

Werk

Jahr: 1932

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:8 **Werk Id:** PPN101433392X_0008

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN101433392X_0008 | LOG_0048

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions. Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen Georg-August-Universität Göttingen Platz der Göttinger Sieben 1 37073 Göttingen Germany Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Ein Quecksilberneigungsmesser von hoher Empfindlichkeit

Von H. Haalck, Potsdam — (Mit 8 Abbildungen)

Es wird ein einfacher Quecksilberneigungsmesser von hoher Empfindlichkeit beschrieben. Nach Entwicklung der Theorie und der praktisch möglichen Ausführungsformen werden die Messungsergebnisse mit drei Versuchsmodellen mitgeteilt und die sich daraus ergebenden Schlußfolgerungen erörtert. Es zeigt sich, daß ein kleines Modell von 33 cm Länge schon eine sichere Meßgenauigkeit von etwa \pm $^{1}/_{4}$ Bogensekunden, ein größeres Modell von 60 cm Länge eine Meßgenauigkeit von etwa \pm $^{1}/_{12}$ " besitzt. Da sich die Empfindlichkeit des Quecksilberneigungsmessers mit den Dimensionen beliebig steigern läßt, ohne daß damit auch die fehlerhaften Einflüsse vergrößert werden, so kann man mit einem Instrument von etwa 20 m Länge bereits eine Meßgenauigkeit von \pm 0.0001" erreichen, so daß es bei einer solchen Größe sich gut zur Messung der Ebbe- und Flutbewegung des festen Erdkörpers eignen würde. Außerdem ist es möglich, den Quecksilberneigungsmesser als Nivelliergerät auszubilden, um damit Höhenunterschiede bis auf mindestens 1 μ Genauigkeit zu messen.

Eine der wesentlichsten technischen Aufgaben der geophysikalischen Forschung besteht darin, die vor sich gehenden Veränderungen der Erdgestalt der direkten Messung zugänglich zu machen. Da die Größe der zu messenden Effekte aber sehr nahe bzw. unter der Grenze der mit den schärfsten Mitteln der modernen Physik erreichbaren Meßgenauigkeit liegt, so stellt eine solche Aufgabe die höchsten Anforderungen an die Meßtechnik. Die Verfeinerung der geophysikalischen Meßtechnik muß aber, da sie die Grundlage bildet, auf welcher die Behandlung vieler geophysikalischer Probleme erst aufgebaut werden kann, das nächstliegende Ziel des messenden Geophysikers bilden. Für die periodischen Änderungen der Erdgestalt, der Ebbe- und Flutbewegung des festen Erdkörpers, hat man geeignete Mittel gefunden, einmal in dem Horizontalpendel, mit welchem Schweydar*) eine Meßgenauigkeit bis zu 0.0001" erreichte, andererseits in dem Wasserstandsnivellement, mit welchem Michelson und Gale**) in Amerika bei 150 m Länge der Wasserröhre etwa die gleiche Meßgenauigkeit erreichten. Für die unperiodischen Änderungen, d. h. für die Messung der Bewegungsvorgänge, welche sich gegenwärtig in der starren Gesteinskruste der Erde abspielen und deren Wirkungen im Laufe der Zeit auch in mannigfacher Weise erkennbar werden, sind beide Methoden ungeeignet. Das erstere, weil es einen instrumentell bedingten zeitlichen Gang in den Aufzeichnungen besitzen kann, der sich z. B. bei den Messungen von Schweydar auf rund 0.5 Bogensekunden durchschnittlich in der Woche belief, und daher die zu erwartenden unperiodischen Neigungsänderungen - außer vielleicht in ganz seltenen Fällen - verschleiern würde, das andere, weil es zu umständlich und räumlich zu ausgedehnt ist, als daß

^{*)} W. Schweydar: Veröffentl. d. Zentralbureaus d. intern. Erdmessung, N. F., Nr. 38. Berlin 1921.

^{**)} Phys. Rev. 15, 144 (1920).

es an den verschiedenen in Frage kommenden Punkten angewandt werden kann. Es bleibt für solche Aufgaben nur die Ausführung von Präzisionsnivellements übrig, welche in größeren Zeitabständen wiederholt werden. Diese an sich viel unempfindlichere Methode hat aber den Vorteil, daß sie nicht die Neigungsänderung an einzelnen Punkten der Erde mißt, sondern die Änderung der Niveauunterschiede zwischen in größerer Entfernung voneinander liegender Punktsysteme festzustellen gestattet. Durch solche nach größeren Zeiträumen wiederholte Präzisionsnivellements hat man z.B. die allmähliche Senkung des außeralpinen Gebietes von Frankreich und die allmähliche Hebung des Gebietes von Schweden-Finnland messen können. Präzisionsnivellements kürzerer Ausdehnung sind besonders wichtig in erdbebenreichen Gebieten und in den Grenzgebieten. in welchen zwei Schollen zusammenstoßen, um Hebungen und Senkungen der Erdschollen zu erforschen. In bergbaulichen Gebieten haben solche Aufgaben, um die durch den unterirdischen Abbau verursachten Bodensenkungen nachzuweisen, auch unmittelbare praktische Bedeutung. Die im Maximum erreichbare Genauigkeit der Präzisionsnivellements ist zurzeit wohl auf $\pm~0.5~\mathrm{mm}$ Schlußfehler pro Kilometer anzuschlagen.

In dem Bestreben, die Meßgenauigkeit für die gekennzeichneten Aufgaben zu erhöhen bzw. rationellere Meßmethoden zu entwickeln, wurden von mir vor einigen Jahren Versuche mit einem Quecksilberneigungsmesser angestellt, die zunächst wegen zu großer Temperatureinwirkungen zu keinem günstigen Resultat führten. Die kürzlich unter neuen Gesichtspunkten wieder aufgenommenen Versuche, über deren Ergebnisse ich im folgenden ausführlich berichten möchte, haben sich jedoch als erfolgreich erwiesen*).

