

Werk

Jahr: 1932

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:8 **Werk Id:** PPN101433392X 0008

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN101433392X_0008 | LOG_0080

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions. Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen Georg-August-Universität Göttingen Platz der Göttinger Sieben 1 37073 Göttingen Germany Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Beitrag zur Theorie des Blattfederseismographen

Von M. Rössiger, Clausthal — (Mit 7 Abbildungen)

Es wird gezeigt, daß die Masse eines Blattfederseismographen zwei Eigenschwingungen hat, deren Perioden und Drehpunkte angegeben werden. Die Periode der schnelleren Schwingung muß klein gehalten werden, wenn die Masse eine schnelle Bodenverrückung unverzögert und unverkleinert anzeigen soll. Es werden Maßnahmen besprochen, die die Periode dieser Eigenschwingung herabdrücken. Die bei verschiedenen Konstruktionen erzielbaren Vergrößerungen werden angegeben.

Die Masse eines Seismographen, die bei einer plötzlichen Bodenverrückung im Raume in absoluter Ruhe beharrt, zeigt die Verschiebung sofort und unverkleinert an. Beim anderen Typus, bei dem die Masse bei der Verrückung gedreht wird, treten infolge der aufzubringenden Drehbeschleunigung Kräfte auf, die auf das Stativ übertragen werden müssen. Wenn man das hierzu notwendige Konstruktionselement absichtlich nicht "starr" macht, sondern mit einer gewollten Elastizität ausrüstet - um eine bequeme Direktionskraft zu gewinnen —, so muß man in Kauf nehmen, daß die Masse bei einer schnellen Verschiebung nur verzögert folgt und bei entsprechend schneller Wiederholung der Verschiebung die Amplitude verkleinert wiedergibt. Mit Rücksicht auf die vielfache Benutzung derartiger Seismographen in der angewandten Seismik, wo man gerade auf die saubere Wiedergabe relativ schneller Bewegungen (erster Einsatz, Amplituden sehr kurzperiodiger Bewegungen) angewiesen ist, dürfte die Frage nach der günstigsten Konstruktion (geringste "Verzögerung", große Periode der Grundschwingung, höchste Vergrößerung) von Interesse sein. habe daher im folgenden versucht, die theoretischen Grundlagen des Blattfederseismographen so weit zu entwickeln, wie es zur Klärung dieser Fragen notwendig ist, wobei sich zeigen wird, daß sich die genannten Eigenschaften zum Teil gegenseitig ausschließen, so daß man die eine nur auf Kosten der anderen bevorzugt ausbilden kann.

An anderer Stelle habe ich dargelegt, daß eine an einer Blattfeder befestigte Masse zweier Eigenschwingungen fähig ist, habe ihre Perioden rechnerisch bestimmt und durch Versuche bestätigt gefunden*). Das Schwingungszentrum (P_1) der Grundschwingung von der Periode T_1 ist dabei der Drehpunkt der zweiten Eigenschwingung von der Periode T_2 und umgekehrt. Die beiden Schwingungsmöglichkeiten sind in der Fig. 1 dargestellt. Man erhält für die beiden Perioden folgenden einfachen Ausdruck:

$$T_{1,2} = 2 \pi \sqrt{\frac{m l}{B} \left[\frac{l^2}{3} + a^2 + a l + \Delta \left(a + \frac{l}{2} \right) \right]} \cdot \dots (1)$$

^{*)} M. Rössiger, Die elastischen Schwingungen einer Masse, die durch eine Blattfeder gehalten wird. (Erscheint demnächst in den Ann. der Phys.).

wo für ⊿ der Wert

$$\varDelta_{1,\,2}\,=\,\frac{\frac{K_{0}}{m}-\frac{l^{2}}{3}-a^{2}-a\,l\pm\sqrt{\left(\!\frac{K_{0}}{m}+\frac{l^{2}}{3}+a^{2}+a\,l\,\right)^{\!2}-\frac{l^{2}}{3}\,\frac{K_{0}}{m}}}{l+2\,a}$$

einzusetzen ist.

