

## Werk

**Jahr:** 1932

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 GEOGR PHYS 203:8

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN101433392X\_0008

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X\\_0008](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0008)

**LOG Id:** LOG\_0007

**LOG Titel:** Beitrag zur Theorie und Praxis der Referenzpendel-Messungen unter Anwendung von Minimumpendeln

**LOG Typ:** article

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN101433392X

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

Doch habe ich eine derartige Präzision, auf welche ich zuerst den größten Wert legte, als belanglos für die Sicherheit der Messungen gefunden, sie daher wieder aufgegeben und mich mit einer angenäherten Kompensation des Temperatureinflusses begnügt. Die Vollkommenheit der Konstanthaltung der Temperatur bildet eben doch den ausschlaggebenden Faktor. Ebenso habe ich die Pumpvorrichtung als nicht durchaus erforderlich gefunden und deswegen wieder abgeschafft.

(Fortsetzung folgt.)

## Beitrag zur Theorie und Praxis der Referenzpendel-Messungen unter Anwendung von Minimumpendeln

Von A. Berroth, Aachen — (Mit 1 Abbildung)

Es werden die theoretischen Grundlagen der Referenzpendelmessungen untersucht und ein Verfahren angegeben, wie man zu Minimumpendeln gelangen kann; zum Schluß ein Zahlenbeispiel.

§ 1. Das gewöhnliche Verfahren der relativen Pendelmessungen beruht bekanntlich auf der Elimination der Pendellänge, die somit überhaupt nicht gemessen zu werden braucht.

Daß man jedoch ein weiteres nur höchst ungenau und mit vielem Zeitaufwand festzustellendes Messungselement ebenfalls eliminieren kann, wird meines Erachtens nicht genügend beachtet. Ich meine hiermit die Elimination des Zeitmaßstabes des absoluten Maßsystems, in welchem nach dem alten Verfahren die Schwingungszeit der Pendel ausgedrückt werden muß, also in (Sternzeit- oder) mittleren Zeitsekunden.

Das Hilfsmittel, um diese zweite Elimination zu erreichen, ist eben das Referenzpendel (in praxi mehrere), welches als ortsfestes Pendel verwandt und stets mit beobachtet wird. Dadurch wird man zunächst vom absoluten Maßsystem unabhängig und es genügt die Angabe, wieviel Schwingungen die Pendel zwischen zwei an verschiedenen Orten gleichzeitig eintreffenden Signalen gemacht haben, an Stelle der bisher nötigen Angabe, wieviel sie in einer bestimmten absolut in Sekunden gemessenen Zeit gemacht haben.

Da gerade der absolute Zeitmaßstab nur mit höchst unbefriedigender Genauigkeit angebbar ist, die Referenzpendelmethode diesen Maßstab jedoch vermeidet, so ist es auch nicht verwunderlich, daß man mit der neuen Methode ungleich genauer und schneller messen kann.

Das Verfahren ist in neuerer Zeit erstmalig 1926 vom Verfasser mit Unterstützung der Exploration-Berlin, jetzt Hannover, im Salzgebiet von Celle—Wietze angewandt worden. Es wurde daselbst durch Beobachtungen auf neun Stationen ein etwa 15 km langes Schwereprofil ermittelt, das mit Bohrerergebnissen verglichen werden konnte (s. Zeitschr. f. Geophys., 3. Jahrgang, Heft 1).

Während bei diesen Messungen noch Drahtleitungen zwischen der Basis und den Außenstationen gelegt werden mußten, ging die Exploration bzw. Seismos-Hannover auf Veranlassung ihres Leiters Prof. Dr. L. Mintrop im Anschluß an die Messungen von 1926 zu drahtlos-telegraphischer und -telefonischer Verbindung und zur Benutzung von lichtelektrischen Zellen über.

Nach jahrelangen Werkstatt- und Feldversuchen, letztere insbesondere im Salzdomgebiet der Golfküste, sind unter Mitwirkung des Verfassers in den Jahren 1929/30 von den wissenschaftlichen Beamten der Seismos und ihrem technischen Personal in Oklahoma und Texas mit 481 Beobachtungsstationen Flächen von insgesamt 51000 qkm auf das Vorkommen von verdeckten Antiklinalen untersucht worden\*). (Vgl. H. Gornick: Zeitschr. d. D. Geolog. Ges. 1931, Bd. 81, S. 666.)

