

## Werk

**Jahr:** 1931

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 GEOGR PHYS 203:7

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN101433392X\_0007

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X\\_0007](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0007)

**LOG Id:** LOG\_0035

**LOG Titel:** Über isostatische Schwereanomalien (Fortsetzung)

**LOG Typ:** article

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN101433392X

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

werden auch durch die Hebung der festen Kruste geförderte Kristallisationsvorgänge in unterlagernden Magmamassen, sowie für andere Bezirke isostatische Prozesse in Betracht gezogen.

Abschließend sei auf die dem Referenten sonst noch nicht begegnete interessante graphische Veranschaulichung der Beziehungen zwischen Areal und zugehöriger Bebenhäufigkeit nach Art der hypsographischen Kurve der Erdrinde aufmerksam gemacht. Bei Zugrundelegung des gesamten Materials, welches etwa 100 Jahren organisierten Erdbebendienstes entspricht, lehrt sie unter anderem, daß nur  $2\frac{1}{3}\%$  des Bodens von Finnland im Laufe eines Jahrhunderts von wenigstens 15 Beben betroffen werden dürfte, dagegen 90 % des Landes nicht mehr als 10 Beben und die Hälfte des Landes nicht mehr als 3 Beben erfährt, wobei die Höchstzahl 33 Beben beträgt. Letztere ergab sich für Kuusamo in rund  $66^{\circ}$  N und  $29^{\circ}$  E, am nordöstlichen Ende der Zone größter Seismizität.

E. Tams, Hamburg.

### Literatur

<sup>1)</sup> Henrik Renqvist: Finlands Jordskalv. Mit deutscher Zusammenfassung. Fennia LIV. Nr. 1, 113 S. Mit 13 Figuren (darunter 7 Karten) und 16 Tabellen. Helsingfors 1930.

<sup>2)</sup> A. G. Högbom, Fennoskandia. Handb. d. region. Geologie, IV. Bd., 3. Abtlg., Heft 13. Heidelberg 1913.

<sup>3)</sup> H. Renqvist: Über kartographische Darstellung der Seismizität. Zeitschr. f. Geophys. 4, 348—352. 1928.

<sup>4)</sup> K. E. Sahlström: A Seismological Map of Northern Europe. Sveriges Geolog. Undersökning. Ser. C, Nr. 364. Stockholm 1930.

## Über isostatische Schwereanomalien

(Fortsetzung)

Von **Heinrich Jung**, Göttingen — (Mit 2 Abbildungen)

Als Fortsetzung der unter ähnlichem Titel auf S. 173 des VI. Jahrgangs der „Zeitschrift für Geophysik“ erschienenen Abhandlung werden die dort erwähnten Beziehungen der verschiedenen Schwereanomalien an geeignet konstruierten Beispielen näher untersucht. Die Beispiele sind so ausgewählt, daß die wichtigsten typischen Fälle berücksichtigt sind. Die bei der Reduktion der beobachteten Schwerebeschleunigungen zu erwartenden Verhältnisse lassen sich annäherungsweise aus diesen Beispielen entnehmen, da sich besondere lokale Einflüsse, die das Bild stark verändern können, in den meisten Fällen abschätzen und in Rechnung setzen lassen.

Auf S. 173 ff. des VI. Jahrgangs der „Zeitschrift für Geophysik“ habe ich die Beziehungen der verschiedenen Schwereanomalien — insbesondere der sogenannten „isostatischen“ Anomalien — einer näheren theoretischen Betrachtung unterzogen und speziell bei Anwendung der Beziehung

$$\frac{\Delta g_{is}}{\Delta g'_0} = \frac{\varrho' - \varrho}{\varrho'} \dots \dots \dots (A)$$

zur Vorsicht gemahnt. Um mehr Klarheit über die vorliegenden Verhältnisse, auch vom praktischen Standpunkt aus, zu gewinnen, sollen nunmehr die erwähnten Beziehungen zahlenmäßig an geeigneten Beispielen geprüft werden. Hierbei zeigt es sich, daß Beispiele aus der Natur die Verhältnisse nicht in genügender Klarheit zeigen, da mannigfache lokale Einflüsse das Bild oft stark verändern können. Deshalb werden typische einfache Fälle konstruiert und durchgerechnet, an welchen sich die fraglichen Beziehungen am besten prüfen lassen. In vielen in der Natur vorkommenden Fällen werden die hier behandelten Verhältnisse wenigstens angenähert zutreffen, anderenfalls kann man häufig den Einfluß lokaler Faktoren abschätzen und mit in Betracht ziehen.

In den folgenden Beispielen wird zunächst angenommen, die ganze Erdkruste befände sich im isostatischen Gleichgewicht und im Normalzustand (d. h. Oberfläche in  $NN$ ), mit Ausnahme der betrachteten Scholle. Diese Scholle sei kreiszylindrisch mit einem Radius von 250 km\*), die Beobachtungsstation befinde sich im Mittelpunkt der Zylinderdeckfläche. Diese zylindrische Scholle ist aus dem Normalzustand entstanden zu denken\*\*) durch Dehnung gemäß der Pratt'schen\*\*\*) Hypothese bis zur isostatischen Höhe  $H$  und darauffolgender Senkung bzw. Hebung um den Betrag  $d$ , wodurch sie in eine Lage versetzt wird, in welcher das isostatische Gleichgewicht gestört ist. — In sämtlichen Beispielen sei die Dichte des subkrustalen Materials ( $\rho'$ ) gleich 3.0 angenommen und die Normaldichte der Erdkruste ( $\bar{\rho}$ ) gleich 2.7. Hieraus berechnet sich die jeweilige Dichte der betrachteten Scholle zu  $\rho = \bar{\rho} \cdot \frac{T_1}{T_1 + H}$ , worin  $T_1$  †) die Ausgleichstiefe bedeutet, welche in allen durchgerechneten Beispielen zu 120 km angenommen ist.

Von den sechs Beispielen entsprechen die drei ersten einer isostatisch zu tief liegenden, also gesenkten Scholle, die drei letzten hingegen einer gehobenen Scholle. Bei den letzteren kann auch der Fall eintreten, daß die isostatische Höhe  $H$  negativ ist, die Scholle aus dem Normalzustand also nicht durch Dehnung, sondern durch Pressung mit nachfolgender Hebung entstanden gedacht werden

\*) Der Radius ist so groß gewählt, daß bei den in den Beispielen vorkommenden Meereshöhen  $h$  (bis zu 4000 m) die Beziehung Radius  $> h^2/68$  ( $h$  in Metern) erfüllt ist, die nach F. R. Helmert bei einem in den Anomalien zulässigen Fehler von 5 Milligal garantiert, daß die Freiluftreduktion als Kondensationsreduktion angesehen und die Bouguersche Reduktion wie üblich nach der „ebenen“ Formel berechnet werden kann.

\*\*) Dies ist nur im mathematischen Sinne zu verstehen. Über die Entstehungsweise in der Natur soll hiermit nichts ausgesagt sein.

\*\*\*) Die Pratt'sche Hypothese wurde der Einfachheit wegen gewählt, auch weil sie der in den vorliegenden Betrachtungen eingehend diskutierten Hayfordreduktion zugrunde liegt. Beispiele, die auf der Airyschen Hypothese beruhen, lassen sich in gleicher Weise durchrechnen und führen bei der Diskussion zu ähnlichen Ergebnissen.

†) Der Index 1 ist der Ausgleichstiefe beigelegt, um formal im Einklang mit meinen früheren Ausführungen zu bleiben (Zeitschr. f. Geophys. 6, 173 ff.).

kann. Ein solcher Fall ist im Beispiel 6 durchgeführt. Fig. 1 zeigt schematisch die den verschiedenen Beispielen zugrunde liegenden Verhältnisse. Diejenigen Beispiele, die dem gleichen Typus angehören, unterscheiden sich durch den Betrag der isostatischen Höhe  $H$  und der anisostatischen Vertikalverschiebung  $d$ . Wie sich später herausstellen wird, können hierdurch in bezug auf die Schwereanomalien trotz des gleichen Typus weitgehende Verschiedenheiten hervorgerufen werden.

Den Rechnungen wird als Normalschwere die Formel von F. R. Helmert aus dem Jahre 1915 zugrunde gelegt. Es ist, da im übrigen der Einfachheit wegen die geographische Breite gleich Null gesetzt wird, die konstruierten Krustenschollen also als auf dem Äquator liegend zu denken sind, in allen Beispielen

$$\gamma_0 = 978.052 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-2}.$$

Die Wahl der Normalschwere hat jedoch auf die Ergebnisse keinen wesentlichen Einfluß.