Das positive Vorzeichen der Wurzel führt dabei auf die größere (T_1) , das negative auf die kleinere Schwingungszeit (T_2) . Es bedeuten dabei m die Masse, K_0 das Trägheitsmoment der Masse, bezogen auf die Schwerpunktsachse, l die Federlänge, B=EJ die Federkonstante, a den Abstand des Schwerpunktes der Masse vom Einklemmpunkt der Feder an der Masse, \mathcal{L}_1 den Abstand des Schwingungszentrums P_1 vom Schwerpunkt, l' den Abstand des Zentrums P_2 vom beweglichen Federende.

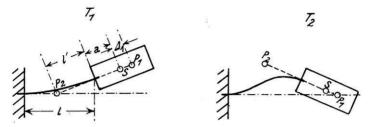


Fig. 1. Die beiden Schwingungsarten der Masse P_1 und P_2 sind die Schwingungszentren, S der Schwerpunkt

 Δ_1 und l' sind durch die Beziehung verknüpft

Zur raschen Berechnung der beiden Perioden eignen sich auch die Ausdrücke

$$T_{1} = 2\pi \sqrt{\frac{lK_{0}}{B} \cdot \frac{a + \frac{l}{2} + \Delta_{1}}{\Delta_{1}}}, \qquad T_{2} = 2\pi \sqrt{\frac{ml^{3}}{12B} \cdot \frac{\Delta_{1}}{a + \frac{l}{2} + \Delta_{1}}}$$
(3)

Entsprechend ergibt sich für das Verhältnis der Perioden

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{12\frac{K_0}{m}} \cdot \frac{a + \frac{l}{2} + \Delta_1}{l \Delta_1} \cdot \dots \cdot (4)$$

Die Formeln können ohne Einschränkung auf den Blattfederseismographen angewendet werden, sofern die Erdschwere nicht knickend oder ziehend auf die Blattfeder wirkt, also auf Vertikalseismographen und auf Horizontalseismographen mit horizontaler Schwingungsebene der Masse; bei genügender Federsteifheit natürlich auch auf Horizontalseismographen mit vertikaler Schwingungsebene.

Die Fig. 2 gibt eine anschauliche Darstellung des Einflusses der verschiedenen Bestimmungsstücke auf die beiden Schwingungszeiten (T_2 ist im fünffach vergrößerten Maß wiedergegeben). Die stark ausgezeichneten Kurven gelten für eine Federlänge von l=1 cm, die gestrichelten für l=0.5 cm. Mit Rücksicht auf

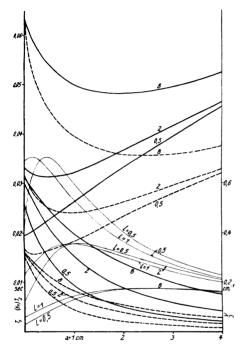


Fig. 2. Die beiden Perioden T_1 und T_2 und die Vergrößerung V|J in Abhängigkeit vom Schwerpunktsabstand a (als Abszisse), dem Verhältnis K_0/m und der Federlänge l

Fett ausgezogen: T_1 und T_2 für l=1 cm, fett gestrichelt: T_1 und T_2 für l=0.5 cm, schwach ausgezogen: Vergrößerung V/J. — Die an die Kurve geschriebenen Zahlenwerte $(8;\,2;\,0.5)$ bedeuten den für jede Kurve geltenden Wert des Verhältnisses K_0/m . — Ordinatenmaßstab für die Perioden links, für V/J rechts

die Verwendung als Vertikalseismograph ist die Federsteifheit B dabei nicht konstant gehalten worden, sondern als proportional dem Abstande des Schwerpunktes von der festen Einspannstelle der Feder, also proportional l + a angesetzt worden, damit die größte Materialbeanspruchung des Federmaterials (bei der Verwendung als Vertikalseismograph) immer die gleiche bleibt. Als Zahlenwert von B ist der einer vorliegenden Blattfeder von 2 cm Breite und 0.7 mm Dicke, nämlich 8.1.107 dyn. cm² eingesetzt*). Für andere B können die T im Verhältnis der VB [vgl. Gleichung (1)] leicht umgerechnet werden. Die Masse wurde zu 1 kg angenommen. Für das Verhältnis K_0/m wurden die Werte 8, 2 und 0.5 gewählt.

