

## Werk

**Jahr:** 1932

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 GEOGR PHYS 203:8

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN101433392X\_0008

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X\\_0008](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0008)

**LOG Id:** LOG\_0038

**LOG Titel:** Die allgemeine Koinzidenzkurve

**LOG Typ:** article

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN101433392X

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

## Die allgemeine Koinzidenzkurve

Von **H. Martin**, Jena — (Mit 11 Abbildungen)

(Geophysikalische Forschungsarbeiten an der Reichsanstalt für Erdbebenforschung, unterstützt von der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft.)

Es wird der Zusammenhang zwischen dem Frequenzverhältnis zweier Schwingungsvorgänge und den zugehörigen Koinzidenzkurven allgemein untersucht und an einigen experimentellen Beispielen erläutert.

In der Geophysik wird bei absoluten und relativen Schweremessungen\*) zur Bestimmung der Schwingungsdauer eines freischwingenden  $1/i$  Sekundenpendels unter Verwendung der Koinzidenzbeobachtungsmethode die Formel

$$T = \frac{c}{i \cdot c \pm 1} \dots \dots \dots (1)$$

verwandt. Darin ist  $i$  als Frequenz definiert, und das Koinzidenzintervall  $c$  ist in Sekunden anzugeben.

Nicht ganz klar geht aus der Literatur hervor, unter welchen Bedingungen einfache Koinzidenzkurven für  $i$  entstehen. Einmal soll  $i$  gleich einer ganzen Zahl\*\*), einmal gleich dem Verhältnis zweier kleiner ganzen Zahlen sein\*). Unter einer einfachen Koinzidenzkurve verstehen wir eine solche, bei der aufeinanderfolgende Blitze zur selben Kurve gehören.

Wir wollen deshalb ganz allgemein die Frage nach der Entstehung von Koinzidenzkurven behandeln, wobei als weitere Voraussetzung gelten soll, daß zwei aufeinanderfolgende Koinzidenzblitze nicht derselben Kurve anzugehören brauchen. Es soll die Bestimmung der Veränderung einer Schwingungsdauer  $T_1$  mit Hilfe einer bekannten Schwingungsdauer  $T_2$  unter Verwendung der Koinzidenzmethode vorgenommen werden. Die Schwingungsdauern  $T_1$  und  $T_2$  seien die Zeiten einer vollen Periode (in der Geophysik rechnet man im Gegensatz hierzu durchweg für Pendel mit den Halbperioden) mit den entsprechenden Frequenzen  $N_1$  und  $N_2$ . Das als bekannt vorausgesetzte Verhältnis der beiden Schwingungsdauern  $T_2/T_1$  liege am nächsten der ganzen Zahl  $n$ . In dieser Voraussetzung besteht der Unterschied gegenüber dem Schwebungsintervall, wo  $n$  immer ungefähr gleich Eins sein muß. Somit können wir

$$n \sim \frac{T_2}{T_1}$$

schreiben.

\*) Schmehl in Wien-Harms, Handb. d. Experimentalphys. 25, II, S. 196.

\*\*) Derselbe: Zeitschr. f. Geophys., 5. Jahrg. (1929), S. 1.

Wenn  $T_C$  die Dauer eines Koinzidenzintervalles in Sekunden ist, dann besteht entsprechend (1) die Beziehung

$$T_1 \left( n \pm \frac{T_2}{T_C} \right) = T_2 \dots \dots \dots (2)$$

oder unter Verwendung der Frequenzen

$$n \cdot N_2 \cdot T_C \pm 1 = N_1 \cdot T_C \dots \dots \dots (3)$$

d. h. es macht in der Zeit des Koinzidenzintervalles die schnellere Schwingung genau eine Schwingung mehr oder weniger. Ist  $n = 1$ , so erhalten wir, da in