Als Mindestleistung wurden bei einer Basis- und einer Feldstation 15 und bei Verwendung von einer Basis und zwei Feldstationen 25 Meßpunkte pro Monat verlangt mit einem Maximalfehler von 1 mgal. Verfahren und Apparatur haben sich außerordentlich bewährt, so daß Leistung und Genauigkeit bei ununterbrochener Arbeit auch bei langen und häufig sehr schwierigen Feldtransporten und sprunghaften Änderungen der meteorologischen Verhältnisse eingehalten werden konnten. Zur Sicherstellung der Resultate ist nahezu auf jeder zweiten Station eine Kontrollmessung vorgenommen worden.

Bei diesem Beobachtungsverfahren und der dabei erzielten Genauigkeit gelang es, selbst verdeckte Antiklinalen mit einem gesamten Anomalienbetrag von nur 2 bis 3 mgal so genau festzulegen, daß zuverlässige Profile des tektonischen Untergrundes gezeichnet werden konnten.

Als besonderer Vorzug des Verfahrens verdient hervorgehoben zu werden, daß die Berechnung der Resultate an Ort und Stelle und sofort möglich ist, wodurch eine zweckmäßige Auswahl der nachfolgenden Meßpunkte gewährleistet ist.

Im folgenden soll zunächst das Prinzip dargelegt werden:

Bezeichnet  $i = J : n$  den tatsächlich vorhandenen Zeitmaßstab, den man sich dadurch hergestellt denken kann, daß ein Zeitintervall  $J$  in  $n$  gleiche Teile eingeteilt wird,  $i'$  den tatsächlichen Maßstab in einem zweiten Falle,  $F = i : s$ ,  $F' = i' : s = F + dF$  die unbekanntenen Faktoren zur Verwandlung des tatsächlichen Maßstabs in Zeitsekunden (wobei  $F, F'$  der Praxis entsprechend nicht viel von 1 verschieden vorausgesetzt werden), der Index Null das Referenzpendel, der Index 1 das Feldpendel,  $b$  die Basisstation,  $f$  eine Feldstation, so gilt in der Anschlußmessung (Feldpendel und Referenzpendel auf der Basisstation):

$$\left. \begin{aligned} a_{1b} i &= a_{1b} F s = \pi \sqrt{l_1/g_b} \\ a_{0b} i &= a_{0b} F s = \pi \sqrt{l_0/g_b} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

\*) An der Entwicklung des Verfahrens und der Apparatur waren außer dem Verfasser beteiligt die Herren Prof. Dr. Ansel, Dr. W. Haubold, Dr. W. Stackler, Dipl.-Ing. A. Schleusener. Die Pendelapparate und die benutzten Sterneckenpendel stammen aus den Askania-Werken, Berlin-Friedenau.

und ferner für eine darauffolgende Feldmessung:

$$\left. \begin{aligned} a_{1f} i' &= a_{1f} F' s = \pi \sqrt{l_1/g_f} \\ a_{0f} i' &= a_{0f} F' s = \pi \sqrt{l_0/g_b} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

Aus (1) folgt:

$$(a_{1b} - a_{0b}) i = (a_{1b} - a_{0b}) F s = \frac{\pi}{\sqrt{g_b}} (\sqrt{l_1} - \sqrt{l_0}) \dots \dots \dots (3)$$

Aus (2) folgt mit  $g_f = g_b + \Delta g$ :

$$(a_{1f} - a_{0f}) i' = (a_{1f} - a_{0f}) F' s = \frac{\pi}{\sqrt{g_f}} \sqrt{l_1} - \frac{\pi}{\sqrt{g_b}} \sqrt{l_0} \dots \dots \dots (4)$$

$$(a_{1f} - a_{0f}) F' s = \frac{\pi}{\sqrt{g_b}} (\sqrt{l_1} - \sqrt{l_0}) \left\{ 1 - \frac{a_{1b}}{2(a_{1b} - a_{0b})} \frac{\Delta g}{g_b} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

und somit aus (3) und (5):

$$\Delta g = \frac{2 g_b}{a_{1b}} \left\{ (a_{1b} - a_{0b}) - (a_{1f} - a_{0f}) \frac{F'}{F} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