1. Theorie des Quecksilberneigungsmessers. Das Prinzip des Instruments ist folgendes: Zwei horizontale, der einfacheren Theorie wegen als kreisrund angenommene Gefäße A_1 und A_2 stehen durch ein kommunizierendes Rohr a mit-



Fig. 1. Prinzip des Quecksilberneigungsmessers

einander in Verbindung (s. Fig. 1); der Abstand ihrer Mitten sei r. Sie seien etwa bis zur Hälfte mit Quecksilber (spezifisches Gewicht = σ) gefüllt; das Quecksilbervolumen werde mit v, die Größe der Oberfläche im Gefäß A_1 mit F_1 , diejenige

^{*)} Auf anderer Basis sind, wie mir nachträglich zur Kenntnis gelangte, bereits früher [s. Amer. Patent Nr. 652078 von F. Cable, 1900, Fr. Kühnen, Veröffentl. d. Preuß. Geod. Inst., N. F., Nr. 37 (1908)] Versuche mit kommunizierenden, Quecksilber enthaltenden Gefäßen ausgeführt worden, die aber, da die Ablesungsvorrichtungen mit zu großen Fehlerquellen behaftet waren, erfolglos geblieben sind.

im Gefäß A_2 mit F_2 bezeichnet. Beide Quecksilberspiegel sind von einer spezifisch leichteren Flüssigkeit (Volumen v_1 bzw. v_2 , spezifisches Gewicht σ_1 bzw. σ_2) überdeckt, welche bis in eine am oberen Ende offene Kapillare vom Querschnitt q hineinragt. Die Kapillaren führen senkrecht aus den Gefäßen heraus bis zu einem Knick O_1 bzw O_2 und haben von diesem Knick an einen Erhebungswinkel α_1 bzw. α_2 gegen die Horizontalebene. Die azimutalen Richtungswinkel der Kapillaren seien β_1 bzw. β_2 von der Achse r der beiden Gefäßmitten an positiv nach derselben Seite hin (d. i. die rechte Kapillare im Uhrzeiger-, die linke in entgegengesetztem Uhrzeigersinne) gerechnet. Der Abstand der Flüssigkeitsmenisken von den Punkten O_1 bzw. O_2 seien x_1 bzw. x_2 . Die vertikalen Abstände der Quecksilberoberflächen F_1 und F_2 und der Punkte F_1 und F_2 und der Punkte F_1 und F_2 und der Punkte F_2 und F_3 und F_4 und $F_$

Ist kein hydrostatisches Gleichgewicht vorhanden, so ist der Unterschied p in dem Druck, mit dem die beiden Flüssigkeitssäulen auf der Niveaufläche lasten: $p = b_1 + z_1 \sigma + (x_1 \sin \alpha_1 + y_1 - z_1) \sigma_1 - \{b_2 + z_2 \sigma + (x_2 \sin \alpha_2 + y_2 - z_2) \sigma_2\}$, (1) wo b_1 und b_2 die auf den betreffenden Flüssigkeitsmenisken lastenden Luftdrucke bedeuten.

Für differentielle Änderungen*) folgt:

$$dp = db_{1} + \sigma dz_{1} + d\sigma \cdot z_{1} + \sigma_{1} (dx_{1} \sin \alpha_{1} + d\alpha_{1}x_{1} \cos \alpha_{1} + dy_{1} - dz_{1}) + (x_{1} \sin \alpha_{1} + y_{1} - z_{1}) d\sigma_{1} - \{db_{2} + \sigma dz_{2} + z_{2}d\sigma + \sigma_{2} (dx_{2} \sin \alpha_{2} + d\alpha_{2}x_{2} \cos \alpha_{2} + dy_{2} - dz_{2}) + (x_{2} \sin \alpha_{2} + y_{2} - z_{2}) d\sigma_{2}\}.$$
(2)

Bezeichnen wir die Temperaturänderung mit t, so sind die Änderungen der spezifischen Gewichte: $d\sigma = -\nu \sigma t$.

$$d\sigma_1 = -\gamma_1 \sigma_1 t, \ d\sigma_2 = -\gamma_2 \sigma_2 t,$$

wobei γ , γ_1 und γ_2 die kubischen Ausdehnungskoeffizienten der betreffenden Flüssigkeiten bedeuten. Der lineare Ausdehnungskoeffizient des Materials, aus welchem das Instrument besteht, sei e; s bedeutet die Entfernung der Gefäßmitte A_2 von dem beliebig in der Achsenrichtung r angenommenen Drehpunkt, wenn das Instrument in der die Achsenrichtung r enthaltenden Vertikalebene geneigt wird um den sehr kleinen Winkel φ , wobei φ positiv gerechnet wird, wenn die linke Seite des Instrumentes — also das Gefäß A_1 — gehoben wird. Es ist dann

$$\begin{split} d\,y_1 &= (s+r)\,\varphi,\\ d\,y_2 &= s\cdot\varphi,\\ v\,\,(\gamma\,\,-3\,e)\,\,t &= F_1[dz_1 - (s+r)\,\varphi] + F_2[dz_2 - s\cdot\varphi],\\ v_1(\gamma_1 - 3\,e)\,t &= -F_1[dz_1 - (s+r)\,\varphi] + qd\,x_1,\\ v_2(\gamma_2 - 3\,e)\,t &= -F_2[dz_2 - s\cdot\varphi] + qd\,x_2; \end{split}$$

^{*)} In der Stellung x_1 und x_2 der Menisken sind die Änderungen nicht mehr differentiell; der Einfachheit halber habe ich auch hierfür das Differentialzeichen beibehalten.

daraus folgt:

$$q(dx_1 + dx_2) = t \{v\gamma + v_1\gamma_1 + v_2\gamma_2 - 3e(v + v_1 + v_2)\}.$$

Die Neigungsänderung $d\alpha_1$ bzw. $d\alpha_2$ der Meßkapillaren ist je nach der Größe des Winkels β_1 bzw. β_2 abhängig von der Neigung φ des Apparates in der Achsenrichtung und der Neigung senkrecht zu dieser Ebene, die mit ψ bezeichnet werde (positiv gerechnet, wenn die hintere Seite in Fig. 1 gehoben wird):

$$d\alpha_1 = -\varphi \cos \beta_1 + \psi \sin \beta_1,$$

$$d\alpha_2 = \varphi \cos \beta_2 + \psi \sin \beta_2.$$

Unter Berücksichtigung dieser einzelnen Beziehungen ergibt sich aus Gleichung (2):

$$d p = d b_{1} - d b_{2} + \varphi \left\{ r \sigma - \sigma_{1} x_{1} \cos \alpha_{1} \cos \beta_{1} - \sigma_{2} x_{2} \cos \alpha_{2} \cos \beta_{2} \right\}$$

