

## **Werk**

**Jahr:** 1932

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 GEOGR PHYS 203:8

**Werk Id:** PPN101433392X\_0008

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN101433392X\\_0008](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN101433392X_0008) | LOG\_0009

## **Terms and Conditions**

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## **Contact**

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

## **Zur Berechnung von Strahlungsströmen und Temperaturänderungen in Atmosphären von beliebigem Aufbau**

Von **R. Mügge** und **F. Möller**, Frankfurt a. M. — (Mit 8 Abbildungen)

Es wird ein graphisches Verfahren entwickelt, die Strahlungsströme und damit die Temperaturänderungen in Atmosphären von beliebigem Aufbau zu berechnen unter Berücksichtigung der Absorptionsgesetze diffuser Strahlung bei Absorptionskoeffizienten, die mit der Wellenlänge variieren. Auch die Absorption der direkten Sonnenstrahlung wird berücksichtigt.

Den Arbeiten von G. C. Simpson<sup>1)</sup> und R. Mügge<sup>2)</sup> über die Strahlungsverhältnisse der Atmosphäre lagen verhältnismäßig stark vereinfachte Annahmen über das Absorptionsspektrum des Wasserdampfes zugrunde. In jüngster Zeit verbesserten gleichzeitig F. Albrecht<sup>3)</sup> und O. F. T. Roberts<sup>4)</sup> die Theorie der Wärmestrahlung des Wasserdampfes in der Atmosphäre, indem sie einestheils die selektive Absorption des Wasserdampfes, wie sie durch die Messungen von Hettner u. a. gefunden ist, berücksichtigen, anderenteils auch die geometrischen Strahlungsgesetze, wie sie E. Gold<sup>5)</sup> und R. Emden<sup>6)</sup> entwickelt haben, anwandten. Dem großen Fortschritt der verbesserten Theorie steht aber damit der Nachteil gegenüber, daß die Rechnung außerordentlich langwierig wird; sowohl Albrecht wie Roberts geben eine mittlere Feuchtigkeits- und Temperaturverteilung in der Vertikalen vor, und berechnen die Strahlungsströme in jeder Höhe der Atmosphäre. Zu diesem Zweck ist die Rechnung gesondert durchzuführen für jede Wellenlänge, denn in jeder Wellenlänge  $\lambda$  ist der Absorptionskoeffizient ein anderer, und bei jedem  $\lambda$  ist die Abhängigkeit der Strahlungsenergie von der Temperatur durch ein anderes Gesetz gegeben (Plancksche Formel); dann wird die Integration über alle Wellenlängen vorgenommen.

Es ist nun anzunehmen, daß verschiedene Verteilungen des die Strahlung absorbierenden und aussendenden Wasserdampfes in der Atmosphäre und verschiedene Temperaturen der Strahlungsquellen (Wasserdampf und Erdoberfläche) ganz verschiedene Strahlungsverhältnisse hervorrufen. Eine tropische Atmosphäre und eine polare, ebenso die Luftmassen eines Hochdruckgebietes und eines Tiefs werden große Differenzen gegeneinander aufweisen. Und gerade die Veränderungen der Strahlungsverhältnisse, die mit verändertem Aufbau der Atmosphäre einhergehen, beanspruchen im Hinblick auf die Erklärung der verschiedenen Temperatur- und Höhenlage der Stratosphäre besonderes Interesse<sup>2)</sup>. Es ist ersichtlich, daß die Rechnungen dann endlos würden, denn es gehen gewissermaßen vier unabhängige Veränderliche in die Berechnung der Strahlung ein: die Wellenlänge, die Höhenlage in der Atmosphäre, in der man sich befindet, die Temperatur und der Wasserdampfgehalt. Um die Möglichkeit zu gewinnen, viele verschieden gebaute Atmosphären ohne Beeinträchtigung der Schärfe der Theorie zu unter-

suchen, wird in dieser Arbeit die Integration über alle Wellenlängen vorweggenommen und ein graphisches Verfahren entwickelt, das gestattet, für jede Höhenlage die von unten und von oben kommende Strahlung des Wasserdampfes und die Strahlung der Erdoberfläche zu bestimmen. Auch die Wirkungsweise der direkten Sonnenstrahlung wird später berücksichtigt werden.

Es ist die Annahme zugrunde gelegt, daß der Absorptionskoeffizient  $k_\lambda$  des Wasserdampfes eindeutig bestimmt ist durch die relative Schwächung, die ein Lichtstrahl der Wellenlänge  $\lambda$  erfährt, wenn er die Wasserdampfmenge  $dw$  (in Zentimeter Niederschlagswasser gemessen) durchsetzt, gleichgültig, unter welchem

Druck oder welcher Temperatur der Wasserdampf steht. Verwendet sind die Zahlen für  $k_\lambda$ , die F. Albrecht<sup>3)</sup> angegeben und verwandt hat.