Wie man aus der Darstellung ersieht, ist bei den gewählten Federlängen der Einfluß von K_0/m für kleine a bei T_1 beträchtlich, bei T_2 fast unmerklich. Für große a ist es umgekehrt; T_1 steigt hier proportional mit a an, T_2 ist proportional $\sqrt[4]{K_0/m}/a$.

Die Federlänge beeinflußt T_2 sehr wesentlich; auf T_1 hat sie eine geringere, für kleine a und nicht zu

kleine Verhältnisse K_0/m sogar verschwindende Einwirkung (man beachte die oben gemachte Annahme B proportional l+a!).

Die Schwingungszeit T_2 kann nun als Maßstab für die "Richtigkeit" der Wiedergabe von schnellen Bodenerschütterungen angesehen werden.

*) Mit dieser Federsteifheit dürfte die Masse (1kg) gerade noch als Vertikalseismograph benutzt werden können, ohne daß eine besondere Tragfeder (Spiralfeder) nötig, die die Erdschwere kompensiert.

Es ist mindestens zu fordern, daß sie klein ist gegen die kürzeste Periode der Verschiebungen [also etwa klein gegen 0.02 sec!*)].

Nur bei Innehaltung dieser Bedingung wird die Wiedergabe des ersten Einsatzes — der doch möglichst auf 0.001 sec erfaßt werden soll — und die der Amplituden mit der wünschenswerten Konformheit erfolgen. Es dürfte also sicher nicht zuviel gefordert sein, wenn man verlangt, daß für die Seismographen der angewandten Seismik die Eigenperiode T_2 auf 0.001 sec herabgedrückt sein muß. Die angeführten Formeln sollen die Richtlinien geben, die bei der Konstruktion von Seismographen befolgt werden müssen, bei denen die Periode der T_2 -Schwingung einen gewünschten kleinen Wert nicht überschreitet, während gleichzeitig die Periode der Grund- $(T_1$ -) Schwingung möglichst groß ist.

Selbstverständlich kann man das immer erzwingen, wie die Fig. 2 zeigt, indem man den Schwerpunkt weit hinausschiebt (a groß macht), indessen sinkt damit auch die Indikatorvergrößerung, so daß dieser Weg nicht frei beschritten werden kann. Dieser Umstand führt dazu, die Vergrößerung einer ausführlichen Betrachtung zu unterwerfen.

Ich habe die Vergrößerungen mit in die Fig. 2 eingezeichnet. Es sind dies die sechs schwach ausgezogenen, nach unten zu konvexen Kurven, von denen die je zwei benachbarten zu den beiden Federlängen 1 und 0.5 cm gehören und die auf folgende Weise erhalten wurden. Es sei angenommen, daß die Periode der T_2 -Schwingung klein gegenüber der der T_1 -Schwingung sei. Bei einer schnell erfolgenden Bodenverrückung f wird die Masse sich dann derart bewegen, daß das Zentrum P_1 der T_1 -Schwingung in Ruhe verbleibt. In der Endlage, der die Masse hierbei zunächst zustrebt, hat dann schließlich eine Drehung um

^{*)} Es erscheint mir sehr fraglich, ob bei den bisherigen Konstruktionen von Blattfederseismographen mit hoher mechanischer Vergrößerung (Arm, mit Spiegelübersetzung!) Schwingungen mit einer Periode unter 0.01 sec richtig (d. h. mit verschwindender Phasenverzögerung und dynamischem Vergrößerungsfaktor 1) wiedergegeben werden. Die experimentelle Feststellung der Resonanzkurve nach R. Köhler (auf der Masse befestigtes Rädchen mit exzentrischer Masse) dürfte eine Prüfung dieser Frage nicht leisten, da die Stöße hierbei der Masse und nicht dem Stativ erteilt werden! Wenn die Stöße genau im Schwingungszentrum der Grundschwingung erfolgen, kann die T_2 -Schwingung sogar prinzipiell gar nicht erregt werden. Hierzu müßte der Anstoß im Zentrum der T_2 -Schwingung erfolgen, was strenggenommen unmöglich ist, da sich dieses auf der Feder befindet. Will man die T_2 -Schwingung mit dieser Methode erregen, so müßte man hierzu den Antrieb wenigstens dicht an die Einspannung setzen.