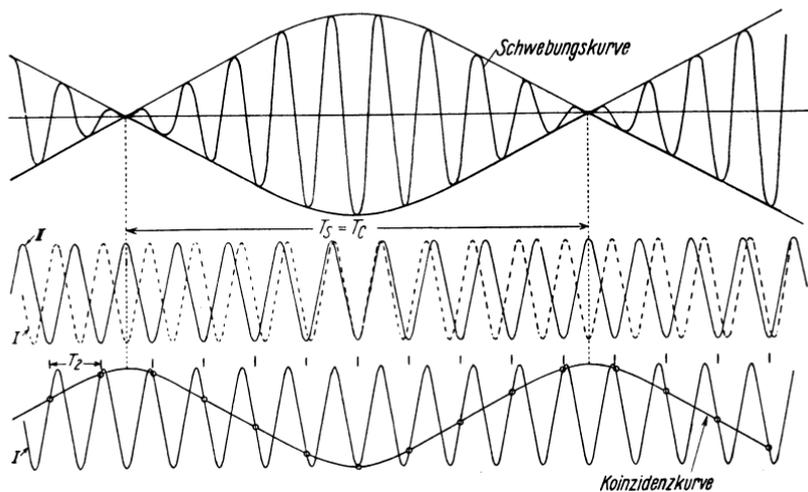


Fig. 1. Schwebungskurve und Koinzidenzkurve

diesem Falle das Schwebungsintervall gleich dem Koinzidenzintervall ist, die bekannte Schwebungsformel:

$$T_C = T_S = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_2 - T_1} \dots \dots \dots (4)$$

(2) schreiben wir in der Form:

$$T_1 = \frac{T_2}{n \pm \frac{T_2}{T_C}} = \frac{T_2}{n \pm \Delta n} \dots \dots \dots (5)$$

Denken wir uns mit den beiden Schwingungen

$$T_n = \frac{T_2}{n} \quad \text{und} \quad T_1 = \frac{T_2}{n + \Delta n}$$

Schwebungen erzeugt, so gibt deren Anzahl in der Zeiteinheit direkt den Frequenzunterschied.

Der prinzipielle Unterschied in der Entstehung der Schwebungs- und der Koinzidenzkurve ist in der Fig. 1 zum Ausdruck gebracht. Die Schwebungskurve, entsteht durch die geometrische Zusammensetzung der beiden Ausgangskurven I und II. Die Koinzidenzkurve ist dadurch konstruierbar, daß man diejenigen Punkte der einen Kurve I verbindet, bei denen der Zeitabstand einer Periode der anderen Kurve II entspricht. Dieses letztere Verfahren ist nicht daran gebunden, daß die Perioden der beiden Schwingungen ungefähr gleich sind, sondern sie können in jedem beliebigen Zahlenverhältnis stehen.

Ehe wir die Versuche auführen, wollen wir uns kurz mit der Formel (2) beschäftigen, die wir in der Form (5) schreiben:

$$T_1 = \frac{T_2}{n \pm \frac{T_2}{T_C}}$$

wobei

$$n \sim \frac{T_2}{T_1}$$

ist ( $n$  eine ganze Zahl). Wir nehmen an, daß die Koinzidenzblitze in einem Abstand von  $T_2 = 1$  sec erfolgen, womit

$$T_1 = \frac{1}{N \pm \frac{1}{T_C}} \dots \dots \dots (5a)$$

ist, da

$$\frac{n}{T_2} = N$$

wird. In Fig. 2 ist die Abhängigkeit vom reziproken Werte der Schwingungsdauer, also von der Schwingungszahl, bei veränderlichem Koinzidenzintervall aufgetragen. Daraus geht hervor, daß für jede Schwingungszahl zwei Koinzidenzintervalle existieren. An den Stellen  $N + 0, N + 1, N + 2, \dots$  haben wir Resonanzstellen, da  $T_2 = 1$  sec ist, und das Koinzidenzintervall wird unendlich (s. später), was sich in einer parallelen Koinzidenzkurve äußert. Wir können die Parallelität der Koinzidenzkurven aber auch so erklären, daß, wie aus Fig. 2 hervorgeht, das Koinzidenzintervall gleich einer Sekunde wird. Dann können wir schreiben:

$$T_1 = \frac{1}{N + \frac{1}{\infty}} = \frac{1}{(N \pm 1) \mp \frac{1}{1}},$$

da die Beziehung

$$T = \frac{1}{N + \frac{1}{T_{C1}}} = \frac{1}{N + 1 - \frac{1}{T_{C2}}}$$

besteht.  $T_{C_1}$  und  $T_{C_2}$  sind verschieden und nehmen denselben Wert im Schnittpunkt der beiden Kurven an, und zwar für

$$T_C = \frac{1}{0.5} = 2 \text{ sec.}$$

In diesem Falle erhalten wir zwei Koinzidenzkurven, weil dieselbe Phase der Frequenz  $N_1$  nur alle 2 sec wiederkehrt.