Aus  $\gamma_0$  wird in einfacher Weise für jedes Beispiel die im Beobachtungsort auf der Deckfläche herrschende Schwere  $g$  berechnet. Hierbei wird zunächst durch umgekehrte Freiluftreduktion der Beobachtungsort, der bei der Normalschwere  $\gamma_0$  bekanntlich in NN zu denken ist, in seine wirkliche Meereshöhe  $h$  versetzt. Sodann wird unter mehrmaliger Anwendung der genauen Zylinderformel\*) der Normalzustand, der der Normalschwere entspricht, durch den wirklichen, dem betreffenden Beispiel zugrunde liegenden Zustand ersetzt. Durch dieses Vorgehen erhält man die im Beobachtungsort herrschende unreduzierte Schwere mit ausreichender Genauigkeit, da der Radius der Scholle gegenüber dem Erdradius so klein ist, daß die Krümmung der Erde, welche nur bei der umgekehrten Freiluftreduktion berücksichtigt wird, im übrigen außer Betracht bleiben kann.

Nach der Berechnung der unreduzierten Schwere  $g$  werden die verschiedenen Reduktionen durchgeführt. Hierbei muß man sich auf den Standpunkt stellen, daß dem Beobachter — wie es in Wirklichkeit der Fall ist — nur der Erdradius,

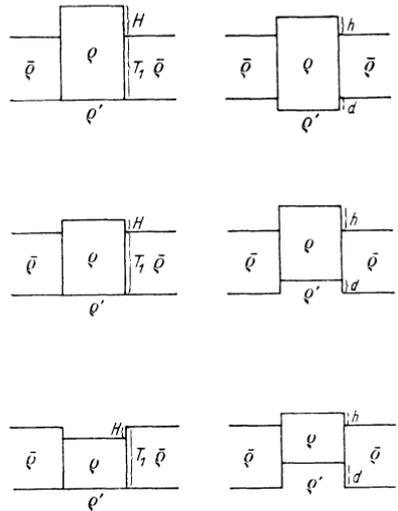


Fig. 1

\*) Die Attraktionswirkung eines Kreiszyinders auf einen Punkt seiner Achse oberhalb der Deckfläche ist bekanntlich gleich

$$2\pi f \cdot \theta \cdot [b + \sqrt{a^2 + c^2} - \sqrt{a^2 + (b+c)^2}],$$

worin  $f$  die Gravitationskonstante ( $6.667 \cdot 10^{-8}$  cgs),  $\theta$  die Dichte,  $a$  den Radius des Zylinders,  $b$  seine Höhe und  $c$  den Abstand des Aufpunktes von der Deckfläche bedeutet.

die Meereshöhe  $h$  des Beobachtungsortes und die Dichte  $\varrho$  der betrachteten Scholle durch direkte Beobachtung zugänglich sind. Die Normalschwere  $\gamma_0$  kann ebenfalls als bekannt gelten. Die in den Berechnungen der isostatischen Reduktionen vorkommenden hypothetischen Größen  $T_1$  und  $\varrho'$ , d. h. die isostatische Ausgleichstiefe und die Dichte des subkrustalen Materials, sind direkt nicht bekannt, man hat aber festgestellt, daß unter Zugrundelegung der Werte  $T_1 = 120$  km und  $\varrho' = 3$  die in der Natur vorkommenden Verhältnisse mit ziemlicher Annäherung dargestellt werden können. Diese Werte, die schon bei der Konstruktion der Beispiele Verwendung fanden, seien auch den Reduktionen zugrunde gelegt. Man würde zweifellos weitere interessante Ergebnisse erhalten, wenn man bei den Reduktionen Werte für  $T_1$  und  $\varrho'$  verwendet, die von den bei der Konstruktion der Beispiele angewandten merklich verschieden sind. Angesichts der Tatsache jedoch, daß die angenommenen Werte den natürlichen Verhältnissen mit großer Annäherung entsprechen, dürften derartige weitergehende Untersuchungen von recht zweifelhaftem Wert sein.

Die Berechnung der totalen Anomalie  $\Delta g'_0$ , der Bouguerschen Anomalie  $\Delta g''_0$  und der Hayfordanomalie  $\Delta g_H$  bedarf keiner Erläuterung, da die Methoden hinlänglich bekannt sind. Eine Geländekorrektur ist nicht nötig, da die Oberfläche der zylindrischen Scholle eben ist. Man kann also die unreduzierte Schwere  $g$  direkt zur Freiluftreduktion verwenden. Es sei nur ergänzend bemerkt, daß es bei der Bouguerschen Reduktion genügt, die „ebene“ Formel\*) anzuwenden, während bei der Kompensationsreduktion zur Berechnung der Hayfordanomalie die Tiefe der Erdkruste mittels der genauen Zylinderformel berücksichtigt werden muß (andernfalls würde  $\Delta g_H = \Delta g'_0$ \*\*). Als Dichte ist in den Reduktionen die Dichte  $\varrho$  der Zylinderscholle einzusetzen.

Für  $\Delta g'_0$  und  $\Delta g''_0$  erhält man unter Anwendung der ebenen Formeln folgende Näherungsbeziehungen\*\*\*):

$$\Delta g'_0 = \mp 2 \pi f \cdot \varrho' \cdot d, \quad \Delta g''_0 = \mp 2 \pi f \cdot \varrho' \cdot d - 2 \pi f \cdot \varrho \cdot h.$$

Auf gleiche Weise ergibt sich für die Hayfordanomalie:

$$\Delta g_H = \Delta g'_0 = \mp 2 \pi f \cdot \varrho' \cdot d.$$

Setzt man für  $\varrho'$  und  $d$  die bei der Konstruktion der Beispiele verwendeten „wahren“ Werte ein, so ergeben sich die Näherungswerte ( $\Delta g'_0$ ), ( $\Delta g''_0$ ), ( $\Delta g_H$ ). Diese sind in den unten folgenden Tabellen neben  $\Delta g'_0$ ,  $\Delta g''_0$  und  $\Delta g_H$  angeführt.

\*) Die Attraktion einer unendlich ausgedehnten ebenen Platte auf irgendeinen Punkt außerhalb der Platte ist gleich  $2 \pi f \cdot \varrho \cdot \delta$ , worin  $\varrho$  die Dichte und  $\delta$  die Dicke der Platte bedeutet.

\*\*) Vgl. Zeitschr. f. Geophys. 6, 177 (H).

\*\*\*) Vgl. Zeitschr. f. Geophys. 2, 210 (1) und (3). Das obere Vorzeichen gilt bei gesenkten, das untere bei gehobenen Schollen.

Zur Berechnung der Anselschen Anomalien  $\Delta g_A$  \*) muß man die anisostatische Vertikalverschiebung  $d$  kennen. Diese ist aber dem Beobachter, der die Reduktionen durchzuführen hat, nicht bekannt. Diesem ist es nur möglich, die Vertikalverschiebung  $d$  mit mehr oder weniger guter Annäherung zu berechnen, und zwar entweder mittels der Näherungsgleichung

$$\Delta g'_0 = \mp 2 \pi f \cdot \rho' \cdot d$$

oder aus

$$\Delta g_H = \mp 2 \pi f \cdot \rho' \cdot d.$$

Man erhält so zwei verschiedene Näherungswerte, und es ist eine Aufgabe der späteren Diskussion, festzustellen, in welchen Fällen der eine oder der andere Wert von  $d$  vorzuziehen ist. In den Tabellen ist der aus  $\Delta g'_0$  berechnete Wert als  $d_1$ , der aus  $\Delta g_H$  bestimmte als  $d_2$  angeführt. Hinzugefügt ist zum Vergleich der „wahre“ Wert, der zur Konstruktion der Beispiele verwendet wurde, als  $d_w$ . Es sei jedoch ausdrücklich bemerkt, daß letzterer außer als Vergleichsmaßstab keine Bedeutung hat, da er dem Beobachter nicht bekannt ist (dasselbe gilt für alle mit dem Index  $w$  versehenen Größen). Aus  $d$  berechnet sich die isostatische Höhe  $H$  mittels

$$H = h \pm d.$$

Sie tritt ebenfalls in drei verschiedenen Werten  $H_1, H_2, H_w$  auf.