Die beste experimentelle Prüfung geschieht wohl mit dem Schütteltisch. Es wäre sehr zu begrüßen, wenn die Experimente hiermit bis herab zu so kleinen Perioden gemacht würden. Die bisherigen Versuche [vgl. z. B. G. Reutlinger: Gerlands Beitr. z. Geophys. 24, 168 (1929)] haben leider das Gebiet der T_2 -Schwingung nicht mit erfaßt, da die Schüttelfrequenz nicht viel mehr wie das Dreifache der Eigenfrequenz T_1 betrug. Vielleicht ließen sich derartige Versuche mit der von A. Ramspeck [Zeitschr. f. Geophys. 8, 79 (1932)] beschriebenen Schüttelplatte anstellen.

einen Winkel φ stattgefunden, so daß sich also die Indikatorvergrößerung Vergibt zu

$$V = \frac{\varphi}{f} J,$$

wo J die Indikatorlänge ist*).

Da sich der Punkt P_2 dabei gerade um die Strecke f verschoben hat, so wird V (s. Fig. 3)

$$V = \frac{J}{l' + a + \Delta_1}.$$

Sie ist unabhängig von der Federsteifheit B.

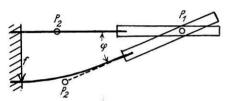


Fig. 3. Skizze zur Erläuterung der Indikatorvergrößerung

Unter Benutzung von Gleichung (2) formt man den obigen Ausdruck leicht um zu

$$V = \frac{\Delta_1}{\frac{K_0}{m} + \Delta_1^2} \cdot J,$$

woraus man sieht, daß V für (K_0/m) = Δ_1^2 ein Maximum hat, d. h. wenn

 Δ_1 gleich dem Trägheitsradius, bezogen auf die Schwerpunktsachse ist, oder anders ausgedrückt, Δ_1 gleich l'+a ist! Der maximale Wert von V beträgt

$$V_{\rm max} = \frac{J}{2\sqrt{\frac{K_0}{m}}}$$

und ist bemerkenswerterweise unabhängig von der Federlänge (vgl. auch die Fig. 2).

Wenn man also die Vergrößerung hochtreiben will, so wird man die Masse als Walze von kleinem Durchmesser ausbilden, da sich bei dieser Form der Masse das kleinstmögliche Verhältnis K_0/m erreichen läßt**).

Die Lage des V-Maximums (in der Fig. 2) ergibt sich aus der Beziehung

$$\frac{l^2}{3} + a^2 + a \, l = \frac{K_0}{m}$$

^{*)} Die unter obiger Einschränkung definierte Indikatorvergrößerung kann als dynamische Vergrößerung für solche periodischen Schwingungen aufgefaßt werden, deren Periode klein gegenüber der Grundschwingung (T_1) , aber groß gegen die der T_2 -Schwingung ist. Sie entspricht einer starren Führung der Masse durch eine durch den Punkt P_2 gelegte Drehachse — die Drehachse der Grundschwingung.

^{**)} Viele Konstrukteure haben sich offenbar durch derartige Überlegungen leiten lassen, vgl. z. B. den Erschütterungsmesser der Askania-Werke, Berlin-Friedenau; den Seismographen der Reichsanstalt für Erdbebenforschung, beschrieben von O. Meisser in "Beiträge zu einer experimentellen Seismik", Jena 1929; Zeissigs Horizontalschwingungsmesser, ersichtlich aus der von G. Reutlinger in Gerlands Beitr. z. Geophys. 24 (1929) auf S. 24 gegebenen Abbildung und den Anderson-Woodschen Horizontalseismographen.

Für sehr kleine Federlängen ($l \ll a$) wird also genähert (streng für eine Masse mit starrer Führungsachse)

$$a^2 = \frac{K_0}{m} \cdot$$

Für eine walzenförmige Masse $(K_0/m=r^2/2,\ r={
m Radius}$ des Walzenquerschnitts) ergibt sich dabei als für die Vergrößerung günstigster Befestigungspunkt der Walze der Abstand $a=r/\sqrt{2}$ vom Schwerpunkt; das Schwingungszentrum P_1 liegt dann im gleichen Abstande auf der anderen Seite des Schwerpunktes*).

