

## Werk

**Jahr:** 1935

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 GEOGR PHYS 203:11

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN101433392X\_0011

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X\\_0011](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0011)

**LOG Id:** LOG\_0066

**LOG Titel:** Verhalten der Luftdämpfung und Bestimmung des Dämpfungsgrades bei Seismographen und Erschütterungsmessern

**LOG Typ:** article

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN101433392X

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

*Zusammenfassung.* Es wird nachgewiesen, daß die Voraussetzungen, welche von W. Schlüter den Registrierungen mit dem Klinographen zugrunde gelegt worden waren, nicht zutreffen. Der Schwerpunkt wurde nicht, wie zu fordern gewesen ist, genau in den Berührungspunkt von Schneide und Ebene, sondern ohne Berücksichtigung der Schneidenkrümmung darüber verlegt. Hierdurch traten Einflüsse der Horizontalkomponente auf, die fünf bis zehnmal größer waren als die zu erwartenden Neigungsausschläge. Da auch die Aufhängung des Spiegelsystems nicht günstig gewählt war und außerdem bei der Berechnung der Intensität der Oberflächenwellen das Azimut, bezogen auf den Kinographenbalken, nicht berücksichtigt ist, sind die Ableitungen neu durchgeführt worden. Unter Beachtung aller auf den Balken und das Spiegelsystem einwirkenden Kräfte werden die Bedingungen genau formuliert, die zu erfüllen sind, um die Boden- neigungen bei Erdbebenwellen unabhängig von Störungen mit der erforderlichen Sicherheit von etwa 0.001 Winkelsekunde zu messen. Der erbrachte Nachweis, daß die Bewegung der Seismographen hauptsächlich durch Horizontalver- schiebungen und nicht durch Neigungsänderungen verursacht wird, bleibt durch die neuen Rechnungen unberührt.

Jena, August 1935.

---

## **Verhalten der Luftdämpfung und Bestimmung des Dämpfungs- grades bei Seismographen und Erschütterungsmessern**

Von Kurt Werner, Göttingen — (Mit 12 Abbildungen)

Ein ungedämpfter Seismograph gibt die Zeit des ersten Einsatzes einer Boden- erschütterung richtig wieder. Die Aufzeichnung des weiteren Verlaufs der Be- wegung wird dadurch beeinträchtigt, daß der Apparat seine eigene Schwingung der erzwingenden Bodenbewegung überlagert. Erst durch Einführung einer Dämpfung ist die Möglichkeit gegeben, die wahre Form der Bodenbewegung in einfacher Weise aus dem Seismogramm abzuleiten.

Das Wort „Dämpfung“ wird in mehrfachem Sinne verwendet. Um Un- klarheiten vorzubeugen, seien die verschiedenen Bedeutungen, wie sie im folgenden gebraucht werden, kurz erläutert. 1. Als physikalischer Begriff bezeichnet „Dämpfung“ in der allgemeinsten Bedeutung die Erscheinung des Abklingens einer Bewegung infolge der Energiezerstreuung im Sinne des „zweiten Hauptsatzes“. 2. Als Teil eines Instrumentes hat die Dämpfung die Aufgabe, durch wirksam geleitete Energievernichtung unerwünschte Bewegungen abzuschwächen. Ins- besondere am Registrierinstrument ist die Dämpfungsvorrichtung dazu da, Eigen- schwingungen zu unterdrücken, damit die Aufzeichnung des Bewegungsvorgangs nicht entstellt wird. 3. Mathematische Fassung findet der Dämpfungsvorgang in den Dämpfungsgliedern der Bewegungsgleichung. Diese mathematischen Aus- drücke werden mitunter kurz „Dämpfung“ genannt. 4. Für eine der Geschwindig-

keit proportionale Dämpfungskraft ist das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Maximalausschläge der freien Schwingung konstant. Dieser Quotient für aufeinanderfolgende Ausschläge nach verschiedenen Seiten, eine einfache Zahl  $\varepsilon$ , trägt in der Seismik ebenfalls den Namen Dämpfung,  $\ln \varepsilon$  ist das logarithmische Dekrement. Vielfach wird auch das Verhältnis zweier Maximalamplituden nach derselben Seite als Dämpfung bezeichnet.

