

Werk

Jahr: 1932

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:8

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN101433392X_0008

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0008

LOG Id: LOG_0023

LOG Titel: Seismische Untersuchungen des Geophysikalischen Instituts in Göttingen

LOG Typ: section

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN101433392X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Seismische Untersuchungen des Geophysikalischen Instituts in Göttingen

IV. Über die Dispersion seismischer Oberflächenwellen

Von **Walter Rohrbach**, Göttingen — (Mit 14 Abbildungen)

Aus besonders deutlichen, in Göttingen, Apia (Samoa) und Zi-Ka-Wei (Schanghai) aufgenommenen Seismogrammen wird für die verschiedenen Perioden der Oberflächenwellen Wellenlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit berechnet und dann die Dispersionskurve der einzelnen Beben gezeichnet. Es wird untersucht, von welchen Faktoren Lage und Gestalt der Dispersionskurve abhängen, wie die Geschwindigkeitsabnahme einer bestimmten Wellenlänge mit wachsender Herdentfernung zu erklären ist und wie und wann sich Quer- und Rayleighwellen voneinander trennen lassen. Schließlich wird aus der Dispersionskurve die Tiefe der obersten Schicht, sowie die Transversalgeschwindigkeit in den beiden obersten Schichten für den eurasiatischen Kontinent berechnet.

1. Einleitung. Die bekannten theoretischen Arbeiten von Lord Rayleigh¹⁾, Lamb²⁾ und Love⁴⁾ haben gezeigt, daß bei einem Erdbeben an der Grenzfläche zweier Medien (Luft—Erde) die beiden als Rayleigh- und Quer-Wellen bezeichneten Wellentypen entstehen können. Bei der Auswertung der Seismogramme ist es äußerst schwierig, diese beiden Wellenarten voneinander zu trennen, da sie sich meistens beim Eintreffen an der Station überlagern.

Untersuchungen über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Oberflächenwellen werden dadurch erschwert, daß die genaue Identifizierung einer Phase an zwei Stationen mit verschiedener Epizentralentfernung wegen der unterwegs erlittenen Veränderung der Wellen Schwierigkeiten macht. Angenheister⁵⁾, Tams⁶⁾ und Visser⁷⁾ wiesen nach, daß sich Oberflächenwellen unter dem Pazifischen Ozean schneller fortpflanzen als unter dem Kontinent. Theoretische Untersuchungen, die bis auf Galitzin⁸⁾ zurückreichen, ergeben, daß man bei den Oberflächenwellen normale Dispersion, d. h. größere Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei langen Wellen, erwarten kann. Nach Gutenberg⁹⁾, Matuzawa¹⁰⁾, Byerly¹¹⁾ und Angenheister¹²⁾ ist die experimentell gefundene Dispersion transpazifischer Wellen von der Dispersion der transkontinental gelaufenen verschieden, woraus man auf eine Verschiedenheit im Aufbau der Erdrinde unter dem Stillen Ozean und auf dem Festland schließen kann.

Im nachfolgenden soll die Dispersionskurve für verschiedene Untergründe (Ozean, Kontinent) an geeignet ausgewählten Beben eingehender untersucht werden. Dazu werden die Aufzeichnungen desselben Bebens an verschiedenen Stationen verglichen. Es soll dabei zwischen Rayleigh-Wellen L_R und Querschwingungen L_Q unterschieden werden.

2. Beobachtungsmaterial. Es wurden aus den Fernbebenaufzeichnungen der Stationsseismographen des Geophysikalischen Instituts in Göttingen solche herausgesucht, welche eine größere Anzahl Oberflächenwellen besonders schön und ausgeprägt aufweisen. Dabei wurde besonderer Wert darauf gelegt, nach Möglichkeit je zwei oder mehr Beben von demselben Herd oder wenigstens aus eng benachbarten Herdgebieten zu benutzen, um bei der weiteren Bearbeitung der Diagramme die Merkmale, die für eine aus einem Herdgebiet stammende Bebengruppe charakteristisch sind, möglichst deutlich und klar ausgeprägt zu erhalten und auf diese Weise etwaige zufällige Erscheinungen in den Beben nach Möglichkeit auszuschalten. Es wurden folgende in Göttingen aufgezeichnete Beben bearbeitet:

Liste der bearbeiteten, in Göttingen registrierten Beben.

Nr.	Datum	Herd			Herd- entfernung Δ km	Azimut von Göttingen
1	22. I. 1905	Westlich Mindanao . . .	120 °E	8 °N	10650	N 70°E
2	9. VII. 1905	Mongolei	98 E	37 N	6200	N 65 E
3	23. VII. 1905	Mongolei	107 E	43 N	6100	N 65 E
4	15. IV. 1907	Mexiko, Chilpancingo . .	—	—	9800	N 65 W
5	30. VII. 1909	Mexiko, Chilpancingo . .	—	—	9800	N 65 W
6	22. V. 1910	Japan, Hokkaido, Nord- Nippon	—	—	8890	N 36 E
7	24. VI. 1910	Algerien	3.7 E	36.5 N	1800	S 15 W
8	7. VI. 1911	Mexiko	—	—	9700	N 60 W
9	16. XII. 1911	Mexiko	—	—	9700	N 60 W
10	1. V. 1917	Kermadek-Inseln	—	—	17100	N 10 E
11	8. VII. 1918	Ost-Bengalen	92.0 E	26.5 N	7220	N 80 E
12	3. V. 1919	Japan	145.8 E	40.7 N	8780	N 30 E
13	6. V. 1919	Neu-Pommern-Vortiefe .	153.0 E	6.0 S	13900	N 45 E
14	2. II. 1920	Neu-Pommern-Vortiefe .	150.0 E	7.0 S	14000	N 50 E
15	13. VIII. 1922	Klein-Asien, Rhodos . .	28.0 E	36.0 N	2330	S 45 E
16	3. VII. 1924	Kwen-Lun-Gebirge . . .	85.3 E	37.3 N	5950	N 80 E
17	11. VII. 1924	Kwen-Lun-Gebirge . . .	85.3 E	37.3 N	5950	N 80 E
18	7. III. 1927	Japan	135 E	35.6 N	8890	N 45 E
19	14. XI. 1927	Nord-Sibirien	130 E	70 N	5560	N 20 E
20	14. XI. 1927	Nord-Sibirien	130 E	70 N	5560	N 20 E
21	27. VI. 1929	Sandwich-Inseln	29.6 W	54.0 S	12250	S 20 W
22	17. XII. 1929	West-Aläuten	172 E	53 N	8220	N 10 E
23	2. VII. 1930	Ost-Bengalen	90.0 E	27.5 N	7050	N 80 E
24	7. IX. 1918	Kurilen	151.4 E	46.5 N	8330	N 30 E
25	8. XI. 1918	Kurilen	151.4 E	44.9 N	8670	N 30 E

Bei dem Japanbeben Nr. 18 vom 7. März 1927 wurden außer den Göttinger Registrierungen die Aufzeichnungen der Seismographen von Wien, Budapest und Ljubljana (Laibach) verwendet.

Von den zehn Beben Nr. 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13 und 14 wurden zur Bearbeitung auch die Göttinger Aufzeichnungen eines Horizontalseismographen

großer Eigenperiode (58 sec) hinzugenommen. Leider war nur die NS-Komponente vorhanden. Außerdem wurden noch verwendet:

a) die folgenden sechs in Apia auf Samoa registrierten Beben, die in je zwei Originalseismogrammen, der NS- und der EW-Komponente, vorlagen, und

b) die folgenden sechs in Zi-Ka-Wei (Shanghai) aufgenommenen Erdbeben, von denen getreue Reproduktionen¹³⁾ vorlagen, und zwar von den Beben Nr. 32, 33, 34, 36 und 37 nur die Z-Komponente, von Nr. 35 nur die NS-Komponente.

Liste der bearbeiteten, auf Samoa registrierten Beben.

Nr.	Datum	Herd	Δ km
26	30. VII. 1909	Mexiko, Chilpancingo — —	8700
27	15. VI. 1911	Bei den Riu-Kiu-Inseln 126°E 31°N	8150
28	16. XII. 1911	Mexiko, Chilpancingo — —	8700
29	7. VII. 1912	Alaska 61 N 152 W	8850
30	29. IX. 1912	Bei den West-Carolinen 134 E 6 N	6500
31	7. XI. 1912	Alaska — —	7900

Liste der bearbeiteten, in Zi-Ka-Wei registrierten Beben.

Nr.	Datum	Herd	Δ km
32	29. III. 1925	Westlich von Columbien 79.0°W 7.5°N	15200
33	17. VII. 1925	Zwischen Marianen u. Carolinen . 141.5 E 12.0 N	3000
34	3. VIII. 1926	Westlich von Sumatra 97.5 E 1.0 N	4100
35	9. IV. 1928	Peru 69.5 W 13.0 S	17800
36	1. XII. 1928	Mittel-Chile, bei Talca 72 W 35 S	18600
37	2. XII. 1928	Mittel-Chile, bei Talca 72 W 35 S	18600

Die Epizentren der Beben wurden dem bekannten Erdbebenkatalog „The International Seismological Summary“, der für die Zeit vom 1. Januar 1918 bis 31. März 1927 vorlag, entnommen. In anderen Fällen wurde der Herd aus den Angaben mehrerer Stationen durch Triangulation ermittelt, und in den Fällen, wo eine genaue Feststellung des Herdes selbst nicht möglich war, wurde die Epizentralentfernung und die Herdzeit aus den Einsätzen der Vorläufer errechnet unter Benutzung der neuesten Laufzeittabellen¹⁴⁾.

Nimmt man zur Fehlerabschätzung ein Beben von der Epizentralentfernung $\Delta = 10000$ km und der zugehörigen mittleren Laufzeit $t = 3300$ sec und setzt den möglichen Fehler in der Herdentfernung $d\Delta$ mit ± 100 km, den möglichen Fehler in der Laufzeit dt mit ± 5 sec an, so ergibt die übliche Fehlerrechnung für die Laufzeitgeschwindigkeit $v = d\Delta/dt$ als größten absoluten Fehler $dv = \pm 0.035$ km/sec und als relativen Fehler $dv/v = \pm 0,011$, also ungefähr 1%. Einen größeren Betrag erreicht der Fehler beim Ausmessen der Periodenlänge T und damit in der Berechnung der Wellenlänge $\lambda = v \cdot T$. Die Genauigkeit, mit der man eine Periode des Diagramms ausmessen kann, hängt von der Periodenlänge selbst ab. Während es leicht ist, die kleinen, meist sehr deutlich und scharf ausgeprägten Perioden bis zur Länge von 25 sec auf eine halbe Sekunde genau

zu messen, ist eine Ausmessung der langen Perioden bis zu 70 sec mit einer Genauigkeit von 1 sec oft schon äußerst schwierig.

Setzt man für $T_1 = 45$ sec den größten möglichen Fehler mit 1 sec, den für $T_2 = 20$ sec mit 0.5 sec an, so ergeben sich mit den obigen Werten als größte mögliche Fehler in der Wellenlänge

$$d\lambda_1 = 5.2 \text{ km} = 3.2\% \quad \text{und} \quad d\lambda_2 = 2.0 \text{ km} = 3.6\%.$$

In den folgenden Diagrammen sind die gefundenen Werte für die Wellenlänge λ als Abszisse und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v als Ordinate für je ein Beben in ein rechtwinkliges Koordinatensystem eingetragen. Außerdem sind die von Angenheister¹²⁾ gefundenen Dispersionskurven als Referenzkurven eingetragen. Von diesen beiden ausgezogenen Kurven gilt die links gelegene für Erdbeben, deren Wellen einen subozeanischen Weg durchlaufen haben, die rechte für Erdbebenwellen mit subkontinentalem Weg.

3. Subpazifischer und subkontinentaler Wellenweg. In Fig. 1 sind eingetragen die Punkte, die aus den Aufzeichnungen der NS-Komponente von zwei Ost-Bengalen-Beben in Göttingen erhalten wurden, und ferner die Punkte,

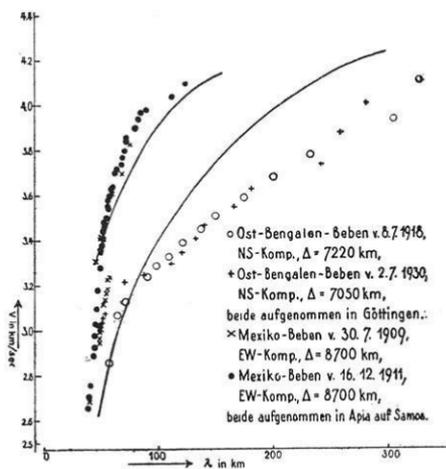


Fig. 1

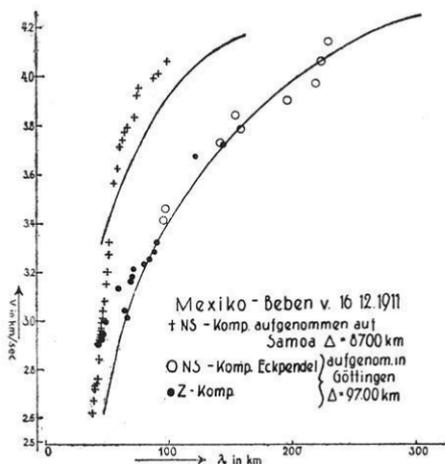


Fig. 2

Dispersionskurve der Oberflächenwellen für kontinentale und subozeane Wellenwege

die aus den Aufzeichnungen der EW-Komponente von zwei Mexiko-Beben in Apia auf Samoa gewonnen wurden. Man sieht, daß sich die Punkte je eines Bebens leicht zu einer Kurve ergänzen lassen und daß die Beben aus gleichen Herdgebieten, deren Wellen also denselben Weg gelaufen sind, auch dieselbe Dispersionskurve besitzen.

Fallen so in Fig. 1 die Kurven für Beben aus denselben oder eng benachbarten Herdgebieten zusammen, so ergibt sich im Verlauf der Kurven ein außerordent-

licher Unterschied zwischen den von Mexiko nach Samoa und den von Ost-Bengalen nach Göttingen gelaufenen Wellen. Nun verläuft der Weg für Erdbebenwellen von Mexiko nach Samoa in seiner ganzen Länge unter dem Stillen Ozean, während er von Ost-Bengalen nach Göttingen ununterbrochen durch Festland führt. Diese Tatsache gibt uns eine Erklärung für das Auseinanderlaufen der beiden Kurvenzüge. Während unter dem Stillen Ozean Erdbebenwellen von 90 km Wellenlänge sich bereits mit einer Geschwindigkeit von 4 km/sec fortpflanzen, wird diese Geschwindigkeit unter dem Kontinent erst bei einer Wellenlänge von 280 km erreicht. Auch fehlen bei den subpazifisch gelaufenen Beben Wellenlängen von mehr als 130 km. Es ergibt sich also aus dieser Figur: 1. daß Beben mit demselben Wellenweg dieselbe Dispersionskurve besitzen; 2. daß die Dispersionskurven sehr verschieden verlaufen, je nachdem der Wellenweg ein subpazifischer oder ein subkontinentaler ist.

Da die in Fig. 1 benutzten Beben ihre Herde paarweise in zwei geologisch sehr verschiedenen Gebieten haben, wäre die Annahme möglich, daß die Entstehungsursache dieser Beben eine nach den Herdgebieten verschiedene wäre, daß also die Dispersionskurven aller Mexiko-Beben den hier gezeigten steilen, die Dispersionskurven aller Ost-Bengalen-Beben den hier vorhandenen flachen Verlauf zeigen könnten. Auch die Intensität eines Bebens könnte für die Gestalt der Dispersionskurve maßgebend sein, da ja von ihr abhängen muß, bis zu welcher Tiefe Schichten erregt werden. Zur Klärung dieser Frage wurden in Fig. 2 die Punkte eingetragen, die sich aus den Aufzeichnungen ein und desselben Bebens (Mexiko-Beben, 16. Dezember 1911) ergaben, das einmal auf Samoa, das andere Mal in Göttingen aufgenommen wurde. Von Mexiko nach Samoa müssen die Wellen unter dem Pazifischen, von Mexiko nach Göttingen aber unter dem Atlantischen Ozean hindurchlaufen, und da sich auch hier wieder deutlich derselbe Unterschied der beiden Dispersionskurven zeigt, ist damit bewiesen, daß dieser allein auf die Verschiedenheit des Wellenweges und nicht etwa auf verschiedene Entstehungsursachen der Beben zurückzuführen ist.

Gleichzeitig ergibt sich aber aus Fig. 2 als weitere, wichtige Tatsache ein großer Unterschied in der Dispersionskurve zwischen subpazifischem und subatlantischem Wellenweg: Aus dem Vergleich mit Fig. 1 erkennt man, daß die Dispersionskurve von Beben, deren Wellen vorwiegend unter dem Atlantischen Ozean gelaufen sind, sich in ihrem Verlauf von der Kurve der Beben mit subkontinentalem Wellenweg nur wenig unterscheidet, jedenfalls um viel weniger als von der Kurve für subpazifischen Wellenweg. Während Oberflächenwellen von 100 km Länge unter dem Pazifischen Ozean mit einer Geschwindigkeit von über 4 km/sec laufen, erreichen sie unter dem Atlantischen Ozean noch nicht 3.5 km/sec, und erst bei einer Wellenlänge von über 200 km finden wir unter dem Atlantischen Ozean auch eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 4 km/sec.

