Formeln (8'), d. h. die Vernachlässigung der zweiten Summe in (8a), ist nicht zulässig. Als Ergänzung ist also die Korrektion

$$K^{(H)} = \frac{1}{g^0} \cdot \sum_{n=0}^{\infty (*)} \frac{2n+1}{n+1} v_n(\vartheta, \lambda)$$

zu berechnen und den nach Hopfner bestimmten Geoidundulationen zuzufügen.

2. Hierbei muß man Annahmen über die Lagerung der Massen oberhalb des Geoids machen. So wird das Verfahren ebensowenig „hypothesenfrei“ wie die unter II beschriebenen isostatischen Verfahren.

3. Man benutzt wieder als Ausgang die Entwicklung der Erdoberfläche nach Prey. Die Rechnung ergibt unter der Annahme konstanter Dichte ($\sigma = 3$) in der Erdkruste (bei isostatischer Dichte ist das Ergebnis nicht wesentlich anders):

$$K^{(H)} = 1,63 \sum_{n=0}^{\infty (*)} \frac{1}{n+1} \{l_n(\vartheta, \lambda) - m_n(\vartheta, \lambda)\}.$$

Fig. 5a bringt die Verteilung dieser Korrektion nach der Entwicklung bis zur fünften Kugelfunktion, Fig. 5b die gleiche Entwicklung, bei der die Glieder mit P_{00} und P_{20} die der Abplattung und dem mittleren Erdradius entsprechen, weggelassen sind.

4. Ein Vergleich der extremen Werte in den Darstellungen der Fig. 4 und 5 zeigt eindrucksvoll, daß die Korrektion an dem Hopfnerschen Verfahren etwa das 4—5-fache der Korrektion beträgt, die man nach unmittelbarer Benutzung isostatischer Anomalien anbringen muß. Demnach dürfte das isostatische Verfahren vorzuziehen sein.

5. Die Darstellungen 4a, b können natürlich nur die Größenordnung und die ungefähre Verteilung der Korrektion $K^{(H)}$ geben. Die auffallend großen Unterschiede in Ozeangebieten werden durch Hinzunahme höherer Glieder stark abgeschwächt, während die Kontinente sich noch ausgesprochener hervorheben.

IV. Schlußbemerkung. Besonders interessieren in letzter Zeit zwei Probleme, das der Elliptizität des Äquators und das der von Vening Meinesz gemessenen Überschwere nach isostatischer Reduktion.

Die isostatischen Undulationen erreichen bei weitem nicht den Betrag der Differenz der Äquatorhauptachsen. Die aus dem Gliede mit P_{22} der Entwicklung von u folgenden Hauptachsen des dreiaxigen Ellipsoids liegen vertauscht in denselben Längen wie die der Ellipsen nach Helmert, Berroth und Heiskanen, haben aber nur eine Differenz von 2.11 m. Wie das entsprechende Glied der Entwicklung von $K^{(is)}$ zeigt, kann man als bloße Folge der isostatischen Reduktion nur eine Ellipse von nicht vertauschter Achsenlage und einer Hauptachsendifferenz von 2.19 m erklären, während das 7—17-fache zu erklären ist. Es ist nicht möglich, die isostatischen Reduktionen für die

Elliptizität des Äquators verantwortlich zu machen, mag man diese nun für reell halten oder nach anderen Ursachen suchen.

Dagegen gelingt es sehr wohl, mit den isostatischen Undulationen und dem Term von Bruns die isostatische Überschwere auf den Ozeanen (Atlantik +38, Pazifik östlich Honolulu +19, Pazifik westlich Honolulu +16 Milligal) annähernd zu beseitigen oder stark zu verkleinern.

Potsdam, Geodätisches Institut, November 1930.

Bemerkung zu der Arbeit „Über die Bestimmung der Geoidundulationen von Karl Jung S. 81“

Von F. Hopfner

„Es steht außer aller Frage, daß das Potential in den Punkten des Geoids (Niveaufläche in Meereshöhe), wo dieses innerhalb des Erdkörpers verläuft, durch die Summe zweier Potentiale, nämlich eines äußeren und inneren Potentials, dargestellt werden kann. Wenn also gegen die Formeln des Herrn Jung von diesem Gesichtspunkt aus gewiß nichts einzuwenden ist, so darf doch bezweifelt werden, daß bei der numerischen Anwendung der Formeln isostatisch reduzierte Schwerkraftwerte angewendet werden dürfen, da es einigermaßen fraglich ist, ob durch ein Korrektiv im Nachhinein jene Folgeerscheinungen aufgehoben werden können, die nun einmal die isostatischen Reduktionsverfahren im Gefolge haben. Meines Erachtens hätte Herr Jung besser daran getan, Schwerkraftwerte zu verwenden, die nach dem Verfahren von Prey reduziert worden sind.

Indessen gibt sich Herr Jung einem Irrtum hin, wenn er die Meinung vertritt, daß jene Entwicklung des Raumpotentials nach Kugelfunktionen, die meinem Verfahren zugrunde liegt, überall im Raume nur die Laplacesche Gleichung erfüllt; mit anderen Worten, daß jene Entwicklung die Poissonsche Gleichung nicht erfüllt, wenn der Aufpunkt im Innern der einfach zusammenhängenden Masse liegt. Ich vermute, daß Herr Jung eine zweimalige gliedweise Differentiation der Reihe auch dann für erlaubt hält, wenn der Aufpunkt im Innern der Masse liegt. Das ist deshalb ein Irrtum, weil durch die zweimalige gliedweise Differentiation der Reihe nicht die zweite Ableitung des Potentials im Innern der Masse erhalten wird. Ich habe bereits vor einiger Zeit bei Gerlands Beiträgen zur Geophysik eine Abhandlung eingereicht, die diese Frage erschöpfend behandelt. Da somit Herr Jung von einer unrichtigen Behauptung ausgeht, sind die daran geknüpften Folgerungen unbegründet.“