Unter der angenommenen Voraussetzung, daß B proportional l+a ist, fallen bei sehr kleinen Federlängen die Maxima der Vergrößerung mit den Minima der T_1 -Perioden zusammen. Man hat hier ein vollkommenes Analogon zu den Verhältnissen beim gewöhnlichen seismischen "Vertikalpendel" mit starrer Führungsachse vor sich, bei dem diese Beziehung zwischen Vergrößerung und Eigenperiode ebenfalls erfüllt ist**).

Nach den mitgeteilten Überlegungen ist man in der Lage, die gewünschten Eigenschaften eines Blattfederseismographen durch geeignete Konstruktionen herbeizuführen. Es fragt sich nun, ob sich nicht günstigere Verhältnisse ergeben, wenn man zu anderen Konstruktionen übergeht. Die folgenden Bemerkungen sollen hier einen Hinweis darstellen.

1. Man könnte daran denken, die gesamte Masse frei um ihre Schwerpunktsachse drehbar auszuführen, so daß sie bei einer Drehung des Haltersystems ihre Lage im Raume beibehält (Fig. 4). Diese Ausführung würde es gestatten, den

^{*)} Anderson und Wood haben also bei ihrem Torsionsseismographen ersichtlich nicht diesen für die Vergrößerung optimalen Fall gewählt, da sie die Masse nicht im Abstand $r/\sqrt{2}$ von der Zylinderachse, sondern längs einer Mantellinie des Zylinders an dem Torsionsfaden befestigten. Da der Abstand \mathcal{A}_1 des Schwingungszentrums vom Schwerpunkt $\Delta_1 = K_0/mr = r/2$ ist, so liegt in diesem Falle die Drehachse im Abstande $r + \Delta_1 = 1.5 r$ vom Torsionsfaden entfernt (falls das Trägheitsmoment des Spiegelchens zu vernachlässigen ist); die damit erzielte Indikatorvergrößerung J/1.5 rist aber, da das Maximum in der Nähe liegt, nur wenig kleiner als der maximale Wert Unzulässig ist es, die Indikatorvergrößerung zu J/r anzunehmen, wie es z. B. bei der Beschreibung des Anderson-Woodschen Seismographen von B. Gutenberg (in Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik, 11. Aufl., Bd. V, 1, Abschnitt VII) und von H. Martin (im Handb. d. Exper. Phys., 25. Bd., 3, Kap.: Bodenseismik) getan wird. Die dort angegebene Indikatorvergrößerung von 2000 (für einen Lichtweg von 1000 mm) beruht auf der nicht zulässigen Annahme, daß sich die Masse um die Schwerpunktsachse dreht! Da der Dreharm 1.5mal länger ist als der Walzenradius, muß es statt 2000 richtig 2000/1.5 = 1330 heißen.

^{**)} Es erscheint mir nicht sicher, ob das Bestehen der erwähnten Beziehung in der seismischen Literatur bisher Erwähnung gefunden hat. In den Darstellungen der Theorie der Vertikalpendel ist zwar der Zusammenhang zwischen Eigenperiode und Indikatorvergrößerung abgeleitet, nicht aber auf die Möglichkeit hingewiesen, die Indikatorvergrößerung dadurch zu einem Maximum zu machen, daß man die äquivalente Pendellänge (und damit die Eigenperiode) zu einem Minimum macht. Auch finden sich meines Wissens keine Konstruktionen von derartigen Pendeln.

äußersten Grenzfall, nämlich $K_0/m=0$, herzustellen. Auf die Form des Querschnittes der Masse kommt es dann gar nicht mehr an, ja, er könnte sogar ein möglichst großes K_0 bekommen, um das erwünschte Stehenbleiben der Masse gegenüber etwaigen Reibungskräften auch sicher zu erzielen. Die die Drehung anzeigende Vorrichtung (Spiegel) müßte dann natürlich an dem mit a bezeichneten Arm befestigt sein, da ja die Masse selbst keine Drehung erleidet. Eine derartige Ausführung stellt konstruktiv bereits den Übergang zu einer von Spiralfedern getragenen Masse dar, deren Verschiebung relativ zum Stativ z. B. durch einen exzentrisch geführten Spiegel angezeigt wird.