4. Getrennte Kurven aus verschiedenen Komponenten. In den beiden Fig. 3 und 4 sind — nach Komponenten getrennt — die sämtlichen Punkte

eingetragen, die sich aus der Auswertung aller drei Komponenten zweier Beben ergeben haben. Es handelt sich in Fig. 3 um das Kwen-Lun-Beben vom 11. Juli 1924, $\Delta = 5950$ km, Azimut: N 80° E, und in Fig. 4 um das Ost-Bengalen-Beben vom 2. Juli 1930, $\Delta = 7050$ km, Azimut: N 80° E, beide aufgenommen in Göttingen. Bei beiden ist der Wellenweg ein rein kontinentaler, und dementsprechend finden wir bei beiden den rein kontinentalen Charakter im Verlauf der Dispersionskurve. Sie verläuft in beiden Fällen fast geradlinig, und erst bei Wellenlängen über 200 km werden Geschwindigkeiten von 4 km/sec erreicht. Die Oberflächenwellen in der NS-Komponente besitzen eine höhere Fortpflanzungsgeschwindigkeit als die gleich langen Wellen der EW- und der Vertikal-Komponente. Da die Wellen beider Beben fast genau aus östlicher Richtung eintreffen

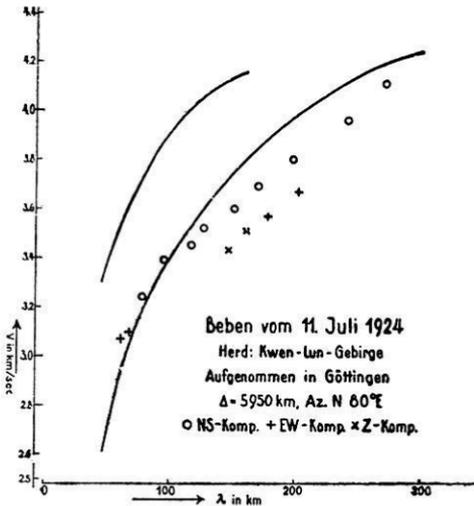


Fig. 3

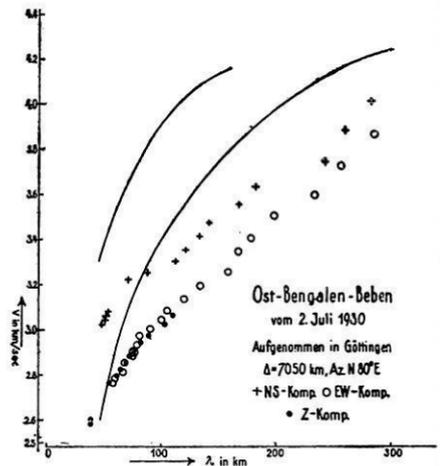


Fig. 4

Dispersionskurve für Quer- und Rayleighwellen

(N 80° E), ergibt sich, daß eine bestimmte Wellenlänge bzw. Periode in der horizontalen Querkomponente eine größere Geschwindigkeit besitzt als in den beiden anderen Komponenten.

Nun wissen wir, daß zwei verschiedene Arten von Oberflächenwellen zu erwarten sind, nämlich Querwellen und Rayleighwellen. Die hier vorliegenden getrennten Schwingungsrichtungen ordnen sich einander so zu, wie es die Theorie für diese Wellen verlangt. Es lag also die Vermutung nahe, daß wir es bei dem oberen Ast der Kurve in Fig. 3 und 4 mit Querwellen, in dem unteren Ast mit Rayleighwellen zu tun haben und daß also auf diese Weise eine Methode gefunden ist, diese beiden Wellenarten nach ihrer Wellenlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu trennen.

Die Richtigkeit dieser Annahme läßt sich annähernd auch an den Amplituden der Bodenbewegung prüfen. Z sei die Amplitude der Vertikalbewegung, H_{\parallel} und H_{\perp} die Amplituden der Horizontalbewegung, parallel und senkrecht zur Richtung Herd—Station. Die Theorie verlangt nun für Querwellen $Z = 0$ und $H_{\parallel} = 0$, also $Z/H_{\perp} = 0$; für Rayleighwellen $Z/H_{\parallel} = 1.4$.

Da Quer- und Rayleighwellen nahe gleiche Geschwindigkeit haben und sich daher überlagern, ist die Bestimmung der zueinander gehörigen Ausschläge schwierig. Eine bestimmte Periode tritt gleichzeitig in Z und H_{\parallel} auf, und das zugehörige Amplitudenverhältnis Z/H_{\parallel} ist dann größer als 1. Zu derselben Zeit ist die Periode in H_{\perp} eine andere, so daß also für sie zu derselben Zeit eine entsprechende Bewegung in Z und H_{\parallel} nicht besteht. Schwingt der Seismograph mit der einen der beiden H -Komponenten im Azimut des Herdes und mit der anderen senkrecht dazu, so dient er selbst als Analysator der Bewegung. Diese Bedingung ist indessen fast immer nur angenähert erfüllt.

Eine erste Annäherung an die Forderung der Theorie, falls sie zu Recht besteht, muß man indessen auch dann schon erhalten, wenn man gleichzeitig vorhandene Ausschläge kombiniert und daraus Z/H_{\perp} und Z/H_{\parallel} bildet. Ist Z/H_{\perp} klein, so liegen Querwellen vor.

Es sind nun bei drei Beben für die einzelnen Schwingungen der Oberflächenwellen die Werte Z/H_{\perp} gebildet und daraus diejenigen ausgewählt, für die $Z/H_{\perp} \leq 0.5$ ist. Für diese sind Wellenlänge und Geschwindigkeit in Fig. 5 eingetragen.

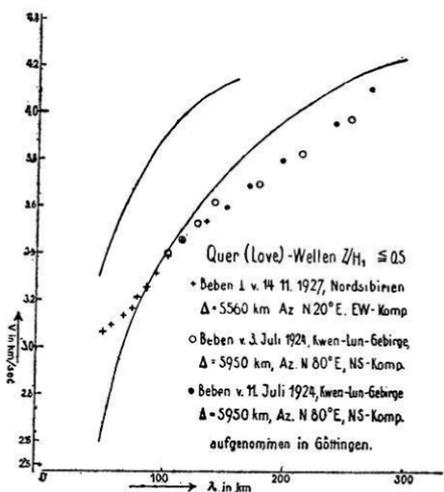


Fig. 5. Dispersionskurve der Querwellen

Die so erhaltenen Punkte liegen alle auf einer einheitlichen Dispersionskurve, die dem oberen Kurvenast des Kwen-Lun-Bebens (Fig. 3) entspricht.

Um zu prüfen, ob dem unteren Kurvenast der Fig. 3 und 4 Rayleighwellen entsprechen, wurden für die dort eingetragenen Punkte die Amplituden ausgemessen und Z/H_{\parallel} gebildet. Die so erhaltenen Werte liegen in der überwiegenden Mehrzahl zwischen 0.8 und 3.0, zum Teil noch höher.

Es ergibt sich somit eine neue Methode, die sich überlagernden Quer- und Rayleighwellen zu trennen. Die Darstellung der Geschwindigkeit v als Funktion der Wellenlänge λ für die aufeinanderfolgenden Schwingungen der Hauptphase führt auf zwei verschiedene, wohl definierte Kurvenäste, den Ast der Quer- und den Ast der Rayleighwellen.

Die Querwellen und die Rayleighwellen in Fig. 3 und 4 gehören zu Beben verschiedener Herdlage, doch liegt der von den Wellen zurückgelegte Weg in allen Fällen im asiatischen Kontinent. Ein Vergleich der Kurven zeigt, daß die Rayleighwellen durchweg eine um rund 10% geringere Geschwindigkeit besitzen als die Querwellen gleicher Wellenlänge und daß dieser Geschwindigkeitsunterschied auch für Geschwindigkeiten sehr langer und sehr kurzer Wellen gilt. Dies steht in guter Übereinstimmung mit der Theorie, welche für diese extremen Wellenlängen in geschichteten Medien eine um 9% geringere Geschwindigkeit für Rayleighwellen als für Querwellen verlangt.

Die folgende Tabelle gibt die Geschwindigkeiten von Quer- und Rayleighwellen aus einem und demselben Beben, und zwar für das Ost-Bengalen-Beben vom 2. Juli 1930 und für das Kwen-Lun-Beben vom 11. Juli 1924.

Ost-Bengalen-Beben vom 2. Juli 1930, $\Delta = 7050$ km.

	λ km:	50	80	100	150	200	250	290
$v_Q - v_R$	km/sec . .	0.35	0.23	0.24	0.20	0.18	0.17	0.16
v_R/v_Q	0.89	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96	0.96

Kwen-Lun-Beben vom 11. Juli 1924, $\Delta = 5950$ km.

	λ km:	50	100	150	200	250
$v_Q - v_R$	km/sec . .	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14
v_R/v_Q	0.95	0.96	0.96	0.96	0.96

Die Werte für v_R/v_Q schwanken von 0.89 bis 0.96. Die Theorie fordert den Wert 0.91.

5. Geschwindigkeit der Oberflächenwellen als Funktion der Herdfernung. Ein Vergleich der Fig. 3 und 4 zeigt, daß die Wellen des Kwen-Lun-Bebens eine etwas größere mittlere Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben als die gleich langen Wellen des Ost-Bengalen-Bebens. Beide Beben haben dasselbe Azimut N 80° E, aber eine um 20% verschiedene Epizentralentfernung. Zur Klärung der Frage, ob die mittlere Geschwindigkeit von der Länge des durchlaufenen Weges abhängt, wurden zwei Beben von geringer Epizentralentfernung ausgewertet, nämlich das Algerien-Beben vom 24. Juli 1910, $\Delta = 1800$ km (Fig. 6) und das Klein-Asien-Beben vom 13. August 1922, $\Delta = 2330$ km (Fig. 7), beide aufgenommen in Göttingen.

Herd	Fig.	Epizentral- entfernung von Göttingen km	Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Oberflächenwellen in km/sec					
			$\lambda = 50$ km		$\lambda = 100$ km		$\lambda = 150$ km	
			Z	NS	Z	NS	Z	NS
Algerien	6	1800	—	3.15	—	3.72	—	—
Klein-Asien	7	2330	2.95	3.14	3.20	3.50	3.64	—
Kwen-Lun-Gebirge	3	5950	—	—	—	3.38	3.44	3.60
Ost-Bengalen	4	7050	2.73	3.03	3.01	3.27	3.24	3.48

Der Vergleich von Fig. 3, 4, 6 und 7 (s. Tabelle) zeigt, daß für gleiche λ der mittlere Wert von v mit wachsendem Δ abnimmt, und zwar um so mehr, je größer λ ist.

In Fig. 8 ist v_Q als Funktion von Δ für verschiedene λ eingetragen. Für kleine λ wird v_Q schon bei kleinem Δ konstant, für große λ nimmt v_Q auch bei

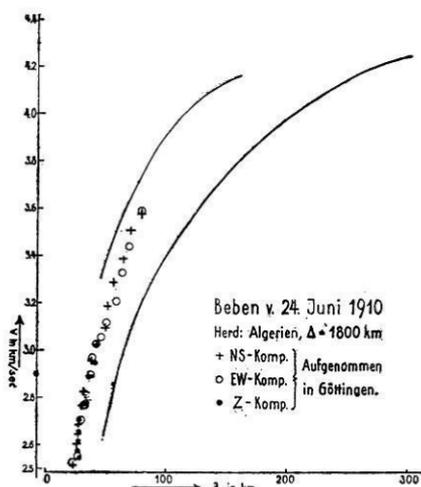


Fig. 6

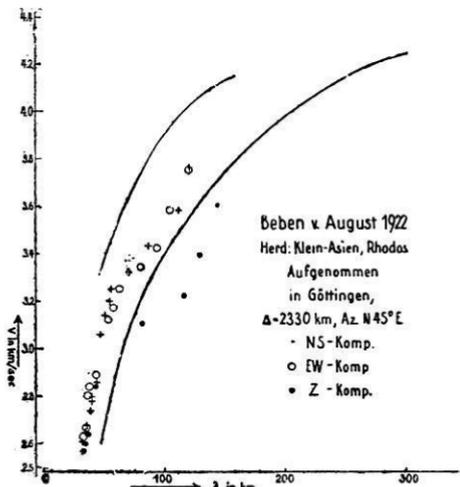


Fig. 7

Dispersionskurve der Oberflächenwellen für die Herdentfernungen $\Delta = 1800$ und 2330 km

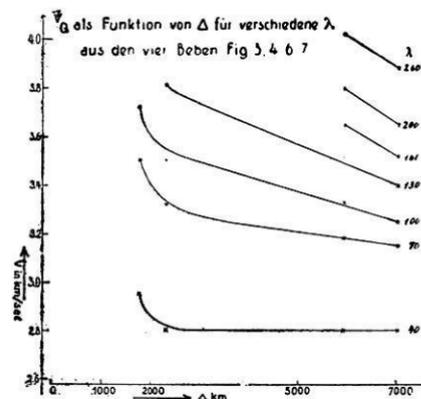


Fig. 8. Geschwindigkeit der Querwellen als Funktion von Δ für verschiedene λ

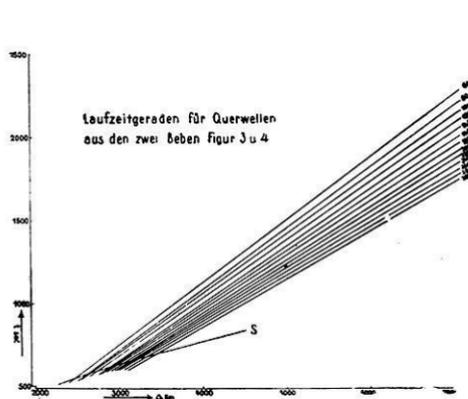


Fig. 9. Laufzeitgeraden der Querwellen verschiedener Wellenlänge λ

großem Δ weiter ab. So bleibt für die Wellenlänge $\lambda = 40$ km die Geschwindigkeit oberhalb $\Delta = 2500$ km konstant, während die Welle mit $\lambda = 130$ km zwischen $\Delta = 2500$ km und $\Delta = 7000$ km eine Geschwindigkeitsabnahme von 0.4 km/sec, d. h. etwa 10% aufweist.

Die Auswertung anderer Beben mit großem Δ ergibt, daß die Einwirkung von Δ auf v bei Herdentfernungen von mehr als 6000 km nur noch eine untergeordnete Rolle spielt gegenüber dem großen Einfluß der geologischen Beschaffenheit des Wellenweges (ob kontinental oder subozeanisch).

Die Tatsache, daß der mittlere Wert von v mit wachsendem Δ zunächst stark abnimmt, später aber einem konstanten Wert zustrebt, legt den Schluß nahe, daß diese Geschwindigkeitsabnahme gar nicht reell ist.

In den nahe dem Herd aufgenommenen Seismogrammen werden Quer- und Rayleighwellen mit so großen Wellenlängen wie die hier besprochenen nicht beobachtet. Die Energie, die sich später in größerer Entfernung als Oberflächenwellen äußert, läuft wohl zunächst eine Strecke als Raumwelle mit einer höheren Geschwindigkeit in größerer Tiefe durch das Erdinnere. Bei der Reflexion dieser Raumwellen an der Erdoberfläche wird ein Teil ihrer Energie allmählich in Oberflächenwellen umgewandelt, die dann in den obersten Schichten mit geringerer, konstanter Geschwindigkeit längs der Erdoberfläche laufen. Der mittlere Wert von v , berechnet aus der Laufzeit und der Herdentfernung, wird daher um so kleiner, je größer Δ ist, und strebt bei großem Δ einem konstanten Wert zu; um so deutlicher tritt dann der Einfluß der geologischen Beschaffenheit des Wellenweges hervor.

Als Erregerwelle der Oberflächenwellen kommen wohl nur die transversalen S -Wellen in Betracht. Es entstehen dabei Rayleighwellen oder Querwellen, je nachdem die S -Wellen in der Einfallsebene oder senkrecht dazu polarisiert sind. Dies letztere wird noch näher untersucht.

In Fig. 9 sind gemäß dieser Vorstellung die Laufzeitgeraden für Querwellen verschiedener Wellenlänge aus zwei Beben (Fig. 3 und 4) eingetragen. Ihre Herde liegen im selben Azimut in bezug auf die Aufnahmestation. Ihre Wellen haben gleichartige Wege verschiedener Länge durchlaufen. Wie man sieht, rücken die Schnittpunkte der Laufzeitgeraden mit der Laufzeitkurve der S -Wellen bei sinkender Wellenlänge kontinuierlich zum Herde, d. h. die kürzeren Wellen entstehen näher am Herd als die langen, und benachbarte Wellenlängen entstehen in benachbarten Epizentralentfernungen.

Fig. 9 zeigt ferner, daß die Laufzeitkurven für die verschiedenen Werte von λ verschiedene Neigung besitzen. Für kleine Werte von λ ergeben sich stärkere Neigungen, also kleinere Geschwindigkeiten als für große λ .