Befindet sich zwischen einer schwarzstrahlenden Fläche  $AA$  (Fig. 1) und einem die Strahlung auffangenden Flächeneinheitstück  $B$  die Wasserdampfmenge  $w$  und betrachtet

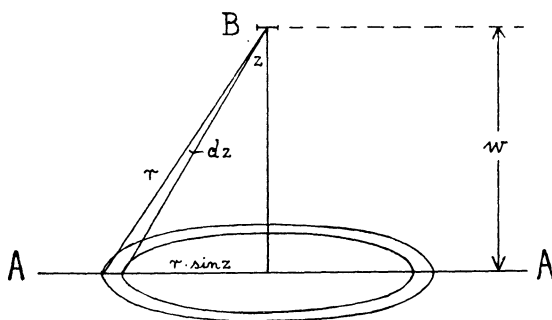


Fig. 1

man die monochromatische Strahlung, die in  $B$  unter dem Einfallswinkel  $z$  ankommt, so ist deren senkrecht auftreffende Komponente gegeben durch:

$$2\pi \cdot \frac{r \sin z \cdot r dz}{\cos z} \cdot \cos^2 z \cdot \frac{1}{r^2} \cdot e^{-\frac{k_\lambda \cdot w}{\cos z}} \cdot i_{\lambda T} \cdot d\lambda = 2\pi \cdot i_{\lambda T} d\lambda \cdot \sin z \cdot \cos z \cdot e^{-\frac{k_\lambda \cdot w}{\cos z}} \cdot dz.$$

Dabei ist  $i_{\lambda T}$  die monochromatische Strahlung, die die Einheit der schwarzen Fläche in den Raumwinkel 1 sendet:

$$i_{\lambda T} d\lambda = 2c_1 \lambda^{-5} \left( \frac{c_2}{e^{\lambda T}} - 1 \right)^{-1} d\lambda; \quad c_1 = 8.420 \text{ g cal} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{min}^{-1}; \\ c_2 = 1.43 \text{ cm} \cdot \text{grad}.$$

Integration über  $z$  ergibt die Strahlung der unendlich ausgedehnten Fläche  $AA$ :

$$S_{\lambda T}^S(w) d\lambda = 2\pi i_{\lambda T} d\lambda \int_0^{\pi/2} \sin z \cos z e^{-\frac{k_\lambda w}{\cos z}} dz.$$

Mit  $1/\cos z = \xi$  wird dieses

$$2\pi i_{\lambda T} d\lambda \int_1^\infty e^{-k_\lambda w \xi} \cdot \xi^{-3} d\xi = 2\pi i_{\lambda T} d\lambda \frac{1}{2} \left( e^{-k_\lambda w} (1 - k_\lambda w) - k_\lambda^2 w^2 E_i(-k_\lambda w) \right) \quad (1) \\ = 2\pi i_{\lambda T} d\lambda H_3(k_\lambda w)$$

in der bequemen Schreibweise von Gold. Da  $r$  und damit alle Entfernungen herausfallen, ist es möglich, als Entfernungsmaßstab künftig die durchstrahlte Wasser-

dampfmenge  $w$  (cm Niederschlagsmesser) zu verwenden; diese soll grundsätzlich von der Fläche  $B$  ausgehend gerechnet werden, je nachdem nach oben oder unten. Die Strahlung einer unendlich ausgedehnten Fläche durch eine absorbierende Gasschicht ändert sich dann nicht nach einer  $e$ -Funktion, sondern nach der Funktion  $H_3$ , doch läßt sich diese nach obiger Entwicklung leicht tabulieren und zur weiteren Rechnung verwenden. Ihren Verlauf zeigt Fig. 2 und ebenso den ihres

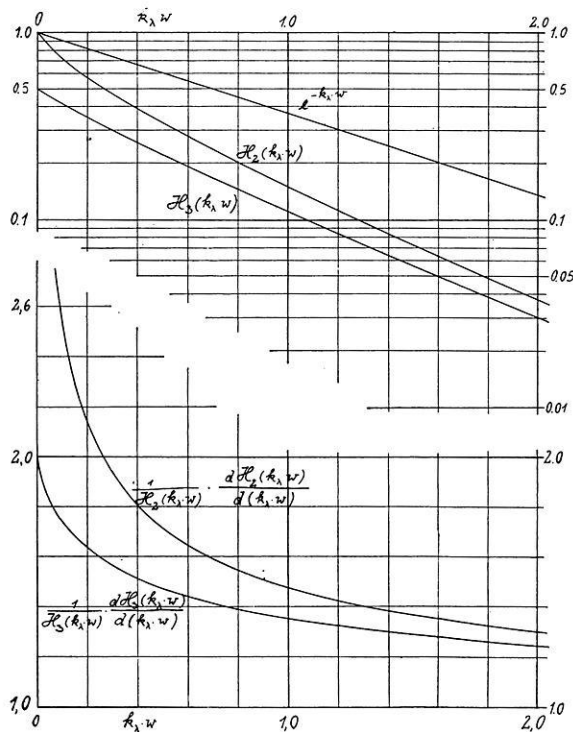


Fig. 2

logarithmischen Differentialquotienten, der besonders deutlich den Unterschied gegen eine  $e$ -Funktion zeigt.