Die Anselsche Anomalie  $\Delta g_A$  wird nun aus  $\Delta g''_0$  in derselben Weise berechnet wie die Hayfordanomalie, nur daß man statt der Meereshöhe  $h$  des Beobachtungsorts dessen isostatische Höhe  $H$  verwendet. Gemäß den drei Werten von  $H$  ergeben sich auf diese Weise auch drei Werte für  $\Delta g_A$ . Diese sind in den mit  $a_1, a_2$  und  $a_w$  bezeichneten Spalten angegeben. Die unter  $a_w$  stehende, dick eingerahmte Anomalie  $\Delta g_A$  ist die „wahre“ Anselsche Anomalie. Sie ist bestimmt nach der genauen Zylinderformel mittels der wahren isostatischen Höhe  $H_w$ . Sie enthält also in der Rechnung keine Vernachlässigung (abgesehen von der oben bei der Bouguerschen Anomalie erwähnten) und keinen Näherungswert. Als einzige hypothetische Größe ist in ihr die Ausgleichstiefe  $T_1$  enthalten. Alle anderen Werte für  $\Delta g_A$  enthalten wesentlich mehr Hypothetisches. So sind die unter  $a_1$  und  $a_2$  angegebenen Anselschen Anomalien noch abhängig von der subkrustalen Dichte  $\rho'$  (bei der Bestimmung von  $d$ ) und von der Wahl der Näherungsformel, die zur Berechnung von  $d$  dient. Alle theoretischen Betrachtungen bezüglich der Anselschen Anomalien sind also an den „wahren“ Wert  $[\Delta g_A]_{a_w}$  anzuknüpfen. Für die Praxis ist dieser jedoch aus den oben schon erörterten Gründen bedeutungslos. Die spätere Diskussion muß feststellen, welchen Näherungswert man in den verschiedenen Fällen für  $\Delta g_A$  zu verwenden hat. Es sei hier nur schon bemerkt, daß man in dieser Frage mit theoretischen Erörterungen nicht weit kommt. Man muß eine Entscheidung aus durchgerechneten praktischen Beispielen zu gewinnen suchen.

\*) Zeitschr. f. Geophys. 6, 173 ff. (vgl. auch 2, 209 ff.).

Außer der angegebenen strengen Berechnung von  $\Delta g_A$  mittels der Zylinderformel gibt es noch weitere Methoden der näherungsweise Bestimmung. Man kann  $\Delta g_A$  direkt berechnen aus der Näherungsbeziehung

$$\Delta g_A = \mp 2 \pi f \cdot (\varrho' - \varrho) \cdot d^* \dots \dots \dots (b)$$

ferner aus  $\Delta g_0''$  mittels

$$\Delta g_A = \Delta g_0'' + 2 \pi f \cdot \varrho \cdot H^{**} \dots \dots \dots (c)$$

oder schließlich aus der auf S. 149 angegebenen Beziehung (A), d. h.

$$\Delta g_A = \Delta g_0' \cdot \frac{\varrho' - \varrho}{\varrho} \dots \dots \dots (d)$$

Aus (b) erhält man die drei Werte, die in den Spalten  $b_1, b_2, b_w$  angegeben sind, aus (c) entsprechend die drei Werte bei  $c_1, c_2, c_w$ , während (d) nur den einen unter  $d$  angeführten Wert liefert. Da die verwendeten Beziehungen für  $\Delta g_A$  lediglich unter Anwendung der ebenen Formeln abgeleitet sind, ist Vorsicht geboten. Wie weit die hierdurch bedingte Unsicherheit geht, wird ein Vergleich der verschiedenen Zahlenwerte von  $\Delta g_A$  zeigen. Größere Ungenauigkeiten sind unter Umständen deshalb zu erwarten, weil die bei Anwendung der ebenen Formeln auf begrenzte Zylinder begangenen Fehler nur dann hinreichend klein sind, wenn die Höhe der betreffenden Zylinder und der Abstand des Aufpunktes von der Deckfläche klein genug sind gegenüber dem Radius. Da es sich hier aber vielfach um Zylinder mit einer Höhe von etwa 120 km oder um einen ähnlichen Abstand des Aufpunktes von der Deckfläche gegenüber einem Radius von nur 250 km handelt, ist diese Bedingung keineswegs immer erfüllt. Allerdings ist es möglich, daß sich verschiedene Ungenauigkeiten in ihrer Wirkung gegenseitig so weit aufheben, daß dennoch praktisch brauchbare Beziehungen herauskommen.

Die unter  $b_1, c_1$  und  $d$  angeführten Werte für  $\Delta g_A$  sind exakt einander gleich. Dies ist kein Zufall und kann leicht bewiesen werden, indem man zeigt, daß, wenn man für die anisostatische Vertikalverschiebung den aus  $\Delta g_0'$  berechneten Wert  $d_1$  und für die isostatische Höhe entsprechend den Wert  $H_1$  einsetzt, die Formeln (b) und (c) in (d) übergehen. Es ist

$$d_1 = \mp \frac{\Delta g_0'}{2 \pi f \cdot \varrho'}$$

also nach (b)

$$[\Delta g_A]_{b_1} = \mp 2 \pi f \cdot (\varrho' - \varrho) \cdot \left( \mp \frac{\Delta g_0'}{2 \pi f \cdot \varrho'} \right) = \Delta g_0' \cdot \frac{\varrho' - \varrho}{\varrho} = [\Delta g_A]_d$$

\*) Zeitschr. f. Geophys. 6, 177, (7).

\*\*\*) Dies ergibt sich aus (b) und Formel (4), Zeitschr. f. Geophys. 2, 210. Man erhält es auch direkt, wenn man die Anselische Kompensationsreduktion nach der ebenen Formel berechnet. Vgl. auch Lehrbuch der Geophysik, S. 92.

Ferner ist

$$\Delta g''_0 = \Delta g'_0 - 2\pi f \cdot \rho \cdot h \quad \text{und} \quad H_1 = h \pm d_1 = h - \frac{\Delta g'_0}{2\pi f \cdot \rho'}$$

Setzt man dies in (c) ein, so ergibt sich:

$$[\Delta g_A]_{c_1} = \Delta g'_0 - 2\pi f \cdot \rho \cdot h + 2\pi f \cdot \rho \cdot \left( h - \frac{\Delta g'_0}{2\pi f \cdot \rho'} \right) = \Delta g'_0 \cdot \frac{\rho' - \rho}{\rho'} = [\Delta g_A]_{d_1}$$

womit die Behauptung bewiesen ist.

Bei den Anselischen Anomalien ist es nun nicht mehr nötig, einen theoretischen Wert ( $\Delta g_A$ ) zu berechnen. Dieser ist nämlich schon in den angeführten Werten enthalten, und zwar bei  $b_w$ .

Unter den Werten für  $\Delta g_A$  sind die entsprechenden Verhältnisse  $\frac{\Delta g_A}{\Delta g'_0}$  angegeben, welche näherungsweise gleich  $\frac{\rho' - \rho}{\rho'}$  sein müssen, falls die Anwendung der ebenen Formeln zulässig ist. Schließlich sind die Werte von  $\frac{\rho}{1 - \frac{\Delta g_A}{\Delta g'_0}}$

angeführt, die in gleicher Weise Näherungswerte für die subkrustale Dichte  $\rho'$  darstellen, also in der Nähe von 3,0 liegen müßten. Wie sich später herausstellen wird, ist die Übereinstimmung nicht immer gut. Besonders starke Abweichungen zeigen die Hayfordanomalien, was auf Grund theoretischer Untersuchungen kaum anders zu erwarten ist\*). Die Werte für

$$\Delta g_H, \quad \frac{\Delta g_H}{\Delta g'_0} \quad \text{und} \quad \frac{\rho}{1 - \frac{\Delta g_H}{\Delta g'_0}}$$

sind zum Vergleich als letzte Spalte beigefügt.

Für die berechneten Hayfordanomalien ist also  $\frac{\Delta g_H}{\Delta g'_0}$  von  $\frac{\rho' - \rho}{\rho'}$  sehr verschieden, so daß es bei unseren Beispielen nicht zulässig ist, die dem Beobachter nur ungefähr bekannte subkrustale Dichte mittels der Beziehung

$$\frac{\Delta g_H}{\Delta g'_0} = \frac{\rho' - \rho}{\rho'} \quad (\text{H})^{**}$$

zu berechnen. Es ist nun interessant, im Hinblick darauf, daß  $\Delta g_H$  abhängig ist von der gewählten Ausgleichstiefe  $T_1$ , zu versuchen, ob man nicht durch Veränderung von  $T_1$  die Gültigkeit von (H) erzwingen kann, so daß man dann für  $\rho'$  aus (H) einen Wert in der Nähe von 3,0 erhält. Dieses Problem ist am

\*) Zeitschr. f. Geophys. 6, 174.