Nimmt man an, daß die Querwellen auf diese Weise in der Entfernung X vom Herd zur Zeit Y (Laufzeit der S -Welle bis X) entstehen, so ist für ein bestimmtes λ die wahre, von Δ unabhängige Geschwindigkeit

$$v_{\lambda} = \frac{\Delta - X}{t - Y} = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{t_2 - t_1},$$

worin Δ_1 und Δ_2 , beide $> X$, die Epizentralentfernungen für zwei Stationen, und t_1 und t_2 die dazugehörigen Laufzeiten der Querwellen bedeuten.

6. Folgerungen und Anwendungen. Der Verlauf der Dispersionskurve gestattet Rückschlüsse auf den von den Erdbebenwellen durchlaufenen Weg.

Fig. 10 zeigt Dispersionskurven, welche aus in Samoa aufgenommenen Seismogrammen erhalten wurden.

Kurve III, die aus einem Beben von den Riu-Kiu-Inseln stammt, entfernt sich in ihrem oberen Teile von den übrigen Kurven für subpazifischen Wellenweg mehr und mehr und zeigt eine deutliche Hinneigung zu der Kurvenrichtung für subkontinentale Beben. So wird in III $v = 4.0$ km/sec erst bei $\lambda = 150$ km erreicht, bei I und II schon bei 95 und 125 km. Nun haben die Wellen des Bebens von Kurve III ihren Weg zweifellos auch durch den Pazifischen Ozean genommen, aber nicht durch das offene Meer, wie dies bei den Wellenwegen der Kurven I

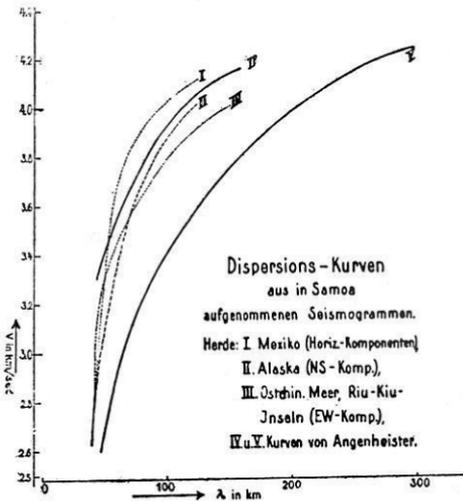


Fig. 10

Dispersionskurve für ganz oder teilweise subozeane Wege

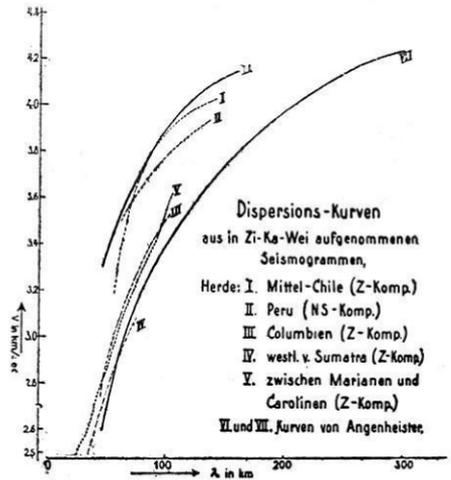


Fig. 11

und II der Fall ist, sondern durch die inselreiche Südsee. Die Lage der Kurve III berechtigt uns also zu dem Schluß, daß die obersten Erdschichten unter der Südsee qualitativ verschieden sind von dem Untergrund des offenen Pazifischen Ozeans und daß wir also strenggenommen nur den letzteren als subpazifisch im engeren Sinne bezeichnen dürfen.

Die Richtigkeit dieser Annahme wird bestätigt in Fig. 11. Hier sind in entsprechender Weise die Dispersionskurven verschiedener Beben eingetragen, die in Zi-Ka-Wei (Shanghai) aufgezeichnet wurden. Der Herd des Bebens, dessen Dispersionskurve mit IV bezeichnet ist, liegt westlich von Sumatra, während Kurve V aus einem Beben errechnet wurde, dessen Herd zwischen den Marianen und den Carolinen liegt. In beiden Fällen mußten also die Wellen den Boden der Südsee durchlaufen, und doch haben beide Kurven keineswegs den subpazifischen

Charakter. Sie zeigen einen Verlauf wie bei Beben mit subkontinentalem, mindestens aber subatlantischem Wellenweg (Fig. 2). Es ergibt sich hieraus, daß der Pazifische Ozean keineswegs in seiner ganzen Ausdehnung den gleichen, bisher subpazifisch genannten Untergrund hat. Vielmehr zeigt der westliche Teil des Stillen Ozeans vom asiatischen Festland bis nach Australien hin und weit in die Inselwelt der Südsee hinein einen Untergrund, der in seinem Aufbau den obersten Schichten unter dem Atlantischen Ozean oder dem Festland ähnlich ist. Solche Anschauungen sind aus geologischen Gründen oft vertreten worden.

Kurve I in Fig. 11 stammt aus einem Chile-Beben, dessen Wellen unter dem Stillen Ozean hindurchgelaufen sind, und dementsprechend zeigt auch die Kurve

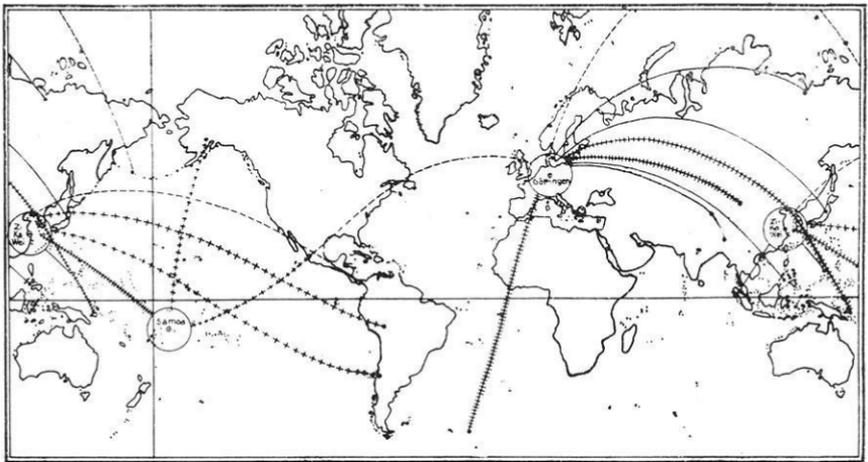


Fig. 12. Übersichtskarte über die Wellenwege einiger Beben

+++++	subpazifischer	} Charakter der Dispersionskurve
-----	subatlantischer	
—————	subkontinentaler	
	gemischter	

den rein subpazifischen Charakter. Die Wellen eines Peru-Bebens (II) und noch mehr die eines Columbiens-Bebens (III) haben ihren Weg zum Teil unter dem Stillen Ozean, zum Teil aber auch unter dem amerikanischen Festland genommen. Ihre Kurven liegen daher auch zwischen I und V, und besonders III zeigt gar nicht mehr den subpazifischen Verlauf, da die Wellen dieses Bebens beinahe ihren ganzen Weg über die Westküste Amerikas und die japanischen Inseln genommen haben. Also besitzt offenbar auch der Meeresgrund in der Nähe der ostasiatischen Inseln den eben besprochenen, subatlantischen Charakter.

In entsprechender Weise wurden auch die Dispersionskurven aus den in Göttingen aufgenommenen Seismogrammen untersucht.

Als Fig. 12 ist die Reproduktion einer Weltkarte beigegeben, in welche die drei Stationen Göttingen, Apia auf Samoa und Zi-Ka-Wei, sowie die Herde der meisten hier aufgeführten Beben und die Wellenwege derselben zur Station ein-

gezeichnet sind. Nach der Gestalt der erhaltenen Dispersionskurven wurden diese eingeteilt in die vier Gruppen:

- | | |
|---------------------|------------------------|
| 1. subpazifischer | } Charakter der Kurve, |
| 2. subatlantischer | |
| 3. subkontinentaler | |
| 4. gemischter | |

und dementsprechend wurden auch die zugehörigen Wellenwege durch verschiedenartige Linien gekennzeichnet. Man sieht, daß sich durch die Behandlung weiterer an verschiedenen Stationen aufgenommener Beben in der oben angegebenen Art ein Urteil über den Aufbau der obersten Schichten an den verschiedensten Stellen der Erdoberfläche erhalten läßt. Nach Einsetzen bestimmter Werte für die Querkontraktionszahl und nach Annahme bestimmter Schwingungsvorgänge in den Schichten lassen sich die einzelnen Schichtdicken ausrechnen.

7. Berechnung von Schichtdicken aus Dispersionskurven. Nach Love zeigen Querwellen eine Dispersion bei geschichtetem Medium: insbesondere behandelt er den Fall, daß die Geschwindigkeit der Transversalwellen in der unteren Schicht größer ist als in der oberen. Aus der Dispersionskurve läßt sich die Tiefe der Schichtgrenze und damit die Dicke der obersten Schicht bestimmen. Berechnungen dieser Art sind schon von Love⁴⁾, Gutenberg¹⁶⁾ und Stoneley¹⁷⁾ durchgeführt worden. Hierbei ist es, worauf auch Stoneley und Jeffreys¹⁸⁾ schon hingewiesen haben, von entscheidender Bedeutung, ob man aus den Aufzeichnungen Signalgeschwindigkeiten oder Gruppengeschwindigkeiten ableitet.

Unter Signalgeschwindigkeit c ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenfront einer Wellengruppe von konstantem λ zu verstehen. Gruppengeschwindigkeit C entsteht, wenn Wellengruppen benachbarter Werte von λ sich überlagern. C ist dann die Geschwindigkeit der Maxima der Gruppen.

Ob die aus den Diagrammen bestimmten Geschwindigkeiten Signal- oder Gruppengeschwindigkeiten sind, ist schwer zu entscheiden. Wir wissen nicht, ob alle Perioden an einem bestimmten Ort gleichzeitig entstehen oder etwa durch eine Erreger-(S) Welle längs eines großen Teiles der Erdoberfläche kontinuierlich fortschreitend zeitlich nacheinander gebildet werden.

Entständen im Herd gleichzeitig wenige Schwingungen untereinander sehr verschiedener Periode (man könnte an Grund- und Oberschwingungen denken), so laufen sie mit den ihnen zukommenden Geschwindigkeiten weiter und trennen sich gleich, nachdem sie den Herd verlassen haben. In der Entfernung Δ treffen nacheinander Wellen verschiedener Periode ein. Die erste Welle der Periode T erreicht Δ mit Signalgeschwindigkeit. Die hier abgeleiteten Dispersionskurven würden dann der Signalgeschwindigkeit entsprechen.

Entstände aber im Herde gleichzeitig eine große Reihe von Schwingungen nahe benachbarter Perioden, so überlagern sie einander, die Maxima erreichen die Station mit Gruppengeschwindigkeit. Gibt es mehrere Gruppen $\lambda_1 + \Delta\lambda_1$,

$\lambda_2 + \Delta\lambda_2$ usf., worin λ_1 und λ_2 usw. bis zum Vielfachen verschieden sein können, so treffen an der Station mehrere zu diesen $\lambda_1, \lambda_2 \dots$ gehörige Maxima nacheinander ein. Die Ausmessung der Maxima gibt dann die Gruppengeschwindigkeit C_{λ} . In der Tat zeigen manche Beben Gruppen, in denen T nahezu konstant ist, während T sich von Gruppe zu Gruppe sprunghaft bis zu 20% oder mehr ändert. Mißt man alle Perioden aus, so erhält die Dispersionskurve ein treppenförmiges Aussehen, die Maxima (C) werden dabei durch eine mittlere Kurve automatisch erfaßt.

Besonders schwierig wird die Entscheidung der Frage, ob unsere Kurven für C oder c gelten, dadurch, daß die Querwellen offenbar nicht im Herde entstehen. Infolgedessen erhält v_Q eine scheinbare Abhängigkeit von Δ , was zunächst weder für C noch für c zutreffen sollte. Die notwendige genauere Untersuchung dieser Frage geht über den Rahmen dieser Arbeit hinaus. Es sollen hier, ohne über die Natur der Ausbreitung eine Entscheidung zu treffen, zwei Annahmen, nämlich $v_Q = C$ und $v_Q = c$, der Rechnung zugrunde gelegt werden.

Bedeutet c_0 und c_u die Geschwindigkeiten der Transversalwellen in der oberen bzw. unteren Schicht, so gibt Jeffreys¹⁸⁾ eine Darstellung von c/c_0 und C/c_0 als Funktion von $2\pi \frac{h}{\lambda}$, worin h die Dicke der oberen Schicht in Kilometer

darstellt. Diese Figur zeigt auch, daß sich für sehr kleine Wellenlängen die Geschwindigkeiten c und C dem Wert c_0 nähern, für sehr große Wellenlängen hingegen dem Wert c_u . Infolgedessen kann man aus der experimentell gefundenen Dispersionskurve für ein zweischichtiges Medium — unabhängig davon, ob es sich um Signal- oder um Gruppengeschwindigkeit handelt — die Geschwindigkeiten c_0 und c_u der Transversalwellen unmittelbar ablesen, indem man für c_0 die Geschwindigkeit sehr kleiner λ , für c_u die Geschwindigkeit sehr großer λ nimmt.

Aus Fig. 5 ergibt sich: $c_0 = 3.1$ km/sec*), $c_u = 4.1$ km/sec. Der erwähnten Figur von Jeffreys liegen die Werte $c_0 = 3.1$, $c_u = 4.2$, $\rho_0 = 2.7$, $\rho_u = 3.4$ zugrunde, wobei ρ_0 und ρ_u die entsprechenden Dichten bedeuten. Der Wert für ρ_u ist, wie Schweremessungen nahelegen, zu groß. Die Kurven von Jeffreys wurden daher neu berechnet für unsere Werte $c_0 = 3.1$, $c_u = 4.1$, wobei die Dichten zu $\rho_0 = 2.7$, $\rho_u = 3.0$ angenommen wurden. Es ist

$$\text{tang} \frac{2\pi\sigma_0 h}{\lambda} = \frac{\mu_u \sigma_u}{\mu_0 \sigma_0} \dots \dots \dots (1)$$

worin μ_0 und μ_u die Riegeigkeitskoeffizienten der oberen und der unteren Schicht bedeuten und σ_0 und σ_u definiert sind durch

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{c^2}{c_0^2} - 1} \quad \text{und} \quad \sigma_u = \sqrt{1 - \frac{c^2}{c_u^2}} \dots \dots \dots (2)$$

*) Theoretisch muß für kleine λ die Dispersionskurve horizontal in den Wert c_0 einmünden. Dies ist bei unseren experimentell ermittelten Kurven nicht der Fall. Hiervon soll jedoch abgesehen und der kleinste gefundene Wert der Geschwindigkeit für c_0 eingesetzt werden.

Aus der bekannten Beziehung

$$c_{tr} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

ergibt sich ferner

$$\frac{\mu_u}{\mu_0} = \frac{\rho_u c_u^2}{\rho_0 c_0^2} \dots \dots \dots (3)$$

Mit Hilfe dieser Formeln läßt sich c/c_0 als Funktion von $2\pi h/\lambda$ graphisch darstellen.

Die Gruppengeschwindigkeit C und die Signalgeschwindigkeit c sind verbunden durch

$$C = c - \lambda \frac{\partial c}{\partial \lambda}$$

Durch einfache Umformung ergibt sich daraus die von Jeffreys angegebene Beziehung

$$\frac{C}{c_0} = \frac{c}{c_0} + 2\pi \frac{h}{\lambda} \frac{d\left(\frac{c}{c_0}\right)}{d\left(2\pi \frac{h}{\lambda}\right)} \dots \dots \dots (4)$$

Da sich der Differentialquotient auf der rechten Seite leicht aus der Neigung der bereits vorliegenden Kurve für c/c_0 ermitteln läßt, bietet die Berechnung von C/c_0 als Funktion von $2\pi \frac{h}{\lambda}$ keinerlei Schwierigkeiten. Das Ergebnis dieser Umrechnung ist in Fig. 13 dargestellt.

Zur Berechnung der Schichtdicke wird aus der Dispersionskurve für kontinentale Wellenwege (Fig. 5) für eine Wellenlänge λ die zugehörige Geschwindigkeit abgelesen. Nimmt man an, daß es sich um Signalgeschwindigkeit (bzw. Phasengeschwindigkeit) handelt, so ist der abgelesene Wert als c anzusehen. Da c bekannt ist, kann man nunmehr aus der Kurve für c/c_0 in Fig. 13 den zugehörigen Wert von $2\pi \frac{h}{\lambda}$ und damit also die Schichtdicke h bestimmen. Entsprechend geht man vor bei der Annahme, daß es sich um Gruppengeschwindigkeit C handelt, wobei sich eine andere Schichtdicke h ergibt.