Die gesamte Strahlung aller Wellenlängen, die von der schwarzen Fläche ausgeht, ist dann gegeben durch

$$S_T^S(w) = 2\pi \int_0^\infty i_{\lambda T} H_3(k_\lambda w) d\lambda \quad (2)$$

Diese Integration ist graphisch durchgeführt für die Temperaturen von  $+40$  bis  $-60^\circ \text{C}$  und für Wasserdampfmenngen bis zu 5 cm Niederschlagswasser. Fig. 3 zeigt den Verlauf der Integration und gibt deutlich das allmähliche Absinken der

Intensität zunächst in den Wellenlängen der starken Absorption und, nachdem deren Energie schon vollständig verschwunden ist, langsam übergreifend auf die Gebiete mit kleineren  $k_\lambda$ . Fig. 4 links stellt  $S_{313}^S$  als Funktion von  $w$  dar, wobei besonders die außerordentlich rasche Abnahme der Intensität bei sehr kleinen Wasserdampfmenngen und die langsame bei großen auffällt. Dieses beruht auch auf der Wirkungsweise der verschiedenen großen Absorptionskoeffizienten, die zwischen 0.2 und 250 schwanken, und ihrer Größe entsprechend nacheinander zur Wirkung kommen. Es ist aber auch ersichtlich, daß eine Annäherung dieser Kurve durch eine  $e$ -Funktion (graue Absorption) nicht möglich ist.

Die Strahlung des Wasserdampfes selbst läßt sich auf folgende Weise berechnen: Stellt in Fig. 1  $AA$  nicht eine schwarzstrahlende Fläche, sondern eine unendlich dünne Wasserdampfschicht  $dw$  von der Temperatur  $T$  dar, so ist zunächst die Strahlung, die diese Schicht durch die darüber lagernde absorbierende Schicht  $w$

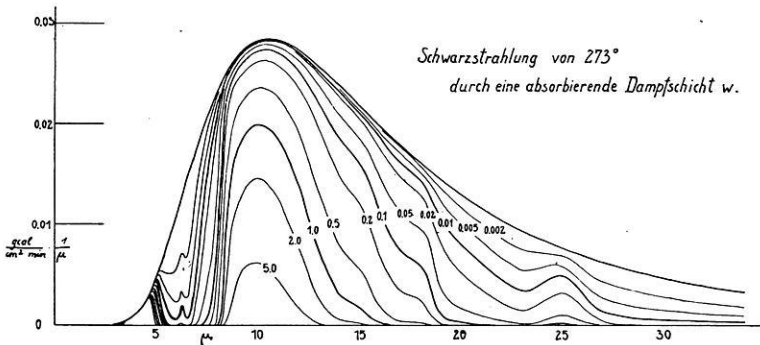


Fig. 3

hindurchsendet, zu bestimmen. Dabei sei die Schicht  $w$  nur als absorbierend, nicht als selbststrahlend gedacht. Die Strahlung der Elementarschicht  $dw$  bestimmt sich nach dem Kirchhoffschen Gesetz aus ihrer Absorption. Ein senkrecht auffallender Strahl wird geschwächt um den Anteil  $k_\lambda dw$ , ein schräg unter dem Winkel  $z$  einfallender Strahl aber um das  $k_\lambda \frac{dw}{\cos z}$ -fache seines Wertes, da die durchlaufene Schichtdicke größer ist als bei senkrechtem Einfall. Die Emission unter dem Winkel  $z$  ist also gegeben durch  $i_{\lambda T} d\lambda k \frac{dw}{\cos z}$ , was an Stelle von  $i_{\lambda T} d\lambda$  in Gleichung (1) eintritt. Dieselbe Rechnung wie oben führt dann auf:

$$\left. \begin{aligned} S_{\lambda T}^{dw}(w) d\lambda &= 2\pi i_{\lambda T} d\lambda k_\lambda dw \int_1^\infty e^{-k_\lambda w \xi} \xi^{-2} d\xi \\ &= 2\pi i_{\lambda T} d\lambda k_\lambda dw (e^{-k_\lambda w} + k_\lambda w Ei(-k_\lambda w)) = 2\pi i_{\lambda T} d\lambda k_\lambda dw H_2(k_\lambda w) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$S^{dw}$  ist strenggenommen ein Differential, doch ist hier der größeren Deutlichkeit wegen diese Schreibweise gewählt.  $H_2$  ist noch weniger als  $H_3$  durch eine einfache