\*\*\*) Eine Verwechslung mit der Formel (H), Zeitschr. f. Geophys. 6, 177, ist wohl kaum zu befürchten.

besten dadurch zu lösen, daß man es zunächst verallgemeinert, indem man neben  $T_1$  auch  $q'$  als veränderlich ansieht, die strenge Gültigkeit der Beziehung (H) postuliert und zusieht, für welche Wertepaare von  $T_1$  und  $q'$  sie erfüllt ist. Zum Unterschied gegenüber den schon fest gewählten Werten  $T_1 = 120 \text{ km}$  und  $q' = 3.0$  seien jene mit  $\bar{T}_1$  und  $\bar{q}'$  bezeichnet. Es gelte also in Strenge

$$\frac{\overline{\Delta g_H}}{\overline{\Delta g'_0}} = \frac{\bar{q}' - q}{\bar{q}'} \dots \dots \dots (\bar{H})$$

worin  $\overline{\Delta g_H}$  die mittels  $\bar{T}_1$  berechnete Hayfordanomalie darstellt. Ihrer Natur nach sind  $\bar{T}_1$  und  $\bar{q}'$  positiv. Nun ist bei genauer Rechnung mittels der Zylinderformel:

$$\overline{\Delta g_H} = \Delta g'_0 + 2\pi f \cdot q \cdot \frac{\bar{T}_1 + a - \sqrt{a^2 + \bar{T}_1^2}^*)}{\bar{T}_1},$$

woraus sich unter Beachtung von  $\Delta g'_0 = \Delta g'_0 - 2\pi f \cdot q \cdot h$  nach leichter Umformung ergibt:

$$\overline{\Delta g_H} = \Delta g'_0 - 2\pi f \cdot q \cdot h \cdot \frac{\sqrt{a^2 + \bar{T}_1^2} - a}{\bar{T}_1}.$$

Dies liefert in  $(\bar{H})$  eingesetzt, für  $\bar{T}_1$  und  $\bar{q}'$  die Beziehung

$$\bar{q}' = \frac{\Delta g'_0}{2\pi f \cdot h} \cdot \frac{\bar{T}_1}{\sqrt{a^2 + \bar{T}_1^2} - a},$$

aus welcher man für beliebiges  $\bar{T}_1$  das zugehörige  $\bar{q}'$  bestimmen kann. Diese Beziehung zeigt zunächst, daß positive Wertepaare nur dann existieren, wenn  $\Delta g'_0$  positiv ist\*\*). Bei negativem  $\Delta g'_0$  ist es also in unseren einfachen Zylinderbeispielen vollkommen ausgeschlossen, durch geeignete Wahl von  $\bar{T}_1$  und  $\bar{q}'$  die Gültigkeit von  $(\bar{H})$  zu erzwingen. Daher sind auch nur in denjenigen Beispielen, die positives  $\Delta g'_0$  ergeben (Beispiel 3 bis 6), die Wertepaare  $(\bar{T}_1, \bar{q}')$  tabelliert und in Fig. 2 graphisch dargestellt. Bezüglich des Verlaufs der Kurven in Fig. 2 sei bemerkt — wie man rechnerisch aus obiger Beziehung zwischen  $\bar{T}_1$  und  $\bar{q}'$  leicht feststellen kann —, daß für  $\bar{T}_1 = 0$  der zugehörige Wert von  $\bar{q}'$  unendlich groß ist, bei wachsendem  $\bar{T}_1$  erst rasch, dann langsamer abnimmt und schließlich sich bei sehr großem  $\bar{T}_1$  asymptotisch dem Minimalwert

$$\bar{q}'_{min} = \frac{\Delta g'_0}{2\pi f \cdot h}$$

\*)  $a$  ist der Radius der Zylinderscholle, also hier gleich 250 km.

\*\*) Nach der auf S. 153 angeführten Näherungsformel für  $\Delta g'_0$  scheint dies immer und nur bei gehobenen Zylinderschollen der Fall zu sein. Jedoch zeigt Beispiel 3, daß in gewissen Fällen auch bei gesenkten Zylinderschollen  $\Delta g'_0$  positiv werden kann.

von oben her nähert. Auf Einzelheiten wird später bei der Diskussion der Beispiele eingegangen.

Die den sechs Beispielen zugrunde gelegten Daten sind (außer den früher schon angegebenen) folgende:

- |                |             |            |   |                   |
|----------------|-------------|------------|---|-------------------|
| 1. $H = 6$ km, | $d = 2$ km, | $h = 4$ km | } | gesenkte Schollen |
| 2. $H = 6$ „   | $d = 4$ „   | $h = 2$ „  |   |                   |
| 3. $H = 4.5$ „ | $d = 0.5$ „ | $h = 4$ „  |   |                   |
| 4. $H = 0$ „   | $d = 4$ „   | $h = 4$ „  | } | gehobene Schollen |
| 5. $H = 0$ „   | $d = 2$ „   | $h = 2$ „  |   |                   |
| 6. $H = -4$ „  | $d = 5$ „   | $h = 1$ „  |   |                   |

Beispiel 1 und 2 gehören demselben Typus an, sie unterscheiden sich lediglich im Betrag der anisostatischen Vertikalverschiebung  $d$ , desgleichen Beispiel 4 und 5. Für Beispiel 3 ist charakteristisch die im Verhältnis zur anisostatischen Verschiebung  $d$  sehr große isostatische Höhe  $H$ . Beispiel 6 schließt sich mehr oder weniger eng an 4 und 5 an, zeigt aber in gewisser Hinsicht bezüglich der Wertepaare  $(\bar{T}_1, \bar{q})$  ein besonderes Verhalten.

Vor der weiteren Diskussion mag nun die Zusammenstellung der Rechnungsergebnisse folgen.

Beispiel 1.

$$H = 6 \text{ km}, \quad d = 2 \text{ km}, \quad h = 4 \text{ km}.$$

$$q = 2.57, \quad \bar{q} = 2.7, \quad q' = 3.0. \quad \frac{q' - q}{q'} = 0.14.$$

$$g = 976.745 \text{ cm. sec}^{-2}; \quad \gamma_0 = 978.052 \text{ cm. sec}^{-2}.$$

$$\Delta g'_0 = -0.087 \quad (\Delta g'_0) = -0.251$$

$$\Delta g''_0 = -0.518 \quad (\Delta g''_0) = -0.682$$

$$\Delta g_H = -0.185 \quad (\Delta g_H) = -0.251$$

$$d_1 = 0.692 \text{ km}, \quad d_2 = 1.472 \text{ km}, \quad d_w = 2.0 \text{ km},$$

$$H_1 = 4.692 \text{ „}, \quad H_2 = 5.472 \text{ „}, \quad H_w = 6.0 \text{ „},$$

	$a_1$	$a_2$	$a_w$	$b_1, c_1, d$	$b_2$	$b_w$	$c_2$	$c_w$	Hayford*)
$\Delta g_A$	-0.128	-0.063	-0.019	-0.012	-0.027	-0.036 = $(\Delta g_A)$	+0.071	+0.128	-0.185
$\frac{\Delta g_A}{\Delta g'_0}$	1.47	0.72	0.22	0.14	0.31	0.41	-0.82	-1.47	2.13
$1 - \frac{q}{\Delta g_A}$	-5.5	9.2	3.3	3.0	3.7	4.4	1.4	1.0	-2.3

\*) Bezüglich der Spaltenüberschriften sei auf die Erläuterung im Text verwiesen (S. 153 bis 154).