Verfährt man in der angegebenen Weise mit verschiedenen Wellenlängen, so ergibt sich aus unserer Kurve die folgende Tabelle:

I. Unter Zugrundelegung von Signalgeschwindigkeit					
λ km	80	100	150	200	250
h_c km	60.6	43.1	40.6	37.6	31.0
II. Unter Zugrundelegung von Gruppengeschwindigkeit					
λ km	80	100	150	200	250
h_c km	17.5	17.2	20.3	20.4	17.9

Wie man sieht, streuen die Werte von h , die für alle Wellenlängen dieselben sein sollten, unter Annahme der Signalgeschwindigkeit weit stärker (um etwa 30 km) als bei Annahme der Gruppengeschwindigkeit (um etwa 3 km). Die Auffassung unseres v als Gruppengeschwindigkeit liefert also ein besseres Resultat. Rein theoretische Betrachtungen über die Frage, ob der Auffassung unserer Geschwindigkeit v als Signal- oder als Gruppengeschwindigkeit der Vorzug zu geben ist, wurden hier absichtlich außer acht gelassen; es sollten zunächst nur die experimentellen Ergebnisse dargestellt werden.

Fig. 14 gibt die beiden theoretischen Dispersionskurven für Gruppengeschwindigkeit mit den oben abgeleiteten Daten Q_0 , Q_u , c_0 und c_u wieder, einmal

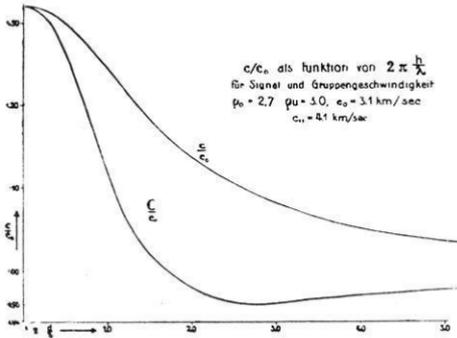


Fig. 13. Dispersionskurve für Signal- und Gruppengeschwindigkeit

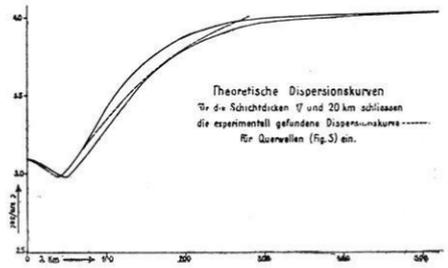


Fig. 14. Theoretische und experimentelle Dispersionskurve (für Signalgeschwindigkeit)

für $h = 17$ km, das andere Mal für $h = 20$ km, außerdem die experimentell gefundene Dispersionskurve der Querwellen für kontinentale Wellenwege (Fig. 5), aus der die obigen Werte c_0 und c_u entnommen sind.

In den vorliegenden Betrachtungen wurde nicht berücksichtigt, daß, wie oben dargelegt, die Querwellen möglicherweise nicht im Epizentrum entstehen, die aus Fig. 5 abgelesenen Geschwindigkeiten also nicht die wahren Fortpflanzungsgeschwindigkeiten für Querwellen sind. Ein Versuch, die aus der Neigung der Laufzeitgeraden in Fig. 9 abzulesenden Werte für die reduzierte Geschwindigkeit zu verwenden, hat einstweilen nicht zu befriedigenden Ergebnissen geführt.

Zusammenfassung

1. Die hier angewandte Methode der Konstruktion von Dispersionskurven für seismische Oberflächenwellen zeigt, daß es eine allgemeine, für alle Beben geltende Dispersionskurve nicht gibt. Die Dispersionskurven verschiedener Beben mit demselben Wellenweg fallen zusammen.

2. Die Gestalt und Lage der Dispersionskurve eines Bebens hängt in erster Linie davon ab, ob die Wellen auf ihrem Weg zur Station subpazifischen, subatlantischen oder subkontinentalen Untergrund durchlaufen haben. Der Atlantik und die Südsee (SW-Pazifik) zeigen Dispersionskurven, die Übergangsformen

sind zwischen denen des Pazifik und denen des Kontinents. Atlantik und Südsee haben vielleicht Sialschollen geringerer Dicke.

3. Die Geschwindigkeit einer bestimmten Wellenlänge nimmt mit wachsender Herdentfernung ab (auch bei gleichartigem Untergrund, z. B. subkontinentalem).

4. Wenn die eine Horizontalkomponente des Seismographen im Azimut des Herdes lag, gelang es, Quer- und Rayleighwellen nach ihrer Wellenlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit voneinander zu trennen, auch wenn sie sich überlagerten.

5. Aus der Dispersionskurve wurde die Tiefe der obersten Schichtgrenze für den eurasiatischen Kontinent berechnet, einmal unter der Annahme, daß die beobachtete Geschwindigkeit als Gruppengeschwindigkeit, das andere Mal, daß sie als Phasengeschwindigkeit anzusehen ist. Die Annahme der Gruppengeschwindigkeit ergab für verschiedene Wellenlängen eine bessere Übereinstimmung der Resultate als die Annahme der Phasengeschwindigkeit, und zwar ergab sich dabei eine Schichtdicke von rund 20 km für den asiatischen Kontinent.

6. Unabhängig von der Annahme, ob Gruppen- oder Phasengeschwindigkeit vorliegt, ergab sich als Transversalgeschwindigkeit im asiatischen Kontinent für die obere Schicht 3.1 km/sec, für die untere 4.1 km/sec.

Literatur

- ¹⁾ Lord Rayleigh: London Math. Soc. Proc., Vol. XVII (1885).
- ²⁾ N. Lamb: Phil. Transact. Roy. Soc., Vol. CCIII (1904).
- ³⁾ E. Wiechert: Über Erdbebenwellen I. Nachr. d. Kgl. Ges. d. Wiss. Göttingen 1907.
- ⁴⁾ A. E. H. Love: Some problems of geodynamics. Cambridge, University Press. 1911, Art. 176.
- ⁵⁾ G. Angenheister: Beobachtungen an pazifischen Beben. Nachr. d. Kgl. Ges. d. Wiss. Göttingen 1921.
- ⁶⁾ E. Tams: Centralbl. f. Mineralogie, Geologie und Paläontologie 1921.
- ⁷⁾ S. W. Visser: Kon. Magnet. en Met. Observatorium te Batavia 1921, Nr. 7. Batavia 1921.
- ⁸⁾ Fürst B. Galitzin: Vorlesungen über Seismometrie. Deutsch von O. Hecker. Leipzig und Berlin, Teubner, 1914.
- ⁹⁾ B. Gutenberg: Zeitschr. f. Geophys. I. Braunschweig 1925. S. 94. Siehe auch: Handb. d. Geophys., Bd. IV, S. 249.
- ¹⁰⁾ T. Matuzawa: Bulletin of the Earthquake Research Institute, Tokyo, VI (1929).
- ¹¹⁾ P. Byerly: Gerlands Beitr. z. Geophys. **26**. Leipzig 1930.
- ¹²⁾ G. Angenheister: Seismik. Kap. 8 in Bd. VI des Handb. d. Phys. Berlin 1928.
- ¹³⁾ Notes des Sismologie. Par E. Gherzi: Zi-Ka-Wei, Chang-Hai, Nr. 7 (1925); Nr. 8 (1926); Nr. 10 (1928).
- ¹⁴⁾ B. Gutenberg: Handb. d. Geophys., Bd. IV, 215—217.
- ¹⁵⁾ Wiecherts Bemerkungen in: G. Angenheister: Seismische Registrierungen in Göttingen im Jahre 1905, S. 42; Nachr. d. Kgl. Ges. d. Wiss. Göttingen 1906.
- ¹⁶⁾ B. Gutenberg: Physikal. Zeitschr. **25**, 377 (1924); **27**, 111 (1926).
- ¹⁷⁾ R. Stoneley: Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. Geophys. Suppl. 1925, S. 280; 1928, S. 521.
- ¹⁸⁾ H. Jeffreys: Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Geophys. Suppl. 1928, S. 282.

Göttingen, Geophysikalisches Institut, Dezember 1931.

V. Ein Beitrag zur Theorie der Reflexion und Brechung elastischer Wellen an Unstetigkeitsflächen

Von **Heinr. Blut** in Göttingen — (Mit 13 Abbildungen)

Es sind die Energieanteile berechnet, in die sich eine primäre longitudinale Welle aufteilt beim Auftreffen auf eine Grenzfläche zweier elastisch verschiedener Medien. Die Rechnung ist durchgeführt ohne und mit Vernachlässigung der sekundären transversalen Anteile. Es wird gezeigt, wie weit Vernachlässigungen bei der numerischen Rechnung gemacht werden dürfen.

Im Verlauf der Untersuchung der bei Steinbruchsprengungen aufgenommenen Seismogramme ergab sich die Notwendigkeit, theoretisch die Reflexion und Brechung einer seismischen Welle an einer Unstetigkeitsfläche im Erdinnern zu untersuchen und daran zu prüfen, wie weit die so gewonnenen Resultate mit der Beobachtung übereinstimmen. Hierfür in Betracht kommen zwei Unstetigkeitsflächen der obersten Erdrinde, die aus der Beobachtung von Nahbeben bereits bekannt sind:

1. die Grenzfläche zwischen Deckgebirge—Granitschicht in etwa 2 km Tiefe;
2. die Grenzfläche zwischen Granit- und Basaltschicht in etwa 8 km Tiefe.

Die Werte für die Tiefe sind die für den Göttinger Untergrund wahrscheinlichsten¹⁾. Mit „Granitschicht“ ist das unter dem Deckgebirge liegende Grundgebirge gemeint. Es ist damit nicht gesagt, daß es lediglich aus Granit besteht.

In Anbetracht der vom Geophysikalischen Institut der Universität Göttingen wiederholt ausgeführten seismischen Messungen auf Gletschern, soll der Vorgang der Aufspaltung einer elastischen Welle an der Grenzfläche Eis—Fels hier ebenfalls untersucht werden.

I. Berechnung der Amplitudenverhältnisse. K. Zoeppritz²⁾ führte bereits theoretisch die Berechnung der Amplituden der longitudinalen und transversalen reflektierten und gebrochenen Wellen aus, die beim Durchgang einer gegebenen longitudinalen oder transversalen Welle durch eine Unstetigkeitsfläche entstehen. Explizite Formeln zur Berechnung von Amplitudenverhältnissen stellte er nicht auf. Näherungsformeln hierfür wurden von Berlage jun. gegeben³⁾. Da Totalreflexionen außerhalb des Anwendungsbereiches seiner Interpolationsformeln liegen, kamen dieselben für meine Untersuchung nicht in Betracht.

H. Jeffreys⁴⁾ untersuchte das Verhalten einer elastischen Welle an einer Grenzfläche unter Vernachlässigung der sekundären Wellen vom anderen Typ.

Daß diese Vernachlässigung nur in gewissen Fällen gemacht werden darf, soll nachher noch gezeigt werden.

Da ich direkt an die Arbeit von Zoeppritz anknüpfe, unter Beibehaltung seiner Bezeichnungsweise, will ich hier kurz die Ergebnisse anführen.

Bei der theoretischen Behandlung ist man gezwungen, weitgehende vereinfachende Annahmen zu machen. Die Dichten ρ_1, ρ_2 und die Elastizitätskonstanten beider Medien, die als isotrop angenommen werden, seien verschieden; die Grenzfläche sei eben. Mit a, b sind die Geschwindigkeiten reiner Longitudinal- bzw. Transversalwellen gemeint, die mit den Laméschen Konstanten λ und μ in der Beziehung stehen:

$$a = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad b = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}.$$

Legt man ein Koordinatensystem so, daß die x, y -Ebene mit der Diskontinuität zusammenfällt und die positive z -Achse ins Medium 2 weist, und sind u, v, w die Verrückungskomponenten, so lauten die Bewegungsgleichungen für elastische, isotrope Medien

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} (u, v, w) = (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \delta + \mu \Delta (u, v, w) \dots (1)$$

wobei

$$\delta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

und

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

In der x, z -Ebene liege jeweils die Wellennormale. In der folgenden Rechnung soll stets das Medium, aus dem die primäre Welle auf die Grenzfläche trifft, mit dem Index 1 bezeichnet werden. Die einfallende Welle kann entweder longitudinal oder transversal sein. Die transversale Welle hat man in zwei Komponenten zu zerlegen, von denen die eine in der x, z -Ebene und die andere parallel der y -Achse schwingt. Die spitzen Winkel zwischen Strahlrichtung und Einfallslot werden mit zwei Buchstaben bezeichnet: der erste e, r oder d gibt die Richtung an (einfallend, reflektiert, durchgehend), der zweite l oder t die Wellenart (longitudinal, transversal). Die Winkel lassen sich nach dem Brechungsgesetz auf Grund der bekannten Geschwindigkeiten bestimmen. Die folgende Rechnung ist ähnlich der in der Optik zur Bestimmung der Fresnelschen Formeln.

Für die Grenzfläche sind folgende Grenzbedingungen zu erfüllen:

1. muß die Summe der Horizontal- und Vertikalverrückungen im einen Medium gleich der entsprechenden Summe im anderen Medium sein, d. h.

$$\sum \bar{u}_1 = \sum \bar{u}_2, \quad \sum \bar{v}_1 = \sum \bar{v}_2, \quad \sum \bar{w}_1 = \sum \bar{w}_2;$$

2. muß die Summe der Drucke an der Grenzfläche in beiden Medien gleich sein:

$$\sum \varrho_1 b_1^3 \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial w_1}{\partial x} \right)} = \sum \varrho_2 b_2^3 \overline{\left(\frac{\partial u_2}{\partial z} + \frac{\partial w_2}{\partial x} \right)},$$

$$\sum \varrho_1 b_1^3 \overline{\left(\frac{\partial v_1}{\partial z} + \frac{\partial w_1}{\partial y} \right)} = \sum \varrho_2 b_2^3 \overline{\left(\frac{\partial v_2}{\partial z} + \frac{\partial w_2}{\partial y} \right)},$$

$$\sum \left[\varrho_1 a_1^2 \bar{\delta}_1 - 2 \varrho_1 b_1^3 \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right)} \right] = \sum \left[\varrho_2 a_2^2 \bar{\delta}_2 - 2 \varrho_2 b_2^3 \overline{\left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} \right)} \right].$$

Die Striche deuten an, daß der Wert für die Grenzfläche zu nehmen ist.

1. Einfallende Longitudinalwelle. Man macht für die primäre und die vier sekundären Wellen Ansätze, die der Gleichung (1) genügen. Für eine einfallende, ebene longitudinale Welle lautet derselbe z. B.:

$$\begin{aligned} u &= \xi_{el} \cdot \sin el \\ v &= 0 \\ w &= \xi_{el} \cdot \cos el \end{aligned} \quad \text{wobei } \xi_{el} = \Re \left(M_{el} e^{\frac{2\pi i}{T} \left(t - \frac{x \sin el + z \cos el}{a_1} \right)} \right),$$

und \Re bedeutet, daß von dem folgenden Ausdruck nur der Realteil zu nehmen ist. Geht man mit diesen fünf Ansätzen in die Grenzbedingungen ein, so erhält man vier lineare, homogene Gleichungen

$$\begin{aligned} M_{el} \sin el - M_{rl} \sin el + M_{rt} \cos et - M_{dl} \sin dl + M_{dt} \cos dt &= 0, \\ M_{el} \cos el + M_{rl} \cos el + M_{rt} \sin et - M_{dl} \cos dl - M_{dt} \sin dt &= 0, \\ - M_{el} \sin 2el - M_{rl} \sin 2el + M_{rt} \frac{a_1}{b_1} \cos 2et & \\ + M_{dl} \frac{\varrho_2}{\varrho_1} \left(\frac{b_2}{b_1} \right)^2 \frac{a_1}{a_2} \sin 2dl - M_{dt} \frac{\varrho_2}{\varrho_1} \left(\frac{b_2}{b_1} \right)^2 \frac{a_1}{b_2} \cos 2dt &= 0, \\ - M_{el} \cos 2et + M_{rl} \cos 2et + M_{rt} \frac{b_1}{a_1} \sin 2et & \\ + M_{dl} \frac{\varrho_2}{\varrho_1} \frac{a_2}{a_1} \cos 2dt + M_{dt} \frac{\varrho_2}{\varrho_1} \frac{b_2}{a_1} \sin 2dt &= 0. \end{aligned}$$

Setzt man die Amplitude der einfallenden Welle M_{el} als bekannt voraus, etwa = 1, so erhält man vier lineare inhomogene Gleichungen mit vier Unbekannten, woraus folgt, daß jede Unbekannte ihrer Unterdeterminante proportional ist. Setzt man die Unbekannten und Koeffizienten des Gleichungssystems zu einer quadratischen Matrix zusammen,

$$\begin{array}{cccccc} M_{el} & M_{rl} & M_{rt} & M_{dl} & M_{dt} & \\ + \sin el & - \sin el & + \cos rt & - \sin dl & + \cos dt & \\ + \cos el & + \cos el & + \sin rt & - \cos dl & - \sin dt & \\ - \sin 2el & - \sin 2el & + \frac{a_1}{b_1} \cos 2rt & + \frac{\varrho_2}{\varrho_1} \left(\frac{b_2}{b_1} \right)^2 \frac{a_1}{a_2} \sin 2dl & - \frac{\varrho_2}{\varrho_1} \left(\frac{b_2}{b_1} \right)^2 \frac{a_1}{b_2} \cos 2dt & (2) \\ - \cos 2rt & + \cos 2rt & + \frac{b_1}{a_1} \sin 2rt & + \frac{\varrho_2}{\varrho_1} \frac{a_2}{a_1} \cos 2dt & + \frac{\varrho_2}{\varrho_1} \frac{b_2}{a_1} \sin 2dt & \end{array}$$

so läßt sich hieraus jedes Amplitudenverhältnis berechnen, denn jede Amplitude ist ihrer Unterdeterminante proportional. So weit gehen die Zoeppritzschen Ausführungen. Eine Berechnung für den allgemeinen Fall wurde bis jetzt noch nicht durchgeführt.