$$+ \psi \left\{ \sigma_{1} x_{1} \cos \alpha_{1} \sin \beta_{1} - \sigma_{2} x_{2} \cos \alpha_{2} \sin \beta_{2} \right\}$$

$$+ d x_{1} \left\{ \frac{q}{F_{1}} (\sigma - \sigma_{1}) + \sigma_{1} \sin \alpha_{1} \right\} - d x_{2} \left\{ \frac{q}{F_{2}} (\sigma - \sigma_{2}) + \sigma_{2} \sin \alpha_{2} \right\}$$

$$+ t \left\{ (\sigma - \sigma_{2}) \frac{v_{2}}{F_{2}} (\gamma_{2} - \beta e) - (\sigma - \sigma_{1}) \frac{v_{1}}{F_{1}} (\gamma_{1} - \beta e) - (z_{1} - z_{2}) \gamma \sigma \right\}$$

$$- (x_{1} \sin \alpha_{1} + y_{1} - z_{1}) \gamma_{1} \sigma_{1} + (x_{2} \sin \alpha_{2} + y_{2} - z_{2}) \gamma_{2} \sigma_{2}.$$
Diese Beziehung stellt die Grundgleichung für den Quecksilberigungs messen der der hedoutet also den Druck welcher die Elizeigkeit gegen

Diese Beziehung stellt die Grundgleichung für den Quecksilberneigungsmesser dar. dp bedeutet also den Druck, welcher die Flüssigkeit gegen die ihrer Bewegung entgegenwirkenden Reibungskräfte in die neue Gleichgewichtslage zu bringen sucht; ist dp=0, so ist die neue Lage des hydrostatischen Gleichgewichtes erreicht. db_1 und db_2 kann man — außer in ganz besonderen Fällen (vgl. S. 262) — gleich Null setzen.

Die Sicherheit und Genauigkeit, mit welcher die Flüssigkeitsmenisken sich nach einer Neigung des Instrumentes in die neue Lage des hydrostatischen Gleichgewichtes einstellen, ist um so größer, je größer die Druckkraft, welche die Flüssigkeiten in die neue Ruhelage zu bringen sucht, im Verhältnis zu den ihr entgegenwirkenden Reibungskräften ist. Die letzteren sind theoretisch nicht zu erfassen; im wesentlichen werden sie ihren Sitz in den Kapillaren, im besonderen an den Menisken haben; und zwar wird eine verschieden große Kraft dazu erforderlich sein, je nachdem, ob der Meniskus zurück oder vorwärts bewegt wird, im letzten Falle auch noch je nachdem, ob die Wandung schon vorher durch die Flüssigkeit benetzt oder noch trocken ist (vgl. S. 268).

Man kann nun auf dieser theoretischen Grundlage verschiedene praktische Formen des Neigungsmessers konstruieren, je nach dem Zweck, zu dem er Verwendung finden soll. Die technische Aufgabe besteht einmal darin, eine möglichst große Empfindlichkeit zu erzielen, ferner die unvermeidlichen Fehlereinflüsse auf ein Minimum zu halten, drittens die Handhabung bzw. die Transportfähigkeit des Instrumentes möglichst einfach zu gestalten.

2. Mögliche Ausführungsformen. a) Quecksilberlibelle. Die einfachste Form erhält der Neigungsmesser, wenn man beide Quecksilberoberflächen mit der gleichen Flüssigkeit überdeckt und das Instrument möglichst vollkommen symmetrisch macht.

Für

$$egin{aligned} eta_1 &= eta_2 &= eta, & z_1 &= z_2 \ \gamma_1 &= \gamma_2, & lpha_1 & \mathrm{und} & lpha_2 &= \mathrm{sehr} & \mathrm{kleine} & \mathrm{Winkel}, \ \sigma_1 &= \sigma_2, & v_1 &= v_2, \ y_1 &= y_2, & F_1 &= F_2 &= F, \end{aligned}$$

wird die Gleichung (3):

$$\varphi \{r.\sigma - \sigma_{1}(x_{1} + x_{2})\cos\beta\} + \psi.\sigma_{1}(x_{1} - x_{2})\sin\beta
= (dx_{2} - dx_{1})\frac{q}{F}(\sigma - \sigma_{1}) + \sigma_{1}(\alpha_{2} dx_{2} - \alpha_{1} dx_{1}) \}$$
(4)

(auf der linken Seite der Gleichungen überwiegt das erste Glied $\varphi \sigma r$ die beiden anderen Glieder um ein Vielfaches).

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, daß man die Empfindlichkeit des Instrumentes je nach Neigung α der Meßkapillaren nach Belieben variieren kann.

Erste Form: Praktisch läßt es sich am besten dadurch ausführen, daß man $\beta_1 = \beta_2 = 90^0$ wählt; in diesem Falle braucht man das Instrument nur mit einer Querlibelle zu versehen und diese zu der Neigung der Meßkapillaren je nach der gewünschten Empfindlichkeit einzustellen. Gleichzeitig verhindert diese Querlibelle, daß ein Fehler durch die Querneigung ψ , welche nach Gleichung (4) einen Einfluß auf die Stellung der Flüssigkeitsmenisken ausübt, verursacht wird. Die obige Formel für den Quecksilberneigungsmesser, den man in dieser Form am besten als Quecksilberlibelle bezeichnet, wird dann (für $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$):

$$\varphi = (dx_2 - dx_1) \frac{\frac{q}{F}(\sigma - \sigma_1) + \alpha \sigma_1}{r \cdot \sigma} - \psi \sigma_1 \frac{x_1 - x_2}{r \cdot \sigma} \cdot \cdot \cdot \cdot (5a)$$

Zweite Form: Wählt man dagegen $\beta_1=\beta_2=0$ — d. h. die Meßkapillaren in Richtung der Achsenlinie a—, so besteht nicht mehr— außer wenn das kommunizierende Rohr durch eine Schlauchverbindung ersetzt würde— die Möglichkeit, die Empfindlichkeit zu variieren; man hat aber dafür den Vorteil, daß eine Querneigung ψ keinen Einfluß mehr auf die Stellung der Menisken ausüben kann.

