Lotschwankung von etwa 180⁰ ergeben. Nach den Messungen der Verfasser ist $\delta_{\text{beob.}}$ in Berchtesgaden etwa gerade so groß wie in Marburg (0.57 gegen 0.55). Will man daher eine Kippachse annehmen, so müßte sie etwa parallel der Linie Marburg—Berchtesgaden und noch südwestlich von dem nur 300 km von der Verbindungslinie abliegenden Freiberg verlaufen. Das müßte doch wohl als merkwürdiger Zufall angesprochen werden.

Ich halte daher meine Bedenken, daß noch rechnerische oder apparative Einflüsse in dem Wert $\delta_{\text{beob.}} = 0.55$ stecken, aufrecht.

Auf die weiteren Ausführungen der Verfasser in vorstehendem Aufsatz möchte ich im jetzigen Zeitpunkt allerdings nicht eingehen, obwohl ich manches zu sagen hätte. Es erscheint mir vielmehr zweckmäßiger, den Fortgang der experimentellen Untersuchungen abzuwarten.

Bemerkung hierzu

Von **R. Tomaschek** und **W. Schaffernicht**

Da neue Gesichtspunkte nicht vorliegen, können wir auf unsere ersten Ausführungen hinweisen. Eine theoretische Berechnung aus den δ-Werten ist ohne Hinzunahme neuen experimentellen Materials nicht möglich, vor allem, solange nicht die starke Phasenverschiebung weiter verfolgt ist, denn der Einfluß des Potentials der Deformation ist von derselben Größenordnung wie der der Verschiebung. Wir möchten ferner bezüglich der möglichen Deformationen der Erdkruste auf die Arbeiten von Stetson aufmerksam machen, der aus der mit Mondperiode verlaufenden Breitenänderung auf starke seitliche Verschiebungen der Erdkruste (in der Größenordnung von 1 m) schließt (Nature, London **131**, 437, 1933), was ebenfalls auf wesentlich abweichende Flutbewegungen, als bisher angenommen, hinweist.

Die Mitschwingensreduktion von Pendelbeobachtungen

Zu den Ausführungen von E. A. Ansel

Von **H. Schmehl,** Potsdam

Es wird der Nachweis erbracht, daß die Ausstellungen, die von E. A. Ansel an den Furtwänglerschen Momentanformeln für die Mitschwingensreduktion*) und in seiner „Erwiderung zu der Arbeit von H. Schmehl“**) gemacht werden, nicht zulässig sind.

E. A. Ansel hat in zwei Arbeiten „Das Mitschwingen als Fehlerquelle bei der Reduktion von Pendelbeobachtungen“*) und „Erwiderung zu der Arbeit von H. Schmehl“**) ausgeführt,

*) Gerlands Beitr. z. Geophys. **25**, 36—52; Berichtigung hierzu: ebenda **26**, 92.
) Zeitschr. f. Geophys. **9, 261—262.

1. daß die Furtwänglerschen Momentanformeln*)

$$\left.\begin{aligned} \delta_1 &= -\gamma_1 - \gamma_2\, a \cos\varphi \\ \delta_2 &= -\gamma_2 - \gamma_1 \frac{1}{a} \cos\varphi \end{aligned}\right\} \quad (60)$$

zur Reduktion von Schwingungszeiten wegen des Mitschwingens bei Schweremessungen nach dem Zweipendelverfahren nur mit Vorsicht benutzt werden dürfen, da sie mit der Zeit veränderliche Werte für die Korrektionen liefern.

2. daß die (bei Vernachlässigung der Dämpfung) beobachteten Schwingungszeiten und daher auch die Reduktionen auf starres Stativ konstant seien; für die letzteren gibt Ansel folgende Formeln an:

$$\left.\begin{aligned} \varDelta_1 &= -\gamma + \gamma\, a_0 \\ \varDelta_2 &= -\gamma + \gamma \frac{1}{a_0}\,. \end{aligned}\right\} \quad (61)$$

3. daß die Diskrepanz zwischen den Formeln (60) und (61) ihren Grund darin hat, daß die Formeln (61) auf der Basis ungedämpfter Schwingungen, die Formeln (60) unter der Annahme gedämpfter Schwingungen abgeleitet wurden.

