

Werk

Jahr: 1932

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:8

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN101433392X_0008

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X 0008

LOG Id: LOG_0053

LOG Titel: Seismische Untersuchungen des Geophysikalischen Instituts in Göttingen

LOG Typ: section

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN101433392X

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X **OPAC:** http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

from the Goettingen State- and University Library.
Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen Georg-August-Universität Göttingen Platz der Göttinger Sieben 1 37073 Göttingen Germany Email: gdz@sub.uni-goettingen.de eingeleitet, das nunmehr durch den erhöhten Zufluß der Seebäche und weitere Niederschläge rasch vollendet wird.

Auf Grund des Vorstehenden möge gezeigt sein, wie durch geophysikalische Messungen erstmalig bestimmte Aussagen über die verwickelte Hydrographie und Hydrologie eines Karstpoljes gemacht werden konnten.

Schlußbemerkungen. Die methodischen Vorbereitungen zu dieser Arbeit geschahen zum Teil im Geophysikalischen Institut der Universität Göttingen, das uns darüber hinaus auch sonstige weitgehendste Förderung zuteil werden ließ, zum anderen Teil im Geologisch-mineralogischen Institut der Universität Köln, das außerdem den größten Teil der instrumentellen Ausrüstung zur Verfügung stellte. Den Herren Prof. Dr. Angenheister und Prof. Dr. Meinardus sind wir für ihre tatkräftige Anteilnahme und ständig bereitwillige Hilfe zu ganz besonderem Dank verpflichtet. Der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft, die die Durchführung der Untersuchungen finanziell unterstützte, sind wir zu gleich großem Dank verbunden. Ebenso gilt unser Dank der kgl. Banatverwaltung des Draubanates in Laibach sowie der Ortsbehörde von Zirknitz, die uns durch verständnisvolles Entgegenkommen und mancherlei Unterstützungen die Durchführung der Arbeit wesentlich erleichterten.

Seismische Untersuchungen des Geophysikalischen Instituts in Göttingen

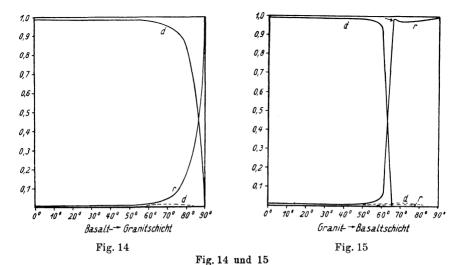
(Fortsetzung von V, Bd. VIII, S. 130, 1932)

VII. Ein Beitrag zur Theorie der Reflexion und Brechung elastischer Wellen an Unstetigkeitsflächen

Von Heinr. Blut in Göttingen — (Mit 16 Abbildungen)

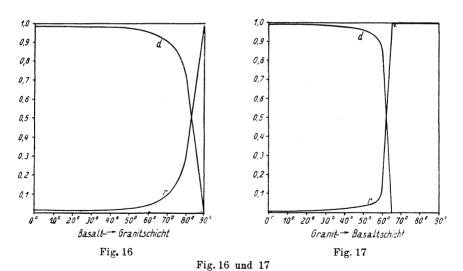
Es ist für die freie Oberfläche eines geschichteten Mediums das Verhältnis der Verschiebung der direkten und reflektierten Longitudinalwelle berechnet worden. Die Rechnung ist für die Horizontal- und Vertikalkomponente gesondert durchgeführt. Als reflektierte Welle wurde eine reine Longitudinalreflexion und eine Wechselwelle (longitudinal-transversal) betrachtet. Die Formeln sind numerisch durchgerechnet und graphisch dargestellt für parallele und gegeneinander geneigte Grenzflächen. Ein Maximum des Verschiebungsverhältnisses tritt in allen Fällen auf, jedoch an verschiedenen Stellen, je nach Art der Neigung.

III. Numerische Behandlung (Fortsetzung). In der oben angeführten Arbeit wurde unter III., Numerische Behandlung, die Reflexion und Brechung an der Grenzfläche Eis—Fels und Deckgebirge—Granitschicht bei primärer Longitudinalwelle berechnet. Inzwischen ist eine entsprechende Rechnung für die Grenzfläche:



Energieanteile bei Reflexion und Brechung an einer ebenen Grenzfläche in Bruchteilen der einfallenden Energie als Funktion des Einfallswinkels; für eine einfallende longitudinale Welle mit Berücksichtigung der transversalen Anteile. Der Pfeil bezeichnet die Stelle des Grenzwinkels

longitudinaler Anteil, transversaler Anteil, d durchgehend, r reflektiert



Energieanteile bei Reflexion und Brechung an einer ebenen Grenzfläche in Bruchteilen der einfallenden Energie als Funktion des Einfallswinkels; für eine einfallende longitudinale Welle ohne Berücksichtigung der transversalen Anteile. Der Pfeil bezeichnet die Stelle des Grenzwinkels

Granit—Basalt ausgeführt worden. Die Konstanten für die Granitschicht sind die bereits in ¹) erwähnten; für die Basaltschicht wurde angenommen

$$\frac{\varrho}{2.94}$$
 $\frac{a}{6.5}$ $\frac{b}{3.7}$ $\frac{a/b}{1.757}$, (a, b) in km/sec.

In den Fig. 14 bis 17 sind die Ergebnisse dargestellt. Im Gegensatz zu der Energieaufteilung an der Grenzfläche Deckgebirge—Granitschicht¹) sind im vorliegenden Fall die sekundären transversalen Anteile sehr gering, so daß man sie praktisch

a)	von	der	Basalt-	in	die	Granitschicht	(Fig. 14	:(:
----	-----	-----	---------	----	-----	---------------	----------	-----

el	E_{el}	E_{rl}	dl	E_{dl}	dt	E_{dt}	rt	E_{rt}
00	1	0.0082	00 00′	0.9918	0000	0	00 00'	0
10	1	0.0077	9 04	0.9915	5 13	0.0002	5 41	0.0006
20	1	0.0059	18 05	0.9905	10 18	0.0012	11 14	0.0024
30	1	0.0048	26 59	0.9893	15 09	0.0022	16 32	0.0037
40	1	0.0032	$35 \ 42$	0.9888	19 39	0.0036	21 28	0.0044
50	1	0.0042	44 06	0.9875	23 37	0.0043	25 51	0.0040
60	1	0.0061	51 49	0.9850	26 56	0.0061	29 32	0.0028
70	1	0.0264	58 33	0.9642	29 27	0.0080	32 21	0.0014
80	1	0.1546	63 22	0.8367	31 01	0.0082	34 05	0.0005
90	1	1	65 12	0	31 32	0	34 42	0