Die Auswertung ergab, daß die Amplituden folgenden Ausdrücken proportional sind:

$$\left. \begin{aligned} -M_{el} &\approx \frac{1}{b} [e[4h(b-ka)^2 + g(2b+kc)^2] + f[g(d-kc)^2 + h(d+2ka)^2] \\ &\quad + k[\cos dl \sin dt \sin el \cos rt + \sin dl \cos dt \cos el \sin rt]]; \\ -M_{rl} &\approx \frac{1}{b} [-e[4h(b-ka)^2 + g(2b+kc)^2] + f[g(d-kc)^2 + h(d+2ka)^2] \\ &\quad + k[\cos dl \sin dt \sin el \cos rt - \sin dl \cos dt \cos el \sin rt]]; \\ +M_{rt} &\approx \frac{m}{b} [k[gc(kc+3b-l) + 2ha(2ka-3b+l)] - 2bd \cos(dl-dt)]; \\ +M_{al} &\approx \frac{m}{\varrho_1 b} [2(\varrho_1 b - \varrho_2 a) \sin(rt-dt) - (\varrho_1 \sin rt \cos dt + \varrho_2 \sin dt \cos rt)]; \\ +M_{at} &\approx \frac{m}{\varrho_1 b} [2(\varrho_1 b - \varrho_2 a) \cos(dl-rt) - (\varrho_1 - \varrho_2) \sin rt \sin dl]; \end{aligned} \right\} (3)$$

wobei zur Abkürzung gesetzt wurde

$$\begin{aligned} k &= \frac{\varrho_2}{\varrho_1}, & c &= \cos 2 dt, & f &= \sin el \sin rt, & l &= \cos^2 rt, \\ a &= \sin^2 dt, & d &= \cos 2 rt, & g &= \sin dl \cdot \sin dt, & m &= \sin 2 el. \\ b &= \sin^2 rt, & e &= \cos el \cos rt, & h &= \cos dl \cos dt, \end{aligned}$$

Ist der Einfallswinkel der Longitudinalwelle $el = 0^\circ$, so werden die auf die einfallende Welle bezogenen Ausdrücke der Amplitudenverhältnisse unbestimmt. Direkt aus der Matrix ergibt sich dafür

$$\frac{M_{rl}}{M_{el}} = \frac{1 - k \frac{a_2}{a_1}}{1 + k \frac{a_2}{a_1}}; \quad \frac{M_{al}}{M_{el}} = \frac{2}{1 + k \frac{a_2}{a_1}}; \quad \frac{M_{rt}}{M_{el}} = 0; \quad \frac{M_{at}}{M_{el}} = 0.$$

Ist $el = 90^\circ$, so ergeben die expliziten Formeln richtig $M_{rl}/M_{el} = 1$ und für die anderen Verhältnisse Null.

Aus (3) folgt für M_{at}/M_{al} ein verhältnismäßig einfacher Ausdruck*). Bei der Bildung der Amplitudenverhältnisse hebt sich in jedem Fall der Faktor $1/b$.

Wird beim Durchgang ins Medium mit höherer Geschwindigkeit der Grenzwinkel überschritten, so behalten die obigen Formeln (3) ihre Gültigkeit. Der \sin wird > 1 , der \cos imaginär. Von den auftretenden komplexen Amplituden

* In der Arbeit von Visser-Berlage, Gerlands Beitr. 19, 149 (1928) befindet sich in der Formel für diesen Ausdruck ein Druckfehler für ein Winkelargument.

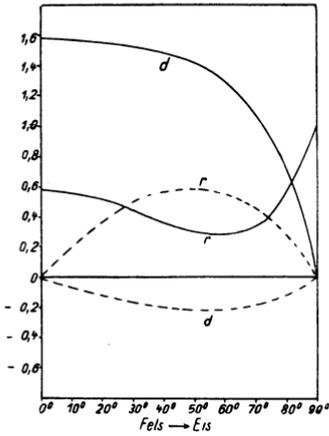


Fig. 1

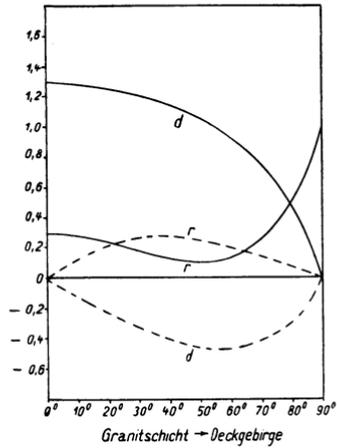


Fig. 2

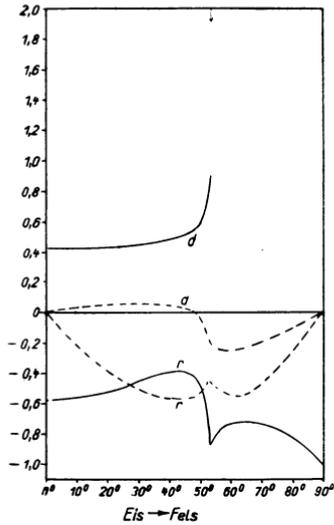


Fig. 3

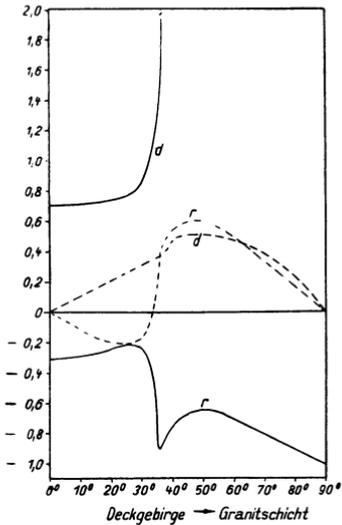


Fig. 4

Fig. 1 bis 4

Amplituden bei Reflexion und Brechung an einer ebenen Grenzfläche in Bruchteilen der Amplitude einer einfallenden longitudinalen Welle als Funktion des Einfallswinkels. Der Pfeil bezeichnet die Stelle der Grenzfläche

— longitudinaler Anteil, transversaler Anteil, d durchgehend, r reflektiert

$M = p + iq$ hat man am Schluß der Rechnung den absoluten Betrag zu bilden $\sqrt{p^2 + q^2}$. Wie Zoeppritz²⁾ in einem einfachen Fall gezeigt hat, erfährt die reflektierte Welle nach Überschreiten des Grenzwinkels eine Phasenänderung um einen bestimmten Winkel. Außerdem tritt eine Grenzflächenwelle mit in vertikaler Richtung exponentiell abnehmender Amplitude auf.

Die unter Verwendung der auf S. 139 angegebenen Konstanten berechneten Amplitudenverhältnisse sind in den Fig. 1 bis 4 graphisch dargestellt und stehen zum Vergleich nebeneinander.

2. Einfallende Transversalwelle. Nach demselben Verfahren wie in 1. ergibt sich die folgende Matrix für eine einfallende transversale Welle, die in der Einfallsebene polarisiert ist*):

$$\begin{array}{ccccc}
 M_{et} & M_{rt} & M_{rl} & M_{dt} & M_{dl} \\
 + \sin et & + \sin et & + \cos rl & - \sin dt & - \cos dl \\
 + \cos et & - \cos et & + \sin rl & - \cos dt & + \sin dl \\
 - \sin 2et & + \sin 2et & + \frac{a_1}{b_1} \cos 2et & + \frac{Q_2}{Q_1} \frac{b_2}{b_1} \sin 2dt & + \frac{Q_2}{Q_1} \frac{a_2}{b_1} \cos 2dt \\
 - \cos 2et & - \cos 2et & + \frac{b_1}{a_1} \sin 2rl & + \frac{Q_2}{Q_1} \frac{b_2}{b_1} \cos 2dt & - \frac{Q_2}{Q_1} \frac{b_2}{b_1} \frac{b_2}{a_2} \sin 2dl
 \end{array} \quad (4)$$

Aus dieser Matrix wurde das Amplitudenverhältnis der beiden durchgehenden Wellen bestimmt. Es ergab sich dafür:

$$\frac{M_{dt}}{M_{dl}} = \frac{\sin rl \cos dl [\rho_1 (\cos^4 et - \sin^4 et) + 2 \rho_2 \sin^2 dt] + \cos rl \sin dl (\rho_2 \cos 2dt + 2 \rho_1 \sin^2 et)}{\sin rl \sin dt [\rho_1 (\sin^4 et - \cos^4 et) + \rho_2 \cos 2dt] + 2 \cos rl \cos dt (\rho_1 \sin^2 et - \rho_2 \sin^2 dt)}. \quad (5)$$

Erfolgen die Verrückungen der einfallenden Transversalwelle senkrecht zur Einfallsebene, so treten keine andersartigen Wellen auf. Dieser Fall soll hier unberücksichtigt bleiben.

II. Berechnung der Energieanteile. Aus den Amplitudenverhältnissen lassen sich die Energieanteile der sekundären Wellen berechnen. Dazu kann man anknüpfen an die Formel für den Energiefluß bei schwingender Bewegung, wie sie Love⁵⁾ angibt. Ist T die kinetische und V die potentielle Energie eines von einer geschlossenen Fläche S begrenzten Teiles eines Körpers, so läßt sich das Raumintegral über die Gesamtenergie mittels der Greenschen Transformation in ein Raum- und Oberflächenintegral zerlegen. Wirken keine Massenkräfte — wobei die Schwerkraft unberücksichtigt bleiben soll —, so fällt das Raumintegral fort, und es folgt für die zeitliche Änderung der Energie nach Love:

$$\frac{d(T + V)}{dt} = \iint_S (\dot{u} X_v + \dot{v} Y_v + \dot{w} Z_v) dS.$$

*) Bei Zoeppritz und Berlage steht el statt rl ; ich ziehe es jedoch vor, die sinngemäßere Bezeichnung rl beizubehalten.

X, Y, Z sind die Spannungskomponenten, u, v, w die Verrückungskomponenten und $\dot{u} = du/dt$ usw. ν gibt die Richtung der äußeren Flächennormalen an. Man wählt zweckmäßig als Zeitintervall, über das zu integrieren ist, die Periode \mathfrak{T} :

$$E = T + V = \iint_S \int_0^{\mathfrak{T}} (\dot{u} X_\nu + \dot{v} Y_\nu + \dot{w} Z_\nu) dS d\mathfrak{T} \dots \dots \dots (6)$$

E ist das S durchsetzende Energiequantum im Zeitabschnitt einer Periode.

Ein einfallender longitudinaler, begrenzter Strahl einer ebenen Welle wird beim Auftreffen auf die Grenzfläche in vier Anteile gespalten (Fig. 5). Um den Auftreffpunkt sei eine Fläche S so gelegt, daß alle fünf Strahlen senkrecht durchgeschnitten werden; die Schnittflächen sollen sich dabei nicht überschneiden. Der Energiefluß ist dann nur auf den ebenen Schnittflächen von Null verschieden.

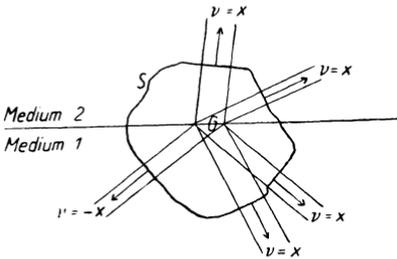


Fig. 5

Zur Berechnung des Energieflusses durch eine solche Schnittfläche legt man ein Koordinatensystem so, daß die x -Achse in die Strahlrichtung fällt. In (6) ist dann für die austretenden Strahlen $\nu = x$ zu setzen, d. h.

$$E = \iint_S \int_0^{\mathfrak{T}} (\dot{u} X_x + \dot{v} Y_x + \dot{w} Z_x) dS d\mathfrak{T}.$$

Die Berechnung der Spannungskomponenten X_x, Y_y, Z_z geschieht auf übliche Weise nach dem Hookeschen Gesetz

$$\begin{aligned} X_x &= \lambda (x_x + y_y + z_z) + 2\mu x_x, & -Y_z &= -Z_y = \mu y_z \\ Y_y &= \lambda (x_x + y_y + z_z) + 2\mu y_y, & -Z_x &= -X_z = \mu z_x \dots (7) \\ Z_z &= \lambda (x_x + y_y + z_z) + 2\mu z_z, & -X_y &= -Y_x = \mu x_y \end{aligned}$$

worin die Dehnungen x_x, y_y, z_z und Gleitungen y_z, z_x, x_y nach

$$\begin{aligned} x_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & y_z = z_y &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \\ y_y &= \frac{\partial v}{\partial y} & z_x = x_z &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \dots \dots \dots (8) \\ z_z &= \frac{\partial w}{\partial z} & x_y = y_x &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{aligned}$$

aus den Verrückungskomponenten u, v, w zu bestimmen sind. Für eine longitudinale Welle ist

$$\begin{aligned} u &= M \cos \frac{2\pi}{\mathfrak{T}} \left(t - \frac{x}{a} \right), \\ v &= 0, \\ w &= 0. \end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich mittels (7) und (8)

$$X_x = -(\lambda + 2\mu) M \frac{2\pi}{\mathfrak{T} a} \sin \frac{2\pi}{\mathfrak{T}} \left(t - \frac{x}{a} \right); \quad Y_x = Z_x = 0.$$

Also

$$\begin{aligned} E_t &= \iint_S \int_0^{\mathfrak{T}} (\lambda + 2\mu) M^2 \frac{4\pi^2}{\mathfrak{T}^2 a} \sin^2 \frac{2\pi}{\mathfrak{T}} \left(t - \frac{x}{a} \right) dS d\mathfrak{T} \\ &= \frac{2\pi^2 S M^2 (\lambda + 2\mu)}{\mathfrak{T} a} = \frac{2\pi^2 S M^2 \rho a}{\mathfrak{T}}, \end{aligned}$$

wobei S den Querschnitt des Strahles darstellt.

Für eine transversale Welle, die in der y -Richtung polarisiert ist, gilt

$$\begin{aligned} u &= 0, \\ v &= M \cos \frac{2\pi}{\mathfrak{T}} \left(t - \frac{x}{b} \right), \\ w &= 0. \end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich in gleicher Weise

$$E_t = \frac{2\pi^2 S M^2 \rho b}{\mathfrak{T}},$$

also das gleiche wie bei einer longitudinalen Welle.

Einfacher gelangt man zum gleichen Ergebnis auf folgendem Wege. Die Energie, die im Zeitraum einer Periode \mathfrak{T} durch den Querschnitt S geht, ist gleich dem Energieinhalt eines Zylinders vom Querschnitt S und der Länge λ (= Wellenlänge) zu einem beliebigen Zeitpunkt. Ist

$$\xi = M \sin \frac{2\pi}{\mathfrak{T}} \left(t - \frac{x}{a} \right)$$

die Elongation eines Massenteilchens dieses Zylinders, so ergibt sich die in ihm enthaltene kinetische Energie zu

$$\frac{1}{2} \rho S \frac{4\pi^2}{\mathfrak{T}^2} M^2 \int_0^{\lambda} \cos^2 \frac{2\pi}{\mathfrak{T}} \left(t - \frac{x}{a} \right) dx = \frac{\pi^2 S M^2 \rho a}{\mathfrak{T}},$$

einerlei, ob es sich um eine longitudinale (ξ in Richtung x) oder um eine transversale (ξ senkrecht zu x) Welle handelt. Nach allgemeinen Prinzipien ist im Mittel die potentielle Energie einer Periode gleich der kinetischen. Man erhält also für die potentielle Energie ebenfalls den Ausdruck

$$\frac{\pi^2 S M^2 \rho a}{\mathfrak{T}}$$

und also für die Summe von potentieller und kinetischer Energie

$$2 \cdot \frac{\pi^2 S M^2 \rho a}{\mathfrak{T}}.$$

Bedeutet G das vom Strahl getroffene Stück der Grenzfläche (Fig. 5), so ist $S_{rl} = G \cos rl$ usw. Ferner ist

$$a_2 = \frac{a_1}{\sin el} \sin dl$$

(analog für b_1, b_2). Berücksichtigt man dies, so wird:

$$\begin{aligned} E_{rl} &= \frac{2\pi^2}{\mathfrak{I}} \cdot S_{rl} \cdot M_{rl}^2 \cdot \varrho_1 \cdot a_1 = \frac{\pi^2 a_1 G}{\mathfrak{I} \sin el} \sin 2el \cdot \varrho_1 \cdot M_{rl}^2 \\ E_{rt} &= \frac{2\pi^2}{\mathfrak{I}} \cdot S_{rt} \cdot M_{rt}^2 \cdot \varrho_1 \cdot b_1 = \quad \text{„} \quad \sin 2rt \cdot \varrho_1 \cdot M_{rt}^2 \\ E_{dl} &= \frac{2\pi^2}{\mathfrak{I}} \cdot S_{dl} \cdot M_{dl}^2 \cdot \varrho_2 \cdot a_2 = \quad \text{„} \quad \sin 2dl \cdot \varrho_2 \cdot M_{dl}^2 \\ E_{dt} &= \frac{2\pi^2}{\mathfrak{I}} \cdot S_{dt} \cdot M_{dt}^2 \cdot \varrho_2 \cdot b_2 = \quad \text{„} \quad \sin 2dt \cdot \varrho_2 \cdot M_{dt}^2 \end{aligned} \quad \dots \quad (9)$$

Für den einfallenden Strahl ist $\nu = -x$ zu setzen, also

$$E = \iiint_S \int_0^{\mathfrak{I}} (\dot{u} X_{-x} + \dot{v} Y_{-x} + \dot{w} Z_{-x}) dS d\mathfrak{I}$$

nach den bekannten Formeln

$$\begin{aligned} X_\nu &= X_x \cdot \cos(\nu x) + X_y \cdot \cos(\nu y) + X_z \cdot \cos(\nu z) \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

folgt für $\nu = -x$

$$X_{-x} = -X_x, \quad Y_{-x} = -Y_x, \quad Z_{-x} = -Z_x;$$

dann ist

$$E_{el} = -\frac{2\pi^2}{\mathfrak{I}} \cdot S_{el} \cdot M_{el}^2 \cdot \varrho_1 \cdot a_1 = -\frac{\pi^2 a_1 G}{\mathfrak{I} \sin el} \cdot \sin 2el \cdot \varrho_1 \cdot M_{el}^2 \quad (9')$$

und analog

$$E_{et} = -\frac{2\pi^2}{\mathfrak{I}} \cdot S_{et} \cdot M_{et}^2 \cdot \varrho_1 \cdot b_1 = -\frac{\pi^2 b_1 G}{\mathfrak{I} \sin et} \cdot \sin 2et \cdot \varrho_1 \cdot M_{et}^2 \quad (9'')$$

Das Gleichungssystem (9) besagt, daß der Energiestrom E proportional ist dem Querschnitt, dem Quadrat der Amplitude, der Dichte, der Geschwindigkeit und der Frequenz.