Ich will hier den Nachweis erbringen, daß diese Ausführungen Ansels auf einem Irrtum beruhen und daher nicht anerkannt werden können.

Ansel gelangt bezüglich der Amplituden und Phasen, mit denen die beiden Pendel nach der Zeit t schwingen, zu folgenden Ausdrücken**), wenn mit a_1^0 und a_2^0 die Anfangsamplituden der Pendel zur Zeit $t = 0$ bezeichnet werden:

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= a_1^0 \sqrt{1 - \frac{\pi^2}{T^4}\gamma_2\left(\gamma_1 - \gamma_2 a_0^2 - (T_2 - T_1)\, a_0\right) \frac{\sin^2 w t}{w^2}} \\ a_2 &= a_2^0 \sqrt{1 - \frac{\pi^2}{T^4}\gamma_1\left(\gamma_2 - \gamma_1 \frac{1}{a_0^2} + (T_2 - T_1)\frac{1}{a_0}\right) \frac{\sin^2 w t}{w^2}} \end{aligned}\right\} \quad (62)$$

und

$$\left.\begin{aligned} \tan\alpha &= \frac{\pi}{T^2}\left(a_0\gamma_2 + \frac{T_2 - T_1}{2}\right)\frac{\tan w t}{w} \\ \tan\alpha' &= \frac{\pi}{T^2}\left(\frac{1}{a_0}\gamma_1 - \frac{T_2 - T_1}{2}\right)\frac{\tan w t}{w} \end{aligned}\right\} \quad (63)$$

Um aus den beiden letzten Gleichungen die Schwingungszeiten der Pendel abzuleiten, vertauscht Ansel den tan mit dem arc, d. h. er setzt***)

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{\pi}{T^2}\left(a_0\gamma_2 + \frac{T_2 - T_1}{2}\right) t \\ \pi - \alpha' &= \frac{\pi}{T^2}\left(-\frac{1}{a_0}\gamma_1 + \frac{T_2 - T_1}{2}\right) t \end{aligned}\right\} \quad (64)$$

---

*) Hier wie im folgenden sind die in Zeitschr. f. Geophys. **8**, 427 u. f. erklärten Bezeichnungen benutzt.

) Gerlands Beitr. z. Geophys. **25, 48 (38).

***) In Zeitschr. f. Geophys. **9**, 262, Zeile 5, schreibt Ansel irrtümlich u statt $u/2\gamma$, ferner ψ_2 statt $\pi - \psi_2$.

und erhält hieraus

$$\left.\begin{aligned} \varDelta_1 &= -\gamma + \gamma\, a_0 \\ \varDelta_2 &= -\gamma + \gamma \frac{1}{a_0} \end{aligned}\right\} \quad (65)$$

Die von Ansel vorgenommene Vertauschung des tan mit dem arc mag bei gewissen idealen Versuchsbedingungen wohl zulässig sein; bei der Vergleichung von formelmäßigen Reduktionsausdrücken ist die dadurch erzeugte Vernachlässigung von nichtlinearen Gliedern in t nicht statthaft. Denn verwendet man statt der Näherungswerte (64) die Formeln (63), so erhält man, wie ich bereits gezeigt habe*), die Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned} \varDelta_1 &= -\gamma_1 - \frac{T_2 - T_1}{2} + \frac{T^2}{\pi t} \cdot \alpha \\ \varDelta_2 &= -\gamma_2 - \frac{T_2 - T_1}{2} + \frac{T^2}{\pi t} \cdot \alpha' \end{aligned}\right\} \quad (66)$$

worin α und α' aus (63) zu entnehmen sind. Diese Werte $\varDelta_1$ und $\varDelta_2$ stimmen, wie ich ebenfalls an gleicher Stelle nachgewiesen habe, mit den von mir aus den Furtwänglerschen Momentanformeln abgeleiteten Reduktionsausdrücken genau überein. Die Ausdrücke $\varDelta_1$ und $\varDelta_2$ sind also von der Zeit t abhängig.

Es läßt sich auch leicht zeigen, daß die Ausdrücke (66) nichts anderes sind als die zeitlichen Integrale über die Furtwänglerschen Reduktionsausdrücke (60). Das soll hier in der Weise geschehen, daß wir Furtwänglers Formeln aus (66) mit alleiniger Verwendung der Anselschen Gleichungen (62) und (63) ohne jegliche Vernachlässigung herleiten.