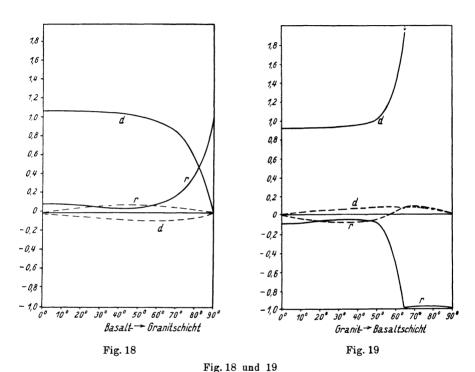
b) von der Granit- in die Basaltschicht (Fig. 15):

00	1	0.0074	0000' 0.9926	00 00′ (0	00 00′ 0
10	1	0.0074	11 02 0.9920	6 14 (0.0002	5 42 0.0004
20	1	0.0058	$22\ 08\ 0.9915$	12 33 (0.0008	11 22 0.0019
30	1	0.0044	33 26 0.9904	18 16 (0.0018	16 45 0.0034
40	1	0.0035	$45\ 05\ 0.9897$	23 46 (0.0030	21 44 0.0038
50	1	0.0059	$57 \ 33 \ 0.9864$	28 43 (0.0051	$26\ 12\ 0.0026$
60	1	0.0451	$72 \ 34 \ 0.9428$	32 54 (0.0071	$29 \ 56 \ 0.0050$
$65 \ 12$	' 1	0.9860	90 00 0	34 42 (0.0073	31 32 0.0067
70	1	0.9743	imaginär	36 07 (0.0130	$32 \ 47 \ 0.0127$
80	1	0.9797	J	38 08 0	0.0088	34 35 0.0115
90	1	1		38 50 (0	35 11 0

nicht zu berücksichtigen hat. Eine Rechnung mit Vernachlässigung transversaler Anteile für die Grenzfläche Basalt—Dunit läßt vermuten, daß hierbei die sekundären transversalen Anteile nur wenig größer sind als an der Grenzfläche Granit—Basalt, so daß man dieselben wohl auch vernachlässigen darf.

IV. Theoretisches über das Amplitudenverhältnis der direkten und reflektierten Longitudinalwelle in der Schichtung Eis—Fels. Zur Nachprüfung der im ersten Teil dieser Arbeit gewonnenen theoretischen Ergebnisse über die Auf-

spaltung der Energie an Grenzflächen stehen Beobachtungen an Grenzflächen, die im Innern des Untergrundes gelegen sind, nicht zur Verfügung. mischen Beobachtungen sind durchweg an der Oberfläche der Erde angestellt. Die Reflexionen, die aus dem Innern zurückkehren, werden an der Oberfläche nochmals aufgespalten in longitudinale und transversale Reflexionen. Auch dieser Vorgang muß zunächst theoretisch betrachtet werden. Nach Erledigung dieser



Amplituden bei Reflexion und Brechung an einer ebenen Grenzfläche in Bruchteilen der Amplitude einer einfallenden longitudinalen Welle als Funktion des Einfallswinkels. Der Pfeil bezeichnet die Stelle des Grenzwinkels

longitudinaler Anteil, transversaler Anteil, d durchgehend, r reflektiert

Aufgabe läßt sich die Amplitude der im Innern an einer Grenzfläche reflektierten und dann zur Oberfläche zurückkehrenden und dort aufgezeichneten Wellen als Funktion der Entfernung darstellen Zur Prüfung dieser Rechnungen sind zwei Arten von Wellen verwendbar: Wellen, die durch Erdbeben und die durch Sprengungen erregt werden.

Im folgenden sollen die letzteren verwendet werden. Insbesondere scheinen die Sprengungen geeignet zu sein, die vom Geophysikalischen Institut der Universität Göttingen vor einiger Zeit auf Alpengletschern angestellt wurden.

Die Eismasse des Gletschers bietet ein in sich abgeschlossenes, allseitig begrenztes Medium, dessen Dichte und Lamésche Konstanten mit denen des angrenzenden Mediums, des Felses, in einem Verhältnis stehen, das für die Beobachtung von Reflexionen sehr günstig ist. Dazu kommt noch, daß der Übergang vom Eis zum Fels stets längs einer scharfen Grenzfläche erfolgt, was die mathematische Behandlung der Wellenausbreitung erleichtert. In der Natur existiert sonst wohl nur selten ein derartiger unvermittelter Übergang, der für ein Experiment so geeignet wäre, sondern meist nur ein mehr oder minder kontinuierlicher. — Von Homogenität und vollkommener Elastizität des Mediums kann jedoch auch beim Eis nicht die Rede sein. In erster Linie üben die Spalten einen Einfluß auf die Seismographenaufzeichnungen aus, der sich nur schwer eliminieren läßt, da der Verlauf der Spalten meist nicht genügend bekannt ist.

Indessen bietet sich hier, im Gegensatz zu den Beobachtungen an Erdbebenwellen, eine neue Schwierigkeit, welche wohl allen Sprengungen gemeinsam ist, die sich über ein längeres Profil erstrecken. Die Intensität der Erregung ist bei den Wellen, die in verschiedener Entfernung beobachtet werden, nicht konstant. Man benutzt bei Sprengungen, die in geringer Entfernung registriert werden sollen, kleine Sprengmengen, bei größeren Entfernungen große Sprengmengen. Würde man gleichzeitig in kleinen und großen Entfernungen beobachten, so müßte man Seismographen verschiedener Empfindlichkeit benutzen. Außerdem verfügt das Geophysikalische Institut in Göttingen nicht über genügend Instrumente, um mehrere Stationen gleichzeitig mit drei Komponenten zu besetzen. Die Abhängigkeit der Amplitude von der Sprengmenge ist nicht genügend genau bekannt, um eine Umrechnung der Ausschläge auf gleiche Sprengmenge vorzunehmen. So bleibt nur der Weg, die Amplitude der direkten Welle mit der der reflektierten zu vergleichen.

Trifft auf die Grenzfläche Eis—Fels eine Longitudinalwelle, so wird — abgesehen von den gebrochenen — je eine longitudinale und transversale Welle reflektiert. Bei primärer Transversalwelle tritt Analoges ein, aber dieser Fall kann hier nicht berücksichtigt werden, da die Rechnungen, ihrer Kompliziertheit wegen, zunächst nicht durchgeführt sind. Nur der Vorgang bei primärer Longitudinalwelle ist in meiner vorigen Arbeit¹) behandelt worden.