Formel (4) wird in diesem Falle:

$$\varphi = (d x_2 - d x_1) \frac{\frac{q}{F} (\sigma - \sigma_1)}{r \cdot \sigma - \sigma_1 (x_1 + x_2)} + \frac{\sigma_1 (\alpha_2 d x_2 - \alpha_1 d x_1)}{r \cdot \sigma - \sigma_1 (x_1 + x_2)} \cdot \cdot \cdot (5 b)$$

Am vorteilhaftesten für, die Sicherheit der Messungen ist es, wenn das Instrument so justiert (vgl. S. 270) wird, daß die beiden Meßkapillaren genau die gleiche Neigung ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$) besitzen. Richtet man es bei den Messungen — mittels der unten beschriebenen Verstellvorrichtung — so ein, daß $dx_2 = -dx_1 = dx$ wird, so vereinfacht sich die Formel zu:

$$\varphi = dx \cdot 2 \frac{\frac{q}{F} (\sigma - \sigma_1) + \alpha \sigma_1}{r \cdot \sigma - \sigma_1 (x_1 + x_2)} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (5c)$$

Die Meßkapillaren werden am zweckmäßigsten dicht nebeneinander angeordnet, und die Messungen mit Hilfe der Verstellvorrichtung stets so ausgeführt, daß die beiden Menisken sehr genau auf gleicher Höhe stehen. Dann ist ohne weiteres $dx_2 = -dx_1$, und der Ausdruck $x_1 + x_2$ im Nenner bedeutet die Länge einer Meßkapillaren.

Der Einfluß von Temperaturänderungen geht in beiden Fällen nicht in die Messungen ein, nur Temperaturungleichheiten zwischen den beiden Seiten des Apparates können eine Fehlerquelle bei den Messungen bilden. Wegen der Ausdehnung der Flüssigkeiten hat eine Temperaturänderung des Instrumentes aber zur Folge, daß die Menisken aus dem Meßbereich der beiden Kapillaren heraustreten und infolgedessen eine Ablesung erst möglich ist, wenn einige Tropfen Flüssigkeit eingefüllt bzw. herausgenommen werden. Da aber eine gleichmäßige Hebung der beiden Quecksilberoberflächen ohne Einfluß auf die Messung ist [es geht nur die Differenz $dx_2 - dx_1$ in die Gleichungen (5) ein], so kann man eine Vorrichtung anbringen, mit Hilfe deren beide Quecksilberspiegel (bzw. beide Flüssigkeitsmenisken) gleichmäßig gehoben und gesenkt werden können. Eine solche Vorrichtung zeigen die Fig. 3, 4, 5, und 7. Das Verbindungsrohr a ist mit einem ebenfalls teilweise mit Quecksilber gefüllten Zylinder verbunden, durch welchen mit Hilfe eines verschiebbaren Kolbens mehr oder weniger Quecksilber in das Rohr a gedrückt bzw. herausgezogen werden kann.

Für den Transport gesichert wird der Neigungsmesser dadurch, daß man durch Hineinschrauben des Kolbens E die Flüssigkeit in die Kugeln F_1 bzw. F_2 drückt (s. Fig. 3), bis das Quecksilber in die Kapillaren dringt. In diesem Falle tritt keine Bildung von Kügelchen durch die Erschütterung des Transportes ein, und durch einfaches Zurückschrauben des Kolbens E kann das Instrument wieder zur Messung eingestellt werden.

Doppelform: Unter gewissen Umständen kann, um den fehlerhaften Einfluß von Temperaturänderungen möglichst gering zu halten, eine Doppelform des Quecksilberneigungsmessers vorteilhaft sein. Fig. 2a zeigt das Prinzip einer solchen Doppelform. Von den Gefäßen des einen Instrumentes ist nur in dem Gefäß A_2 das Quecksilber mit der leichten Flüssigkeit überdeckt, ebenso von dem zweiten Instrument nur das dicht neben dem letzteren liegende Gefäß A_1' . Die oberen freien Enden der beiden Kapillaren sind miteinander durch ein enges Rohr verbunden. Der in dem Raum über den beiden Flüssigkeitsmenisken herr-

schende Gasdruck wirkt auf beide Menisken stets in gleichem Maße. Da es sich nur um ein sehr kleines Gasvolumen handelt, ist die Verschiebung der Menisken bei sich ändernder Temperatur nur sehr gering. In diesem Falle wird bei vollkommen symmetrischem Bau des Instruments die Gleichung (3), wenn die Flüssigkeiten die Lage des hydrostatischen Gleichgewichts angenommen haben (d. h. dp = 0):

$$\begin{split} & \varphi \left\{ 2\,r\,\sigma - \sigma_1 \left(x_2 \cos\alpha_2 \cos\beta_2 + x_1' \cos\alpha_1' \cos\beta_1' \right) \right\} \\ & + \psi\,\sigma_1 \left\{ x_1' \cos\alpha_1' \sin\beta_1' - x_2 \cos\alpha_2 \sin\beta_2 \right\} \\ & - d\,x_2 \left\{ \frac{q}{F_2} \left(\sigma - \sigma_1 \right) + \frac{q}{F_1} \sigma + \sigma_1 \sin\alpha_2 \right\} \\ & + d\,x_1' \left\{ \frac{q}{F_2} \left(\sigma - \sigma_1 \right) + \frac{q}{F_1} \sigma + \sigma_1 \sin\alpha_1' \right\} \\ & + t\,\gamma_1 \sigma_1 \left(x_2 \sin\alpha_2 - x_1' \sin\alpha_1' \right) = 0. \end{split}$$

Es bleibt in diesem Falle, wenn man numerische Werte einsetzt, ein sehr kleiner Temperatureinfluß übrig. Dieser verschwindet völlig für $\alpha_1' = \alpha_2 = 0$, d. h. wenn die Meßkapillaren genau horizontal gerichtet sind. Wird hierauf be-

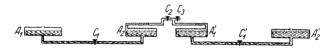


Fig. 2 a. Quecksilberlibelle (Doppelform, Meßkapillaren in Achsenrichtung)

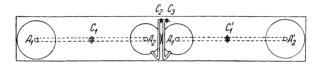


Fig. 2b. Quecksilberlibelle (Doppelform, Meßkapillaren quer zur Achsenrichtung, von oben gesehen)

sonderer Wert gelegt, so fällt damit die Möglichkeit fort, die Empfindlichkeit des Neigungsmessers zu variieren; in diesem Falle ist es, damit auch der Einfluß der Querneigung ψ fortfällt, zweckmäßig, $\beta_1' = \beta_2 = 0$ (oder = 180°) zu wählen. Es wird dann:

$$\varphi = (d x_2 - d x_1') q \frac{\frac{\sigma - \sigma_1}{F_2} + \frac{\sigma}{F_1}}{2 r \sigma - \sigma_1 (x_2 + x_1')} \cdot \dots$$
 (6 a)