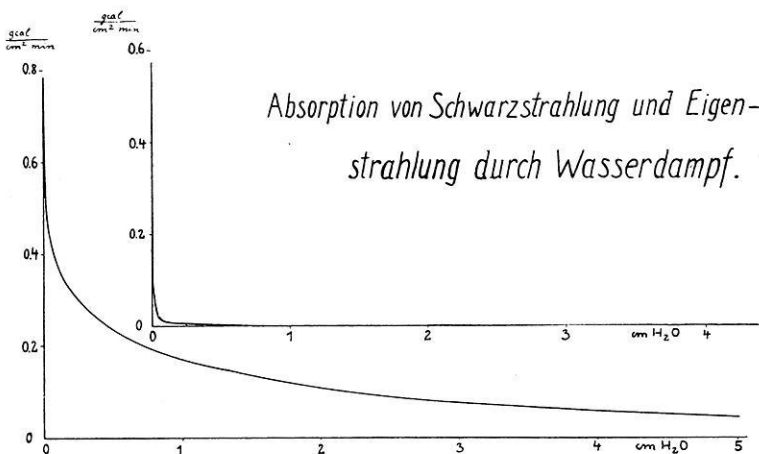


Fig. 4

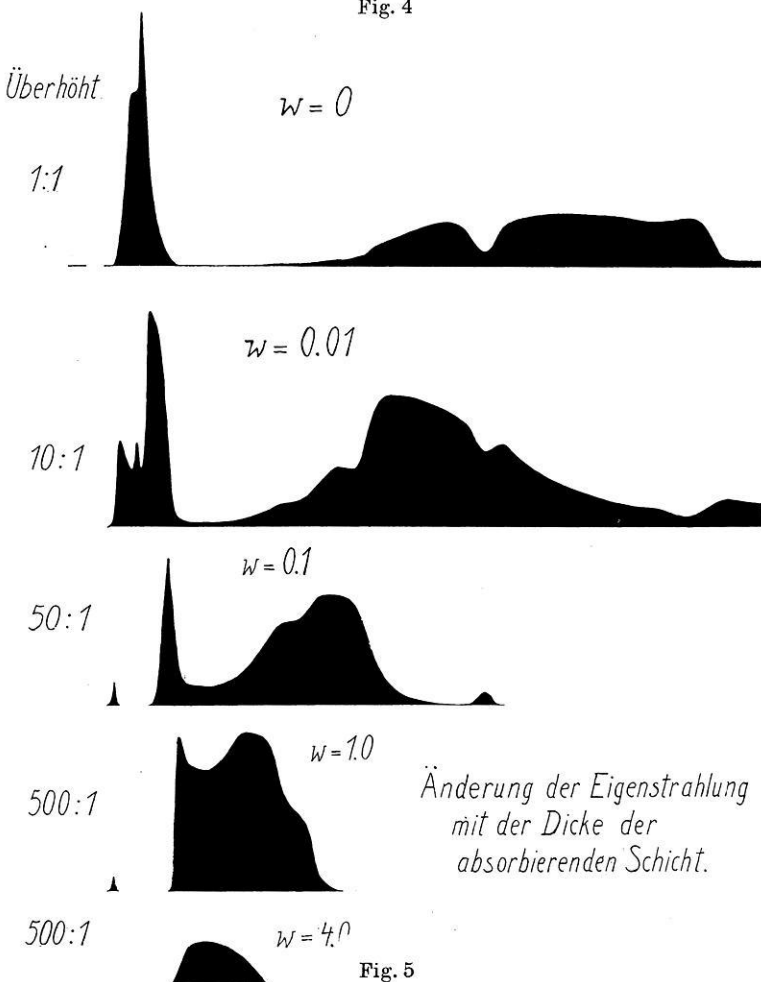


Fig. 5

$e$ -Funktion annäherbar (Fig. 2). Jedoch läßt es sich ebenso tabulieren und die Integration über  $\lambda$  ausführen.

$$S_T^{dw}(w) = 2 \pi d w \int_0^\infty i_{\lambda T} k_{\lambda} H_2(k_{\lambda} w) d \lambda \dots \dots \dots (4)$$

Dieses Integral wurde graphisch für alle in der Atmosphäre vorkommenden Temperaturen der strahlenden Dampfschicht (+ 40 bis — 80° C) und für alle vorkommenden Werte der absorbierenden Wasserdampfmenge bestimmt. Fig. 5 zeigt den Verlauf der Rechnung für  $T = 273^{\circ}$ ; das oberste Bild gibt die noch nicht absorbierte Eigenstrahlung, die anderen Bilder dieselbe jeweils nach Durchgang durch eine größere Wasserdampfschicht, wobei deutlich bei großen Absorptionen

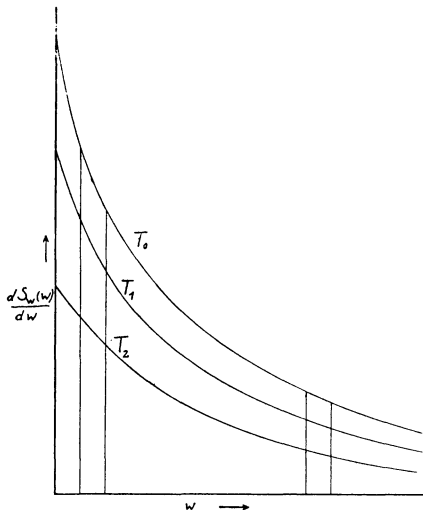


Fig. 6 a

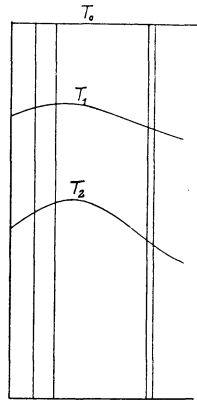


Fig. 6 b

die Verlagerung des Schwerpunktes der Fläche in die Wellenlängen, die zwar weniger strahlen, aber auch noch nicht allzu stark geschwächt sind, erkennbar ist. Zwar ist die Eigenstrahlung, die durch 1 cm  $H_2O$  hindurchgegangen ist, schon außerordentlich klein, und läßt sich in Fig. 4 rechts nur höchst unvollkommen darstellen, jedoch ist ihr Betrag nicht vernachlässigbar gegenüber den großen Energiebeträgen, die nahegelegene Schichten der Atmosphäre liefern; bei diesen sind nämlich auch die strahlenden Massen um einige Zehnerpotenzen kleiner.