Die in den Formeln vorkommenden Bezeichnungen sollen hier vorweg an Hand einer Figur erläutert werden.

Die direkte Longitudinalwelle, die vom Sprengpunkt S zum Beobachtungsort B nahe der Oberfläche verläuft, hat die Amplitude M_{el} (Fig. 20) und ruft in B in der Horizontalen die Verschiebung u und in der Vertikalen die Verschiebung w hervor. Hierbei wie auch im folgenden wird der Vorgang nur in der Einfallsebene betrachtet, denn nur dafür gelten die Formeln.

Die Amplitude der longitudinalen Reflexion SAB (Fig. 20) hat beim Erreichen des Reflexionspunktes A den Wert $M_{el}^{(l)}$, kurz danach den kleineren Wert M_{rl} , da $M_{el}^{(l)}$ in A aufgeteilt worden ist. Das Verhältnis $M_{rl}/M_{el}^{(l)}=c^{(l)}$ ist ein

echter Bruch, der bei streifender Inzidenz ($el=90^{\circ}$) den Grenzwert 1 annimmt. Auf dem Wege AB zur Oberfläche wird, wegen der kugelförmigen Ausbreitung, die Amplitude von M_{rl} geschwächt, so daß sie im Beobachtungspunkt B der Oberfläche den kleineren Wert $\overline{M_{el}}$ hat. $\overline{M_{el}}$ verursacht in B die Verschiebungen $\overline{u_l}, \overline{w_l}$.

Für die Reflexion SCB, welche als Wechselwelle läuft (SC longitudinal — CB transversal), gelten die entsprechenden Bezeichnungen:

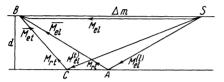


Fig. 20. Erklärung der in den Formeln benutzten Bezeichnungen

$$M_{el}^{(t)}, M_{rt}, \frac{M_{rt}}{M_{el}^{(t)}} = c^{(t)}, \overline{M_{et}}, \overline{u_t}, \overline{w_t}.$$

Die sekundäre Transversalwelle ist in der Einfallsebene polarisiert.

Die Geschwindigkeit der Longitudinalwelle ist im Eis a_1 , im Fels a_2 , die der Transversalwelle b_1 bzw. b_2 .

Mit Δ ist stets die Entfernung Sprengpunkt—Beobachtungspunkt bezeichnet und mit d die Dicke der Schicht.

a) Die longitudinale Reflexion und die direkte Longitudinalwelle. Es soll das Verrückungsverhältnis der einzelnen Komponenten berechnet werden, welches sich aus der reflektierten $\overline{u_t}$ bzw. $\overline{w_t}$ und der direkten u_t bzw. w_t Longitudinalwelle an der Eisoberfläche ergibt, also

$$\frac{\overline{u_l}}{u_l}$$
 und $\frac{\overline{w_l}}{w_l}$.

Nach Wiechert³) ist die Verschiebung an der Oberfläche eines Mediums bei einfallender Longitudinalwelle gleich der resultierenden Bewegung aus den drei gleichzeitig vorhandenen Wellen. Es gilt*)

$$\frac{\overline{u_l}}{\overline{M_{el}}} = \frac{a_1}{b_1} \frac{1}{(1+m)\sin rt} \cdot \dots \cdot \dots \cdot (1$$

wobei

$$m = \frac{\operatorname{tg} el}{\operatorname{tg} rt} \operatorname{cotg}^{2} 2 rt,$$

$$\frac{\overline{w}_{l}}{\overline{M}_{el}} = \frac{\overline{u_{l}}}{\overline{M}_{el}} \cdot \operatorname{cotg} 2 rt \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots (2)$$

(1) und (2) geben $\overline{u_t}$ und $\overline{w_t}$ bezogen auf die Amplitude $\overline{M_{et}}$ der in B einfallenden Longitudinalwelle. Beide Formeln lassen sich anwenden auf die direkt vom Erregungspunkt kommende Welle M_{et} und auf die reflektierte Longitudinalwelle $\overline{M_{et}}$. Für die direkte Welle mit der Amplitude M_{et} gelten die Gleichungen (1),

^{*)} Streng genommen erhält die Verrückung in (2) ein negatives Vorzeichen; dasselbe kann bei dieser Rechnung jedoch außer acht gelassen werden.

(2) unverändert, es sind nur die horizontalen Striche fortzulassen. Bildet man sodann die Komponentenverhältnisse der Verschiebungen, so tritt als dritter Faktor das Amplitudenverhältnis $\overline{M_{el}}/M_{el}$ hinzu:

$$\frac{\overline{u_l}}{u_l} = \frac{\overline{u_l}}{\overline{M_{el}}} \cdot \frac{M_{el}}{u_l} \cdot \frac{\overline{M_{el}}}{M_{el}} \cdot \dots \cdot \dots \cdot (3)$$

$$\frac{\overline{w_l}}{w_l} = \frac{\overline{w_l}}{\overline{M_{el}}} \cdot \frac{M_{el}}{w_l} \cdot \frac{\overline{M_{el}}}{M_{el}} \cdot \dots (4)$$

Diesen Faktor bestimmt man auf folgende Weise: Bleibt die Absorption der sich im Eis ausbreitenden Bewegung unberücksichtigt, so verhalten sich die Amplituden \overline{M}_{el} und M_{el} umgekehrt wie die durchlaufenen Wege. Sind die Begrenzungsflächen parallel, und nimmt man zunächst an, daß an der Grenzfläche durch Brechung kein Energieverlust eintritt, d. h. $M_{rl} = M_{el}^{(l)}$, so ist*)

$$\left\langle \frac{\overline{M}_{el}}{\overline{M}_{el}} \right\rangle = \frac{\varDelta}{\sqrt{\varDelta^2 + 4\,d^2}} = \sin el.$$

Tatsächlich findet aber eine Aufteilung der Energie statt: $M_{rl} = c^{(l)} \cdot M_{el}^{(l)}$, so daß

$$\frac{\overline{M}_{el}}{\overline{M}_{el}} = \frac{\underline{\mathcal{A}} \cdot c^{(l)}}{\sqrt{\underline{\mathcal{A}}^2 + 4 d^2}} = \frac{\frac{\underline{\mathcal{A}}}{d} \cdot c^{(l)}}{\sqrt{\left(\frac{\underline{\mathcal{A}}}{d}\right)^2 + 4}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (5)$$

Da die spezielle Annahme paralleler Grenzflächen in der Natur sicher nur selten verwirklicht ist, sollen noch die Formeln für die beiden Fälle einheitlicher

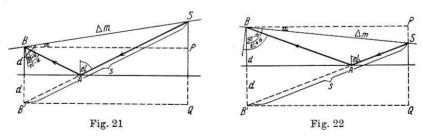


Fig. 21 und 22. Strahlengang der Reflexion bei geneigten Grenzflächen

Neigung aufgestellt werden, und zwar unter der Annahme, daß die Schichtgrenzen — vom Sprengpunkt aus betrachtet — zum Beobachtungsort hin 1. konvergieren und 2. divergieren.