Weiter ist, wie aus Fig. 2 hervorgeht:

$$T_1 = \frac{1}{N \pm \frac{1}{T_C}} \dots \dots \dots (5 \text{ b})$$

d. h. man muß wissen, auf welchem Aste man sich befindet, da jedem Koinzidenzintervall  $T_C$  zwei Zeiten zukommen.

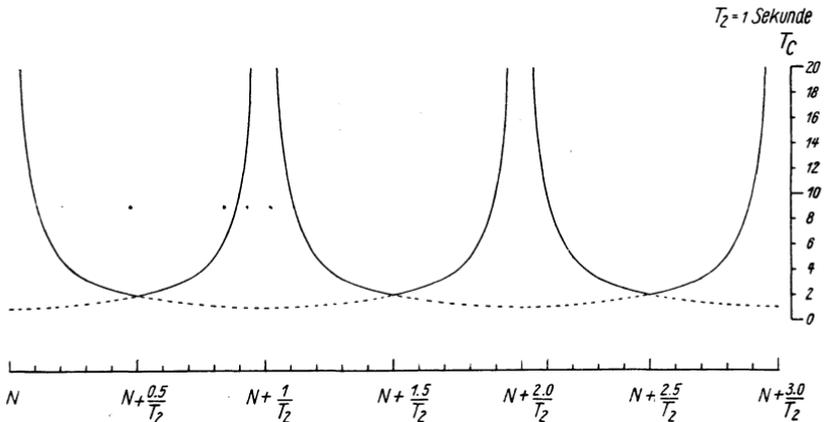


Fig. 2. Abhängigkeit der Schwingungszahl vom Koinzidenzintervall

Bei den noch folgenden Beispielen erfolgten die Koinzidenzblitze in einem Abstand von  $T_2 = 2 \text{ sec}$ . Wir erhalten dann

$$T_1 = \frac{1}{\frac{n}{2} \pm \frac{1}{T_C}},$$

wobei wieder  $T_2/T_1$  am nächsten der ganzen Zahl  $n$  liegen soll. Die Kurve in Fig. 2 erhält in diesem Falle den doppelten Abszissenmaßstab, weil nach

$$2 (n/2 + 0.5) \text{ Schwingungen}$$

dieselbe Phase wiederkehrt.

Ganz ähnlich liegen die Verhältnisse, wenn der Abstand der Koinzidenzblitze  $T_2 = 3, 4, 5, \dots \text{ sec}$  beträgt. Wir bekommen dann zwischen  $N$  und  $N + 1$

$T_2 - 1$  Resonanzstellen, wie wir die Stellen bezeichnen, an denen das Koinzidenzintervall unendlich wird. Somit können wir (2) in der allgemeinen Form

$$T_1 = \frac{T_2}{N \cdot T_2 + z \pm \frac{T_2}{T_C}} \dots \dots \dots (6)$$

darstellen, wobei  $z$  die Werte 1 bis  $T_2 - 1$  annehmen kann. Denn zwischen (2) und (6) besteht die Beziehung

$$n = N \cdot T_2 + z$$

( $n$ ,  $N$  und  $z$  ganze Zahlen).

Die Versuchsanordnung. Die Versuchsanordnung ist in Fig. 3 schematisch dargestellt. Dabei handelt es sich um dieselbe Anordnung, wie sie beim