Hierzu kommt für Schwereunterschiede, die größer sind als 362 mgal infolge der in (6) ungenügenden Reihenentwicklung, falls man die Rechengenauigkeit mit  $1/10$  mgal ansetzen will, das Korrektionsglied:

$$d g = \frac{3 g_b}{a_{1b}^2} \left\{ (a_{1b} - a_{0b}) - (a_{1f} - a_{0f}) \frac{F'}{F} \right\}^2 \dots \dots \dots (7)$$

Die Formel (6) zeigt, daß von der Messung nur verlangt wird, daß die Größe  $a_{1b}$  und der Klammerausdruck in der gleichen Maßeinheit angegeben werden müssen, während die Größe der Maßeinheit ganz beliebig ist. (6) zeigt auch, daß bei einer Rechengenauigkeit von 0,1 mgal auf die Angebarkeit des Verhältnisses  $F' : F$  nur so lange verzichtet werden darf (d. h.  $F'/F = 1$  gesetzt werden darf), als die Periode  $i'$  sich von  $i$  um nicht mehr als

$$\frac{a_{1b} i}{2(a_{1f} - a_{0f})} 10^{-7}$$

unterscheidet. Mit anderen Worten: die Perioden  $i$  und  $i'$  müssen innerhalb gewisser ziemlich großer Grenzen gleich sein, eine Forderung, die durch Zuhilfenahme einer guten Uhr oder besser eines frei schwingenden Nickelstahlpendels als Sendependel der funktelegraphischen Zeitsignale leicht eingehalten werden kann.

Wenn man sich bei der photographischen Registrierung der Koinzidenzmethode bedient, d. h. wenn man die Anzahl  $c$  der Schwingungen der Arbeitspendel feststellt, die zwischen einem Durchgang durch die Ruhelage des Sendependels, der mit einem Durchgang der Arbeitspendel zusammenfällt und dem nächsten gleichen Ereignis liegen, so ergibt sich mit:

$$a i = \left( \frac{c}{2c+1} \right) i = \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4c+2} \right) i \text{ oder } = \left( \frac{c}{2c-1} \right) i = \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4c-2} \right) i \quad (8)$$

und mit

$$a = \alpha + \frac{4}{(4c + 2)^2} \Delta c \quad \text{oder} \quad = \alpha - \frac{4}{(4c - 2)^2} \Delta c \dots \dots \dots (9)$$

worin  $\alpha$  einen Näherungswert von  $a$  und  $\Delta c$  die der Differenz  $a - \alpha$  entsprechende Verbesserung der Koinzidenzzahl  $c$  bedeutet, aus (6) die Beziehung (mit  $\alpha_{1b} = \alpha_{0b}$  und  $\alpha_{1f} = \alpha_{0f}$ ):

$$\Delta g = -8g_b \left( \frac{2c + 1}{c} \right)_{1b} \left\{ \frac{\Delta c_{0b}}{(4c_{0b} + 2)^2} - \frac{\Delta c_{1b}}{(4c_{1b} + 2)^2} - q \right\} \quad (10)$$

$$\text{oder} \quad \Delta g = 8g_b \left( \frac{2c - 1}{c} \right)_{1b} \left\{ \frac{\Delta c_{0b}}{(4c_{0b} - 2)^2} - \frac{\Delta c_{1b}}{(4c_{1b} - 2)^2} - q' \right\}$$

mit

$$q = \left[ \frac{\Delta c_{0f}}{(4c_{0f} + 2)^2} - \frac{\Delta c_{1f}}{(4c_{1f} + 2)^2} \right] \frac{F'}{F} \quad (11)$$

$$q' = \left[ \frac{\Delta c_{0f}}{(4c_{0f} - 2)^2} - \frac{\Delta c_{1f}}{(4c_{1f} - 2)^2} \right] \frac{F'}{F}$$