Fig. 6a stellt etwas schematisiert nochmals dar, welche Strahlungsmengen die elementare Wasserdampfschicht  $dw$  von der Temperatur  $T$  durch die absorbierende Dampfschicht  $w$  hindurchsendet. Ausplanimetrieren der Kurve  $T_0$  zwischen den Abszissen 0 und  $w$  würde den gesamten Energiebetrag liefern, den eine Atmosphäre der endlichen Dicke  $w$  und der gleichförmigen Temperatur  $T_0$  an ihrer Begrenzung durch eine Flächeneinheit senkrecht hindurchtreten ließe.

Zeichnet man in das Netz der  $T$  und  $w$  von 6a eine Kurve, die jeweils die Temperatur an gibt, die in der „Entfernung“  $w$  (cm  $H_2O$ ) herrscht, so gibt deren Flächeninhalt die Strahlung einer Atmosphäre mit vorgegebener Temperaturverteilung an. Mit der Fig. 4, die den Verlauf der Eigenstrahlungskurve maßstäblich wiedergibt, läßt sich aber eine derartige Operation nicht durchführen. Es wird deshalb 6a bzw. 4 flächentreu in 6b transformiert, wie es die Figur angibt. Der lineare Maßstab für  $w$  ist dabei in einen sich stark verjüngenden zusammengeschoben, so daß bei Wahrung der Flächentreue die Kurve  $T_0$  gehoben wird, und zwar wird die  $w$ -Skale so gewählt, daß die Linie für  $T_0$  eine horizontale mit der Ordinate 1 wird. Die Hebung der anderen  $T$ -Linien erfolgt zwangsläufig, da das Abstandsverhältnis von  $T$  zu  $T_0$  und zur Abszissenachse erhalten bleibt. Rechnerisch wird die  $w$ -Skale wie folgt erhalten: Eine isotherme Atmosphäre der Dicke  $W$  und der Temperatur  $T_0$  strahlt

$$S_{T_0}^W = \int_0^W S_{T_0}^{dw}(w) = 2\pi \int_0^\infty i_{\lambda T_0} d\lambda \int_0^W H_2(k_\lambda w) k_\lambda dw \dots \dots (5)$$

und da die Ordinate = 1 sein soll, gibt diese Größe die Skale für  $w$  auf der Abszissenachse an.

Aus der Definition für  $H_2$  und  $H_3$  folgt nun

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d(kw)} H_3(kw) &= \frac{d}{d(kw)} \int_1^\infty e^{-kw\xi} \cdot \xi^{-3} d\xi \\ &= -kdw \int_1^\infty e^{-kw\xi} \xi^{-2} d\xi = -kdw H_2(kw) \end{aligned} \right\} \dots \dots (6)$$

und entsprechend

$$\int_0^W H_2(kw) kdw = H_3(0) - H_3(kW) \dots \dots (7)$$

Damit wird aus (5)

$$S_{T_0}^W = 2\pi \int_0^\infty i_{\lambda T_0} H_3(0) d\lambda - 2\pi \int_0^\infty i_{\lambda T_0} H_3(k_\lambda W) d\lambda \dots \dots (8)$$

Das erste Glied rechts (absorbierende Dampfmenge = 0) ist aber die volle Schwarzstrahlung  $\sigma T_0^4$ , das zweite ist der Betrag, den die schwarze Fläche noch durch die Schicht  $W$  hindurchsendet; vgl. Gleichung (2). Für  $W = \infty$  verschwindet dieser und es ergibt sich somit, daß der Unendlichkeitpunkt der  $w$ -Skale in Fig. 6b bei  $\sigma T_0^4$  zu liegen kommt<sup>4)</sup>. Die Strahlung, die eine schwarze Fläche der Temperatur  $T$  durch die Dampfschicht  $w$  noch hindurchsendet, ist also gegeben durch das Flächenstück, das von den Abszissen  $w$  und  $\infty$ , der Abszissenachse und der Kurve  $T$  umschlossen wird. Dieses muß identisch sein mit dem Wert, der sich aus (2) berechnen läßt.