Wählt man dagegen $\beta_1 = \beta_2 = 90^{\circ}$ — d. h. die Meßkapillaren quer zur Achse des Instrumentes gestellt —, wie es Fig. 2b zeigt, so gilt die Formel:

$$\varphi = (dx_2 - dx_1') \frac{\frac{q}{F_2} (\sigma - \sigma_1) + \frac{q}{F_1} \sigma + \sigma_1 \alpha}{2 r \sigma} - \psi \frac{\sigma_1(x_1' - x_2)}{2 r \sigma} - t \frac{\gamma_1 \sigma_1(x_2 - x_1')}{2 r \sigma} (6 b)$$

b) Quecksilbernivellierapparat. Da eine gleichmäßige Hebung oder Senkung der beiden Quecksilberspiegel das Messungsergebnis nicht beeinflußt, ist es — wenn eine Verstellvorrichtung vorhanden ist — nicht nötig, daß das Rohr a aus starrem Material besteht, sondern es kann, wie Fig. 3 zeigt, durch eine Schlauchverbindung ersetzt werden. Dieser Umstand ermöglicht es, den Queck-



Fig. 3. Prinzip des Quecksilbernivelliergeräts

silberneigungsmesser als einen Nivellierapparat hoher Empfindlichkeit — der Methode des Schlauchnivellements entsprechend — auszubilden. Nehmen wir z. B. folgende Dimensionen an (in cgs-Einheiten):

so folgt aus Gleichung (5):

$$r \cdot \varphi = 1.9 \cdot 10^{-4} \, \mathrm{cm}$$

(das zweite Glied in dem Faktor von φ kann als unwesentlich vernachlässigt werden); d. h. eine Verschiebung von 1 cm in der Stellung jedes einzelnen Flüssigkeitsmeniskus bedeutet eine vertikale Verschiebung der beiden Quecksilbergefäße A_1 und A_2 um fast $0.4~\mu$ relativ zueinander!

Es fragt sich nur, ob der Einfluß der Fehlerquellen diese außerordentlich hohe Empfindlichkeit — welche sich durch Vergrößerung der Fläche F noch beträchtlich steigern läßt — nicht illusorisch macht. Als Fehlerquellen kommen in Frage: 1. die Reibungs- und Kapillaritätskräfte der Flüssigkeit, 2. Temperaturungleichheiten zwischen den beiden Teilen des Instruments.

Der Einfluß der ersteren läßt sich experimentell feststellen; er liegt aber nach dem Ergebnis der Versuchsmessungen (vgl. S. 264/266) innerhalb des Genauigkeitsbereichs. Der Einfluß eines Temperaturunterschiedes von 1°C zwischen den beiden Teilen A_1 und A_2 des Instruments ergibt sich mit den angegebenen Werten nach Gleichung (3) zu:

$$r \cdot \varphi = 5 \cdot 10^{-4} \, \mathrm{cm}.$$

Um diesen fehlerhaften Einfluß nach Möglichkeit gering zu halten, könnte man — falls die Temperatur von A_1 und A_2 nicht durch eine mit Eis und Wasser gefüllte Hülle sehr genau konstant gehalten wird — den Temperatureinfluß empirisch feststellen und bei den Messungen in Rechnung setzen. Beides wäre jedoch für

einen im Gelände arbeitenden Nivellierapparat zu umständlich, als daß es praktisch in Frage käme. Wenn ein Wärmeschutzmantel gegen schnelle Temperaturschwankungen schützt, ist es aber auch ohne große Schwierigkeit möglich, Temperaturänderungen von mehr als $^{1}/_{10}$ °C während einer Messung auszuschalten (direkte Sonnenstrahlung muß natürlich vermieden werden). Noch weniger ist der fehlerhafte Einfluß der Temperatur zu befürchten, wenn das Gefäß A_1 unverändert an einem Festpunkt $P_{\mathbf{0}}$ gehalten, das Gefäß $A_{\mathbf{2}}$ aber von einem Punkt $P_{\mathbf{1}}$ nach einem anderen Punkt P2 verschoben wird. In die Messung des Niveauunterschiedes von P₁ und P₂ geht dann nur die Temperaturänderung ein, welche die beiden Gefäße A_1 und A_2 während der Zeit des Verschiebens von P_1 nach P_2 erfahren. Diese spielt aber, wenn das Instrument mit einem guten Wärmeschutzmantel versehen ist, keine Rolle. Die Länge der Schlauchverbindung (in Frage kommt ein Schlauch von mindestens 5 bis 6 mm innerer Weite) kann beliebig gewählt werden, doch sind hier naturgemäß aus Gründen der praktischen Handhabung Grenzen gesetzt.

Zusammengefaßt kann man also sagen, daß es mit dem Quecksilbernivellierapparat ohne große Schwierigkeit möglich sein wird, den Höhenunterschied zwischen zwei Punkten in einfacher und schneller Weise mit einer Genauigkeit von mindestens 0.001 cm — wahrscheinlich sogar noch mit größerer Genauigkeit — sicher zu messen.

- **3. Praktische Versuchsergebnisse.** Um die Verwendbarkeit des Quecksilberneigungsmessers praktisch zu erproben, wurden drei Versuchsmodelle folgender Art hergestellt:
- a) Quecksilberlibelle erster Form (Fig. 4). Für dieses Instrument gilt also Gleichung (5a); die Dimensionen sind folgende (in cgs-Einheiten):

b) Quecksilberlibelle zweiter Form (Fig. 5). Für diese Form gilt Gleichung (5b); es hat folgende Größen:

Länge des gesamten Instruments = 33 cm, Breite = 8.5 cm. Die beiden Ablese-kapillaren liegen nebeneinander; ihre Länge beträgt 22 cm.