Setzt man darin

$$k = -8g_b \left( \frac{2c + 1}{c} \right)_{1b} \frac{1}{(4c_{1b} + 2)^2} \quad \text{oder} \quad = 8g_b \left( \frac{2c - 1}{c} \right)_{1b} \frac{1}{(4c_{1b} - 2)^2} \quad (12)$$

unter der einschränkenden Annahme, daß für die Pendel  $c_{0b} = c_{1b} = c_{0f} = c_{1f}$  in dem Ausdruck (10) und (11) gesetzt werden darf, so erhält man statt (10) den Ausdruck:

$$\Delta g = k \left\{ \Delta c_{1b} - \Delta c_{0b} - (\Delta c_{1f} - \Delta c_{0f}) \frac{F'}{F} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

eine Rechenformel, die an Einfachheit nichts zu wünschen übrig läßt.

Läßt man schließlich den Mechaniker die Pendel so anfertigen, daß wird:

$$2c^2 + c - 2g_b = 0 \quad \text{oder} \quad 2c^2 - c - 2g_b = 0 \dots \dots \dots (14)$$

$$\text{also} \quad \begin{cases} c = 31,10 \\ ai = 0,49209 i \end{cases} \quad \text{oder} \quad \begin{cases} c = 31,60 \\ ai = 0,50805 i \end{cases}$$

so wird dadurch in (13) der Koeffizient  $k = \pm 1$  erhalten.

Wenn man die höchsten Anforderungen an die Messungsergebnisse stellen muß, so ist es unerlässlich, nach jeder oder mindestens jeder zweiten Feldstation wieder Anschlußmessungen vorzunehmen, so daß also jede Feldmessung kurz hintereinander zwischen zwei Anschlußmessungen liegt. Dadurch würde man auf Kosten eines großen Genauigkeitsgewinns viel Zeit verlieren, wogegen man

Basis		Feld		Unterswegs
Pendelsatz		Station	Pendelsatz	Pendelsatz
Nr.		Nr.	Nr.	Nr.
B und III		1	I	II
B „ I		2	II	III
B „ II		3	III	I
B „ III		4	I	II

sich dadurch schützen kann, daß für die Feldbeobachtungen zwei oder drei Sätze zu vier Pendeln vorgesehen werden. Bei großen Entfernungen könnte man alsdann nach vorstehendem Schema vorgehen, wobei also stets der im Felde zuletzt beobachtete Satz sofort auf die Basis zurücktransportiert und dort als Nebenarbeit gleichzeitig mit den Referenzpendeln mit beobachtet wird.

Allerdings würden durch Benutzung dreier Pendelsätze auf zwei verschiedenen Lagern infolge des Aufliegens verschiedener Schneidenstellen in die Resultate unter Umständen drei zunächst noch unbekannte kleine Korrekturen eingehen, die aber während der ganzen Arbeit konstant bleiben, und deren Größe man z. B. in Monatsabschnitten durch Vergleich an denselben Orten bestimmen könnte. Diese kleinen Beträge würden unbekanntem Veränderungen der reduzierten Pendellänge gleichkommen und deshalb von der Größenordnung  $gd/l$  sein. Man könnte sie vermeiden, wenn man grundsätzlich zu jedem Pendelsatz nur seinen ihm zugehörigen Lagerteller, der also ebenfalls transportabel sein müßte, benutzte. Da dies aber verhältnismäßig umständlich ist, so ist es für die Anwendbarkeit des Verfahrens (Schema S. 33) von größter Bedeutung, daß man durch Verwendung von Minimumpendeln diese kleinen Beträge vollständig unberücksichtigt lassen kann, da sie dann keinen Einfluß mehr ausüben. Hierüber wird Näheres im folgenden Abschnitt ausgeführt.

Es sei noch erwähnt, daß man bei Verwendung lichtelektrischer Zellen sowohl zur Übertragung der Schwingungen des Sendependels auf den Sender als auch zur Vergleichung der übertragenen Schwingungen mit denen der Arbeitspendel eine beträchtlich höhere Genauigkeit erreichen kann als bisher, allerdings nur dann, wenn man es versteht, die Pendelapparate und die Pendel selbst richtig zu behandeln.