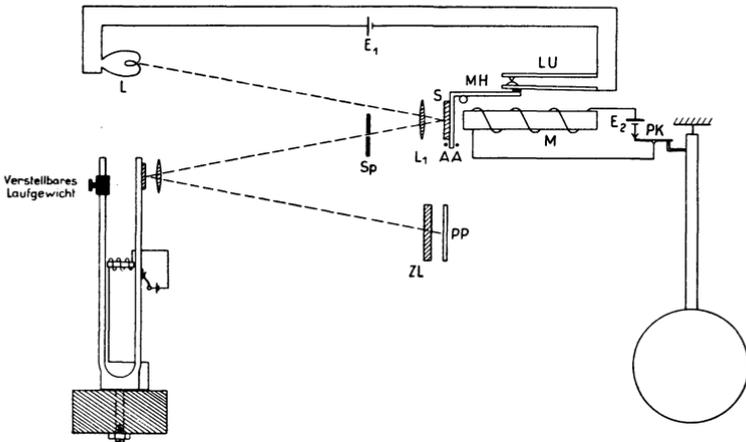


Fig. 3. Schematische Versuchsanordnung

photographischen Koinzidenzverfahren\*) [s. Zeitschr. f. Geophys. 5, 148 (1931)] zur Bestimmung der Schwingungsdauer von frei schwingenden Pendeln verwandt wurde. Wie aus Fig. 3 hervorgeht, ist gegenüber der früheren Anordnung das frei schwingende Pendel durch eine Kontaktstimmgabel ersetzt worden. Der Pendelkontakt PK unterbricht und schließt alle 2 sec den Stromkreis durch den Magneten M. Im gleichen Rhythmus wird der Spalt Sp kurz beleuchtet, dessen Bild entsprechend der jeweiligen Phase der Stimmgabelschwingung über die Zylinderlinse ZL auf die photographische Platte PP abgebildet wird. Entsprechend der Anordnung in der Fig. 3 kann man dafür sorgen, daß der Koinzidenzblitz, der bei Schließung des Magnetstromkreises entsteht, ausgeblendet wird. Ist das Frequenzverhältnis  $n$  der Uhr und der Stimmgabel nur wenig von einer ganzen Zahl ver-

\*) Genaue Beschreibung der Apparatur in Gerlands Beiträgen zur Geophysik, Ergänzungshefte für angewandte Geophysik 2, (1931), Heft 2/3.

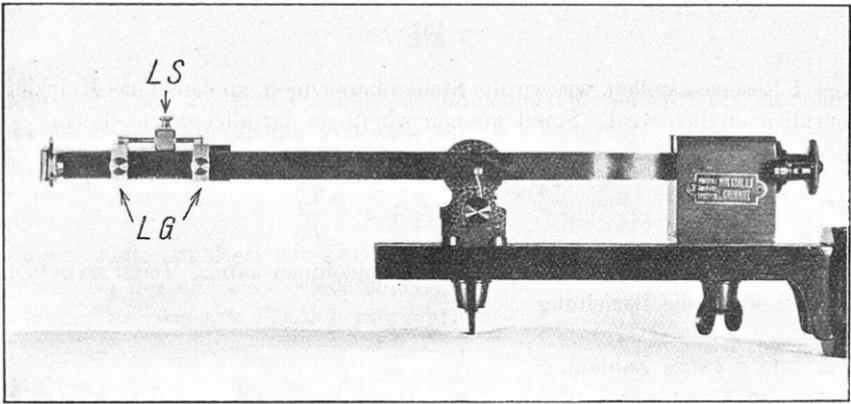


Fig. 4. Stimmgabel mit Laufgewicht (LG) und feinverstellbarer Luftschraube (LS)