Im Gegensatz zur geschwindigkeitsproportionalen Dämpfung bezeichnet die Seismik als Reibung den energiezerstreuenden Vorgang der Coulombschen Reibung, wie sie besonders an der Schreibung, an Achsenlagern und Gelenken auftritt. Ihr Einfluß ist schädlich, weil sie kleine Bewegungen unterdrückt. Ein solcher Nachteil tritt bei der „linearen Dämpfung“ nicht auf, da sie für die Geschwindigkeit Null selbst Null wird. Außerdem hat sie vor den quadratischen und anderen Gesetzen den Vorzug, daß sie theoretisch leicht zu behandeln ist und dadurch die Deutung der Seismogramme sehr erleichtert.

Derartige Kräfte, wie sie zur Dämpfung der Eigenschwingung der Instrumente geeignet sind, entstehen 1. infolge innerer Reibung eines festen Körpers in Flüssigkeiten und Gasen, solange die Strömung laminar ist, 2. wenn die Energie verzehrt wird von Wirbelströmen in einem Leiter, welcher ein homogenes Magnetfeld schneidet. Der elektromagnetische Vorgang ist vielfach zur Konstruktion von Dämpfungen verwendet worden, er wird jedoch in dieser Arbeit weiter nicht erörtert, weil sich der zu fordernde hohe Dämpfungsgrad bei großer stationärer Pendelmasse nicht leicht ohne starke Hebelübersetzung erreichen läßt. Der Vorgang der inneren Reibung findet Anwendung in der Öl- und Luftdämpfung. Öl ist am wirksamsten, doch in seiner Wirkung quantitativ schwer erfaßbar. Die molekulare Struktur vor allem bei zähflüssigem Öl verhindert eine zuverlässige Zähigkeitsbestimmung. Außerdem ist die starke Temperaturabhängigkeit der Zähigkeit im Gebrauch lästig.

Konstruktiv und in der Praxis als geeignet hat sich eine Luftkolbendämpfung folgender Art erwiesen (Fig.1):

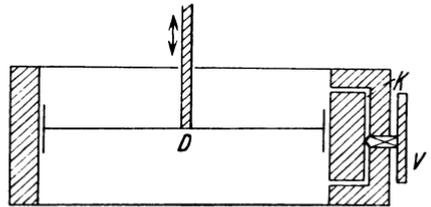


Fig. 1. Luftdämpfung schematisch

Mit einer Stelle des vergrößernden Hebelsystems durch eine Führungsstange verbunden ist der Dämpferkolben  $D$ . Der Kolben besteht aus einer runden Platte von Leichtmetall mit T-förmig umgebogenem Rand. Sein Durchmesser und die Entfernung der Dämpfungseinrichtung vom Schwingungsmittelpunkt richtet sich nach der Größe der zu dämpfenden Energien. Die Kolbenstange soll sich möglichst nur in ihrer Längsrichtung bewegen. Sie durchsetzt frei die Seitenwand der im übrigen geschlossenen Dämpfungsbüchse, welche ihrerseits fest mit dem Gestell des Apparates, also dem Boden, verbunden ist. Die lichte Weite der Büchse ist wenige zehntel Millimeter größer als der Kolbendurchmesser.

Bei Bewegung des Dämpferkolbens in der Dose vollzieht sich folgender Vorgang: In dem Raum vor dem Kolben entsteht je nach der Bewegungsrichtung ein Über- oder Unterdruck. Der Ausgleich erfolgt durch den Spalt von wenigen zehntel Millimeter zwischen Kolben und Wand und durch einen Kanal  $K$  (Fig. 1), welcher die Kammern zu beiden Seiten des Kolbens unmittelbar verbindet. Ein Drosselventil  $V$  in diesem Kanal ermöglicht es, den Widerstand, den die Luft beim Durchströmen erfährt, zu variieren. Die eintretende Druckveränderung vor dem Kolben und damit sein Widerstand erweist sich bei geringer Drosselung als der Geschwindigkeit proportional. Wenn man den Luftweg stärker verengt, wird der Druckunterschied zwischen Vorder- und Rückseite und infolgedessen die Beschleunigung der Luftteilchen zu groß. Durch starke Wirbelbildung gewinnt vermutlich ein quadratisches Dämpfungsgesetz die Oberhand.