Die Reduktionsausdrücke $\varDelta_1$ und $\varDelta_2$ stehen mit den Momentanreduktionen δ_1 und δ_2 in dem Zusammenhang

$$\varDelta_1 = \frac{1}{t}\int_0^t \delta_1\, dt \qquad \varDelta_2 = \frac{1}{t}\int_0^t \delta_2\, dt \quad \ldots\ldots\ldots \quad (67)$$

woraus die Beziehungen

$$\delta_1 = \frac{d(\varDelta_1 \cdot t)}{dt} \qquad \delta_2 = \frac{d(\varDelta_2 \cdot t)}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (68)$$

folgen. Setzt man hierin für $\varDelta_1$ seinen Wert aus (66) ein, so wird

$$\delta_1 = -\gamma_1 - \frac{T_2 - T_1}{2} + \frac{T^2}{\pi} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (69)$$

Aus (63) ergibt sich aber

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\pi}{T^2}\left(a_0 \gamma_2 + \frac{T_2 - T_1}{2}\right) \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 w\, t} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (70)$$

---

*) Zeitschr. f. Geophys. 8, 436.

oder mit Beachtung von (62) und (63)

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\pi}{T^2}\left(-a\gamma_2 \cos\varphi + \frac{T_2 - T_1}{2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (71)$$

Es ist also

$$\delta_1 = -\gamma_1 - \gamma_2 a \cos\varphi$$

in vollständiger Übereinstimmung mit (60). Der Momentanausdruck δ_2 ergibt sich in entsprechender Weise.

Sowohl das Amplitudenverhältnis a als auch der Phasenunterschied φ sind für $T_2 - T_1 \neq 0$ von der Zeit abhängig. Wenn Ansel den erwähnten tan mit dem arc vertauscht, so ist diese Vernachlässigung gleichbedeutend damit, daß man in Furtwänglers Formeln das mit der Zeit veränderliche Amplitudenverhältnis a in der ganzen Beobachtungszeit durch das Anfangsamplitudenverhältnis a_0 und den mit der Zeit veränderlichen Phasenunterschied φ in der ganzen Beobachtungszeit durch den Anfangsphasenunterschied $\varphi_0 = 180^0$ ersetzt.

Es geht daher nicht gut an, eine klassische, allen praktischen Anforderungen gerecht werdende Reduktionsformel nur deshalb „zur Benutzung mit Vorsicht" zu empfehlen, weil diese Formel mit einer ziemlich rohen und nur bei idealen Versuchsbedingungen geltenden Näherungsformel nicht übereinstimmt.

Getrennt von den bisherigen Erläuterungen läßt sich auch leicht einsehen, daß die Mitnahme von Dämpfungsgliedern meinerseits nicht die von Ansel betonte Diskrepanz begründen kann, denn man gelangt offenbar zu dem gleichen Ergebnis, wenn man eine Rechnung einmal mit Dämpfungsgliedern unter Verwendung von Dämpfungsfaktoren $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ durchführt und späterhin $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ gleich Null setzt, und ein zweites Mal diese Rechnung ohne Mitnahme von Dämpfungsgliedern bewirkt.

Wie sich aus Furtwänglers und meinen Darlegungen ergibt, spielt bei dem Mitschwingensproblem bezüglich der Dämpfung lediglich der Unterschied $\varkappa_2 - \varkappa_1$ eine Rolle, d. h. setzt man für beide Pendel von vornherein gleiche Dämpfungskoeffizienten voraus, wie es heute in der Praxis fast immer zulässig ist, und welchen Fall ich besonders behandelt habe, so muß man formelmäßig und rechnerisch zu den gleichen Ergebnissen gelangen, als wenn man diese auf der Basis ungedämpfter Schwingungen ableitet.

Durch die vorstehenden Nachweise wird nicht nur Ansels Schlußfolgerung in dem zweiten Teile seiner Abhandlung „Das Mitschwingen als Fehlerquelle bei der Reduktion von Pendelbeobachtungen", sondern auch seine „Erwiderung" zu meiner Arbeit „Ein Beitrag zum Zweipendelverfahren bei relativen Schweremessungen" bedeutungslos.

Potsdam, Geodätisches Institut, den 27. September 1933.