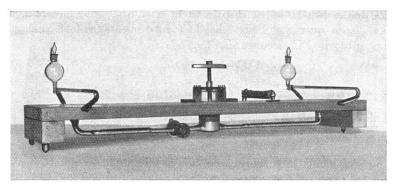


Fig. 4. Modell erster Form

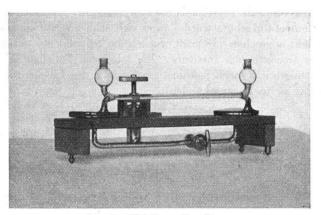


Fig. 5. Modell zweiter Form

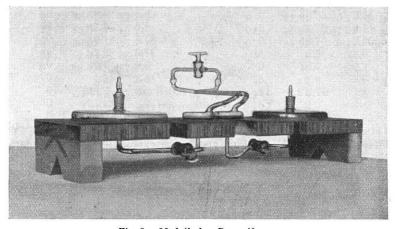


Fig. 6. Modell der Doppelform

c) Quecksilberlibelle, Doppelform (Fig. 6). Da bei diesem Modell die Ablesekapillaren quer zur Längsachse des Instruments gestellt sind, gilt die Gleichung (6b); die Dimensionen sind folgende:

$$\begin{split} F_1 &= F_2' = 158 \\ F_2 &= F_1' = 25.5 \\ q &= 0.01 \\ r &= 15.5 \\ v &= 198 \\ \text{(Toluol)} \ v_1' &= v_2 &= 7. \end{split}$$

Länge des gesamten Instruments = 58 cm, Breite = 16 cm. Länge der Ablese-kapillaren = 12 cm.

Alles Instrumente sind auf einem flachen Holzbrett befestigt; das kommunizierende Rohr a ist durch einen Hahn unterbrochen, um die Möglichkeit zu haben, das Quecksilber bzw. die Flüssigkeit für den Transport festzulegen. Von einem besonderen Temperaturschutz wurde, da es sich eben nur um einfache Versuchsmodelle handelt, abgesehen. Geprüft wurden die Instrumente auf dem Libellenprüfstand des Geodätischen Instituts. Die folgenden Tabellen zeigen Beispiele von Beobachtungsreihen nach jedesmaliger Neigung des Libellenprüfers, um den gleichen Betrag n (in Bogensekunden):

Instrument 1 (erste Form)

a) Einst geringere H			b) Eins größere l	tellung Empfind		t
x_1	x_2	\boldsymbol{n}	x_1	x_2	n	
16.0	2.4	110	17.65	0.6	12	
1.15	17.2	0	7.7	10.64	0	
15.9	2.4	110	17.6	0.78	12	
1.05	17.15	0	7.7	10.62	0	
15.84	2.32	110	17.58	0.68	12	
0.95	17.1	0	7.73	10.48	0	
15.78	2.32	110	17.7	0.44	12	
1.0	12.12	0	7.73	10.32	0	
15.78	2.34	110	17.64	0.28	12	
1.0	17.08	0	7.73	10.03	0	
			17.58	0.1	12	
			7.73	9.89	0	

Daraus folgt:

a)
$$dx_2 - dx_1 = 29.60 \pm 0.016$$
 für $n = 110''$,
b) $dx_2 - dx_1 = 19.81 \pm 0.041$ für $n = 12''$.

Der Skalenwert \varkappa (d. i. die Neigung in Bogensekunden, welche einer Verschiebung der beiden Menisken um 1 cm relativ zueinander entspricht) ergibt sich daraus zu:

$$\mathbf{x} = \frac{n}{dx_2 - dx_1} = 3.72'' \pm 0.0018'', \qquad \mathbf{x} = 0.606'' \pm 0.0012''.$$

Die Verschiebung je des einzelnen Flüssigkeitsmeniskus um 1 mm bedeutet also eine Neigungsänderung um etwa $^3/_4$ bzw. $^1/_8$ Bogensekunden.

Die Einstellgenauigkeit ε — d. h. der mittlere Fehler einer einzelnen Einstellung nach der Formel

$$\varepsilon = \pm \sqrt{\frac{[v\,v]}{n-1}}$$

beträgt:

$$\varepsilon = \pm 0.048 \, \text{cm} = \pm 0.178'', \qquad \varepsilon = \pm 0.135 \, \text{cm} = \pm 0.082''.$$

Die Beruhigungszeit $T-\mathrm{d.\,i.}$ die Zeitdauer von dem Augenblick einer Verstellung bis zur sicheren Einstellung der Menisken in die neue Ruhelage — betrug:

a) T = innerhalb einer Minute, b) T = etwa 5 Minuten.

Instrument 2 (zweite Form)

\boldsymbol{n}	\boldsymbol{x}	\boldsymbol{n}	\boldsymbol{x}
0	16.65	0	16.50
80	6.15	80	6.00
0	16.60	0	16.40
80	6.10	80	5.95
0	16.55	0	16.45
80	6.05		

 $dx = 10.47 \pm 0.011$ für n = 80". Skalenwert = 7.63" \pm 0.008".

Meßgenauigkeit = ± 0.035 cm = ± 0.27 ".

Beruhigungszeit T = innerhalb einer halben Minute.

Die Messungsreihe läßt einen — vermutlich durch Temperaturveränderung verursachten — zeitlichen Gang von 2 mm = 1.5" während der 10 Minuten Beobachtungsdauer erkennen, der aber bei den Neigungsmessungen selbst herausfällt.

Instrument 3 (Doppelform)

a) Einstellung auf		b) Einstellung auf			
geringere	Empfind	lichkeit	größere	Empfin	dlichkeit
n	x_2	x_1'	n	x_2	x_1'
0	10.8	0.6	0	10.55	2.55
70	1.3	9.8	15	2.75	10.1
0	10.75	0.55	0	10.7	2.35
70	1.25	9.75	15	2.8	10.0
0	10.7	0.6	0	10.7	2.3
70	1.25	9.8	15	2.9	9.9
0	10.7	0.6	0	10.7	2.3
70	1.25	9.8	15	2.9	9.8
0	10.8	0.6	0	10.65	2.25
70	1.3	9.8	15	2.9	9.8
0	10.8	0.6	0	10.6	2.25

 $dx_2 - dx_1' = 18.68 \pm 0.013$ für n = 70'' Skalenwert $\varkappa = 3.75'' + 0.0026''$

Einstellgenauigkeit $\varepsilon = \pm 0.042 \text{ cm}$ = ± 0.16 "

Beruhigungszeit T = innerhalb 1 Min.

 $dx_2 - dx_1' = 15.42 \pm 0.048$ für n = 15'' $\varkappa = 0.974'' \pm 0.0029''$

t

 $\varepsilon = \pm 0.152 \,\mathrm{cm} = \pm 0.15''$

T = etwa 5 Min.