^{*)} Eine Ableitung von $\overline{w_l}$ / w_l unter Vernachlässigung transversaler Anteile gibt Prof. Angenheister in der unter 4) angeführten Literatur.

Fig. 21 veranschaulicht die Neigungsart 1. S ist der Spreng- und B der Beobachtungsort in der Entfernung Δ . Die untere Schichtgrenze ist die durch A gehende Linie (Ebene), die gegen die obere um den Winkel α geneigt ist. Der kürzeste Weg für die von S nach B laufende Reflexion ist derjenige über A. Unter Benutzung des Spiegelpunktes B' läßt sich dieser Wellenstrahl konstruieren, wie es die Fig. 21 zeigt; s ist die Weglänge der Reflexion. Es folgt nach dem cos-Satz

$$\frac{\varDelta}{s} = \frac{\frac{\varDelta}{d}}{\sqrt{\left(\frac{\varDelta}{d}\right)^2 + 4\left(1 + \frac{\varDelta}{d}\sin\alpha\right)}}.$$

Infolgedessen ist

$$\frac{\overline{M}_{el}}{\overline{M}_{el}} = \frac{\underline{\mathcal{A}}}{s} \cdot c^{(l)} = \frac{\frac{\underline{\mathcal{A}}}{d} \cdot c^{(l)}}{\sqrt{\left(\frac{\underline{\mathcal{A}}}{d}\right)^2 + 4\left(1 + \frac{\underline{\mathcal{A}}}{d}\sin\alpha\right)}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (5 \text{ a})$$

Zur Bestimmung von $c^{(l)}$ ist die Kenntnis des Winkels el erforderlich. Aus der Figur liest man dafür die Beziehung ab:

$$\operatorname{tg} el = rac{arDelta \cos lpha}{2\,d + arDelta \sin lpha} = rac{rac{arDelta}{d}\cos lpha}{2 + rac{arDelta}{d}\sin lpha}.$$

Bei der vorliegenden Neigung der Grenzflächen bleiben also die ursprünglichen Formeln bestehen, wenn man erstens in (1), (2) an der Oberfläche el durch $(el-\alpha)$ ersetzt und zweitens zur Auswertung von (3) und (4) statt (5) die Gleichung (5 a) verwendet.

Fig. 22 veranschaulicht die zum soeben betrachteten Fall entgegengesetzte Neigungsart 2. Analog wie oben lassen sich die entsprechenden Formeln hierfür aufstellen:

$$\frac{\overline{M}_{el}}{M_{el}} = \frac{\Delta}{s} \cdot c^{(l)} = \frac{\frac{\Delta}{d} \cdot c^{(l)}}{\sqrt{\left(\frac{\Delta}{d}\right)^2 + 4\left(1 - \frac{\Delta}{d}\sin\alpha\right)}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (5 \text{ b})$$

Ferner folgt:

$$\operatorname{tg} d = rac{rac{arDelta}{d}\coslpha}{2 - rac{arDelta}{d}\sinlpha}.$$

Das durch diese Gleichung definierte el ist jetzt wieder ein anderer Winkel als vorhin. An der Oberfläche ist el durch (el $+ \alpha$) zu ersetzen. Diese Formeln gehen übrigens aus den früheren hervor, wenn man α durch $- \alpha$ ersetzt.

b) Die longitudinale und die transversale (longitudinal-transversal) Reflexion. Zu berechnen sind die Verschiebungskomponenten

$$\frac{\overline{u_l}}{\overline{u_t}}$$
 und $\frac{\overline{w_l}}{\overline{w_t}}$.

Man gelangt zu den Formeln hierfür durch analoge Betrachtungen wie im Abschnitt a).

Für eine primäre, in der Einfallsebene polarisierte Transversalwelle gelten die Wiechertschen Formeln³)

$$\frac{\overline{u_t}}{\overline{M_{et}}} = \frac{m}{m+1} \cdot \frac{\operatorname{tg} 2 \, et}{\sin et} \cdot \dots \cdot \dots \cdot (1 \, a)$$

wobei

$$m = \frac{\operatorname{tg} rl}{\operatorname{tg} et} \operatorname{cotg}^{2} 2 et,$$

$$\frac{\overline{w_{t}}}{\overline{M}_{et}} = \frac{\overline{u_{t}}}{\overline{M}_{et}} \cdot \frac{1}{m \cdot \operatorname{tg} 2 et} \cdot \dots (2 a)$$

Beide haben nur Gültigkeit, solange der Reflexionswinkel der sekundären Longitudinalwelle $rl < 90^{\circ}$ ist, andernfalls treten Oberflächenwellen auf. In dem hier zu behandelnden Fall sei diese Komplikation ausgeschlossen.

Aus (1), (1 a) bzw. (2), (2 a) folgen die Komponentenverhältnisse

$$\frac{\overline{u_l}}{\overline{u_t}} = \frac{\overline{u_l}}{\overline{M_{el}}} \cdot \frac{\overline{M_{el}}}{\overline{u_t}} \cdot \frac{\overline{M_{el}}}{\overline{M_{el}}} \cdot \dots$$
 (3 a)

$$\frac{\overline{w_t}}{\overline{w_t}} = \frac{\overline{w_t}}{\overline{M_{el}}} \cdot \frac{\overline{M_{et}}}{\overline{w_t}} \cdot \frac{\overline{M_{el}}}{\overline{M_{et}}} \cdot \dots \quad (4a)$$

Wie oben tritt als Faktor diesmal $\overline{M_{el}}/\overline{M_{et}}$ hinzu, welcher das Verhältnis der Quadratwurzeln aus den Energiedichten in der Nähe der Oberfläche, gemessen auf den Wellenflächen W_{el} , W_{et} darstellt. Die Ableitung von $\overline{M_{el}}/\overline{M_{et}}$ führt man zweckmäßig in zwei Schritten durch, indem man zuerst parallele Schichtgrenzen betrachtet (Fig. 23) und sodann geneigte (Fig. 23a).