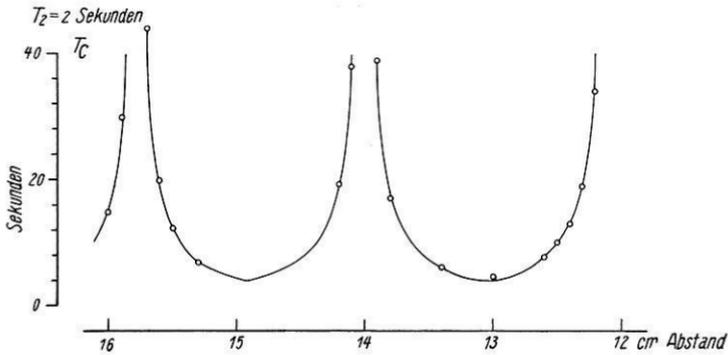


Fig. 5 a. Abhängigkeit des Koizidenzintervalles vom Abstand des Laufgewichtes

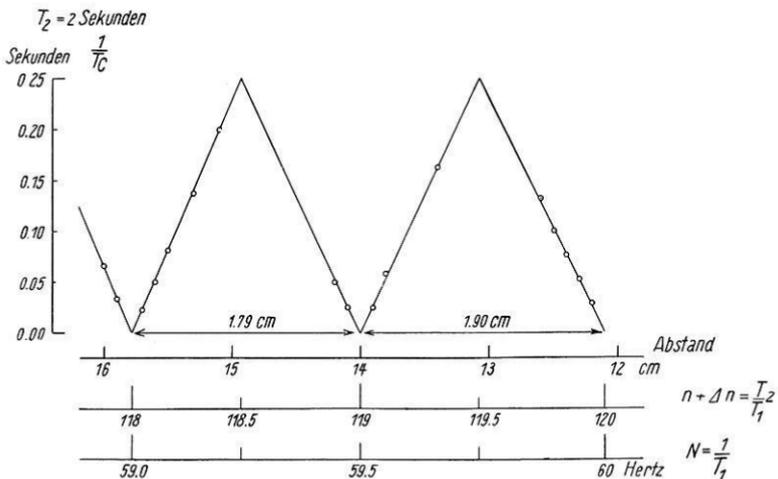


Fig. 5 b. Abhängigkeit des reziproken Koizidenzintervalles vom Abstand des Laufgewichtes bzw. von der Frequenz der Stimmgabel

schieden, so behalten wir bei einer Bewegung der photographischen Platte senkrecht zur Zeichnungsebene genau solche Koinzidenzkurven, wie bei der Verwendung von frei schwingenden Pendeln mit entsprechend abgestimmten Schwingungsdauern.

Eine Änderung der Schwingungsdauer der Stimmgabel und damit des Koinzidenzintervalls läßt sich nun sehr einfach dadurch bewirken, daß man ein an der Stimmgabel angebrachtes Laufgewicht in kleinen Grenzen verschiebt. Dieses Laufgewicht ist in Fig. 4 zu sehen. Man kann größere Frequenzänderungen durch Verschieben des ganzen Laufgewichtes bewerkstelligen, während man kleine Veränderungen durch Drehen der feinverstellbaren Laufschaube *LS* hervorrufen kann.

In Fig. 5a ist eine solche experimentell aufgenommene Kurve wiedergegeben. Als Abszisse ist der Abstand des Laufgewichtes *LG* von der Schraube der Kontakt-

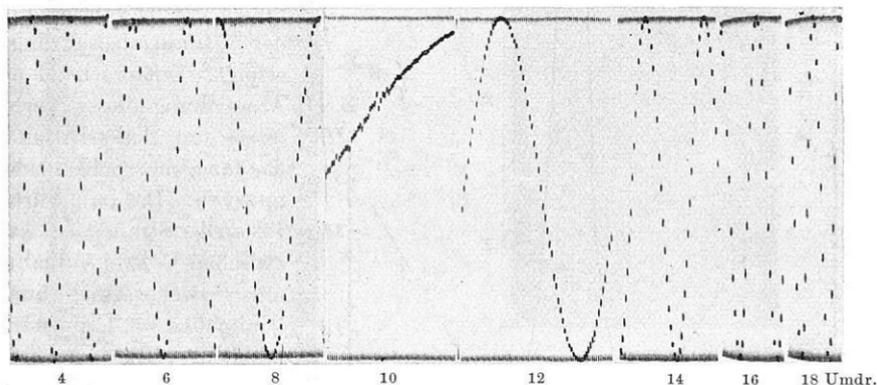


Fig. 6. Änderung des Koinzidenzintervalles durch Verschieben des Laufgewichtes

feder der Stimmgabel und als Ordinate das mit der Stoppuhr gemessene Koinzidenzintervall aufgetragen. Dabei ist es, wie Fig. 5b zeigt, vorteilhaft, als Ordinate das reziproke Koinzidenzintervall aufzutragen, weil man dadurch das Unendlichwerden der Kurve vermeidet. Der reziproke Wert des Koinzidenzintervalles gibt direkt den Frequenzunterschied. Das Frequenzverhältnis  $n = T_2/T_1$  wurde experimentell durch direkte Registrierung der Stimmgabelschwingungen ermittelt und betrug bei einem Abstand des Laufgewichtes von 14 cm gleich 119. Aus Fig. 5b geht weiter hervor, daß die Schwingungsdauer sich nicht proportional mit dem Abstand des Laufgewichtes ändert.

Fig. 6 zeigt die Aufnahmen von einigen Koinzidenzkurven, wobei das Verhältnis  $n = 120$  betrug.