Den bisherigen Versuchen nach können die angegebenen Werte für die Meßgenauigkeit der Neigungsmessungen mit der Quecksilberlibelle als vollkommen gesichert angesehen werden. Die fehlerhaften Einflüsse — d. s. die Temperaturungleichheiten — sind so klein gehalten, daß sie bei den Messungen im Institut während einer Dauer von mehreren Stunden kaum merklich festgestellt werden konnten, obwohl die Instrumente keinen besonderen Temperaturschutz besaßen; nur bei dem Instrument 2 (Äther) ist ein geringer zeitlicher Gang zu beobachten. Würde man die Quecksilberlibelle mit einem Schutz gegen schnelle und ungleiche Temperaturschwankungen versehen, so kann es ohne weiteres als möglich bezeichnet werden, sie im Gelände auch bei direkter Sonnenstrahlung mit der gleichen Genauigkeit zu verwenden, zumal die Messungen verhältnismäßig schnell vor sich gehen, und nur die ungleichen Temperaturänderungen während dieser kurzen Zeitspanne als geringe Fehler in die Messungen eingehen können (vgl. z. B. die Messungen mit Instrument 2).

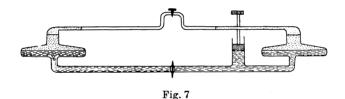
Die Empfindlichkeit des Quecksilberneigungsmessers ist einmal der Größe F der Quecksilberspiegel und ihrem Abstand r proportional, hängt zweitens aber auch von dem Querschnitt q und den Neigungswinkeln α_1 bzw. α_2 der Meßkapillaren ab. Man könnte sie also auf mehrfache Weise ganz nach Belieben steigern; es handelt sich nur darum, die Dimensionen auf ein Minimum zu halten und zu verhindern, daß die Meßgenauigkeit nicht — oder nur in verhältnismäßig geringem Maße — beeinträchtigt wird. Die letztere hängt in erster Linie von den Kapillarkräften ab, ist also eine Frage der Beschaffenheit der Flüssigkeit, des Materials der Wandung, des Querschnitts und der Neigung der Kapillaren. Systematische Untersuchungen in dieser Beziehung, um das günstigste Verhältnis dieser Faktoren herauszufinden, stehen noch aus. Bis jetzt wurden die Versuche ausgeführt mit Toluol (bei Instrument 1 und 3) bei einem Querschnitt von q = 0.02 und q = 0.01 cm² und mit Äther (Instrument 2) bei einem Querschnitt von $q=0.0314~\mathrm{cm^2}$; die Neigung der Meßkapillaren betrug etwa zwischen $\alpha=0^0$ und $\alpha = -\frac{1}{2}$. Soweit die bisherigen Versuche erkennen lassen, stellt sich Äther (Instrument 2) am besten und schnellsten in die Gleichgewichtslage ein, zeigt aber am leichtesten zeitliche — durch Temperatureinflüsse verursachte — Änderungen. Bei Toluol hingegen hindern die Kapillarkräfte oft eine genaue Einstellung. Durch dauerndes Klopfen oder noch besser durch Hin- und Herbewegen der Menisken mittels der Verstellvorrichtung kann man aber die Schnelligkeit und Sicherheit der Einstellung bedeutend verbessern. Wesentlich für sichere Neigungsmessungen mit der Quecksilberlibelle ist die Gleichmäßigkeit des Querschnitts q innerhalb des Ablesebereichs der Kapillaren. Die nebenstehende Versuchsreihe mit Instrument 2 zeigt die Änderung der Einstellung der Menisken bei einer Verstellung von 10 zu 10" vorwärts und rückwärts:

Die beiden Messungsreihen lassen erkennen, daß die Ungleichmäßigkeit der Kapillaren, deren fehlerhafte Einflüsse auf die Messungen im Maximum eine Abweichung von etwa 2 mm = 1.53'' von dem Mittelwert betragen, reell sind. Als

mittlerer Fehler einer einzelnen Einstellung folgt aus den Messungsreihen: $\varepsilon=\pm~0.029~{\rm cm}=\pm~0.22''.$

	\boldsymbol{x}	\boldsymbol{x}	
\boldsymbol{n}	vorwärts	rückwärts	n
0	1.32	1.37	100
10	1.23	1.28	90
20	1.27	1.24	80
30	1.20	1.21	70
40	1.10	1.06	60
50	1.11	1.12	50
60	1.34	1.34	40
70	1.53	1.44	30
80	1.32	1.29	20
90	1.44	1.42	10
100			0

Es ergibt sich also, daß einer Erhöhung der Empfindlichkeit der Quecksilberlibelle auf diesem Wege aus Gründen der Meßgenauigkeit bald Grenzen gesetzt sind. Dagegen vermeidet man die Fehlerquellen in weitgehendem Maße, wenn man den Querschnitt der beiden Quecksilbergefäße und ihren Abstand so weit vergrößert, als es aus Gründen der Bequemlichkeit in der Handhabung zulässig ist. In diesem Falle werden nämlich die fehlerhaften Einflüsse nicht mit vergrößert,



so daß man mit der Vergrößerung der Dimensionen jede gewünschte Empfindlichkeit erreichen kann. Darauf beruht es auch, daß das Instrument 1 eine bedeutend größere Meßgenauigkeit zeigt als Instrument 2, obwohl das letztere Äther als überdeckende Flüssigkeit enthält. Die Vergrößerung der beiden Dosen hat infolge der Vergrößerung des Volumens der überdeckenden Flüssigkeit einen etwas stärkeren Einfluß der Wirkung von Temperaturungleichheiten zur Folge; doch ist dieser Nachteil ziemlich unwesentlich. Verringern läßt sich diese Fehlerquelle bedeutend dadurch, daß man — wie Fig. 7 zeigt — das Quecksilber mit Wasser überdeckt, welches bis in ein vertikales Rohr mit einem Querschnitt von etwa 1 bis 2 cm² ragt und wieder überdeckt wird von einem geringen Volumen Äther, welches dann bis in die Kapillare ragt. Dadurch wird wegen der Verringerung des Äthervolumens und wegen des kleinen Ausdehnungskoeffizienten und der hohen Wärmekapazität des Wassers der Einfluß von Temperaturänderungen ganz wesentlich verringert. Gleichzeitig wird dadurch verhindert, daß chemische Umsetzungen, welche sonst allmählich zwischen Äther und Quecksilber vor sich gehen, stattfinden. Ungleich-

mäßiges Verdunsten des Äthers, welches wegen des engen Querschnittes der Kapillaren nur für lange Zeit dauernde Messungen eine Fehlerursache bilden kann, läßt sich dadurch verhindern, daß man die beiden Meßkapillaren miteinander verbindet (durch eine Kapillare oder besser durch eine Schlauchverbindung, s. Fig. 7), so daß sich über den beiden Flüssigkeitsmenisken nur ein kleines gemeinsames Gasvolumen befindet.