Andererseits sind im Gebrauch starke Dämpfungen notwendig. Um bei sinusförmiger Bodenbewegung eine möglichst gleichmäßige Aufzeichnung der Amplituden für verschiedene Frequenzen zu erhalten, ist eine mittlere Dämpfung  $\varepsilon = 5:1$  bis  $8:1$  günstig<sup>1)</sup>. Koch und Zeller<sup>2)</sup> untersuchen den Einfluß der Dämpfung des Seismographen auf den Einschwingvorgang bei nichtstationären Bewegungen und finden, daß in diesem Falle  $\varepsilon = 47:1$  am günstigsten ist. Für dieses recht hohe Dämpfungsverhältnis ist die Fälschung der ersten Amplituden am geringsten und damit ihre Reduktion auf die wahre Bodenbewegung am genauesten. Demgegenüber ist in Betracht zu ziehen, daß eine Steigerung der Dämpfung dazu führt, daß bei gleichen experimentellen Hilfsmitteln im allgemeinen weniger genau zu messen ist und andererseits erfahrungsgemäß Abweichungen vom linearen Dämpfungsgesetz auftreten. Im folgenden sollen die Grenzen gesucht werden, innerhalb derer für die Aufzeichnungen von verschiedenen Seismographen mit Luftdämpfung die Schwingungsgleichung mit linearem Dämpfungsglied anwendbar ist.

*Die Beurteilung der Dämpfung durch Berechnung aus verschiedenen Bestimmungsstücken.* Der Grundgedanke unseres Prüfungsverfahrens für Dämpfungsapparate besteht darin, daß wir die eine lineare Dämpfung besonders kennzeichnende Größe  $\varepsilon$  aus verschiedenen Bestimmungsstücken berechnen. Dabei müssen die Einzelstücke so gewählt werden, daß sie in der Messung unabhängig voneinander sind. Führt die Berechnung jedesmal zu dem gleichen Zahlenwert, dann ist die zugrunde gelegte Theorie mit großer Wahrscheinlichkeit als für den untersuchten Apparat gültig anzusehen. Man kann  $\varepsilon$  aus folgenden Stücken errechnen:

A. Bei freiem Ausschwingen der Masse des Seismographen.

1. Aus aufeinanderfolgenden Maximalamplituden. Ihr Quotient ist bei gleicher Dämpfung unabhängig von der Größe der Amplitude  $= \varepsilon$ , aber um so größer, je stärker die Dämpfung ist.

2. Aus dem Verhältnis der Perioden der freien Schwingung mit und ohne Dämpfung. Mit zunehmender Dämpfung wird die Periode länger.

3. Aus der Eintrittszeit des Maximalausschlages. Durch Einschalten der Dämpfung wird die Schwingung unsymmetrisch, das Maximum verlagert sich aus der Mitte zwischen zwei Durchgängen durch die Ruhelage nach der Seite des zeitlich früheren Durchgangs hin, und zwar um so weiter, je stärker die Dämpfung ist.

B. Bei sinusförmiger Anregung des Seismographen kann  $\varepsilon$  aus dem gesetzmäßigen Zusammenhang errechnet werden, der besteht zwischen der Periode der Sinusschwingung einerseits und der Amplitudenverzerrung und Phasenverschiebung zwischen erzwingender und erzwungener Bewegung andererseits.

Für die gekennzeichneten Größen sollen folgende Bezeichnungen benutzt werden:

$a_v$ :  $v$ te maximale Indikatoramplitude,

$T_0$ : Eigenperiode des Apparates ohne Dämpfung,

$T$ : Eigenperiode des Apparates mit Dämpfung (Fig. 11),

$\tau$ : Relaxationszeit,

$t_A$ : Zeit vom Durchgang durch die Ruhelage bis zum Maximalausschlag,

$t_B$ : Zeit vom Maximalausschlag bis zum nächsten Durchgang durch die Ruhelage,

$a$ : Maximale Amplitude der sinusförmigen Bodenbewegung,

$\alpha$ : Maximale Amplitude der Aufzeichnung der Bodenbewegung,

$\mathfrak{T}$ : Periode der Bodenbewegung,

$V$ : Statische Vergrößerung des Seismographen,

$\bar{V}$ : Statische Vergrößerung des Schütteltisches,

$\mathfrak{B}$ :  $= a/\alpha$  dynamische Vergrößerung des Seismographen,

$\delta$ : Phasenverschiebung,

$\varepsilon$ : Dämpfungsverhältnis  $= a_v/a_{v+1}$ ,

$\alpha = \frac{\ln \varepsilon}{\sqrt{\ln^2 \varepsilon + \pi^2}} = \frac{T_0}{2\pi\tau}$ : Dämpfungszahl.