Da der gesamte Energiefluß verschwinden muß,

$$E_{rl} + E_{rt} + E_{dl} + E_{dt} + E_{el} = 0,$$

ergibt sich die Bedingung ($k = \varrho_2/\varrho_1$):

$$\left(\frac{M_{dl}}{M_{el}}\right)^2 \cdot k \cdot \frac{\sin 2dl}{\sin 2el} + \left(\frac{M_{dt}}{M_{el}}\right)^2 \cdot k \cdot \frac{\sin 2dt}{\sin 2el} + \left(\frac{M_{rl}}{M_{el}}\right)^2 + \left(\frac{M_{rt}}{M_{el}}\right)^2 \cdot \frac{\sin 2rt}{\sin 2el} = 1 \dots (10)$$

III. Numerische Behandlung. Zur numerischen Auswertung wurde eine elektrische Mercedes-Rechenmaschine benutzt. Aus (3) wurden die vier Verhältnisse

$$\frac{M_{dl}}{M_{el}}, \frac{M_{rl}}{M_{el}}, \frac{M_{dt}}{M_{el}}, \frac{M_{rt}}{M_{el}}$$

berechnet und sodann nach (10) die Energieanteile. Eine Vernachlässigung gewisser Glieder bei der Rechnung wäre möglich gewesen, wurde aber unterlassen, um am Schluß eine Kontrolle für die Richtigkeit zu haben, da (10) immer erfüllt sein muß.

Als aneinander angrenzende Medien wurden gewählt

- a) Deckgebirge/Granitschicht, b) Eis/Fels.

Es sind alle vier Fälle gerechnet für den Einfall einer Longitudinalwelle. Die zugrunde gelegten Daten sind:

	q	a	b	a/b
Deckgebirge	2.45	3.5	2.0	1.750
Granitschicht	2.7	5.9	3.4	1.735
Eis	0.9	3.6	1.7	2.118
Fels	2.7	4.5	2.2	2.045

Geschwindigkeiten (a, b) in km/sec.

Die nach (10) errechneten Energieanteile mit den zugehörigen Brechungs- und Reflexionswinkeln sind für den Durchgang:

a) von der Granitschicht ins Deckgebirge (Fig. 7):

el	E_{el}	E_{rl}	dl	E_{dl}	dt	E_{dt}	rt	E_{rt}
0°	1	0.0977	0°00'	0.9023	0°00'	0	0°00'	0
10	1	0.0859	5 54	0.9029	3 23	0.0038	5 44	0.0074
20	1	0.0600	11 42	0.9000	6 39	0.0140	11 22	0.0260
30	1	0.0372	17 15	0.8820	9 46	0.0333	16 47	0.0475
40	1	0.0195	22 24	0.8626	12 35	0.0597	21 44	0.0582
50	1	0.0126	27 01	0.8399	15 03	0.0931	26 11	0.0544
60	1	0.0170	30 54	0.8104	17 04	0.1305	29 53	0.0421
70	1	0.0546	33 52	0.7604	18 35	0.1590	32 46	0.0260
80	1	0.2320	35 43	0.6240	19 30	0.1303	34 33	0.0137
90	1	1	36 22	0	19 49	0	35 10	0

b) vom Deckgebirge in die Granitschicht (Fig. 9):

el	E_{el}	E_{rl}	dl	E_{dl}	dt	E_{dt}	rt	E_{rt}
0°	1	0.0924	0°00'	0.9076	0°00'	0	0°00'	0
10	1	0.0822	17 01	0.8997	9 42	0.0105	5 42	0.0076
20	1	0.0621	35 12	0.8725	19 24	0.0426	11 16	0.0228
30	1	0.0559	57 27	0.8183	29 03	0.1007	16 36	0.0251
36 23'	1	0.8178	90	0	35 11	0.1276	19 49	0.0546
40	1	0.5363	imaginär		38 38	0.2487	21 33	0.2150
50	1	0.3802			48 05	0.3339	25 57	0.2859
60	1	0.4796			57 16	0.2800	29 39	0.2404
70	1	0.6485			65 54	0.1880	32 29	0.1635
80	1	0.8270			73 03	0.1035	34 15	0.0695
90	1	1			76 16	0	34 51	0

c) vom Fels ins Eis (Fig. 6):

el	E_{el}	E_{rl}	dl	E_{dl}	dt	E_{dt}	rt	E_{rt}
0°	1	0.3352	0° 00'	0.6648	0° 00'	0	0° 00'	0
10	1	0.3358	7 58	0.6502	3 45	0.0004	4 52	0.0136
20	1	0.2653	15 53	0.6641	7 26	0.0018	9 38	0.0688
30	1	0.2010	23 35	0.6561	10 53	0.0039	14 09	0.1390
40	1	0.1411	30 57	0.6521	14 04	0.0050	18 19	0.2018
50	1	0.0954	37 47	0.6578	16 49	0.0083	21 59	0.2385
60	1	0.0825	43 54	0.6525	19 06	0.0107	25 03	0.2543
70	1	0.1283	48 48	0.6060	20 48	0.0121	27 21	0.2536
80	1	0.2977	51 59	0.5020	21 51	0.0103	28 47	0.1900
90	1	1	53 08	0	22 12	0	29 16	0

d) vom Eis in Fels (Fig. 8):

0°	1	0.3354	0° 00'	0.6646	0° 00'	0	0° 00'	0
10	1	0.3202	12 32	0.6663	6 06	0.0006	4 42	0.0129
20	1	0.3037	25 18	0.5868	12 04	0.0037	9 12	0.1058
30	1	0.2244	38 41	0.6098	17 48	0.0066	13 39	0.1592
40	1	0.1475	53 28	0.6569	23 08	0.0035	17 40	0.1921
50	1	0.1906	73 14	0.6020	27 55	0.0011	21 12	0.2063
53 08'	1	0.7547	90	0	29 16	0.0954	22 12	0.1499
60	1	0.5503	imaginär		31 58	0.1942	24 08	0.2555
70	1	0.5346			35 03	0.1834	26 21	0.2820
80	1	0.7097			37 00	0.1063	27 43	0.1840
90	1	1			37 40	0	28 11	0

Fig. 6 und 7 zeigen, wie sich der Dichteunterschied bei der Reflexion und Brechung auswirkt. Bis $el = 60^\circ$ gelangen ins Deckgebirge 89 % longitudinale Energie, ins Eis nur 66 %. Die reflektierten Anteile E_{rl} , E_{rt} sind beim Eis erheblich. Beim Deckgebirge sind sie zu vernachlässigen, wogegen hier E_{dl} größer als beim Eis ist.

Die Fig. 8 und 9 zeigen das Verhalten der einfallenden Longitudinalwelle ins Medium mit größerer Geschwindigkeit. Dieser Fall kommt für Sprengungen in Betracht. Sieht man von dem schmalen Bereich in der Umgebung des Grenzwinkels der Totalreflexion ab, so überwiegt für kleine Einfallswinkel in beiden Fällen wieder die durchgehende longitudinale Energie: in der Granitschicht ganz ausgesprochen, im Fels weniger extrem, da hier die reflektierten Anteile größer sind als beim Deckgebirge. Wird der Grenzwinkel der Totalreflexion erreicht, wird $E_{dl} = 0$ und E_{rl} steigt sprunghaft. Die Kurven E_{rl} zeigen dann in beiden Fällen ein Minimum, wo E_{rl} und E_{dt} ihr Maximum haben. Dabei geht ins Deckgebirge wieder mehr transversale Energie als in den Fels, oder mit anderen Worten: ins Eis wird im Bereich $el = 70^\circ$ neben der longitudinalen Energie auch ein beträchtlicher Teil transversale Energie reflektiert, der im Maximum allerdings nur 50 % der longitudinalen erreicht. In Fig. 9 sind die Unterschiede zwischen E_{rl} , E_{rt} , E_{dt} im Bereich von $el = 50^\circ$ gering. Bei streifender Inzidenz ($el = 90^\circ$) ist in allen

Fällen $E_{rl} = 1$, d. h. die einfallende Welle läuft verlustlos weiter. Dieses Ergebnis stimmt bekanntlich nicht mit der experimentellen Erfahrung überein.

Bei senkrechter Inzidenz ($el = 0^\circ$) zeigt sich, daß im Gegensatz zum Deckgebirge, wo nur 9% der einfallenden longitudinalen Energie reflektiert wird, beim Eis auf E_{rl} der hohe Betrag von 34% entfällt, und zwar beim Durchgang in beiden Richtungen durch die Grenzfläche.

Das Ergebnis ist also, daß bei primärer longitudinaler Welle die gleichartigen Energieanteile im allgemeinen überwiegen; beim Deckgebirge mehr als beim Eis, wo die reflektierten Anteile stärker hervortreten.

Für eine primäre Transversalwelle hat man Analoges zu erwarten. Ein solcher Fall wurde für Medien ohne Dichteunterschied von C. G. Knott⁶⁾ behandelt.

Jeffreys⁴⁾ untersuchte rechnerisch das Verhalten einer Longitudinalwelle an der unteren Grenze der Granitschicht. Die transversalen Anteile blieben dabei wegen der Kompliziertheit der Rechnung unberücksichtigt. In diesem Falle macht man mathematisch dieselben Ansätze wie für flüssige Medien. Nach Jeffreys ist A die Amplitude der einfallenden longitudinalen Welle, ρ die Dichte, $\alpha = \tan(90 - el) = \cotg el$. Der Index 1 deutet die reflektierten und der Strich die gebrochenen Anteile an. Dann sind die Amplitudenverhältnisse der Verrückungspotentiale gegeben durch

$$\frac{A_1}{A} = \frac{\frac{\rho'}{\rho} - \frac{\alpha'}{\alpha}}{\frac{\rho'}{\rho} + \frac{\alpha'}{\alpha}}, \quad \frac{A'}{A} = \frac{2}{\frac{\rho'}{\rho} + \frac{\alpha'}{\alpha}} \dots \dots \dots (11)$$

und die Energiegleichung

$$\left(\frac{A_1}{A}\right)^2 + \left(\frac{A'}{A}\right)^2 \frac{\rho' \cdot \alpha'}{\rho \cdot \alpha} = 1 \dots \dots \dots (12)$$

Nach (12) wurden unter Benutzung derselben Konstanten von S. 139 die zu den Kurven in Fig. 6, 7, 8, 9 gehörigen Kurven in Fig. 10, 11, 12, 13 gerechnet. Vergleicht man Fig. 6 und 10, 7 und 11, 8 und 12, 9 und 13, so sieht man, welche Fehler man begeht, wenn man die andersartigen Energieanteile nicht berücksichtigt.

Die Fig. 10 bis 13 zeigen spiegelbildliche Symmetrie zur Linie $E = 0,5$, weil $E_{dl} + E_{rl} = 1$, also

$$\frac{E_{dl} + E_{rl}}{2} = 0,5.$$

Am erträglichsten ist die Vernachlässigung in den in Fig. 10 und 11 dargestellten Fällen: Fels \rightarrow Eis, Granitschicht \rightarrow Deckgebirge. Im Gebiete der Totalreflexionen sind die Fehler am größten. In den Bereichen, in denen die gestrichelt gezeichneten Kurven der transversalen Energieanteile Maxima haben, macht man bei Vernachlässigung die größten Abweichungen.

Vorstehende Untersuchungen wurden ausgeführt auf Veranlassung von Prof. Angenheister. — Die Anwendung der obigen Ergebnisse auf seismische Aufzeichnungen soll in einer weiteren Mitteilung folgen.

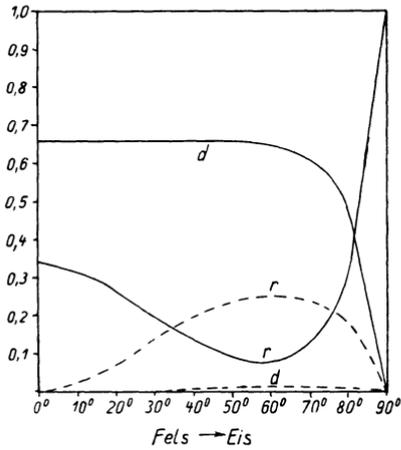


Fig. 6

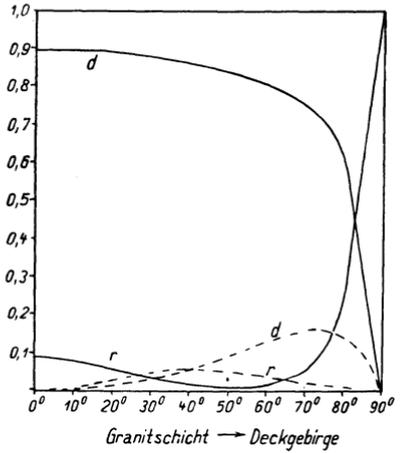


Fig. 7

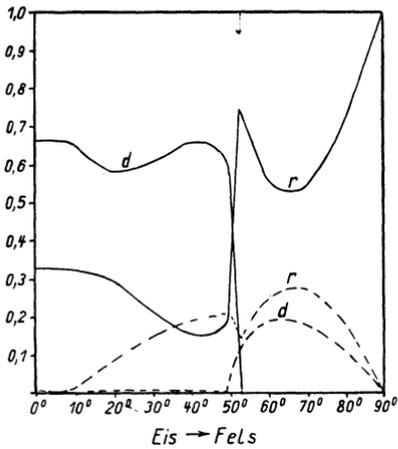


Fig. 8

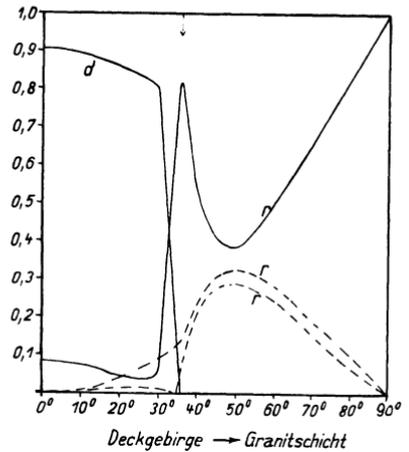


Fig. 9

Fig. 6 bis 9

Energieanteile bei Reflexion und Brechung an einer ebenen Grenzfläche in Bruchteilen der einfallenden Energie als Funktion des Einfallswinkels; für eine einfallende longitudinale Welle mit Berücksichtigung der transversalen Anteile. Der Pfeil bezeichnet die Stelle des Grenzwinkels

— longitudinaler Anteil, transversaler Anteil, d durchgehend, r reflektiert

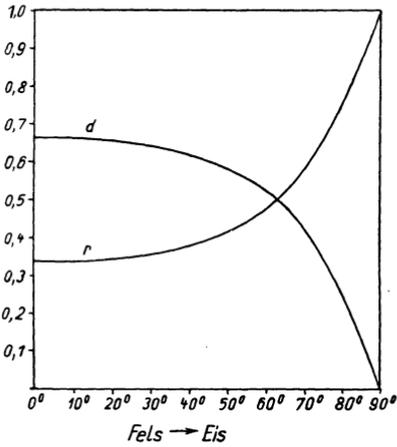


Fig. 10

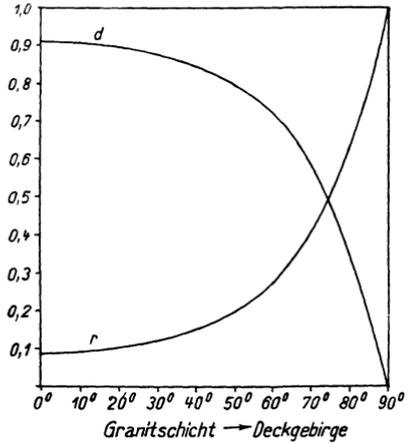


Fig. 11

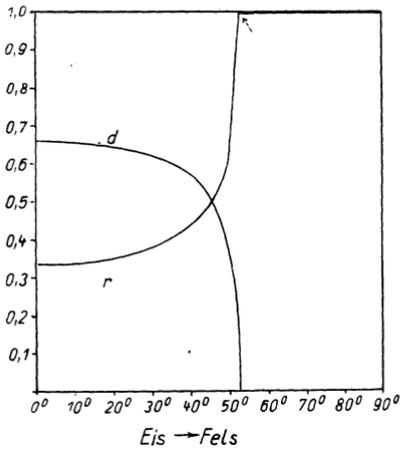


Fig. 12

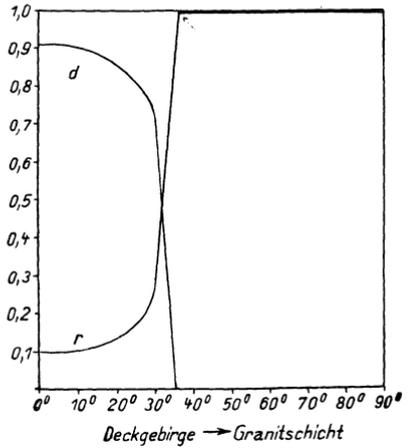


Fig. 13

Fig. 10 bis 13

Energieanteile bei Reflexion und Brechung an einer ebenen Grenzfläche in Bruchteilen der einfallenden Energie als Funktion des Einfallswinkels; für eine einfallende longitudinale Welle ohne Berücksichtigung der transversalen Anteile. Der Pfeil bezeichnet die Stelle des Grenzwinkels

— longitudinaler Anteil, d durchgehend, r reflektiert

Literatur

¹⁾ Brockamp-Wölcken: Bemerkungen zu den Beobachtungen bei Steinbruchsprengungen. Zeitschr. f. Geophys. 1928.