Der Ausbidung der Quecksilberlibelle auf ganz hohe Empfindlichkeit und Meßgenauigkeit - also auf 0,0001" Meßgenauigkeit und darüber hinaus, um damit die Ebbe- und Flutbewegung des festen Erdkörpers und andere Bodenneigungen solcher Größenordnungen zu messen — steht also nichts im Wege; z. B. würde man in dem Modell 1 (s. S. 265) den Abstand der Dosen von 0.5 auf 20 m, ihren Durchmesser von 10 auf 50 cm — d. i. die Größe der Quecksilberoberflächen auf das 25 fache — erhöhen, so würde der Skalenwert auf ¹/₁₀₀₀ seines Betrages reduziert werden, die Einstellgenauigkeit ausgedrückt in Bogensekunden sich ungefähr (wahrscheinlich nicht ganz) in demselben Verhältnis erhöhen, mithin weniger als $\varepsilon = \pm 0.0001''$ betragen. Bei einer solchen Größe wäre der Quecksilberneigungsmesser also zur Messung der Ebbe- und Flutbewegung des festen Erdkörpers gut geeignet. Doch erscheint es für solche Aufgaben, um die Fehlereinflüsse in noch größerem Maße auszuschalten und um noch größere Feinheiten der Neigungsschwankungen des Erdkörpers zu erforschen, als zweckmäßiger, eine noch größere Empfindlichkeit zu wählen, und statt die Bewegung der Flüssigkeitsoberfläche mittels einer Kapillaren sichtbar zu machen, diese auf einen Spiegel (eventuell mit Hilfe eines Schwimmers) zu übertragen, um eine vorteilhaftere photographische Registrierung zu ermöglichen.

Von den verschiedenen Ausführungsformen muß man praktisch wohl der Quecksilberlibelle zweiter Art — d. h. mit horizontalen, in Achsenrichtung gestellten Meßkapillaren — den Vorzug geben, da eine Variationsmöglichkeit der Empfindlichkeit praktisch keine wesentlichen Vorteile bietet. Vielmehr ist ein Instrument mit einem unveränderlich gegebenen Skalenwert vorzuziehen, welches von der Querlibelle unabhängig ist und eine bedeutend handlichere Form besitzt. Die Justierung der Libelle (d. h. die genaue Abgleichung der Flüssigkeitsvolumina v_1 und v_2 derart, daß die Menisken sich in die Mitte der Meßkapillaren einstellen, wenn diese genau gleiche Neigung $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ besitzen) erfolgt ohne besondere Hilfsmittel in einfacher Weise auf empirischem Wege mit dem Instrument selbst: Steht die Quecksilberlibelle fest, ohne daß die Neigung geändert wird, so sind nach Gleichung (5b) die Ablesekapillaren genau gleich geneigt ($\alpha_1 = \alpha_2$), wenn bei einer Verstellung der Menisken mittels des Kolbens E die Mittellage unverändert bleibt, d. h. wenn $dx_2 = dx_1$ ist. Man stellt also zunächst fest, in welches Gefäß Flüssigkeit nachgefüllt werden muß, füllt etwas Flüssigkeit hinein, ändert die Neigung des Instruments soweit, bis die beiden Menisken sich wieder ungefähr in die Mitte der Kapillaren einstellen und probiert dann, ob bei Verstellung des Kolbens $dx_2 = dx_1$ wird. Dieses Verfahren setzt man so lange fort, bis dieser Zustand (d. i. $dx_2 = dx_1$) ungefähr erreicht ist, was in kurzer Zeit

mit großer Genauigkeit möglich ist. Genaue Justierungen sind freilich für die Sicherheit der Neigungsmessungen nicht sehr wesentlich.

Einer technischen Ausführung des Quecksilbernivellierapparates, die bis jetzt noch nicht in Angriff genommen ist, stehen besondere Schwierigkeiten nicht im Wege. Für geophysikalische Aufgaben kann ein Nivelliergerät mit einer derartig hohen Empfindlichkeit Anwendung finden, um Neigungen von Erdschollen, vertikale Verschiebung von Schollen gegeneinander in Verwerfungszonen und dergleichen der direkten Beobachtung zugänglich zu machen, besonders in solchen Gebieten, in welchen derartige Bewegungsvorgänge im Fluß sind (z. B. in erdbebenreichen Gebieten). Am zweckmäßigsten würde man in der Weise vorgehen, daß im festen Gestein ein passend gewähltes System von sehr exakten Marken in möglichst gleichem Niveau angebracht wird, deren Niveauunterschied in gewissen Zeitabständen mit dem Quecksilbernivellierapparat gemessen wird. Entsprechend ergeben sich Anwendungsmöglichkeiten praktischer Bedeutung für gewisse technische Aufgaben (z. B. sehr genaues wiederholtes Einnivellieren von Brücken oder sonstigen technischen Anlagen usw.).

Fassen wir das Ergebnis der bisherigen Versuche*) kurz zusammen, so ergibt sich, daß eine praktische Anwendung und Weiterentwicklung des Quecksilberneigungsmessers in mehrerer Beziehung möglich ist.

- 1. Als Ersatz für die bis jetzt gebräuchlichen Ätherlibellen für größere astronomische und Nivellierinstrumente erster Ordnung, um eine Horizontierung auf etwa $^1/_{10}$ Bogensekunden und darüber zu ermöglichen bzw. kleine Neigungen mit einer solchen Genauigkeit zu messen.
- 2. Als kleines Nivelliergerät nach der Methode des Schlauchnivellements, um Niveauunterschiede zwischen einzelnen Punkten bis auf 0.001 cm Genauigkeit oder darüber hinaus zu messen.
- 3. Als feststehender Neigungsmesser von größeren Dimensionen (bis über 20 m), um Neigungsänderungen mit einer Genauigkeit von 0.0001" oder beliebig darüber hinaus zu messen.

^{*)} Die Versuche wurden mit Unterstützung aus den Mitteln der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft ausgeführt.