Diese Bestimmungsstücke unterscheiden sich hinsichtlich der Genauigkeit, mit der sie durch Messung gefunden werden. Ein Teil von ihnen, nämlich  $T_0$ ,  $V$ ,  $a$  und  $\mathfrak{T}$  sind nach der Theorie unabhängig von  $\varepsilon$  und werden durch besondere Messungen mit verhältnismäßig großer Genauigkeit ermittelt. Diese Gruppe kann daher für die folgenden Betrachtungen als fehlerfrei angesehen werden gegenüber der anderen ( $a_v$ ,  $T$ ,  $t_A$ ,  $t_B$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\delta$ ), deren Werte aus den einzelnen Diagrammen bei der jeweils eingeschalteten Dämpfung mit einem Ablesefehler behaftet ausgemessen werden.

In der folgenden Zusammenstellung ist für die einzelnen Bestimmungsstücke der formelmäßige Zusammenhang mit  $\varepsilon$  angegeben. Außerdem sind durch Differentiation gewonnene Fehlergleichungen hinzugefügt.

A.  $\varepsilon$  abgeleitet aus der freien Schwingung des Seismographen.

1.  $\varepsilon$  aus dem Quotienten zweier Maximalausschläge:

$$\varepsilon = \frac{a_v}{a_{v+1}},$$

$$\frac{\Delta \varepsilon^*)}{\varepsilon} = \frac{\Delta a_v}{a_v} + \frac{\Delta a_{v+1}^{**})}{a_{v+1}} \cong \frac{\Delta a_{v+1}}{a_{v+1}}.$$

2.  $\varepsilon$  aus der Verlängerung der Periode:

$$\ln \varepsilon = \pi \frac{T}{T_0} \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2},$$

$$\frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} = \pi \frac{T}{T_0} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2}} \cdot \frac{\Delta T}{T}.$$

3. Aus dem Quotienten  $q = t_A/t_B$ , der Zeit  $t_A$  bis zum Maximalausschlag und der Zeit  $t_B$  vom Maximalausschlag bis zum Ende der Halbperiode:

$$\ln \varepsilon = \pi \cdot \text{ctg} \frac{\pi q^{***})}{q+1},$$

$$\frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} = \left( \frac{\pi}{(q+1) \sin \left( \frac{\pi q}{q+1} \right)} \right)^2 \Delta q.$$

\*) „ $\Delta$ “ bedeutet stets den absoluten Fehler unabhängig vom Vorzeichen. Die einzelnen Glieder der Fehlergleichungen erhalten daher stets das positive Vorzeichen, auch wenn die Differentiation ein negatives ergibt.

\*\*) Bei größeren Dämpfungen kann  $\Delta a_v/a_v$  gegenüber  $\Delta a_{v+1}/a_{v+1}$  in erster Näherung vernachlässigt werden, weil die Meßfehler  $\Delta a_v$  und  $\Delta a_{v+1}$  von der gleichen Größenordnung sind.

\*\*\*) Diese Beziehung leitet sich folgendermaßen ab: Die Lösung der zugrunde liegenden Differentialgleichung:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\alpha \left(\frac{2\pi}{T_0}\right) \cdot \frac{dx}{dt} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot x = 0$$

lautet für  $0 \leq \alpha \leq 1$ :

$$x = \text{const} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot t} \cdot \sin \left( \sqrt{1 - \alpha^2} \cdot \frac{2\pi \cdot t}{T_0} \right) \quad (\text{periodischer Fall}).$$

Die Durchgänge durch die Ruhelage finden innerhalb jeder Halbschwingung statt für:

$$t = 0 \quad \text{und} \quad t = \frac{T}{2} = \frac{T_0}{2\sqrt{1 - \alpha^2}}.$$

An der Stelle des Maximalausschlages ist  $t = t_A$  und

$$\frac{dx}{dt} = 0 = \text{const} \cdot e^{-\alpha \frac{2\pi}{T_0} \cdot t_A} \left[ \sqrt{1 - \alpha^2} \cos \left( \sqrt{1 - \alpha^2} \frac{2\pi}{T_0} \cdot t_A \right) - \alpha \cdot \sin \left( \sqrt{1 - \alpha^2} \frac{2\pi}{T_0} \cdot t_A \right) \right].$$

worin  $\Delta q$  sich aus dem Fehler der Teilstücke  $\Delta t_A$  und  $\Delta t_B$  berechnet nach der Beziehung:

$$\Delta q = q(1 + q) \frac{\Delta t_A}{t_A},$$

$$\Delta q = (1 + q) \frac{\Delta t_B}{t_B}.$$

Hierbei wird  $\Delta t_A = \Delta t_B$  angenommen.