Bei einer rein longitudinalen Reflexion (Fig. 23) verteilt sich die Energie, die vom Quellpunkt S' innerhalb eines Hohlkegels mit der Öffnung del ausgeht, in einer bestimmten Entfernung an der Oberfläche auf die Fläche eines Kreisringes der Breite A'B'. Aus der Figur entnimmt man sofort die Beziehung, wenn O die Oberfläche bezeichnet.

$$O'_{el} = 4\pi d^2 [tg^2(el_1 + del) - tg^2el_1].$$

Für die numerische Betrachtung genügt es, den Ausdruck $\operatorname{tg^2}(el_1+del)$ mittels der Taylorschen Beihe zu approximieren, indem man dieselbe nach dem zweiten Gliede abbricht und Glieder höherer Ordnung vernachlässigt. Daraus folgt

$$O'_{el} = 8 \pi d^2 \operatorname{tg} el_1 (1 + \operatorname{tg}^2 el_1) del \dots (6)$$

Für die Wechselwelle legt man einen entsprechenden Elementarkegel mit der Öffnung del zugrunde. Die Energie verteilt sich jetzt auf den Kreisring mit der Fläche:

$$O'_{et} = \pi (S'C'^2 - S'A'^2) = \pi (S'C' + S'A') (S'C' - S'A').$$

Es ist

$$S'A' = d (\operatorname{tg} el_2 + \operatorname{tg} rt),$$

 $S'C' = d [\operatorname{tg} (el_2 + del) + \operatorname{tg} (rt + drt)].$

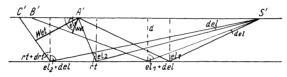


Fig. 23

Longitudinalreflexion und Wechselwelle bei parallelen Grenzflächen

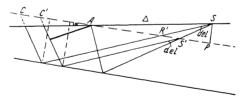


Fig. 23 a

Longitudinalreflexion und Wechselwelle bei geneigten Grenzflächen

Wie oben erhält man hierfür aus der Taylorschen Reihe die Näherungsbeziehungen

$$tg (el_2 + del) = tg el_2 + (1 + tg^2 el_2) del,$$

 $tg (rt + drt) = tg rt + (1 + tg^2 rt) drt.$

Wegen

$$\frac{drt}{del} = \frac{\operatorname{tg} rt}{\operatorname{tg} el}$$

folgt

$$tg(el_2 + del) + tg(rt + drt)$$

$$:= \operatorname{tg} \operatorname{el}_2 + \operatorname{tg} \operatorname{rt} + \left[(1 + \operatorname{tg}^2 \operatorname{el}_2) + (1 + \operatorname{tg}^2 \operatorname{rt}) \frac{\operatorname{tg} \operatorname{rt}}{\operatorname{tg} \operatorname{el}_2} \right] \cdot \operatorname{del}_2$$

und hieraus unter Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung

$$O_{et}^{r} = 2 \pi d^{2} (\operatorname{tg} e l_{2} + \operatorname{tg} r t) \left[(1 + \operatorname{tg}^{2} e l_{2}) + (1 + \operatorname{tg}^{2} r t) \frac{\operatorname{tg} r t}{\operatorname{tg} e l_{2}} \right] \cdot de l . . (7)$$

Beide Formeln (6) und (7) ergeben die Oberflächen der Kreisringe, auf welche sich die Energie verteilt bei parallelen Grenzflächen.

Jetzt führt man dieselbe Betrachtung durch für geneigte Grenzflächen an Hand von Fig. 23a, und zwar gleich für den allgemeineren Fall der Wechselwelle, denn die Formeln für die Longitudinalreflexion gehen daraus hervor, wie unten noch gezeigt wird. Mittels einer durch A gehenden Hilfslinie parallel zur unteren Begrenzungsfläche kann man das soeben behandelte Problem bei parallelen Grenzen mit dem bei geneigten unmittelbar vergleichen. Legt man in S einen Elementarhohlkegel von der gleichen Öffnung del zugrunde wie in S', dann wird der von der Energietüte getroffene Bereich sowohl an der unteren Begrenzungsfläche als auch an der gestrichelt gezeichneten Oberfläche um einen Kreisring von genau gleicher Breite vergrößert, denn es handelt sich lediglich um eine Erweiterung des von S' ausgehenden Elementarhohlkegels durch Parallelverschiebung und Rückwärtsverlängerung eines Mantelstrahls des Kegels.

Der Kreisring CC' habe die Fläche K_{et} ; bei longitudinaler Reflexion entsprechend K_{et} .

Es ist

$$K_{et} = \pi (S'C^2 - S'C'^2),$$

und da

$$(S'C - S'C') = CC' = S'R',$$

 $K_{et} = \pi S'R' (S'C + S'C').$

Aus der Figur folgt $SP = \Delta \sin \alpha$. Dann ist nach Taylor

$$S'R' = \Delta \sin \alpha (1 + tg^2 el_2) del.$$

Da Größen zweiter Ordnung in del vernachlässigt werden dürfen, ergibt sich

$$K_{et} = 2 \pi \Delta d \sin \alpha (1 + tg^2 el_2) (tg el_2 + tg rt) del_1$$

und für die Longitudinalreflexion (el = rl):

$$K_{el} = 4 \pi \Delta d \sin \alpha (1 + tg^2 el_1) tg el_1 del.$$

Bildet man jetzt das Verhältnis der Oberflächenstücke, auf welche sich die Energie verteilt, so folgt

$$\frac{O_{et}}{O_{el}} = \frac{O'_{et} + K_{et}}{O'_{el} + K_{el}}$$

 O'_{et} und O'_{et} sind bekannt nach Formel (6) und (7). Setzt man diese Werte ein und berücksichtigt noch die Neigung der Wellenflächen gegen die Oberfläche, indem man mit dem cos des Neigungswinkels multipliziert, so ergibt sich nach einfacher

Zwischenrechnung, wenn man unter W das vom Hohlkegel geschnittene Stück der Wellenfläche versteht,

$$\frac{W_{et}}{W_{el}} = \frac{\cos rt \left(\operatorname{tg} e l_{\mathbf{3}} + \operatorname{tg} rt\right) \left[\left(1 + \operatorname{tg}^{2} e l_{\mathbf{2}}\right) \left(d + \varDelta \sin \alpha\right) + d \left(1 + \operatorname{tg}^{2} rt\right) \frac{\operatorname{tg} rt}{\operatorname{tg} e l_{\mathbf{3}}} \right]}{2 \sin e l_{\mathbf{1}} \left(1 + \operatorname{tg}^{2} e l_{\mathbf{1}}\right) \left(2 d + \varDelta \sin \alpha\right)}$$

Hierbei wird angenommen, daß W_{et} und W_{et} als eben angesehen werden können. Dies ist in der Tat der Fall, da, wie eine eingehende Untersuchung zeigte, der Fehler von zweiter Ordnung in det ist. Um diesen Ausdruck berechnen zu können, müssen die Größen el_1 , el_2 , rt, α , d bekannt sein. Am bequemsten lassen sie sich graphisch ermitteln. Ist die Neigung entgegengesetzt wie in Fig. 23 a angenommen, so bekommt der Neigungswinkel α ein negatives Vorzeichen.