§ 2. Verfahren zur Erfüllung der Minimumbedingung (Wilsing-Schuler-Bedingung), Reversionspendel und Minimumpendel. Bezeichnet  $T$  die Schwingungszeit,  $s$  den Abstand Schneide—Schwerpunkt,  $K_0$  das Trägheitsmoment in Beziehung auf den Schwerpunkt,  $M$  die Masse, so ist der Ablauf der Schwingungen gegeben durch die Gleichung:

$$s^2 - \frac{T^2 g}{\pi^2} s + \frac{K_0}{M} = 0 \dots \dots \dots (15)$$

Wir setzen nun voraus, das Pendel sei als ein symmetrisches Reversionspendel gebaut. Durch Auflegen einer kleinen Zusatzmasse (durch leichtes Ankleben an einer Stirnfläche) sollen die Schwingungszeiten  $T_{01}$  und  $T_{02}$  übergehen in  $T_1$  und  $T_2$  in den Lagen vor und nach der Reversion und diese Werte sollen durch Beobachtung bestimmt sein. Dann ergeben sich aus (15) die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} s_{01} - d s_1 &= \frac{T_1^2 g}{2 \pi^2} \pm \sqrt{\frac{T_1^4 g^2}{4 \pi^4} - \left(\frac{K_0}{M} + d \frac{K_0}{M}\right)} \\ s_{02} + d s_1 &= \frac{T_2^2 g}{2 \pi^2} \pm \sqrt{\frac{T_2^4 g^2}{4 \pi^4} - \left(\frac{K_0}{M} + d \frac{K_0}{M}\right)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

worin  $d(K_0/M)$  den durch die Massenauflage sich ergebenden Zuwachs von  $K_0/M$  bedeutet.

Wir setzen:

$$T_2 = T_1 + \delta, \quad s_{01} + s_{02} = h, \quad \frac{K_0}{M} + d \frac{K_0}{M} = C + dC = \frac{T_1^4 g^2}{4 \pi^4} + dC \quad (17)$$

und erhalten damit aus (16):

$$h = \frac{T_1^2 g}{2 \pi^2} + \frac{T_2^2 g}{2 \pi^2} \pm \sqrt{-1} \sqrt{dC} \pm \sqrt{\frac{T_1^3 g^2}{\pi^4} \delta - dC} \dots \dots \dots (18)$$

Setzen wir ferner

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= \frac{T_1^3 g^2}{\pi^4} \delta \\ z &= h - \frac{T_1^2 g}{2 \pi^2} - \frac{T_2^2 g}{2 \pi^2} \\ u^2 &= z^2 - a^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

so erhalten wir aus (18):

$$dC = -\frac{u^4}{4z^2} \dots \dots \dots (20)$$

woraus sich mit der für das Minimumpendel geltenden Beziehung

$$T_{1 \min} = \frac{\pi \sqrt{2}}{\sqrt{g}} \sqrt[4]{\frac{K_0}{M} + d \frac{K_0}{M}} \dots \dots \dots (21)$$

die Differenz

$$T_1 - T_{1 \min} = -\frac{1}{4} \frac{dC}{C} T_1 \dots \dots \dots (22)$$

ergibt. Diese Differenz ist, wie aus der Minimumeigenschaft folgt, stets eine positive Größe. Durch Beobachtung der Schwingungszeiten in beiden Reversionslagen bei aufgelegtem Gewicht und Messung des Schneidenabstandes kann also die Größe (22) mit hoher Schärfe bestimmt werden.

Wenn man nun darauf ausgeht, dasjenige Zusatzgewicht auf Grund von Beobachtungen zu finden, welches  $T - T_{\min}$  zu Null macht, so wiederholt man den Versuch mit einem zweiten Zusatzgewicht, das an derselben Stelle aufgelegt wird wie das erste.