Über die Entstehung der Kurven in Fig. 6 sei noch folgendes zum näheren Verständnis gesagt. Der Pendelkontakt *PK* der Uhr war symmetrisch eingestellt, d. h. es brannte die Lampe *L* in Fig. 3 je eine Sekunde, um dann

wieder eine Sekunde zu verlöschen. Beim Brennen der Lampen wird durch Nebenlicht die Stimmgabelschwingung als Linie\*) abgebildet, die in dieser Zeit  $2n$  mal durchlaufen wird (Hin- und Rückweg einzeln gerechnet). Wenn der vom Magneten  $M$  angezogene Spiegel bei Öffnung des Pendelkontaktes losgelassen wird, erhält der Spalt  $Sp$  einen Moment Licht, was sich als Koinzidenzblitz auf

der photographischen Platte auswirkt. Beträgt das Frequenzverhältnis zwischen der Beleuchtung des Spaltes und der Stimmgabelschwingung genau eine ganze Zahl, dann wird die Koinzidenzkurve eine gerade Linie, weil die Beleuchtung des Spaltes immer bei der gleichen Phase der Stimmgabelschwingung erfolgt. Entsprechend einer Abweichung dieses Verhältnisses um  $\Delta n$  erhalten wir das dazugehörige Koinzidenzintervall. Die Laufschaube  $LS$  an der Stimmgabel wurde zwischen je zwei Aufnahmen um zwei Umdrehungen (Ganghöhe = 1 mm) verschoben. Die Auswertung von Fig. 6 zeigt Fig. 7, woraus sowohl die Abhängigkeit des Koinzidenzintervalls als auch dessen reziproker Wert von der Frequenz ersichtlich ist.

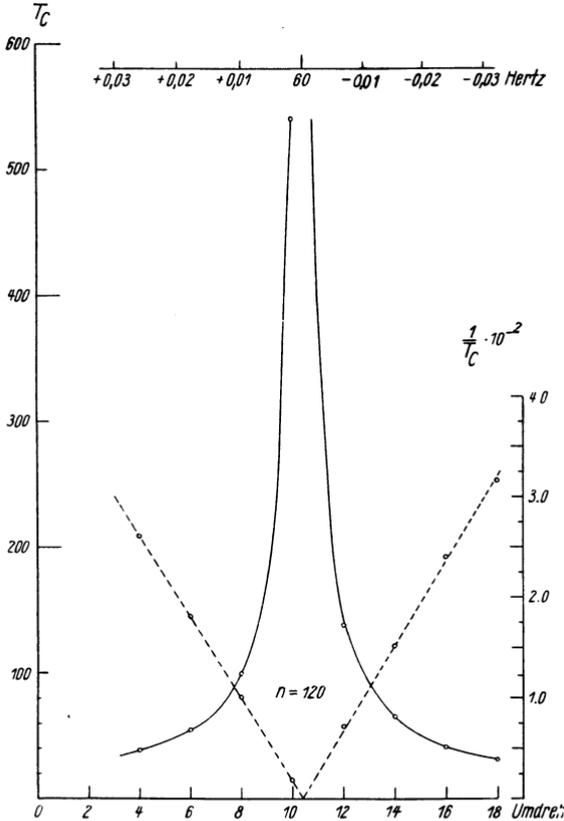


Fig. 7. Auswertung von Fig. 6

Bei einer weiteren Versuchsreihe wurden die Koinzidenzkurven in der Umgebung von  $n = 118.5$  aufgenommen. Diese Koinzidenzkurven gibt Fig. 8\*\*) wieder. Die Laufschaube wurde dabei in Fig. 8a jedesmal fünf-, in Fig. 8b entsprechend zweimal herumgedreht. Wir erhalten jetzt bei  $n = 118.5$  nicht mehr eine, sondern zwei Koinzidenzkurven, da alle 4 sec oder nach viermal 59.25 Schwingungen dieselbe Phase wiederkehrt.

\*) In den Fig. 6 und 8 nur an den Amplitudenenden zu sehen.

\*\*) Über die Gründe des Herausfallens einiger Punkte bei den registrierten Kurven folgt eine besondere Mitteilung.