Die Amplituden $\overline{M_{el}}$ und $\overline{M_{et}}$ verhalten sich nun direkt wie die Quadratwurzeln aus den Energiedichten und direkt wie die Aufspaltungsfaktoren $c^{(l)}$, $c^{(t)}$; die Energiedichten verhalten sich umgekehrt wie die Wellenflächen. Das Resultat lautet hiernach:

$$\frac{\overline{M}_{el}}{\overline{M}_{et}} = \frac{c^{(l)}}{c^{(l)}} \sqrt{\frac{W_{et}}{W_{el}}} \cdot \dots (8)$$

V. Numerische Behandlung der longitudinalen Reflexion für Schichtung Eis—Fels. In diesem Kapitel sollen die Kurven untersucht werden, die sich auf Grund der oben entwickelten Formeln für die longitudinale Reflexion im Fall der Schichtung Eis—Fels ergeben.

Bei allen Rechnungen wurden die im Eis ermittelten Wellengeschwindigkeiten $^2)$ benutzt:

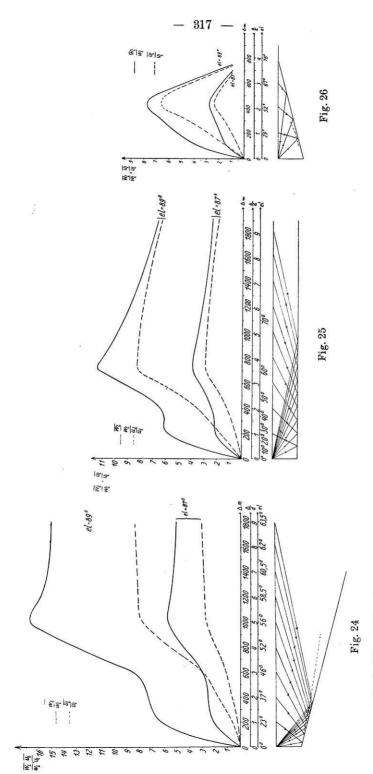
$$a_1 = 3.6$$
, $b_1 = 1.7$, $a_2 = 4.5$, $b_2 = 2.7$ km/sec.

Die Dichten von Eis und Fels sind angenommen zu $\varrho_1=0.9$ bzw. $\varrho_2=2.7$. Unter Verwendung dieser Konstanten sind auch die Energiebetrachtungen für Eis in Kapitel III meiner vorigen Arbeit¹) durchgeführt worden. Zur Berechnung der umfangreichen Formeln wurde wieder eine elektrische Mercedes-Rechenmaschine benutzt. In Anbetracht der vielen auszuführenden Rechenoperationen war es hier ebenfalls erforderlich, mit vier Dezimalen zu rechnen, um größere Abrundungsfehler zu unterdrücken.

Um einen Überblick zu bekommen, wie die Kurven für $\overline{w_t}/w_t$ und $\overline{u_t}/u_t$ bei verschieden geneigten Grenzflächen aussehen, sind alle drei Möglichkeiten einheitlicher Neigung durchgerechnet nach den in Abschnitt IV a entwickelten Formeln.

In den Fig. 24, 25, 26 ist zunächst der Strahlengang der Reflexionen bei den hier angenommenen Neigungen $\alpha = +15^{\circ}$, $\alpha = 0^{\circ}$, $\alpha = -15^{\circ}$ dargestellt. Neigungen von diesem Betrage sind in Gletscherprofilen häufig zu finden.

Zur Konstruktion der Gletscherprofile hat man mehrfach die Laufzeiten der Reflexionen verwendet. Man hat dabei meist die als erste Annäherung zulässige Annahme gemacht, daß die Eisoberfläche und die Reflexionsfläche Eis—Fels



Oben: Komponentenverhältnisse der Verschiebungen der reflektierten und direkten Longitudinalwelle bei parallelen und geneigten Grenzflächen Fig. 24, 25 und 26.

Unten: Zugehöriger Strahlengang der Reflexionen

einander parallel sind. Den Fehler, den man dabei in den hier vorliegenden Fällen ($\alpha=\pm 15^0$) begeht, erkennt man an der Lage der in den Figuren gestrichelten Linie. Diese stellt die Reflexionsfläche dar, die sich ergibt, wenn man unter Annahme paralleler Schichtung aus den Laufzeiten der Reflexionen an den geneigten Flächen ($\alpha=\pm 15^0$) die Tiefe der Reflexionsfläche berechnet. Man sieht, daß die Annäherung an die tatsächlichen Verhältnisse größer ist, wenn — unter sonst gleichen Verhältnissen — die Grenzflächen Eis—Luft und Eis—Fels zum Beobachtungsort hin divergieren.

Ferner sind in den Figuren die Verhältnisse $\overline{w_l}/w_l$ und $\overline{u_l}/u_l$ als Funktion der Entfernung dargestellt. Die Abszisse ist gemessen in Δ/d , wobei d die Schichtdicke unter der Beobachtungsstation bedeutet. Da der bei Alpengletschern häufige Wert d=200 m besonders interessiert, ist in einer zweiten Abszissenskala Δ in Metern

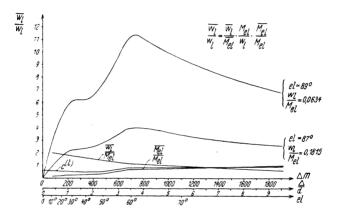


Fig. 25 a. Zerlegung der Kurven $\frac{\overline{w_l}}{w_l}$ der Fig. 25 in ihre Bestandteile

für den Fall $d=200\,\mathrm{m}$ beigefügt. Um den Einfluß der Energieaufteilung an der unteren Grenzfläche auf den Verlauf der Kurven übersehen zu können, ist in einer dritten Abszissenskala der Winkel el angegeben. Ausgezogene Kurven beziehen sich durchweg auf die vertikale und gestrichelte auf die horizontale Komponente. In jeder dieser drei Figuren befinden sich vier Kurven. Die oberen beiden (ausgezogen, gestrichelt) sind gerechnet für den Fall, daß der Einfallswinkel der direkten Longitudinalwelle am Beobachtungsort 89° beträgt, ungefähr streifender Inzidenz entsprechend. Die beiden unteren Kurven sind gerechnet für einen Winkel von 87°.