Das endgültige Aussehen des Auswertungspapieres zeigt Fig. 7. Die  $w$ -Skale läßt deutlich vier Zehnerpotenzen zur Geltung kommen. Bei grauer Strahlung



würde schon nach zwei Zehnerpotenzen der Unendlichkeit erreicht sein, so daß sich auch hierin wieder die Staffelung der Absorption ausprägt. Die Krümmung der Kurven für die einzelnen Temperaturen läßt eine Deutung etwa folgendermaßen zu: Nach Durchstrahlung der Wasserdampfmenge 0,01 cm liegt das Maximum der noch ankommenden Energie bei einer Wellenlänge von 20 bis 25  $\mu$ ; Wellenlängen mit größerer Absorption sind schon wegabsorbiert, kleinere  $k_\lambda$  weisen

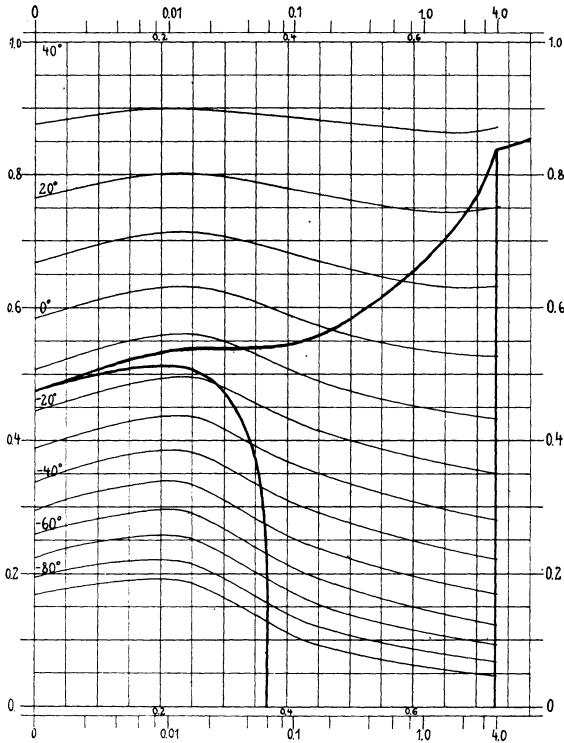


Fig. 7.  
Vordruck zur Bestimmung der Temperaturstrahlung  
von Wasserdampf und Erdoberfläche

noch verhältnismäßig kleine Energiebeträge auf (Fig. 5). Bei kleineren  $w$  macht sich auch die Bande von 6 bis 7  $\mu$  sehr bemerkbar, während bei größeren  $w$  der Schwerpunkt der Energie allmählich von 20 nach 10  $\mu$  wandert. Diejenige Wellenlänge, die nach Durchstrahlung der Dampfschicht  $w$  den Hauptanteil der Energie liefert, prägt aber auch die ihr eigentümliche Temperaturabhängigkeit der ganzen Energie auf und es ist daher der Gang der Energie bei  $w = 0.01$  entsprechend derjenigen bei großen Wellenlängen, d. h. nur langsame Abnahme mit abnehmendem  $T$ . Vorher ist auch der Bereich 6 bis 7  $\mu$  mehr wirksam, zum Schluß aber

stellt die Höhe der  $T$ -Linien die Temperaturabhängigkeit der Planckschen Formel bei  $10\ \mu$  dar.

In Fig. 7 ist eine Kurve eingezeichnet, die die Strahlung der Atmosphäre auf ein horizontales Flächenstück angibt, das sich in der Höhe befindet, wo die Temperatur  $-15^{\circ}\text{C}$  herrscht. Der obere Teil der Kurve gibt die Strahlung, die von unten — dem wärmeren Teil der Atmosphäre — kommt, und anschließend gleich die Strahlung, die der Erdboden sendet, der dieselbe Temperatur hat wie die unmittelbar angrenzende Luftschicht. Der untere Teil der Kurve gibt die von oben kommende Strahlung. Das Flächenstück zwischen den beiden Kurvenästen bestimmt also vollständig den restierenden, vertikal von unten nach oben gehenden Strahlungsstrom, der von der Eigenstrahlung des Wasserdampfes und der Strahlung des Erdbodens herrührt.

Führt man die Bestimmung dieses totalen Strahlungsstromes  $S$  für verschiedene Höhenlagen  $h$  aus, so gibt seine Veränderung  $dS/\bar{a}h$  den Energiebetrag, der von der Schicht  $dh$  dazu geliefert wird, d. h. die Energie, die die Schicht  $dh$  ausstrahlt. Unter dieser Ausstrahlung erleidet sie die Temperaturänderung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{1}{\rho c_p} \cdot \frac{dS}{dh} \cdot \dots \dots \dots (9)$$

die sich somit für alle Höhen der Atmosphäre berechnen läßt.