2. Man könnte die Ebene der Blattfeder nicht, wie üblich, senkrecht, sondern parallel zur Verschiebungsrichtung anordnen (Fig. 5). Für eine derartig befestigte

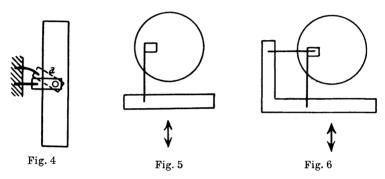


Fig. 4. Masse im Schwerpunkt drehbar befestigt. Verschwindend kleines Verhältnis K_0/m gibt kleinste Eigenperiode T_2

- Fig. 5. Verschwindend kleine Eigenperiode T_2 , erreicht durch stoßende Blattfeder. Der Pfeil gibt die aufzuzeichnende Verschiebungskomponente an
- Fig. 6. Dasselbe wie bei Fig. 5, aber Unabhängigkeit von der störenden senkrechten Komponente, erreicht durch eine zweite Feder

Masse würde T_2 sogar gleich Null werden, da die Feder stoßend auf die Masse wirkt*). Allerdings ist man bei einer derartigen Konstruktion nicht unabhängig von den senkrecht zu der aufzuzeichnenden Bewegung erfolgenden Verschiebungen, wenn auch durch geeignete Wahl der Federlänge die Vergrößerung für diese (hier störende) Komponente klein gehalten werden kann.

Diese störende Eigentümlichkeit würde dagegen ganz verschwinden, wenn man zu zwei zueinander senkrechten Blattfedern überginge (Fig. 6) **).

^{*)} Nach einer Diskussionsbemerkung von Herrn Dr.-Ing. E. Roux ist eine derartige Konstruktion von den Askania-Werken, Berlin-Friedenau, in der Ausführung begriffen.

^{**)} Auf den Vorteil der Verwendung von Kreuzfedern machte Herr M. Schuler. Göttingen, gelegentlich meines Braunschweiger Vortrages (Februar 1932, Tagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft) aufmerksam.

3. Zum Schluß sei noch auf eine andere Möglichkeit hingewiesen, das Verhältnis der beiden Perioden T_1/T_2 groß zu machen. Sie besteht in der Anbringung einer Zugkraft (Zugfeder), die nach der festen Einspannung hin gerichtet ist. Durch eine solche Kraft, die die Blattfeder auf Knickung beansprucht, wird die Schwingungszeit T_2 nicht wesentlich verändert, während die der Grundschwingung sehr vergrößert (theoretisch unendlich) werden kann. Man erreicht also das gewünschte große Verhältnis T_1/T_2 durch eine Art Astasierung.

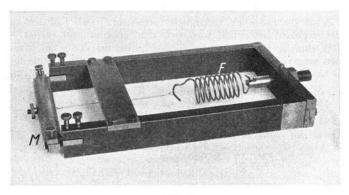


Fig. 7 Versuchsmodell mit Astasierungsfeder zur Erzielung eines großen Verhältnisses T_1/T_2 M Stationäre Masse; F Astasierungsfeder

Zur Demonstration dieses Effektes wurde ein Versuchsmodell eines Seismographen benutzt (Walzenkörper, Fig. 7). Die Gegenfeder greift zweckmäßig im Drehpunkt der T_2 -Schwingung an. Es gelang leicht, die Dauer der Grundschwingung zu verfünffachen, während T_2 dabei nur wenig (5%) größer wurde.

Die obigen Ausführungen betrachten nicht den Einfluß der Dämpfungsvorrichtungen. Für Seismographen mit starrer Achse tritt hierbei keine neue Schwierigkeit auf; bei den Blattfederseismographen aber ist zu berücksichtigen, daß die zusätzlichen Dämpfungskräfte die jeweilige Gestalt der Feder mit beeinflussen. Die Behandlung dieser Fragen würde hier indessen zu weit führen.