²⁾ K. Zoeppritz: Erdbebenwellen. VII. Über Reflexion und Durchgang seismischer Wellen durch Unstetigkeitsflächen. Göttinger Nachr. 1919.

³⁾ H. P. Berlage jun.: Näherungsformeln zur Berechnung der Amplituden der elastischen Wellen, die beim Durchgang einer seismischen Welle durch eine Unstetigkeitsfläche entstehen. Gerlands Beitr. 1930.

⁴⁾ H. Jeffreys: The Reflexion and Refraction of elastic waves. M. N. R. A. S. 1926, S. 330ff.

⁵⁾ A. E. H. Love: Lehrbuch der Elastizität, deutsch von A. Timpe. 1907.

⁶⁾ C. G. Knott: Reflexion and Refraction of elastic waves with seismological applications. Phil. Mag. 48 (1899).

⁷⁾ E. Wiechert: Erdbebenwellen I. Theoretisches über die Ausbreitung der Erdbebenwellen. Göttinger Nachr. 1907.

Göttingen, 12. März 1932. Geophysikalisches Institut der Universität.

VI. Das Nordtiroler Beben vom 8. Oktober 1930. I. Teil

Von **H. Gräfe**, Göttingen — (Mit 4 Abbildungen)

Auf Grund von 57 Diagrammen von 27 Stationen wurde eine Bearbeitung des Bebens vorgenommen. Es konnte gezeigt werden, daß der Bebenherd eine linienförmige Ausdehnung von 25 km Länge hatte, mit Richtung N 30° O. Die Herdlinie fällt mit einer großen Verwerfungslinie von über 40 km Länge und einer Richtung N 40° O zusammen. Die Herdtiefe berechnet sich nach zwei Methoden zu 35 km. Es werden Laufzeitgleichungen aufgestellt und mit denen von früher bearbeiteten europäischen Beben verglichen. Die Tiefe der \bar{P} -Schicht berechnet sich zu $d = 48$ km.

Die Auswertung der Diagramme. Zur Bearbeitung des Bebens standen die Diagramme von 28 Stationen zur Verfügung. 23 davon waren für die Bearbeitung zu verwenden. Die Namen dieser Stationen sind weiter unten angeführt. Um die Genauigkeit der Ausmessung der Diagramme der heute durch drahtlose Zeitübermittlung bequem zu erreichenden Uhrgenauigkeit von 0.1 bis 0.2 sec anzupassen, wurde die Ausmessung in großen Zeitpausen viermal mittels eines Zeisschen Mikrokomparators vorgenommen. Bei der geringen Registriergeschwindigkeit der Seismogramme reichte ein Glasmaßstab für diese Genauigkeit nicht mehr aus. Das Instrument, das allen Anforderungen genügt, erlaubt es, eine Ablesegenauigkeit von 0.03 bis 0.05 sec zu erreichen. Abweichungen von diesem Genauigkeitsgrad, bedingt durch unregelmäßigen Gang des Registrierwerkes und durch unscharfe Einsätze, sind später besonders erwähnt. Im allgemeinen mag der Fehler, der einem Einsatz anhaftet, nicht mehr als 0.2 sec betragen.

Der Herd. Obgleich das Beben in weiten Teilen Süddeutschlands bis zum Thüringer Wald gespürt wurde, ließ sich eine makroseismische Herdbestimmung

von Göttingen aus nicht durchführen. Zur Berechnung der Herdkoordinaten auf Grund der seismischen Registrierungen wurden diejenigen Stationen verwendet, die nach Zeitungs- und Nachrichten im Gebiet größter seismischer Erschütterungen lagen. Zur Berechnung wurde vorerst die Methode von V. Inglada¹⁾ benutzt.

Es wurde ein rechtwinkliges Koordinatensystem 48° N (X-Achse) und 10° E (Y-Achse) gelegt. Die Umrechnung der Längen- und Breitendifferenzen auf geradlinige Koordinaten erfolgte auf Grund einer von E. Wiechert²⁾ angegebenen Formel. Man erhält

Station	X km	Y km	Z m	P-Eintrittszeiten (M. E. Z.)
Innsbruck	- 110	- 80	+ 575	23h 27m 8.3s
Ravensburg	- 29	- 24	+ 400	15.0
München	+ 120	+ 16	+ 528	17.4
Zürich	- 107	- 70	+ 604	26.4
Nördlingen	+ 37	+ 95	+ 432	26.5
Chur	- 35	- 147	+ 630	24.8

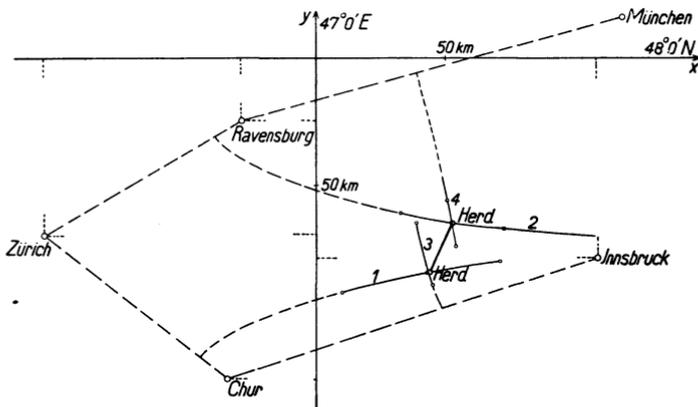


Fig. 1

Bestimmung der Herdpunkte nach der Methode von Mohorovičić
Hyperbeläste 1.3 und 2.4 aus den Differenzen der Einsatzzeiten von \bar{P}

Setzt man diese Werte in die von Inglada gegebenen Gleichungen ein, so ergibt sich für die Koordinaten des Epizentrums

$$x_0 = + 49 \pm 10 \text{ km}$$

$$y_0 = - 75 \pm 18 \text{ ,,}$$

Der nach der Methode der kleinsten Quadrate ermittelte Fehler scheint im Verhältnis zur Meßgenauigkeit zu groß zu sein. Da eine nochmalige Wiederholung der Rechnung zu keinem anderen Resultat führte, so lag der Gedanke nahe, daß dieser Fehler durch die Struktur des Herdes bedingt sein mußte.

Mit Hilfe der Methode von Mohorovičić^{1a)} zeigt sich, daß bei Zusammenfassung von je zwei Stationspaaren von benachbartem Azimut mit großer

Genauigkeit zwei extrem auseinanderliegende Herdpunkte bestimmt werden können. Es wurden folgende Stationen verwendet (Fig. 1):

- Südlicher Herdpunkt: Zürich—Chur (1),
Chur—Innsbruck (3).
Nördlicher Herdpunkt: Zürich—Ravensburg (2),
Ravensburg—München (4).

Nach diesen Stationen ergeben sich die beiden Herdpunkte:

$$\begin{array}{l} x_1 = 54 \pm 5 \text{ km} \\ - y_1 = 66 \pm 4 \text{ ,,} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_2 = 44 \pm 6 \text{ km} \\ y_2 = 85 \pm 5 \text{ ,,} \end{array}$$

also eine Herdlinie von 25 km Länge und einer Richtung N 30° E.

Auch aus den Bodenbewegungen in der \bar{P} -Phase an den einzelnen Stationen läßt sich eine Herdlinie ableiten, die in N 40° E verläuft. Hierüber wird in einer späteren

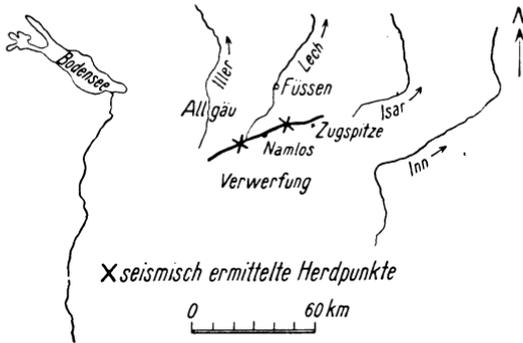


Fig. 2

Seismotektonische Linie nach E. Kraus im Gebiet der größten makroseismischen Erschütterung des Bebens vom 8. Oktober 1930 und die aus den Laufzeiten bestimmten Herdpunkte x — x

Arbeit berichtet. Für die Herdbestimmung ist es sehr wichtig, daß die Herdlinie mit Hilfe zweier voneinander völlig unabhängiger Methoden bestimmt werden konnte.

Wie sich aus einer kürzlich erschienenen Arbeit von E. Kraus³⁾ (Die seismotektonischen Linien der Tiroler Alpen) entnehmen läßt, liegen die oben bestimmten Herdpunkte auf einer großen Verwerfungslinie von über 40 km Länge N 40° E (Fig. 2).

Es ist somit gelungen, aus den Registrierungen eines Nahbebens Rückschlüsse auf die Form und Ausdehnung eines Bebenherdes zu ziehen. Die Annahmen stimmen durchaus mit geologischen Beobachtungen an Ort und Stelle überein. Der hier erzielte Fortschritt ist im wesentlichen einmal auf die große Zeitgenauig-

keit, mit der heute die Einsätze ermittelt werden können, andererseits auf die genaue Kenntnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeit zurückzuführen.

Es soll ausdrücklich betont werden, daß die Berechnung der beiden Herdpunkte ein halbes Jahr vor der Veröffentlichung von E. Kraus abgeschlossen war. Wäre die Arbeit von Kraus vorher bekannt gewesen, so könnte man bei der Geringfügigkeit der hier verwendeten Differenzen leicht einer subjektiven Täuschung unterliegen.

Während der Drucklegung dieser Arbeit wurde mir die makroseismische Beschreibung des Bebens von v. Klebelsberg^{3a)} zugänglich. v. Klebelsberg bezeichnet als die Linie größter makroseismischer Erschütterung die Strecke Namlos—Berwang. Die Richtung fällt bis auf 10^0 genau mit der in Fig. 1 bestimmten Herdlinie zusammen, und zwar fällt Berwang nahezu mit dem nördlichen der bestimmten Herdpunkte zusammen und Namlos liegt in der Mitte der beiden errechneten Herdpunkte.

Zur Aufstellung der Laufzeitkurven ist es aus Mangel an südlichen Stationen zunächst noch nötig, einen punktförmigen Herd anzunehmen. Es wurde der Punkt benutzt, der sich aus den nördlichen Stationen Ravensburg, München, Zürich und Nördlingen nach der rechnerischen Methode von Inglada bestimmt.

Der Nulppunkt des Koordinatensystems wurde in den nördlichen Herdpunkt gelegt. Die X-Achse liegt wieder wie oben parallel zum Breitenkreis, die Y-Achse parallel zum Längenkreis. Es ergibt sich für die Rechnung folgende Tabelle:

Zeichen	Station	X km	Y km	\bar{P} -Einsatzzeiten (M. E. Z.) t_p
1	Ravensburg	— 82	+ 41	0h 27m 25s
2	München	+ 68	+ 81	27.4
3	Zürich	— 160	— 5	36.4
4	Nördlingen	— 16	+ 159	36.5

und daraus das Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} -150 x_{00} - 40 y_{00} - 78.5 \tau &= -1285.8 \\ +228 x_{00} + 86 y_{00} - 294.5 \tau &= -5188.7 \\ -144 x_{00} - 164 y_{00} - 3.3 \tau &= + 81.6 \end{aligned}$$

Hierbei sind x_{00} , y_{00} die Koordinaten des punktförmigen Herdes, t_0 die Herdzeit, t_p die Eintrittszeit der \bar{P} -Welle an der Station ν , $\tau = t_1 - t_0$.

Die Auflösung des Gleichungssystems ergibt:

$$\begin{aligned} x_{00} &= -0.23 \text{ km} \\ y_{00} &= -0.49 \text{ ,,} \\ \tau &= 17.2 \text{ sec} \end{aligned}$$

Die Korrekturen x_{00} und y_{00} können vernachlässigt werden, da sie innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit liegen. Dieses Ergebnis zeigt also, daß für nördlich vom Herd gelegene Stationen der graphisch bestimmte nördliche Herdpunkt verwendet werden kann. So ergeben sich für die Epizentralkoordinaten die Werte:

$$\varphi_H = 47^0 27' \text{ N}, \quad \lambda_H = 10^0 47' \text{ O},$$

und aus dem Wert für τ berechnet sich die Herdzeit zu:

$$t_H = 23^h 27^m 7.8^s \text{ M. E. Z.}$$

Herdtiefe. Geht man von der geradlinigen Ausbreitung des Erdbebenstrahles aus, dann erhält man für die Herdtiefe nach Inglada:

$$h = \sqrt{\frac{1}{n} [\Sigma v^2 (t_v - t_0)^2 - \Sigma (x_v - x_0)^2 - \Sigma (y_v - y_0)^2]},$$

wobei h die Herdtiefe und n die Anzahl der verwendeten Stationen bedeutet. Setzt man die oben angegebenen Werte ein, so erhält man:

$$h = 36 \text{ km} \pm 9 \text{ km.}$$

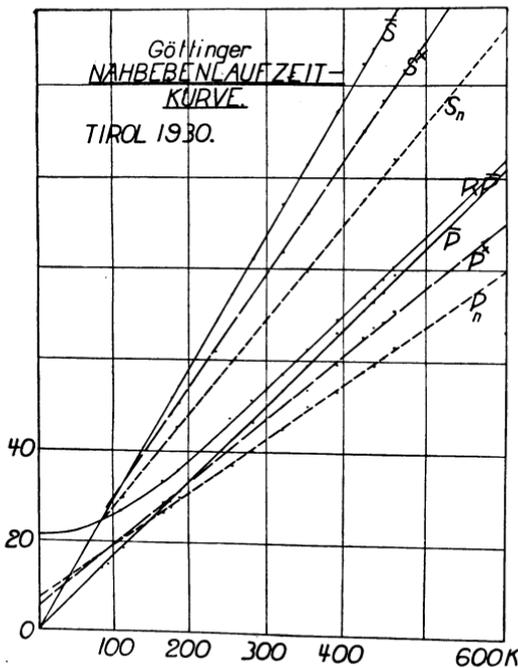


Fig. 3

Eine andere Bestimmung der Herdtiefe basiert auf der Tatsache, daß die Epizentralentfernung des Inflexionspunktes Δ_m von der Herdtiefe abhängt. Der Inflexionspunkt ist wie immer schwer zu erkennen, und zwar liegt er wahrscheinlich bei:

$$\Delta_m = 330 \text{ km}$$

dem entspricht die Herdtiefe:

$$h = 35 \text{ km.}$$

Laufzeitkurven. In Fig. 3 sind die angegebenen Einsatzzeiten als Laufzeitkurve dargestellt.