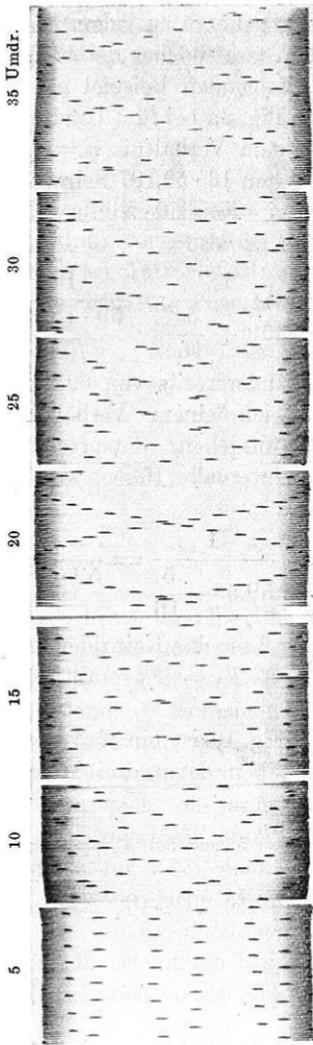


Fig. 8 a

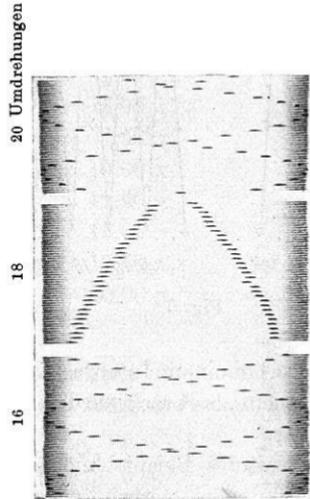


Fig. 8 b

Im übrigen sind in Fig. 8 a und 8 b die Koinzidenzintervalle und Schwingungsdauern die folgenden:

Um- drehungen	$T_C$ sec	$N_1$		Um- drehungen	$T_C$ sec	$N_1$	
5	5.34	59.1875	Fig. 8 a	16	4.15	59.241	Fig. 8 b
10	4.72	59.212		18	4.00	59.250	
15	4.24	59.236		20	4.17	59.260	
20	4.12	59.257					
25	4.59	59.282					
30	5.14	59.305					
35	5.78	59.323					

Wie wir sehen und wie aus Fig. 2a hervorgeht, gehören zu jedem Frequenzverhältnis  $n$  zwei Koinzidenzintervalle, je nachdem von welcher der beiden Koinzidenzkurven wir ausgehen. Das soll an dem folgenden Beispiel näher ausgeführt werden. Zu diesem Zwecke ist ein Teil von Fig. 8a bei fünf Umdrehungen in Fig. 9 vergrößert gezeichnet. Gehen wir von dem Verhältnis  $n = 118$  aus, so entsprechen  $16 \cdot 59.187$  Schwingungen gleich drei Koinzidenzintervallen in 16 sec. Es ist also

$$T_1 = \frac{1}{59 + \frac{3}{16}} = \frac{1}{59.1875}$$

Wenn wir andererseits von 59.5 Schwingungen gleich einem Verhältnis von  $n = 119$  ausgehen, entsprechen fünf Koinzidenzintervalle 16 sec, woraus sich ebenfalls

$$T_1 = \frac{1}{59.5 - \frac{5}{16}} = \frac{1}{59.1875}$$

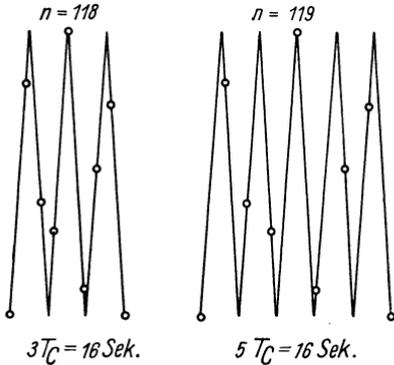


Fig. 9

ergibt. Da bei einem Intervall der Blitze von  $T_2 = 2$  sec das Koinzidenzintervall nicht kleiner als 4 sec werden kann, ist der Wert  $T_C = 16/5$  praktisch nicht realisierbar.