Bezeichnet  $T$  die Schwingungszeit in der schließlichen Gebrauchslage vor jeder Gewichtsauflage,  $T_a$  nach der ersten,  $T_b$  nach der zweiten Gewichtsauflage,  $df_a$  und  $df_b$  die zugehörigen Änderungen am Pendel, so kann man mit genügender Genauigkeit schreiben:

$$\left. \begin{aligned} T_a - T_{a \min} &= T - T_{\min} + df_a \cdot \frac{d}{df} (T - T_{\min}) \\ T_b - T_{b \min} &= T - T_{\min} + df_b \cdot \frac{d}{df} (T - T_{\min}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

Daraus ergibt sich diejenige Größe  $df_x$ , welche die linke Seite zu Null macht, aus:

$$df_x = \frac{(T_a - T_{a \min}) df_b - (T_b - T_{b \min}) df_a}{(T_a - T_{a \min}) - (T_b - T_{b \min})} \dots \dots \dots (24)$$

Hierbei ist der darin enthaltene Faktor

$$\frac{d}{dC} (T - T_{\min})$$

gegeben durch

$$\frac{d}{dC} (T - T_{\min}) = \frac{\pi^2}{g} \left( \frac{1}{2sT} - \frac{\pi^2}{gT_{\min}^3} \right) + \left( \frac{\pi^2}{gT} - \frac{T}{2s} \right) \frac{ds}{dC} \dots \dots (25)$$

Da dieser Ausdruck für die Rechnung wenig geeignet ist, setzt man  $s = s_0 + \sigma$ , worin  $s_0$  den Trägheitsradius bedeuten soll und erhält den bequemeren Ausdruck:

$$\frac{d}{df} (T - T_{\min}) = \frac{\pi^2}{2gT_{\min}} \cdot \left\{ \frac{2\sigma d\sigma}{s_0 df} - \frac{3}{2} \frac{\sigma^2}{s_0^3} \frac{ds_0}{df} \right\} \dots \dots \dots (26)$$

Diese Formel kann man benutzen, um die Verhältnisse an einem kreiszylindrischen Stabpendel vom Halbmesser  $p$  und der Länge  $f$  zu studieren, wenn man demselben Zusatzgewichte gleichen Halbmessers und gleichen Materials auflegt. Zur Kontrolle des Resultats habe ich außerdem die für den Trägheitsradius eines kreiszylindrischen Stabes gültige Formel

$$s_0^2 = \frac{f^2}{12} + \frac{p^2}{4} \dots \dots \dots (27)$$

benutzt und erhielt aus:

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{s_0^2}{s} + s} \quad \text{und} \quad T_{\min} = \frac{\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{2s_0} \dots \dots \dots (28)$$

mit  $s = s_0 + \sigma$  nach einigen Entwicklungen, die hier übergangen sind, in Übereinstimmung mit (26) bis auf Glieder zweiter Ordnung genau:

$$\frac{d}{df} (T - T_{\min}) = \frac{\pi \sqrt{2}}{\sqrt{g} \sqrt{s_0}} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma}{s_0} \right) \frac{d\sigma}{df} - \frac{f}{32s_0} \left( \frac{\sigma}{s_0} \right)^2 \right\} \dots \dots \dots (29)$$

Um hierin über den Faktor

$$\frac{d\sigma}{df} = \frac{ds}{df} - \frac{ds_0}{df}$$

Aufschluß zu gewinnen, kann man die Abmessungen des Stabes selbst heranziehen. Im Falle nicht kreiszylindrischer Form oder wenn man überhaupt beobachtete Werte vorzieht, kann man diesen Faktor auch erhalten aus:

$$\frac{d\sigma}{df} = \frac{g}{2\pi^2} \left[ \sqrt{T^4 - T_{\min}^4} - \sqrt{T_1^4 - T_{1 \min}^4} - \frac{1}{2} Q \right] \frac{1}{df} \dots \dots \dots (30)$$

mit

$$Q = \frac{dCT^2}{C} - \frac{dC_1 T_1^2}{C_1} \dots \dots \dots (31)$$



worin die Größen  $dC/C$  den Werten in (22) entsprechen und sämtliche Werte als beobachtet angenommen werden.