Beispiel 2.

$$H = 6 \text{ km}, \quad d = 4 \text{ km}, \quad h = 2 \text{ km}.$$

$$e = 2.57, \quad \bar{e} = 2.7, \quad e' = 3.0. \quad \frac{e' - e}{e'} = 0.14.$$

$$g = 977.122 \text{ cm. sec}^{-2}; \quad \gamma_0 = 978.052 \text{ cm. sec}^{-2}.$$

$$\Delta g'_0 = -0.380 \quad (\Delta g'_0) = -0.503$$

$$\Delta g''_0 = -0.545 \quad (\Delta g''_0) = -0.718$$

$$\Delta g_H = -0.379 \quad (\Delta g_H) = -0.503$$

$$d_1 = 2.626 \text{ km}, \quad d_2 = 3.016 \text{ km}, \quad d_w = 4.0 \text{ km},$$

$$H_1 = 4.626 \text{ ,,}, \quad H_2 = 5.016 \text{ ,,}, \quad H_w = 6.0 \text{ ,,}$$

	$a_1$	$a_2$	$a_w$	$b_1, c_1, d$	$b_2$	$b_w$	$c_2$	$c_w$	Hayford
$\Delta g_A$	-0.160	-0.128	-0.046	-0.047	-0.054	-0.072 = ( $\Delta g_A$ )	-0.005	+0.101	-0.379
$\frac{\Delta g_A}{\Delta g'_0}$	0.48	0.39	0.14	0.14	0.16	0.22	0.02	-0.31	1.15
$e$	4.9	4.2	3.0	3.0	3.1	3.3	2.6	2.0	-17.2
$1 - \frac{\Delta g_A}{\Delta g'_0}$									

Beispiel 3.

$$H = 4.5 \text{ km}, \quad d = 0.5 \text{ km}, \quad h = 4 \text{ km}.$$

$$e = 2.6, \quad \bar{e} = 2.7, \quad e' = 3.0. \quad \frac{e' - e}{e'} = 0.13.$$

$$g = 976.888 \text{ cm. sec}^{-2}; \quad \gamma_0 = 978.052 \text{ cm. sec}^{-2}.$$

$$\Delta g'_0 = +0.051 \quad (\Delta g'_0) = -0.063$$

$$\Delta g''_0 = -0.385 \quad (\Delta g''_0) = -0.499$$

$$\Delta g_H = -0.048 \quad (\Delta g_H) = -0.063$$

$$d_1 = -0.406 \text{ km}, \quad d_2 = +0.382 \text{ km}, \quad d_w = +0.5 \text{ km},$$

$$H_1 = 3.594 \text{ ,,}, \quad H_2 = 4.882 \text{ ,,}, \quad H_w = 4.5 \text{ ,,}$$

	$a_1$	$a_2$	$a_w$	$b_1, c_1, d$	$b_2$	$b_w$	$c_2$	$c_w$	Hayford
$\Delta g_A$	-0.082	-0.016	-0.006	+0.007	-0.006	-0.008 = ( $\Delta g_A$ )	+0.093	+0.106	-0.048
$\frac{\Delta g_A}{\Delta g'_0}$	-1.61	-0.31	-0.12	0.14	-0.12	-0.16	1.82	2.08	-0.94
$e$	1.0	2.0	2.3	3.0	2.3	2.2	-3.2	-2.4	1.3
$1 - \frac{\Delta g_A}{\Delta g'_0}$									

$\bar{T}_1$ :	25	50	51.2	120	250	500	750	1000	2000	$\infty$ km
$\bar{e}'$ :	6.1	3.1	3.0	1.3	0.7	0.5	0.4	0.4	0.3	0.3 = $\bar{e}'_{\text{min}}$

(exakt)

Beispiel 4.

$$H = 0 \text{ km}, \quad d = 4 \text{ km}, \quad h = 4 \text{ km}.$$

$$\rho = 2.7, \quad \bar{\rho} = 2.7, \quad \rho' = 3.0. \quad \frac{\rho' - \rho}{\rho'} = 0.10.$$

$$g = 977.304 \text{ cm. sec}^{-2}; \quad \gamma_0 = 978.052 \text{ cm. sec}^{-2}.$$

$$\Delta g'_0 = +0.471 \quad (\Delta g'_0) = +0.503$$

$$\Delta g''_0 = +0.019 \quad (\Delta g''_0) = +0.051$$

$$\Delta g_H = +0.368 \quad (\Delta g_H) = +0.503$$

$$d_1 = 3.748 \text{ km}, \quad d_2 = 2.928 \text{ km}, \quad d_w = 4.0 \text{ km},$$

$$H_1 = 0.252 \text{ ,,} \quad H_2 = 1.072 \text{ ,,} \quad H_w = 0 \text{ ,,}$$

	$a_1$	$a_2$	$a_w$	$b_1, c_1, d$	$b_2$	$b_w$	$c_2$	$c_w$	Hayford		
$\Delta g_A$	+0.041	+0.113	+0.019	+0.047	+0.037	+0.050 = ( $\Delta g_A$ )	+0.140	+0.019	+0.368		
$\frac{\Delta g_A}{\Delta g'_0}$	0.09	0.24	0.04	0.10	0.08	0.11	0.30	0.04	0.78		
$\frac{\rho}{1 - \frac{\Delta g_A}{\Delta g'_0}}$	3.0	3.6	2.8	3.0	2.9	3.0	3.9	2.8	12.3		
$\bar{T}_1$	50	120	250	500	750	1000	2000	3000	4000	5000	$\infty$ km
$\bar{\rho}'$	28.3	12.3	6.8	4.5	3.9	3.6	3.2	3.1	3.0	3.0	2.8 = $\bar{\rho}'_{min}$ (exakt)

Beispiel 5.

$$H = 0 \text{ km}, \quad d = 2 \text{ km}, \quad h = 2 \text{ km}.$$

$$\rho = 2.7, \quad \bar{\rho} = 2.7, \quad \rho' = 3.0. \quad \frac{\rho' - \rho}{\rho'} = 0.10.$$

$$g = 977.682 \text{ cm. sec}^{-2}; \quad \gamma_0 = 978.052 \text{ cm. sec}^{-2}.$$

$$\Delta g'_0 = +0.250 \quad (\Delta g'_0) = +0.251$$

$$\Delta g''_0 = +0.024 \quad (\Delta g''_0) = +0.025$$

$$\Delta g_H = +0.199 \quad (\Delta g_H) = +0.251$$

$$d_1 = 1.989 \text{ km}, \quad d_2 = 1.584 \text{ km}, \quad d_w = 2.0 \text{ km},$$

$$H_1 = 0.011 \text{ ,,} \quad H_2 = 0.416 \text{ ,,} \quad H_w = 0 \text{ ,,}$$

	$a_1$	$a_2$	$a_w$	$b_1, c_1, d$	$b_2$	$b_w$	$c_2$	$c_w$	Hayford
$\Delta g_A$	+0.025	+0.060	+0.024	+0.025	+0.020	+0.025 = ( $\Delta g_A$ )	+0.071	+0.024	+0.199
$\frac{\Delta g_A}{\Delta g'_0}$	0.10	0.24	0.10	0.10	0.08	0.10	0.28	0.10	0.80
$\frac{\rho}{1 - \frac{\Delta g_A}{\Delta g'_0}}$	3.0	3.6	3.0	3.0	2.9	3.0	3.8	3.0	13.5

$\bar{T}_1$ :	50	120	250	500	750	1000	2000	3000	4000	5000 km
$\bar{\rho}'$ :	30.1	13.5	7.2	4.8	4.1	3.8	3.4	3.2	3.2	3.1
			$\bar{T}_1$ :	10 000	20 000	45 000	$\infty$ km			
			$\bar{\rho}'$ :	3.1	3.0	3.0	2.98 = $\bar{\rho}'_{min}$			

Beispiel 6.

$$H = -4 \text{ km}, \quad d = 5 \text{ km}, \quad h = 1 \text{ km}.$$

$$\rho = 2.79, \quad \bar{\rho} = 2.7, \quad \rho' = 3.0. \quad \frac{\rho' - \rho}{\rho'} = 0.07.$$

$$g = 978.228 \text{ cm. sec}^{-2}; \quad \gamma_0 = 978.052 \text{ cm. sec}^{-2}.$$

$$\Delta g'_0 = +0.490 \quad (\Delta g'_0) = +0.628$$

$$\Delta g''_0 = +0.373 \quad (\Delta g''_0) = +0.511$$

$$\Delta g_H = +0.463 \quad (\Delta g_H) = +0.628$$

$$d_1 = 3.899 \text{ km}, \quad d_2 = 3.684 \text{ km}, \quad d_w = 5.0 \text{ km},$$

$$H_1 = -2.899 \text{ ,,}, \quad H_2 = -2.684 \text{ ,,}, \quad H_w = -4.0 \text{ ,,}$$

	$a_1$	$a_2$	$a_w$	$b_1, c_1, d$	$b_2$	$b_w$	$c_2$	$c_w$	Hayford
$\Delta g_A$	+0.112	+0.131	+0.013	+0.034	+0.032	+0.044 = ( $\Delta g_A$ )	+0.059	-0.095	+0.463
$\frac{\Delta g_A}{\Delta g'_0}$	0.23	0.27	0.03	0.07	0.07	0.09	0.12	-0.19	0.94
$\frac{\rho}{1 - \frac{\Delta g_A}{\Delta g'_0}}$	3.6	3.8	2.9	3.0	3.0	3.1	3.2	2.3	46.5