Zeiten der wichtigen Einsätze

Ort	Δ km	Eintrittszeiten							
		P _n	P*	P̄	S _n	S*	S̄	R P̄	
Innsbruck	60.4	0h27 m	—	0h27m 18.7s	0h27m 48.4	—	0h27m	—	0h27m
Ravensburg	91.4	—	—	25.2	—	—	33.5s	—	—
München	105.9	—	—	27.1	—	—	+	—	—
Chur	108.5	—	—	24.7	—	—	+	—	28.8s
Nördlingen	160.0	35.1s	37.6s	36.5	49.1s	—	—	—	40.6
Zürich	160.1	35.6	38.0	36.4	48.4	—	—	—	41.0
Hohenheim	182.2	37.7	41.4	39.8	54.0	—	—	49.4s	—
Stuttgart	187.9	37.8	42.2	40.7	55.3	—	—	55.2	—
Karlsruhe	245.9	46.9	50.1	52.0	—	0 28	—	57.6	46.1
Venedig	254.1	49.0	—	54.6	10.8	—	—	12.3	55.7
Straßburg	255.4	—	50.8	53.6	+	—	—	—	—
Heidelberg	264.5	—	—	55.0	0 28	—	—	16.3	58.2
Neuchâtel	289.4	50.2	0 28	56.8	19.3	—	—	18.6	—
Eger	320.7	55.0	1.2	4.0	—	—	—	25.2	—
Ljubljana	328.8	57.7	1.6	6.1	27.1	—	—	31.0	—
Frankfurt	352.6	59.4	4.4	10.4	32.0	—	—	33.2	0 28
Graz	359.4	59.3	5.6	9.5	33.6!	—	—	36.1	8.2
Jena	396.5	0 28	3.8	10.9	42.0	—	—	43.0	19.2
Florenz	406.7	9.3	12.7	19.2	49.8	—	—	45.4	13.2
Wien	433.9	8.3	+	23.9	50.0	0 29	—	54.6	15.7
Zagreb	441.9	9.3	19.3	25.3	—	—	—	57.6	20.6
Leipzig	452.5	10.7	19.0	—	+	—	—	—	—
Göttingen	462.8	12.3	20.4	29.9	57.9	—	—	5.8	27.4
Bochum	518.2	—	—	—	—	—	—	4.7	28.5
Potsdam	577.9	—	—	—	—	—	—	9.9	30.8
de Bilt	654.8	—	—	—	—	—	—	13.8	32.6
Hamburg	685.3	—	—	—	—	—	—	—	—

+ Minutenlitke.

Der Nullpunkt der Zeitachse liegt bei 0^h 27^m 8.1^s M. E. Z., der Herzzeit des Bebens. Den Einsatzzeiten genügen am besten folgende linearen Beziehungen:

$$t_{P_n} = (7.9 \text{ sec} \pm 0.2) + \frac{\Delta}{8.3 \pm 0.2} \dots \dots \dots (1)$$

$$t_{P^*} = (8.1 \text{ sec} \pm 0.2) + \frac{\Delta}{6.7 \pm 0.2} \dots \dots \dots (2)$$

$$t_{\bar{P}} = (0.9 \text{ sec} \pm 0.2) + \frac{\Delta}{5.7 \pm 0.3} \dots \dots \dots (3)$$

$$t_{S_n} = 4.7 \text{ sec} + \frac{\Delta}{4.4} \dots \dots \dots (4)$$

$$t_{S^*} = 1.7 \text{ sec} + \frac{\Delta}{3.6} \dots \dots \dots (5)$$

$$t_{\bar{S}} = 0.0 \text{ sec} + \frac{\Delta}{3.5} \dots \dots \dots (6)$$

Die Einsätze der transversalen Wellen konnten wegen der Größe der Amplituden nicht mikroskopisch ausgemessen werden. Sie sind mit dem Glasmaßstab ausgemessen und besitzen deshalb nicht die Genauigkeit der longitudinalen Phase.

\bar{P} und \bar{S} . Die Laufgeschwindigkeit der \bar{P} -Phase ist im Zusammenhang mit der anderer Beben in einer später erscheinenden Arbeit: Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elastischer Wellen im europäischen Grundgebirge vom Verfasser eingehend behandelt worden.

Die additiven Konstanten der Zeitgleichungen $t_{\bar{P}}$ und $t_{\bar{S}}$ stimmen, wie es auch die Theorie verlangt, gut überein. Für die Geschwindigkeit der \bar{S} -Phasen in Europa wurden bisher ermittelt:

- 3.39 km/sec Schwadorfer Beben, Conrad,
- 3.3 „ Jersey-Beben, Jeffreys,
- 3.3 „ Herfordshire-Beben, Jeffreys,
- 3.5 „ Nordtiroler Beben, Gräfe.

Die Übereinstimmung der Werte kann als gut bezeichnet werden.

Die folgende Tabelle gibt die Differenz der beobachteten minus der ausgeglichenen Werte bei \bar{P} und \bar{S} nach Gl. (3) und (6).

In der Nähe von \bar{P} liegt ein weiterer Einsatz, dessen Laufzeitkurve ein Hyperbelast zu sein scheint. Da er sich mehr und mehr der \bar{P} -Laufzeitkurve nähert, wurde der Einsatz mit $R\bar{P}$ bezeichnet. Der Hyperbelast schneidet die Zeitachse (s. Fig. 3) bei etwa 22 sec, d. h. die Reflexionsfläche dieser Phase liegt in einer Tiefe von etwa 80—95 km. Das wäre dann die Grenze zwischen der P^* - und der P_n -Schicht. Dann müßten sich aber die P_n - und $R\bar{P}$ -Laufzeitkurve in einem Punkt berühren⁵⁾. Das ist aber nicht der Fall. Es ist daher wohl anzunehmen, daß es sich um eine Wechselwelle handelt. Ist die Welle vom Herd zur Unstetigkeitsfläche als longitudinale Phase und von der Unstetigkeitsfläche weiter transversal gelaufen, dann errechnet sich die Tiefe der Schicht zu 60 km.

Station	$\delta t_{\bar{P}}$ sec	$\delta t_{\bar{S}}$ sec
Ravensburg	+ 0.5	0.0
München	+ 0.2	—
Chur	+ 2.7	— 1.1
Zürich	— 0.2	—
Nördlingen	— 0.1	— 0.3
Hohenheim	+ 0.1	—
Stuttgart	+ 0.3	0.0
Karlsruhe	+ 0.3	+ 0.9
Straßburg	+ 0.4	+ 0.8
Heidelberg	— 0.2	—
Neuchâtel	— 0.4	0.0
Cheb	— 0.2	— 0.1
Ljubljana	+ 0.3	+ 0.2
Frankfurt	+ 0.5	— 1.1
Graz	— 0.4	0.0
Jena	+ 0.1	+ 1.2
Florenz	— 0.8	—
Wien	— 0.3	+ 0.1
Zagreb	— 1.2	— 0.3
Leipzig	+ 0.5	— 0.1
Göttingen	— 1.1	— 0.4

***P_n* und *S_n*.** Es wurden bisher für den *P_n*-Einsatz ermittelt:

- $T^s = 4.0 + \Delta/8.12$ km Schwadorfer Beben, Conrad,
- $T = 4 + \Delta/8.21$ „ Süddeutsches Beben, Gutenberg,
- $T = 5.2 + \Delta/7.87$ „ Mohorovičić,
- $T = 4 + \Delta/7.83$ „ Tauern-Beben, Conrad,
- $T = 7.9 + \Delta/8.3$ „ Nordtiroler Beben, Gräfe.

Die folgende Zusammenstellung gibt die Differenz zwischen den beobachteten minus den mit den obigen Gleichungen (1) und (4) gerechneten Eintrittszeiten:

Station	δt_{P_n} sec	δt_{S_n} sec
Nördlingen	— 0.3	— 0.3
Zürich	+ 0.1	— 0.4
Hohenheim	— 0.3	+ 0.4
Stuttgart	— 1.0	0.0
Karlsruhe	+ 1.1	+ 1.0
Heidelberg	— 0.1	+ 0.8
Neuchâtel	— 0.8	+ 0.1
Eger	+ 0.3	— 1.4
Ljubljana	+ 1.9	+ 0.1
Frankfurt	+ 0.7	— 0.2
Graz	— 0.1	+ 0.1
Jena	— 0.2	+ 0.1
Wien	— 0.2	— 0.5
Zagreb	— 0.2	— 0.1
Leipzig	— 0.1	—
Göttingen	+ 0.3	+ 0.6

Für geradlinige Strahlen, die unter dem Grenzwinkel der Totalreflexion auf eine horizontale Grenzfläche treffen, ergibt sich die Dicke der obersten \bar{P} -Schicht für eine größere Entfernung Δ (so daß h^2 klein gegen Δ^2 wird) aus

$$d_{\bar{P}} = \frac{\frac{\Delta}{a_{\bar{P}}} - \frac{\Delta}{a_{P^*}} - \delta}{\sqrt{\frac{1}{a_{\bar{P}}^2} - \frac{1}{a_{P^*}^2}}} + \frac{h}{2}$$

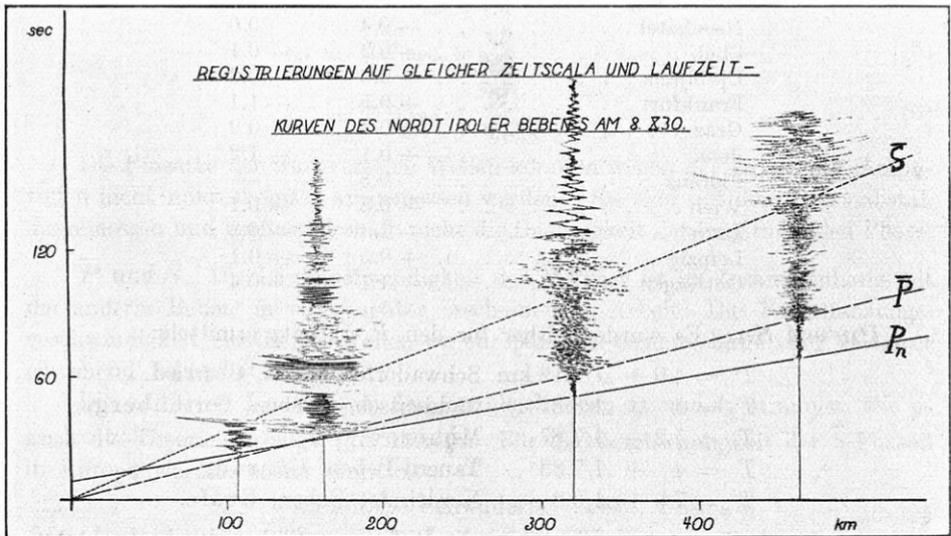


Fig. 4

Von links nach rechts Seismogramme von Chur (E-W), Zürich (Z),
Eger (N-S), Göttingen (N-S)

Hierin ist die Herdtiefe $h = 35$ km, $a_{\bar{P}} = 5.7$ km/sec⁻¹, $a_{P^*} = 6.7$ km/sec⁻¹,
 $\delta = T_{P^*} - T_{\bar{P}}$. Für $\Delta = 396.5$ km (Jena) ist $\delta = 7.1$ sec und man erhält

$$d_{\bar{P}} = 48 \text{ km.}$$

Jeffreys erhält bei Annahme geringerer Herdtiefe für europäische Beben
 $d_{\bar{P}} = 12$ km.

Gutenberg für europäische Beben . . .	20 km
„ „ „ „ „	30—40 „
Conrad ⁴⁾ „ „ „ „	40 „

P^* und S^* . Es steht noch nicht sicher fest, ob die P^* -Phase durch eine Diskontinuitätsfläche entstanden ist. Setzt man entsprechend früheren Daten

$\frac{a_{\bar{P}}}{a_{P^*}} = \frac{5.6}{6.3}$, $h = 30$ km, $d_{\bar{P}} = 60$ km, so müßte P^* von einer Auftauchdistanz $\Delta' = 190$ km an auftreten. Setzt man dagegen entsprechend den Beobachtungen des Tiroler Bebens vom 8. Oktober 1930 $\frac{a_{\bar{P}}}{a_{P^*}} = \frac{5.7}{6.7}$; $d_{\bar{P}} = 48$ km, $h = 35$ km, so ergibt sich $\Delta' = 100$ km. Nach den Beobachtungen wurde P^* gefunden bei folgenden und größeren Entfernungen:

Tauern-Beben	220 km
Schwadorfer Beben	252 „
I. Süddeutsches Beben	330 „
Jersey-Beben	297 „
Herfordshire-Beben	181 „
Nordtiroler Beben	160 „

Die bisher ermittelten Geschwindigkeiten bei der P^* -Phase sind:

I. Süddeutsches Beben	7.1 km/sec
Tauern-Beben	6.3 „
Jersey-Beben	6.3 „
Herfordshire-Beben	6.3 „
Schwadorfer Beben	6,47 „
Nordtiroler Beben	6.7 „

Die beobachteten minus den nach Gl. (2) und (5) ausgeglichenen Einsatzzeiten sind in folgender Tabelle angegeben:

Station	δt_{P^*} sec	δt_{S^*} sec
Nördlingen	— 0.4	— 0.3
Zürich	— 0.1	0.0
Hohenheim	+ 0.2	— 0.2
Stuttgart	+ 0.2	+ 0.2
Karlsruhe	0.0	— 1.1
Straßburg	— 0.5	+ 0.2
Neuchâtel	—	— 0.1
Eger	+ 0.6	— 0.8
Ljubljana	0.0	+ 0.2
Frankfurt	— 0.2	+ 0.2
Graz	— 0.4	+ 0.4
Jena	0.0	— 0.2
Florenz	+ 0.2	+ 0.8
Zagreb	+ 0.4	— 1.7
Leipzig	+ 0.2	— 0.2
Göttingen	— 0.2	+ 0.2

In Fig. 4 sind die Registrierungen einiger Stationen auf gleiche Zeitskala gebracht. In den entsprechenden Epizentralentfernungen nebeneinander gelegt zeigen sie dann, wie sich die verschiedenen Phasen mit wachsender Entfernung verschieben.

Literatur

¹⁾ V. Inglada: Die Berechnung der Herdkoordinaten eines Nahbebens. Gerlands Beitr. z. Geophys., Bd. XIX, Heft 1, 1928.

^{1a)} A. Mohorovičić: Die Bestimmung des Epizentrums eines Nahbebens. Gerlands Beitr. z. Geophys., Bd. XIV, S. 199—205, 1916.

²⁾ E. Wiechert: Entfernungsberechnung von Orten bei kleineren Abständen. Zeitschr. f. Geophys. 1924/25, S. 177.

³⁾ E. Kraus: Die Seismotektonik der Tiroler Alpen. Gerlands Beitr. z. Geophys., Bd. XXX, S. 101, 1931.

^{3a)} R. v. Klebelsberg: Das Nordalpenbeben vom 8. Oktober 1930. Mitteilungen des Deutschen und Österreichischen Alpenvereins Nr. 12, 1930.

⁴⁾ V. Conrad: Das Schwadorfer Beben. Gerlands Beitr. z. Geophys., Bd. XX, 1928.

⁵⁾ F. Gerecke: Messungen auf dem Rhône-gletscher. 1. Laufzeitkurve. Zeitschr. f. Geophys. 8, 112, 1932.

Göttingen, Geophysikalisches Institut, 22. März 1932.

Über die physikalische Natur des magnetischen Rindenfeldes der Erde

Von **H. Haalek**, Potsdam — (Mit 1 Abbildung)

Unter der Annahme, daß das permanente magnetische Feld des festen Erdkörpers aus einem primären rotationssymmetrischen Kernfeld besteht, welches in der äußeren Erdrinde ein sekundäres Rindenfeld induziert, das von der von Ort zu Ort verschiedenen Magnetisierbarkeit der Erdkruste abhängt, wird die Frage untersucht, welche Teile der Erdkruste stärker bzw. schwächer magnetisierbar als die benachbarten Krustenteile sind. Es ergeben sich vier ausgeprägte Gebiete stärkerer Magnetisierbarkeit: Nordamerika, Asien, Australien und Afrika, und ein Gebiet schwächerer Magnetisierbarkeit der Südwestatlantik. Als Ursachen dieser Magnetisierbarkeitsunterschiede werden Materialverschiedenheiten (die stärkere Suszeptibilität der Tiefen- und Eruptivgesteine gegenüber derjenigen des Meerwassers oder der Sedimente, vielleicht auch verschieden starker Magnetitgehalt einzelner Teile der äußeren Erdkruste) und Temperaturunterschiede gefunden.

Die Analyse des erdmagnetischen Feldes hat ergeben, daß sich das permanente Feld des festen Erdkörpers rechnerisch in folgende Teile zerlegen läßt: 1. das rotationssymmetrische Feld, das ist eine homogene Magnetisierung parallel der Rotationsachse der Erdkugel; 2. eine Quermagnetisierung, welche die Abweichung der magnetischen Pole von den Rotationspolen bedingt; hierüber lagern sich 3. die regionalen Störungsfelder bis zu kontinentalem Ausmaß, und auf diese sind 4. die lokalen Störungen aufgesetzt. Längs- und Quermagnetisierung verhalten sich etwa wie 5:1.

Was die physikalischen Ursachen dieser einzelnen sich überlagernden Teilfelder anbelangt, so ist die Natur der rotationssymmetrischen Magnetisierung noch unbekannt. Vermutlich wird sie — analog wie die ganz demselben Sinne entsprechende Magnetisierung der Sonne — irgendwie durch die Erdrotation