Um einen Überblick über die Verhältnisse bei einem kreiszylindrischen Stab zu gewinnen, habe ich folgende Annahmen zugrunde gelegt:

$$f = 44.36 \text{ cm}, \quad s_0 = 12.83 \text{ cm}, \quad \sigma = 1 \text{ mm}, \quad df = 0.5 \text{ cm}.$$

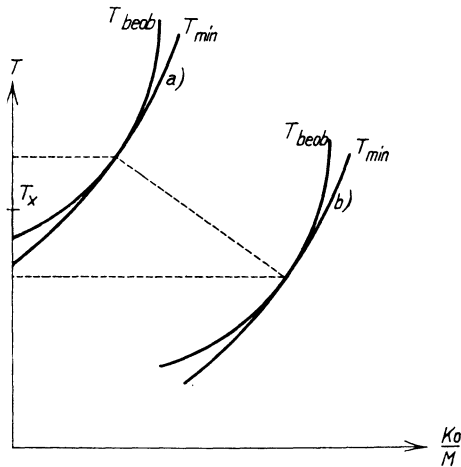
Je nachdem man das Zusatzgewicht oben oder unter oder zu gleichen Hälften oben und unten anbringt, erhält man mit den Werten  $d\sigma/df = -0.621 + 0.045 - 0.288$  Änderungen in  $T - T_{\min}$  vom Betrage  $-483, +34, -225 \cdot 10^{-7}$  sec.

Daraus zeigt sich, daß man in der Wahl von Größe und Art der Auflagegewichte mannigfachen Spielraum hat, um an das gewünschte Ziel zu gelangen.

Zur genauen Abstimmung auf die Wilsing-Schuler-Bedingung kann man statt des Verfahrens (24) auch nur einen Wert, z. B.  $T_a - T_{\min}$ , durch Beobachtung festlegen und weiterhin durch Anwendung von (29) den Betrag  $df_x$  finden. Dieser ergibt sich dann aus:

$$df_x = \frac{T_a - T_{a\min}}{\frac{d}{df}(T - T_{\min})} \dots \dots \dots (32)$$

Das Abstimmen des Gegenpendels. Das mit dem ersten Pendel gleichzeitig schwingende zweite Pendel soll folgenden Bedingungen genügen: Es soll



Figur (schematisch) Fig. 1

1. die Wilsing-Schuler-Bedingung erfüllen, 2. (und dies bedeutet eine große Erschwerung) soll  $T_{\min}$  einen ganz bestimmten Zahlenwert haben.

Man könnte, wie in der Fig. 1 dargelegt, den Verlauf der beobachteten  $T$ - und der dazugehörigen Minimumlinie festlegen und z. B. mit etwas höheren Schneiden einen zweiten Verlauf bestimmen (a und b), um daraus durch Versuch

die richtigen Schneiden und die richtige Belastung zu finden. Dies würde wahrscheinlich einer Sysiphusarbeit nahekommen.

Ich halte es jedoch für vollständig ausreichend, die Wilsing-Schuler-Bedingung nur für den halben Pendelsatz möglichst genau zu erfüllen, für die Gegenpendel jedoch nur roh und nur soweit, als es der Mechaniker nach den vorliegenden Abmessungen der Muster erreichen kann.

Da nach E. Kohlschütter\*) bei Halbsekundenpendeln für eine Abweichung von der Wilsing-Schuler-Bedingung im Betrag von 2 mm bei Schneidenerlagerungen von  $1 \mu$  nur Fehler von 0.13 mgal zu erwarten sind, während es bei Sterneckpendeln 3.9 mgal waren, so ist ersichtlich, daß man sich praktisch und notgedrungen für die Gegenpendel mit der groben Erfüllung der Wilsing-Schuler-Bedingung begnügen kann.

Dagegen wird man die Abstimmung des Gegenpendels wegen Vernichtung des Mitschwingens so genau wie möglich durchführen, was überdies sehr einfach und sogar im Felde möglich ist.

Da bei kreisförmigem Stabquerschnitt der Luftwiderstand zu groß ist, andererseits evakuierbare Apparate im Felde eine Erschwerung bedeuten, wird man sich zweckmäßigerweise bei den Pendeln an einen linsenförmigen Querschnitt halten.