$\bar{T}_1$ :	50	120	250	500	750	1000	2000	3000	4000	5000	$\infty$ km
$\bar{\rho}'$ :	118.2	46.5	28.2	18.9	16.2	15.0	13.3	12.7	12.5	12.3	11.7 = $\bar{\rho}'_{min}$

Schon die Betrachtung der  $\Delta g'_0$ ,  $\Delta g''_0$  und  $\Delta g_H$  zeigt charakteristische Züge. Bei gesenkten Schollen (Beispiel 1 bis 3) sind diese Anomalien durchweg größer\*) als die entsprechenden theoretischen Werte ( $\Delta g'_0$ ), ( $\Delta g''_0$ ) und ( $\Delta g_H$ ), und zwar sind die Abweichungen zum Teil recht bedeutend, besonders in den  $\Delta g'_0$ . Diese Unterschiede liegen zweifellos in den Vernachlässigungen, die die Anwendung der ebenen Formeln bei der Berechnung der theoretischen Werte mit sich bringt. Die ebene Formel behandelt bekanntlich jede Massen-anomalie so, als ob sie in NN, d. h. in unseren Fällen in unmittelbarer Nähe des in NN zu denkenden Beobachtungsorts, kondensiert sei, während die Zylinderformel auch die Tiefenlage der betreffenden Massen berücksichtigt. Hierdurch müssen alle Korrekturen bei Verwendung der ebenen Formel ihrem absoluten Betrag nach zu groß aus-

\*) Dies ist stets mit Berücksichtigung des Vorzeichens gemeint, falls nicht ausdrücklich anders bemerkt.

fallen. Nun besteht beispielsweise bei den Hayfordanomalien in gesenkten Schollen ein Defizit von der Größe  $(\rho' - \rho) \cdot d^*$  in der Nähe der Ausgleichsfläche und ein zweites vom Betrag  $\rho \cdot d$ , das zwischen  $NN$  und der Ausgleichsfläche lokalisiert ist. Demnach ist zu erwarten, daß der Absolutbetrag von  $(\Delta g_H)$  zu groß ausfällt, d. h. daß, weil  $(\Delta g_H)$  negativ ist,  $\Delta g_H > (\Delta g_H)$  wird. Bei  $\Delta g'_0$  besteht dieselbe Massen-anomalie wie bei  $\Delta g_H$ , nur ist ein Teil der Massen (vom Betrag  $\rho \cdot h$ ) in  $NN$  kondensiert, also nahe am Beobachtungsort gelegen, so daß  $\Delta g'_0$  noch größer als  $\Delta g_H$  sein muß. Da  $(\Delta g'_0) = (\Delta g_H)$  ist, wird also die Abweichung in  $\Delta g'_0$  vom theoretischen Wert  $(\Delta g'_0)$  besonders groß. Dieser vergrößernde Einfluß der Kondensation in  $NN$  kann unter Umständen so stark werden, daß  $\Delta g'_0$  auch bei gesenkten Schollen positiv wird, obwohl  $(\Delta g'_0)$  negativ ist. Dies tritt, wie man leicht sieht, dann ein, wenn die Wirkung der bei  $NN$  kondensierten Masse die des subkrustalen Defizits überwiegt, also wenn  $h$  verhältnismäßig groß gegen  $d$  ist. Ein derartiger Fall liegt in Beispiel 3 vor. Die Abweichung von  $(\Delta g''_0)$  gegenüber dem wirklichen Wert  $\Delta g''_0$  ist von dem gleichen Betrag wie der Unterschied zwischen  $(\Delta g'_0)$  und  $\Delta g'_0$ .

Bei gehobenen Schollen liegen die Verhältnisse nicht so einfach, da, wie ähnliche Betrachtungen zeigen,  $\Delta g'_0 \geq (\Delta g_0)$  sein kann. Hingegen ist stets  $\Delta g_H < (\Delta g_H)$ , also umgekehrt wie bei gesenkten Schollen. Ob  $\Delta g'_0$  oder  $\Delta g_H$  näher am theoretischen Wert  $(\Delta g'_0) = (\Delta g_H)$  liegt, ist von dem gegenseitigen Verhältnis der Größen  $h$  und  $d$  abhängig. In unseren Beispielen ist  $\Delta g'_0 < (\Delta g'_0)$  und  $\Delta g'_0$  näher am theoretischen Wert als  $\Delta g_H$ . Die umgekehrten Verhältnisse erhält man beispielsweise bei schwach gehobenen oder isostatisch eingestellten Schollen.

Diese Beziehungen der  $\Delta g'_0$  und  $\Delta g_H$  bestimmen ihrerseits die entsprechenden Verhältnisse bei den aus  $\Delta g'_0$  und  $\Delta g_H$  berechneten anisostatischen Verschiebungen  $d_1, d_2$  und den isostatischen Höhen  $H_1, H_2$ . Es ergibt sich, daß bei gesenkten, isostatisch eingestellten und schwach gehobenen Schollen die aus  $\Delta g_H$  berechneten Werte  $d_2$  und  $H_2$  den „wahren“ Werten  $d_w$  und  $H_w$  am nächsten kommen. Bei stark gehobenen Schollen können unter Umständen  $d_1$  und  $H_1$  näher an den wahren Werten liegen, sodaß (wie in Beispiel 4 bis 6)  $\Delta g'_0$  bei der Berechnung von  $d$  und  $H$  gegenüber  $\Delta g_H$  den Vorzug hat\*\*).

Es ist nun zu untersuchen, welcher Näherungswert für  $\Delta g_A$  dem unter  $a_w$  angegebenen wahren Wert am nächsten kommt, d. h. welcher Näherungswert am besten den dem Beobachter unzugänglichen wahren Wert ersetzen kann. Theoretische Betrachtungen helfen hier wenig, man muß das Ergebnis aus den Tabellen ablesen. Wie man sieht, konkurrieren die gemeinsamen Werte bei  $b_1, c_1, d$  mit dem Näherungswert bei  $b_2$ . Sieht man zunächst von Beispiel 5 ab, so ergibt sich, daß der Näherungswert  $(b_1, c_1, d)$  sich im Fall 1 von dem wahren

\*) Die Angaben von Massen beziehen sich stets auf die Flächeneinheit.

\*\*\*) Eine dem obigen Ergebnis entgegenstehende Bemerkung auf S. 175, Zeitschr. f. Geophys. 6. Fußnote \* bedarf demnach einer gewissen Berichtigung.

Wert um einen Betrag unterscheidet, der die Fehlergrenze\*) nur wenig übersteigt. Im Beispiel 2 ist er sogar fast dem wahren Wert gleich. Bei 3 hingegen wird die Abweichung so beträchtlich, daß jetzt dem Näherungswert  $b_2$  der Vorzug gebührt. Dieser ist hier gleich dem wahren Wert. Im Beispiel 4 ist die Übereinstimmung der Näherungswerte mit dem wahren Wert überhaupt sehr schlecht. am besten ist noch  $b_2$ . Dasselbe zeigt sich im Falle 6. Eine Sonderstellung nimmt Beispiel 5 insofern ein, als hier alle Näherungswerte gute Übereinstimmung untereinander und mit dem wahren Wert aufweisen, mit Ausnahme von  $a_2$  und  $c_2$ . Zusammenfassend kann man sagen, daß bei stark gesenkten Schollen die Näherungswerte ( $b_1, c_1, d$ ) leidliche Resultate liefern, in den anderen Fällen jedoch meist  $b_2$  vorzuziehen ist. Allerdings lassen sich nicht immer befriedigende Ergebnisse erzielen.

Die Hayfordanomalien sind mit den Anselischen Anomalien in keiner Weise vergleichbar. Dies ist nach den früheren theoretischen Untersuchungen auch kaum anders zu erwarten.