Zur vollständigen Bestimmung der Temperaturänderungen infolge von Strahlungsvorgängen ist noch die Wirkung der direkten Sonnenstrahlung zu bestimmen. Die Zerstreuung des Sonnenlichtes, die ohnehin im langwelligen Sonnenspektrum klein ist, kann vernachlässigt werden, denn eine Wärme erzeugende Wirkung kommt nur der Absorption zu. Für letztere hat F. E. Fowle<sup>7)</sup> Angaben gemacht, die sich auf die einzelnen Banden des Sonnenspektrums beziehen und Wasserdampfmengen von 0.5 bis 8 cm Niederschlagswasser umfassen. Unter Benutzung der extraterrestrischen Intensitäten<sup>8)</sup> und der Werte für die Ultraviolett- und Ultrarotkorrekturen<sup>9)</sup>, die Fowle und Abbot angegeben haben, bestimmen sich die von einer Wasserdampfschicht der Dicke  $w$  absorbierten Energien wie

Tabelle 1  
Von  $w$  cm Niederschlagswasser absorbierte Sonnenstrahlung  
( $\text{gcal} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{min}^{-1}$ )

$w$	nach Fowle	berechnet	Fehler
0.5	0.1406	0.1394	— 0.0012
1.0	0.1707	0.1720	+ 0.0013
1.5	0.1933	0.1944	+ 0.0011
2.0	0.2118	0.2121	+ 0.0003
3.0	0.2408	0.2399	— 0.0009
4.0	0.2620	0.2617	— 0.0003
5.0	0.2811	0.2800	— 0.0011
6.0	0.2962	0.2959	— 0.0003
7.0	0.3100	0.3100	0
8.0	0.3220	0.3228	+ 0.0008

folgt (Tab. 1, Spalte 2). Verhältnismäßig leicht lassen sich diese Zahlenwerte in einen analytischen Ausdruck kleiden, mit dem man sowohl für kleine Wassermengen unter 0,5 cm (hohe Atmosphäre) wie für sehr große (bei tiefstehender Sonne) extrapolieren kann. Die Formel  $0.1720 \cdot w^{0.3028}$  ergibt die Werte in Spalte 3 und Fehler gegen die beobachteten Werte (Spalte 4), die 1% nie erreichen. Für sehr große  $w > 8$  cm sind die Werte sicher zu groß, doch fällt der Fehler nicht allzusehr ins Gewicht, da die großen  $w$  bei niedriger Sonne nur sehr kurze Zeit vorkommen.

Die Intensität, die bei einer Zenitdistanz  $z$  der Sonne auf die horizontale Flächeneinheit fällt, über der eine Dampfmenge  $w$  lagert, ist

$$J = \left( J_0 - 0.1720 \left( \frac{w}{\cos z} \right)^{0.3028} \right) \cos z.$$

Durch Differentiation nach  $w$  ergibt sich der in der Schicht  $dw$  absorbierte Energiebetrag zu

$$0.0521 \left( \frac{w}{\cos z} \right)^{-0.6972} dw.$$

Die Zenitdistanz  $z$  ist nun mit der Tageszeit veränderlich

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t = A + B \cos t,$$

wobei  $A$  und  $B$  als Konstante aufzufassen sind, die nur mit der geographischen Breite und der Jahreszeit variieren<sup>10)</sup>;  $t$  ist der Stundenwinkel der Sonne.

Die im Laufe von 24 Stunden absorbierte Sonnenenergie bestimmt sich dann zu

$$0.0521 w^{-0.6972} dw \cdot 2 \int_0^\tau (A + B \cos t)^{0.6972} dt \dots \dots (10)$$

wobei  $\tau$  durch den Sonnenaufgang bestimmt ist:  $\cos \tau = -A/B$ . Das obige Integral läßt sich für verschiedene Breiten und Jahreszeiten leicht graphisch bestimmen und gibt dann sofort an, in welchem Verhältnis die erwärmenden Kräfte der Sonnenstrahlung unter den verschiedenen Bedingungen stehen

Tabelle 2

Verhältnis der im 24 Stundenmittel absorbierten Sonnenenergie zu der bei senkrechter Einstrahlung

$\delta$	$0^0$	$30^0$	$50^0$	$65^0$	$90^0$
+ $23\frac{1}{2}^0$	0.330	0.401	0.424	0.448	0.527
+ $16\frac{1}{3}^0$	0.340	0.380	0.372	0.359	0.412
$0^0$	0.349	0.316	0.257	0.192	0
— $16\frac{1}{3}^0$	0.340	0.244	0.146	0.054	0
— $23\frac{1}{2}^0$	0.330	0.208	0.097	0.006	0

(Tabelle 2). Bemerkenswert ist, daß am Pol zur Zeit der Sommersonnenwende die Erwärmung das 1.6fache derjenigen am Erdäquator ist.

Die aus der Absorption folgende Erwärmung wird durch Division von (10) durch  $\rho c_p$  erhalten.

Ein Beispiel für die Wirkung der Strahlungen gibt Fig. 8. Für die Temperaturverteilung in der Vertikalen ist dabei diejenige von Batavia gewählt; die Feuchtigkeit wurde durchweg zu 50% angenommen. Die Strahlung von Erde und Atmosphäre allein ergibt in allen Höhen Abkühlung; dies ist zu erwarten, solange der Ausstrahlung des Erdkörpers in den Weltraum keine von außen kommende