Wie man aus den Kurven für 89° und 87° ersieht, wachsen die Komponentenverhältnisse der Verschiebungen sehr schnell, wenn sich der Einfallswinkel der direkten Welle einem rechten Winkel nähert; die Nenner in den Quotienten werden dabei sehr klein. Bei streifender Inzidenz (90°) werden die Formeln ungültig.

Für beide Komponenten und für alle drei Fälle ($\alpha=0^{\circ},\pm15^{\circ}$) steigt das dargestellte Verhältnis der reflektierten zur direkten Welle vom Werte Null für $\Delta/d=0^*$) zu einem Maximum an, das jedesmal in einer Entfernung Δ liegt, die ungefähr dem Grenzwinkel der Totalreflexion entspricht, für Eis 53° 08'.

Denn wie die Rechnung zeigte, ist in allen drei Fällen das Maximum wesentlich mit durch die Totalreflexion hervorgerufen worden. Der steile Anstieg der Kurven zum Maximum in Fig. 24, 25, 26 und der langsame Abfall hernach (nachdem der Grenzwinkel überschritten ist) steht in Übereinstimmung mit dem Verlauf der Kurve $|M_{rl}/M_{el}|$, vgl. Fig. 3 meiner vorigen Arbeit**). Außerdem wird der Verlauf der Kurven bestimmt durch die Abnahme der Energie infolge des durchlaufenen Weges und die Erregung sekundärer Wellen beim Eintreffen der reflektierten Welle an der Oberfläche. Um die Wirkung dieser einzelnen Faktoren übersehen zu können, sind die in Fig. 25 ausgezogen gezeichneten Kurven der Vertikalkomponente analysiert. Die Gleichung dieser Kurven ist (4) aus Kap. IV a. In Fig. 25a sind die Kurven für die einzelnen Faktoren graphisch dargestellt. w_l/M_{el} ist jeweils konstant: 89 bzw. 87^{0} .

Für zum Beobachtungsort divergente Grenzflächen sinkt das Verhältnis schnell auf niedrige Werte, weil, wenn der Strahl an der Grenzfläche in der Nähe des Schnittpunktes mit der Oberfläche ($\Delta/d=\cot 15^0=3.78$) reflektiert wird, der reflektierte Strahl nahezu streifend am Beobachtungsort einfällt und für streifende Inzidenz $\overline{u_t}/\overline{M_{el}}$, also auch $\overline{u_t}$ selbst gleich Null wird. Der Nenner u_t verschwindet dagegen nicht, da als Inzidenzwinkel 89 bzw. 87° angenommen worden ist. Ähnliche Betrachtungen gelten auch für die Vertikalkomponente. Sinngemäß bricht man die Rechnung ab, wenn der Inzidenzwinkel des reflektierten Strahles am Beobachtungsort gleich dem Inzidenzwinkel des direkten Strahles ist (89 bzw. 87°). Für diese Werte wird das Verhältnis nahe 1.

Daß das Verhältnis der Verrückungen des reflektierten Strahles zum direkten Strahl ein Vielfaches der Einheit werden kann, ist für die Vertikalkomponente leicht verständlich, weil ja der reflektierte Strahl steiler am Beobachtungsort einfällt als der direkte. Schwer ist dagegen einzusehen, daß auch für die Horizontalkomponente die Amplitude des reflektierten Strahles mehrfach größer sein kann als die des direkten, da doch der direkte Strahl flacher einfällt als der reflektierte. Der Grund ist darin zu suchen, daß der direkte Strahl bei nahezu streifender Inzidenz nur sehr geringe Horizontalbewegung in der Oberfläche hervorrufen kann.

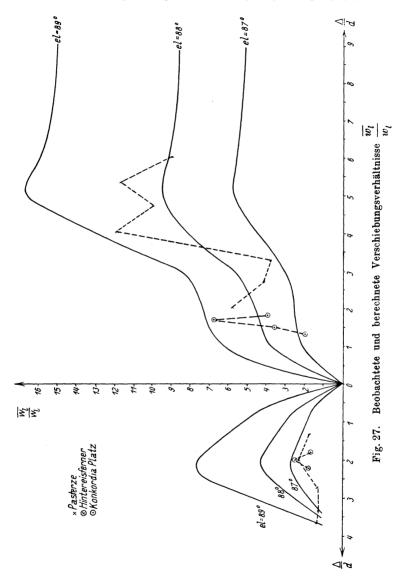
VI. Vergleich von Theorie und Beobachtung. Die seismischen Messungen auf dem Hintereisferner und auf dem Konkordiaplatz von H. Mothes⁵) und diejenigen von H. Mothes und B. Brockamp⁶) auf dem Pasterzegletscher eignen sich zur Prüfung der obigen Rechnungen. B. Brockamp⁷) hat eine graphische Darstellung***) der Verhältnisse $\overline{w_1}/w_1$ für diese drei Sprengungen gegeben.

^{*)} Das folgt direkt aus den Formeln in Abschnitt IVa durch Grenzwertbildung.

^{**)} Zeitschr. f. Geophys. 8, 134.

^{***)} Ebenda 1931, S. 237.

In Profil V vom Pasterzegletscher*) zeigen die Grenzflächen Eis—Luft und Eis—Fels zwar unregelmäßige, doch nur geringe Neigung gegeneinander.



Die Unregelmäßigkeiten sind zum Teil auch wohl durch Ungenauigkeiten der Methode und Messung bedingt. Sucht man die tatsächlichen Verhältnisse durch

^{*)} Zeitschr. f. Geophys. 1930, S. 495.

eine einheitliche Neigung zu approximieren, so erhält man eine Konvergenz der beiden Grenzflächen nach abwärts (zungenwärts) hin von wenigen Graden. Im gleichen Sinne, doch stärker, ist die Neigung im Profil des Hintereisferners*) (Standort II), wo sie vielleicht 4° beträgt, und am stärksten auf dem Konkordiaplatz**) (Profil I) mit einem Betrage von etwa 20°. Auf der Pasterze und auf dem Hintereisferner sind in den betrachteten Standorten Sprengungen aufgezeichnet von Schüssen, die sowohl zungen- wie firnwärts angesetzt waren.