Des weiteren ist nun noch Stellung zu nehmen zu der Frage, ob und in welchem Maße sich die verschiedenen „isostatischen“ Anomalien zur näherungsweise Bestimmung der subkrustalen Dichte  $\rho'$  eignen, wenn man der Rechnung die Beziehung (A), S. 149 zugrunde legt. Wie ein Blick auf die Werte von

$$\frac{\rho}{1 - \frac{\Delta g_{is}}{\Delta g_0}}$$
 in den Tabellen zeigt, scheiden zunächst die Hayfordanomalien im

allgemeinen aus, da sie unter Annahme der plausiblen Ausgleichstiefe  $T_1 = 120$  km die Beziehung (A) für den wahren Wert  $\rho' = 3$  der subkrustalen Dichte noch nicht einmal angenähert erfüllen. Aber auch die Anselischen Anomalien haben für diese Frage nur einen beschränkten Wert. Zu ihrer Berechnung mußte nämlich ein plausibler Wert für  $\rho'$  postuliert werden, der zur Bestimmung der isostatischen Höhe  $H$  diene. Dieser ist aber nur in unseren konstruierten Beispielen dem „wahren“ Wert für  $\rho'$  gleich. Eine Diskussion der Anselischen Anomalien kann also nur ein Urteil darüber ergeben, wie nahe die aus ihnen zu berechnenden

Größen 
$$\frac{\rho}{1 - \frac{\Delta g_A}{\Delta g_0}}$$
 dem angenommenen Wert  $\rho'$  kommen, nicht aber, in welchem

Grad die wahre subkrustale Dichte approximiert wird\*\*). Letztere Frage bleibt also vollkommen unbeantwortet. Es erübrigt sich daher, hier in eine weitere

\*) 5 Milligal.

\*\*\*) So ist es beispielsweise kein Zufall, daß in allen Tabellen unter ( $b_1, c_1, d$ ) bei 
$$\frac{\rho}{1 - \frac{\Delta g_A}{\Delta g_0}}$$
 exakt 3.0 steht. Es ist doch  $[\Delta g_A]_d$  so berechnet, daß die Beziehung (A)

in Bezug auf den postulierten Wert für  $\rho'$  erfüllt ist. Daß dieser in unseren Beispielen zufällig gleich der „wahren“ subkrustalen Dichte ist, spielt im allgemeinen keine Rolle.

Diskussion einzutreten. Das Ergebnis wäre, wie ein Blick auf die Tabellen zeigt, ohnehin nicht sehr befriedigend.

Das Problem, ob man durch versuchsweise Abänderung von  $T_1$  und  $\rho'$  die Hayfordanomalien zwingen kann, sich der Beziehung (H) zu fügen, wurde schon oben vollständig gelöst, so daß hier einige ergänzende Bemerkungen genügen. Es ergab sich, daß dies bei unseren Zylinderschollen immer und nur dann möglich ist, wenn  $\Delta g'_0$  positiv ist. Aber auch bei positiver totaler Anomalie hat diese

Untersuchung nur dann einen praktischen Wert, wenn sich für  $(\bar{T}_1, \bar{\rho}')$  solche Wertepaare ergeben, die von den natürlichen Verhältnissen nahe kommenden Werten  $T_1 = 120$  km und  $\rho' = 3.0$  nicht allzuweit entfernt sind. Aus den Tabellen für die Beispiele 4 und 5 ist nun zu entnehmen, daß sich bei  $\bar{T}_1 = 120$  km ein viel zu großer Wert für  $\bar{\rho}'$  ergibt. Wie die früheren Ausführungen zeigten, fällt  $\bar{\rho}'$  bei wachsendem  $\bar{T}_1$ . Es ist also hier zu erwarten, daß  $\bar{\rho}'$  ungefähr 3.0 wird, wenn  $\bar{T}_1$  beträchtlich größer als 120 km ist. Aus Fig. 2 ist zu ersehen, daß dann in Beispiel 4  $\bar{T}_1$  größer als 2000 km und in Beispiel 5 größer als 3000 km sein muß\*). Solch große Werte kommen aber für  $\bar{T}_1$  nicht in Frage. Beispiel 3 zeigt für  $\bar{\rho}'$  bei  $\bar{T}_1 = 120$  km einen zu kleinen Wert. Man wird also durch Ver-

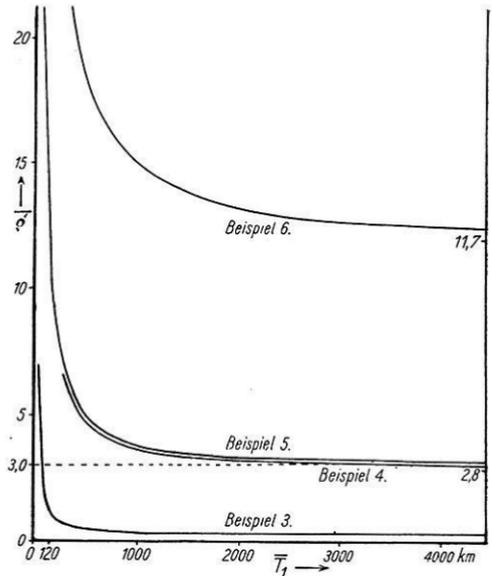


Fig. 2

kleinerung von  $\bar{T}_1$  zu  $\bar{\rho}' = 3.0$  kommen können. Dies ist in der Tat der Fall, wenn  $\bar{T}_1$  ungefähr gleich 50 km ist\*\*). Man erhält hier also einen physikalisch möglichen Wert für  $\bar{T}_1$ , jedoch entfernt sich dieser recht weit von der durch mannigfache Untersuchungen festgestellten Ausgleichstiefe (ungefähr 120 km).

Eine Sonderstellung nimmt Beispiel 6 ein. Hier sind die Werte  $\bar{\rho}'$  besonders hoch, und, wie man leicht ausrechnen kann, liegt ihr Minimum ( $\bar{\rho}'_{min}$ ) bei 11.7. Es ist also in diesem Falle nicht möglich, durch noch so starke Vergrößerung von  $\bar{T}_1$  einen plausiblen Wert der subkrustalen Dichte zu erhalten. Dieses Ver-

\*) Exakt 3.0 erhält man für  $\bar{\rho}'$  in Beispiel 4 bei  $\bar{T}_1 = 4000$  km, in Beispiel 5 bei  $\bar{T}_1 = 45000$  km.

\*\*) Exakt für  $\bar{T}_1 = 51,2$  km.

halten ist immer dann zu erwarten, wenn bei negativer isostatischer Höhe einer gehobenen Scholle der Absolutbetrag von  $H$  verhältnismäßig groß ist gegenüber der Höhe  $h$ . Dann ist  $h$  beträchtlich kleiner als  $\bar{d}$ , also in den meisten Fällen auch kleiner als  $\bar{d}_1$ . Mittels der Beziehungen

$$\bar{\rho}'_{min} = \frac{\Delta g'_0}{2\pi f \cdot h} \quad \text{und} \quad \rho' = \frac{\Delta g'_0}{2\pi f \cdot \bar{d}_1}$$

ergibt sich dann die Behauptung. Nur wenn  $H$  nicht so stark negativ ist, daß  $h$  unterhalb  $\bar{d}_1$  liegt, ist es möglich, durch genügend große Ausgleichstiefe  $\bar{\rho}'$  in die Nähe von  $\rho' = 3.0$  zu bringen. Dann wird aber  $\bar{T}_1$  sehr große Werte annehmen müssen.

Zusammenfassend ergibt sich also, daß die Veränderung der Ausgleichstiefe  $T_1$  (zur Berechnung der Hayfordanomalien) nur in den seltensten Fällen die Möglichkeit bietet, aus  $\Delta g_H$  die subkrustale Dichte zu bestimmen. Es wird dies, wie man im Vergleich zu unseren Beispielen sieht, bei gesenkten Schollen mit sehr kleiner Senkung  $\bar{d}$  (noch kleiner als in Beispiel 3) möglich sein oder bei sehr stark gehobenen Schollen (noch stärker als in Beispiel 4).

Unsere Betrachtungen gelten für solche Erdkrustenschollen, deren Umgebung von der isostatischen Gleichgewichtslage nicht wesentlich abweicht und außerdem nur kleine Meereshöhen aufweist. Dann kommen unsere Beispiele den natürlichen Verhältnissen ziemlich nahe. Befindet sich jedoch die Umgebung in wesentlich anderem Zustand, so sind unter Umständen recht beträchtliche Abweichungen von unseren Ergebnissen zu erwarten.