### § 3. Zahlenbeispiel.

a) Konstanten (bezogen auf die Koinzidenzintervalle  $c$ ):

Einfache Schwingungsdauer des Sendependels . . . . .	$= 0.50006^s$ und $F' = F$
„ „ der Arbeitspendel . . . . .	$< 0.50006$
Temperaturkonstante, Basispendel . . . . .	$= 1.09 \cdot 10^{-3}$ pro $^{\circ}C$
„ „ Feldpendel . . . . .	$= 1.33$
Dichtekonstante, Basispendel . . . . .	$= 272 \cdot 10^{-3}$ pro $D = 1.0$
„ „ Feldpendel . . . . .	$= 286$
Bezugstemperatur: $t_0 = + 15.00^{\circ}C$	
Bezugsdichte: $D_0 = 0.9480$ (relative Luftdichte)	

b) Basisanschlüsse:

#### 1. Basispendel.

Messungsergebnisse:	vorher	nachher
$t_b$ . . . . .	$= + 11.4^0$	$= + 18.9^0$
$D_b$ . . . . .	$= 0.9630$	$= 0.9330$
$t_b - t_0$ . . . . .	$= - 3.6$	$= + 3.9$
$D_b - D_0$ . . . . .	$= + 0.0150$	$= - 0.0150$
$c'$ . . . . .	$= 31.23995$	$= 31.24110$
Reduktionen: Amplitude . . . . .	$= - 840$	$= - 975$
Mitschwingen . . . . .	$= 0$	$= 0$
Temperatur . . . . .	$= + 393$	$= - 426$
Dichte . . . . .	$= - 408$	$= + 408$
$c$ . . . . .	$= 31.23140$	$= 31.23117$
$\Delta c_0 b$ . . . . .	$= + 0.03140$	$= + 0.03117$

\*) Zeitschr. f. Geophys. 1930, S. 469.

2. Feldpendel (gleichzeitig mit 1.).

Messungsergebnisse:

$t_f$ . . . . .	= + 15.0	= + 20.3
$D_f$ . . . . .	= 0.9880	= 0.9745
$t_f - t_0$ . . . . .	= 0.00	= + 5.3
$D_f - D_0$ . . . . .	= + 0.040	= + 0.0265
$c'$ . . . . .	= 31.21515	= 31.21732
<hr/>		
Reduktionen: Amplitude . . . . .	= - 975	= - 854
Mitschwingen . . . . .	= - 10	= + 26
Temperatur . . . . .	= 0	= - 704
Dichte . . . . .	= - 1145	= - 758
<hr/>		
$c$ . . . . .	= 31.19385	= 31.19442
$\Delta c_{1b}$ . . . . .	= - 0.00615	= - 0.00558
$\Delta c_{1b} - \Delta c_{0b}$ . . . . .	= - 0.03755	= - 0.03675
Mittel . . . . .	= - 0.03715	

c) Außenstation.

3. Basispendel.

Messungsergebnisse:

$t_b$ . . . . .	= + 23.4 <sup>o</sup>	
$D_b$ . . . . .	= 0.9100	
$t_b - t_0$ . . . . .	= + 8.4	
$D_b - D_0$ . . . . .	= - 0.0380	
$c'$ . . . . .	= 31.24730	
<hr/>		
Reduktionen: Amplitude . . . . .	= - 824	
Mitschwingen . . . . .	= + 19	
Temperatur . . . . .	= - 916	
Dichte . . . . .	= + 1035	
<hr/>		
$c$ . . . . .	= 31.24044	
$\Delta c_{0f}$ . . . . .	= + 0.04044	

4. Feldpendel (gleichzeitig mit 3.).

Messungsergebnisse:

$t_f$ . . . . .	= + 27.1	
$D_f$ . . . . .	= 0.9260	
$t_f - t_0$ . . . . .	= + 12.1	
$D_f - D_0$ . . . . .	= - 0.0220	
$c'$ . . . . .	= 31.23010	
<hr/>		
Reduktionen: Amplitude . . . . .	= - 790	
Mitschwingen . . . . .	= - 11	
Temperatur . . . . .	= - 1615	
Dichte . . . . .	= + 630	
<hr/>		
$c$ . . . . .	= 31.21224	
$\Delta c_{1f}$ . . . . .	= + 0.01224	
$\Delta c_{1f} - \Delta c_{0f}$ . . . . .	= - 0.02820	
$k \cdot [\Delta c_{1b} - \Delta c_{0b} - (\Delta c_{1f} - \Delta c_{0f})]$	= - 0.00895	

d) Resultat: Schwereunterschied Feld-Basis = - 8.95 mgal.