Fig. 27 zeigt die berechneten Werte von $\overline{w_l}/w_l$ für $el=87, 88, 89^{\circ}$ als Funktion von Δ/d (ausgezogene Kurven), und zwar für ein Profil von $\alpha=15^{\circ}$ Neigung. Die berechneten Ordinaten variieren sehr stark mit dem angenommenen Einfallswinkel der direkten Welle (87, 88, 89°). Die Lage des Maximums (Δ/d) ist dagegen davon unabhängig (Fig. 24, 25, 26); es liegt bei parallelen Grenzflächen ($\alpha=0$) bei $\Delta/d=3.6$, für $\alpha=+15^{\circ}$ bei 5 und für $\alpha=-15^{\circ}$ bei 2. In Fig. 27 sind die von Brockamp angegebenen Verhältnisse $\overline{w_l}/w_l$ als Funktion von Δ/d eingetragen.

Bei den Messungen auf der Pasterze liegt das Maximum für die aufwärts gelegenen Schüsse bei $\Delta/d=4$ bis 6, bei den abwärts gelegenen ist es wenig ausgeprägt und liegt vielleicht bei 2. Dies ist nicht gut vereinbar mit parallelen Grenzflächen ($\alpha=0$). Wenn die Neigung einheitlich angenommen wird, wie es oben geschah, müssen die Grenzflächen des Eises nach aufwärts (firnwärts) divergieren, was tatsächlich in dem von Brockamp und Mothes gegebenen Profil schwach angedeutet ist. Dann ist das Maximum von $\overline{w_l}/w_l$ bei den aufwärts angesetzten Schüssen stärker und in größerer Entfernung zu erwarten als bei den abwärts angesetzten. Das entspricht der Beobachtung.

Beim Hintereisferner liegt das Maximum (Schüsse zungenwärts) bei 2. Dies deutet auf Grenzflächen, die gleichfalls aufwärts divergieren, was auch in dem Profil zu erkennen ist. Beim Konkordiaplatz liegt das Maximum bei 1.6, wonach die Grenzflächen zum Beobachtungsort hin divergieren müßten. Nach der Zeichnung des Profils bei Mothes⁵) ist es umgekehrt. Dieses Profil ergab sich unter Annahme paralleler Grenzflächen aus den Laufzeiten der Reflexionen und liefert in erster Annäherung wohl zutreffende Tiefen. Die Neigung, die aus der Verbindung der nach obiger Annahme berechneten Tiefen resultiert, ist natürlich weniger sicher und wie geometrische Überlegungen zeigen, im vorliegenden Fall auch nicht zulässig.

Die von Mothes⁵) angegebene Regel, daß das Maximum des Verhältnisses in einer Entfernung liegt, die in erster Annäherung gleich der doppelten Gletscherdicke ist, erweist sich als nicht allgemein gültig, wie die Fig. 24, 25, 26 lehren.

Herrn Prof. Dr. G. Angenheister, auf dessen Anregung die Arbeit entstand, sowie Herrn Dr. Heinrich Jung bin ich für mancherlei Ratschläge und Kritik bei Ausführung dieser Arbeit zu Dank verpflichtet.

^{*)} Zeitschr. f. Geophys. 1929, S. 132.

^{**)} Ebenda 1929, S. 141.

Literatur

- ¹) H. Blut: Ein Beitrag zur Theorie der Reflexion und Brechung elastischer Wellen an Unstetigkeitsflächen. Zeitschr. f. Geophys. 1932.
- ²) F. Gerecke: Messungen auf dem Rhônegletscher. 1. Die Laufzeitkurve. Ebenda 1932.
- ³) E. Wiechert: Erdbebenwellen. I. Theoretisches über die Ausbreitung der Erdbebenwellen. Göttinger Nachr. 1907.
- 4) G. Angenheister: Eisseismik, Vortrag, gehalten in Leningrad September 1931; erscheint in Veröffentl. d. Seismol. Inst. Leningrad.
 - ⁵) H. Mothes: Neue Ergebnisse der Eisseismik. Zeitschr. f. Geophys. 1929.
- ⁶) Brockamp-Motnes: Seismische Untersuchungen auf dem Pasterzegletscher. I. Ebenda 1930.
- $^{7})$ B. Brockamp: Seismische Untersuchungen auf dem Pasterzegletscher. II. Ebenda 1931.

Göttingen, 4. Juli 1932. Geophysikalisches Institut der Universität.

Gesteinsmagnetismus und Säkularvariation

Von J. Koenigsberger, Freiburg i. B. — (Mit 1 Abbildung)

Die remanente Magnetisierung jüngerer Eruptivgesteine übertrifft die induzierte, meist um das drei- bis achtfache bei 20°C und bleibt größer auch bei steigender Temperatur, also größere Tiefe, bis etwa 470°C, da die Abnahme beider mit der Temperatur ähnlich ist (Fig. 1). Die Säkularvariation gibt andere Änderungen lokaler Anomalien, wenn die remanente als wenn die induzierte Magnetisierung überwiegt und kann daher helfen Größe und Richtung der Remanenz von Eruption in Tiefen bis zu 50 km festzustellen.

Gleichgültig, was der Sitz des magnetischen Erdfeldes und dessen Ursache sein mag, so besteht heute Übereinstimmung darin, daß die oberen 50 km der Erdkruste nur wenig zum Primärfeld beitragen, und daß die Wirkung der 50 km auf das Magnetfeld an der Oberfläche vor allem sich in den Anomalien ausdrückt. Die Wirkung ist meines Erachtens gegeben durch zwei bekannte magnetische Eigenschaften der Erdkruste: Induktion, der Suszeptibilität entsprechend, und remanente Magnetisierung.

Die remanente natürliche Magnetisierung ist für die magnetisch jungen Eruptivgesteine drei- bis achtmal stärker als die Induktion $(J_r)_{0.45}:(K.0.45)=Q$. Daher kann ich der von H. Haalck in seiner sonst sehr anregenden Abhandlung*) geäußerten Ansicht nicht zustimmen, daß alle örtlichen Anomalien des erdmagnetischen Feldes nur durch die Induktion des primären Erdfeldes in der Untergrunds-

^{*)} H. Haalck: Zeitschr. f. Geophys. 8, 154 (1932).