Dies zeigt sich sehr schön an einer Reihe von Beobachtungen aus der Schweiz, die E. A. Ansel im Lehrbuch der Geophysik auf S. 90—91 und auf S. 211 der Zeitschrift für Geophysik, Jahrg. II angegeben hat\*). Wir wollen uns hier an die ausführlichere Darstellung im Lehrbuch der Geophysik halten. Betrachten wir vor allem die Stationen mit negativer totaler Anomalie  $\Delta g'_0$ , so fällt auf, daß entgegen unseren Ergebnissen die Hayfordanomalien (dort mit  $\Delta g_{i,s}$  bezeichnet) größer sind als die  $\Delta g'_0$ \*\*. Dies kann nur ein Einfluß der Umgebung sein. Bedenkt man, daß es sich hier um die Stationen des oberen Rhonetales handelt, die beiderseits von mächtigen Gebirgen umgeben sind, so wird deren Einfluß auf die Hayfordkorrektur sich leicht in dem geforderten Sinne ergeben. Daß hierdurch die Hayfordanomalien größenordnungsmäßig den Ansel'schen Anomalien (Spalte 12 und 13) an die Seite gestellt werden und daß sich bei der Berechnung von  $\rho'$  mittels der mehrfach erwähnten Beziehung (A) überraschend gute Resultate ergeben, muß aber als Zufall angesehen werden. Es ist ausdrück-

\*) Ein näherer Vergleich beider Zusammenstellungen zeigt geringe Abweichungen in den Zahlenwerten. Außerdem scheinen mir die Spalten 12 und 13 im Lehrbuch der Geophysik gegenüber den entsprechenden Spalten in der anderen Darstellung vertauscht zu sein. Dies hat jedoch für uns keine Bedeutung.

\*\*\*) Mit Berücksichtigung des Vorzeichens.

lich darauf hinzuweisen, daß man diesen Sachverhalt nicht ohne weiteres verallgemeinern darf, wie auch unsere Zylinderbeispiele deutlich gezeigt haben, daß große Abweichungen vorkommen können. Besonders ist zu warnen vor einer Gleichsetzung der Hayfordschen und der Ansel'schen Anomalien bezüglich ihrer Beziehungen mit den anderen, nichtisostatischen Schwereanomalien. E. A. Ansel hat demgemäß auch am Schlusse seines § 64 (Lehrbuch der Geophysik) betont, daß der dort gezeigte engere Zusammenhang dieser Anomalien nur unter besonderen Bedingungen besteht.

Wie man aus der Darstellung von E. A. Ansel am Schlusse des § 64 erkennt, sind die in Spalte 12 angeführten Anomalien unsere  $[\Delta g_A]_{c_1}$ , die in Spalte 13 hingegen unsere  $[\Delta g_A]_{b_1}$ . Nach unseren obigen Überlegungen, die, wie man leicht sieht, allgemein gelten und nicht nur auf unsere Zylinderbeispiele beschränkt sind, müßte nun

$$[\Delta g_A]_{c_1} = [\Delta g_A]_{b_1}$$

sein, was bei den Werten in Spalte 12 und 13 ersichtlich nicht der Fall ist. Es kommen sogar recht beträchtliche Abweichungen vor (bis zu 14 Milligal). Die Ursache dieses zunächst merkwürdig scheinenden Verhaltens liegt darin, daß der Schollendichte  $\rho$  bei der Berechnung der Bouguerschen Anomalien  $\Delta g''_0$  andere Werte zugrunde gelegt wurden als bei der Bestimmung der Anomalien in Spalte 12 und 13. Für diejenigen beiden Stationen, die die stärksten Abweichungen zeigen (Gsteig und Schwarzsee) habe ich die Verhältnisse näher geprüft. Aus den Werten für  $\Delta g'_0$  und  $\Delta g''_0$  ergibt sich, daß bei der Berechnung der Bouguerschen Anomalien die Schollendichten 2.42 (Gsteig) und 2.76 (Schwarzsee) verwandt wurden, während den Anomalien in Spalte 12 und 13 die Schollendichte 2.7 und die subkrustale Dichte 3.0\*) zugrunde gelegt ist. Berechnet man die Bouguerschen Anomalien mittels der Dichte  $\rho = 2,7$ , so ergeben sich unserer Theorie entsprechend in den Spalten 12 und 13 übereinstimmende Werte, wie folgende Zusammenstellung zeigt:

Lehrbuch der Geophysik, S. 90 und 91:

	$\Delta g'_0$	$\Delta g''_0$	$[\Delta g_i] = [\Delta g_A]_{c_1}$	$(\Delta g_i) = [\Delta g_A]_{b_1}$
Gsteig . . . . .	+ 0.012	- 0.108	+ 0.015	+ 0.001
Schwarzsee . . . . .	+ 0.179	- 0.119	+ 0.012	+ 0.018
Berechnung mit $\rho = 2,7$ :				
Gsteig . . . . .	+ 0.012	- 0.122	+ 0.001	+ 0.001
Schwarzsee . . . . .	+ 0.179	- 0.113	+ 0.018	+ 0.018

Wie man sieht, ist die Abweichung der Spalten 12 und 13 im Lehrbuch der Geophysik genau gleich dem Unterschied der Bouguerschen Anomalien bei den beiden verschiedenen Berechnungsarten. Ein Vergleich der Spalten 12 und 13 sagt also nichts darüber aus, wie nahe die dort angeführten Näherungswerte der

\*) Der in der Überschrift zu Spalte 10 angegebene Wert 3.6 ist ein Druckfehler. Im Text ist auch nur von 3.0 die Rede.

Anselschen Anomalien den entsprechenden wahren Werten kommen, sondern sie sind gewissermaßen nur ein Abbild der bei den Reduktionen verwendeten Schollendichten. Insbesondere kann man aus einer Übereinstimmung der Spalten 12 und 13 nicht schließen, daß diese Werte für die Anselschen Anomalien brauchbare Näherungswerte darstellen. Auch bei schlechten Näherungswerten müssen beide Spalten übereinstimmen, wenn bei allen Reduktionen dieselbe Schollendichte verwandt wurde. Ein Urteil über diese Werte läßt sich nur gewinnen, wenn man sie mit anderen Näherungswerten für die  $\Delta g_A$  vergleicht, wie es oben bei unseren Zylinderbeispielen eingehend auseinandergesetzt worden ist.

## Über Größe und Tiefenwirkung der kapazitiven Beeinflussung eines Leiters durch eine Dishomogenität des Untergrundes. Ein registrierendes Meßgerät

Von W. Stern (Göttingen-Köln) — (Mit 6 Abbildungen)

Es werden Größe und Sinn der Kapazitätsänderung eines linearen zylindrischen Leiters als Funktion der Entfernung einer Dishomogenität der elektrischen Leitfähigkeit oder Dielektrizitätskonstanten seiner Umgebung experimentell untersucht. Ein hierzu entwickeltes registrierendes Meßgerät, das Kapazitätsänderung  $n$  bis auf  $\pm 10^{-4}$  cm geliefert, wird ausführlich beschrieben. Es kann gezeigt werden, daß die der Auswertung bisher zugrunde gelegte theoretische Beziehung den wahren Verhältnissen nicht genügt. Für das den gewonnenen Diagrammen zugrunde liegende Gesetz konnte jedoch noch kein strenger mathematischer Ausdruck gefunden werden. Die maximale Tiefenwirkung wird zu der  $1\frac{1}{2}$ -fachen Länge des Leiters ermittelt und kann bis jetzt zu 150 m angegeben werden.

Die Kapazität eines elektrischen Leiters ist nicht allein durch seine geometrischen Maße bestimmt, sondern innerhalb eines gewissen noch zu diskutierenden Bereichs abhängig von Leitfähigkeit und Dielektrizitätskonstante seiner näheren Umgebung. Aus diesem Anteil des umgebenden Raumes an der Kapazität eines in ihm befindlichen Leiters ergab sich ein Mittel — höchste Konstanz der Meßanordnung vorausgesetzt —, jene Kapazitätsänderungen eines definierten Systems beim Wechsel der Standorte als Zustandsänderungen der Umgebung zu diskutieren\*).

Theoretisch faßbar und praktisch bedeutsam ist der Einfluß einer Schicht auf die Kapazität eines parallel zu ihr sich erstreckenden linearen Leiters, an der sich die Dielektrizitätskonstante oder die Leitfähigkeit beim Übergang vom Material zwischen Leiter und Schicht auf diese Schicht sprunghaft und um einen hinreichenden Betrag erhöhen. Eine solche Schicht stellen z. B. der Grundwasser-

\*) W. Stern: Gerlands Beitr. z. Geophys. **23**, Heft 3, S. 292—333. Zeitschr. f. Gletscherkde. **18**, Heft 1/3, S. 24—42.