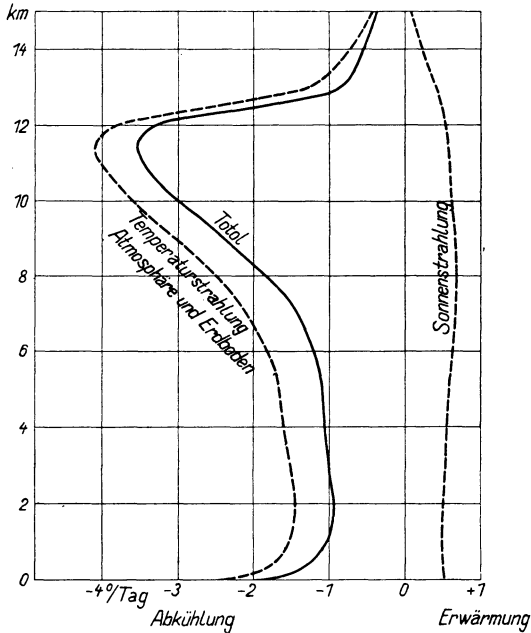


Fig. 8  
Temperaturänderung infolge Strahlung in einer Atmosphäre  
mit den Temperaturen von Batavia

Strahlung gegenübergestellt wird. Die Abkühlung zeigt dabei ein sehr scharf ausgesprochenes Maximum in der Höhe von 11.5 km, darüber nähert sich die Wirkung sehr schnell dem Wert Null. Dieses Ausstrahlungsmaximum ist schon von Albrecht gefunden, der es Emissionsschicht nennt; es ist jedoch zu beachten, daß die Ausstrahlung durchaus nicht nur auf diese Höhe beschränkt ist, sondern auch in geringerer Höhe recht beträchtliche Wirkungen zeigt. Die Erwärmung infolge der Sonnenstrahlung (berechnet für  $\varphi = 0^\circ$ ,  $\delta = 0^\circ$ ) ergibt eine ziemlich gleichmäßige Verteilung über alle Höhen und nur geringe Beträge im Vergleich mit der Temperaturstrahlung, und zwar so, daß im Endeffekt noch eine recht erhebliche Abkühlung in der ganzen Atmosphäre übrig bleibt.

Dieser Ausstrahlung gegenüber steht die Wirkung der Strahlung auf die Erdoberfläche: deren effektive Ausstrahlung beträgt 0.0720, die Einstrahlung von der Sonne  $0.5297 \text{ kcal cm}^{-2} \text{ min}^{-1}$  im Mittel über den Tag. Von letzterem Wert sind noch die von Zerstreuung und Bewölkung abgeschirmten Energiebeträge in Abzug zu bringen, sowie die Strahlung des Himmels wieder hinzuzufügen, um Zahlen zu erhalten, die den wirklichen Verhältnissen im Mittel entsprechen. Berücksichtigt man dies und vergleicht dann die effektiv von der Erdoberfläche aufgenommene Wärmemenge mit der von der Atmosphäre abgegebenen, so ergibt sich auch dann noch ein Energieüberschuß, der am Ort nicht in den Weltraum zurückgestrahlt wird und auf irgendeine Weise abtransportiert werden muß, da eine Erwärmung im Mittel nicht stattfinden kann. Dagegen muß bei einem Vergleich mit den Energiebilanzen anderer Breiten die Erwärmung der ganzen Erde im Mittel gleich Null sein. Auf diese Fragen soll in einem Aufsatz in der Meteorologischen Zeitschrift näher eingegangen werden.

### Literatur

- <sup>1)</sup> G. C. Simpson: Further studies in terrestrial radiation. Mem. of the Roy. Met. Soc. **3**, Nr. 21, (1928).
- <sup>2)</sup> R. Mügge: Über die Stratosphärentemperatur und die Strahlungsbedingungen der oberen Atmosphäre. Zeitschr. f. Geophys. **5**, 194 (1929).
- <sup>3)</sup> F. Albrecht: Der Wärmeumsatz durch die Wärmestrahlung des Wasserdampfes in der Atmosphäre. Ebenda **6**, 421 (1930).
- <sup>4)</sup> O. F. T. Roberts: On radiative diffusion in the atmosphere. Proc. Roy. Soc. Edinburgh **50**, Part 3, Nr. 19 (1930).
- <sup>5)</sup> E. Gold: The isothermal layer of the atmosphere and atmospheric radiation. Proc. Roy. Soc. London (A) **82**, 43 (1909).
- <sup>6)</sup> R. Emden: Über Strahlungsgleichgewicht und atmosphärische Strahlung. Sitz.-Ber. Bayr. Akad. Wiss. 1913, S. 55.
- <sup>7)</sup> F. E. Fowle: Transparency of aqueous vapor. Astrophysical Journal **42**, 409 (1915).
- <sup>8)</sup> Abbot, Fowle and Aldrich: Distribution of energy in the spectra of the sun and stars. Smiths. Misc. Coll. **74**, Nr. 7 (1923).
- <sup>9)</sup> C. G. Abbot: Smithsonian solar radiation researches. Gerlands Beitr. **16**, 344 (1927).
- <sup>10)</sup> M. Milankovitsch: Mathematische Klimalehre, in Köppen-Geiger, Handb. d. Klimatologie I, A. Berlin 1930.

Frankfurt a. M., Universitätsinstitut f. Meteorol. u. Geophys., Okt. 1931.