Ein weiteres Beispiel möge noch folgen. In Fig. 10 ist ein Teil der Fig. 8 (35 Umdrehungen) vergrößert gezeichnet. Wir haben darin drei Koinzidenz-

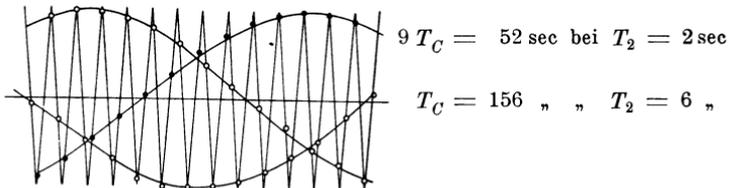


Fig. 10

kurven, wobei der Abstand je zweier Punkte derselben Kurve  $T_2 = 6$  sec beträgt. Benutzen wir die Formel (6), so müssen wir für  $N = 59$ ,  $z = 2$  und für  $T_C = 156$  sec einsetzen. Wir erhalten dann

$$T_1 = \frac{1}{59 + 0.333 - 0.006} = \frac{1}{59.327} \text{ sec.}$$

Verwenden wir die Formel (5), dann ist  $T_2 = 2$ ,  $n = 119$  und  $T_C = 5.28$  zu setzen. Somit bekommen wir in diesem Falle

$$T_1 = \frac{1}{59.5 - 0.173}$$

Zum Schluß sei besprochen, wie die Verhältnisse bei einem  $1/2.5$ -Sekundenpendel ( $T = 1/1.25$  sec) liegen. Nach Formel (6) erhalten wir:

$$T_1 = \frac{1}{1 + 0.25 \pm \frac{1}{T_C}}$$

d. h.  $z/T_2$  muß  $= 0.25$  sein. Die kleinsten dafür möglichen Zahlen sind  $z = 1$ ,  $T_2 = 4$ , d. h. wir erhalten eine Koinzidenzkurve, wenn  $T_2 = 4$  sec beträgt.

Von dieser Tatsache kann man sich natürlich auch so überzeugen, daß man die Zeitintervalle ins Auge faßt, nach denen die Schwingung dieselbe Phase hat.

Nach 1 sec . . . . .	$\varphi = 2.50 \pi$ ,
„ 2 „ . . . . .	$\varphi = 5.00 \pi$ ,
„ 3 „ . . . . .	$\varphi = 7.50 \pi$ ,
„ 4 „ . . . . .	$\varphi = 10.00 \pi$ ,
„ 5 „ . . . . .	$\varphi = 12.50 \pi$ ,
„ 6 „ . . . . .	$\varphi = 15.00 \pi$ ,
„ 7 „ . . . . .	$\varphi = 17.50 \pi$ ,
„ 8 „ . . . . .	$\varphi = 20.00 \pi$ .

Nach 4 sec kehrt dieselbe Phase wieder.

In Fig. 11 ist noch eine Aufnahme von Koinzidenzen mit einem  $\sim 1/2.5$ -Sekundenpendel wiedergegeben, wobei wieder die Zeit zwischen zwei aufeinanderfallenden Koinzidenzblitzen  $T_2 = 2$  sec betrug.

Unter Verwendung von Formel (6) können wir auch die anfangs angeschnittene Frage lösen, unter welchen Bedingungen für  $i$  bei einem  $1/i$ -Sekundenpendel einfache Koinzidenzkurven (s. Fig. 6) entstehen. Ist  $T_2 = 1$ , d. h. erfolgt ein Koinzidenzblitz jede Sekunde, so geht (6) über in

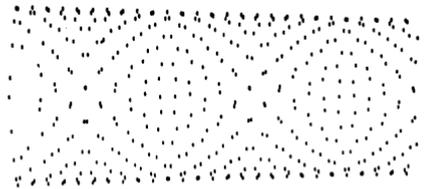


Fig. 11.  
Koinzidenzkurve eines  $1/2.5$  Sekundenpendels

$$T_1 = \frac{1}{N \pm \frac{1}{T_C}} = \frac{1}{\frac{i}{2} \pm \frac{1}{T_C}}$$

weil  $i$  gleich  $2N$  ist, und somit kann  $i$  nur jeden geradzahigen Wert annehmen. Entsprechend bekommen wir bei  $T_2 = 2$  sec die Bedingung, daß  $i$  jeden ganzzahligen Wert haben kann.

Jena, Reichsanstalt für Erdbebenforschung, April 1932.