Fig. 2 zeigt  $T_0/T$  und  $q$  in Abhängigkeit von der Dämpfung. Die Verteilung der  $\varepsilon$ -Werte auf der Abszissenachse wurde so gewählt, daß die Skala der sogenannten Dämpfungszahl  $\alpha = \frac{\ln \varepsilon}{\sqrt{\ln^2 \varepsilon + \pi^2}}$  linear wird, wo-

bei die  $\varepsilon$ -Werte von 1 bis  $\infty$  auf dem endlichen Abschnitt zwischen 0 und 1 untergebracht sind. Im Gebiet der Aperiodizität ( $\alpha \geq 1$ ) verliert  $\varepsilon$  seinen Sinn.

Fig. 3 stellt die Fehlergleichungen graphisch dar. Aus ihr geht für jeden Dämpfungsgrad  $\varepsilon$  oder  $\alpha$  hervor, bei welchen relativen Fehlern in den zu messenden Bestimmungstücken ein bestimmter Fehler  $\Delta \varepsilon/\varepsilon$  zu erwarten ist; oder auch: welcher Messungsfehler zulässig ist, wenn  $\varepsilon$  auf einen bestimmten Prozentsatz  $\pm \Delta \varepsilon/\varepsilon$  sicher sein

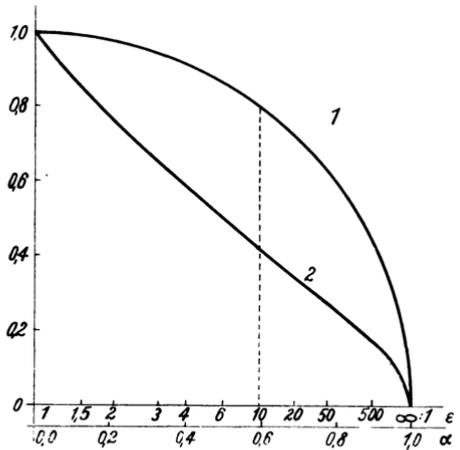


Fig. 2

1.  $\frac{T_0}{T}$ , 2.  $q = \frac{t_A}{t_B}$  abhängig von  $\varepsilon$  und  $\alpha$

Hieraus ergibt sich:

$$t_A = \frac{T_0}{2\pi\sqrt{1-\alpha^2}} \arccot \left( \frac{\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}} \right);$$

$$t_B = \frac{T_0}{2\sqrt{1-\alpha^2}} - t_A = \left[ \frac{\pi}{\arccot \left( \frac{\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}} \right)} - 1 \right] \cdot t_A;$$

$$q = \frac{t_A}{t_B} = \frac{\arccot \frac{\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}}}{\pi - \arccot \frac{\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}}} \quad \text{oder} \quad \alpha = \cos \frac{\pi q}{q+1}.$$

Da

$$\alpha = \frac{\ln \varepsilon}{\sqrt{\ln^2 \varepsilon + \pi^2}}$$

ist, so folgt schließlich:

$$\ln \varepsilon = \pi \cdot \cotg \frac{\pi q}{q+1}.$$

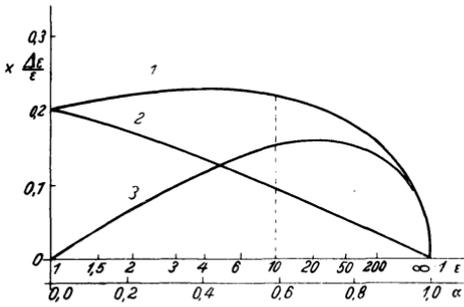


Fig. 3

1.  $\frac{\Delta t_A}{t_A} \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon}$ , 2.  $\frac{\Delta t_B}{t_B} \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon}$ ,
3.  $\frac{\Delta T}{T} \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon}$  abhängig von  $\varepsilon$  und  $\alpha$

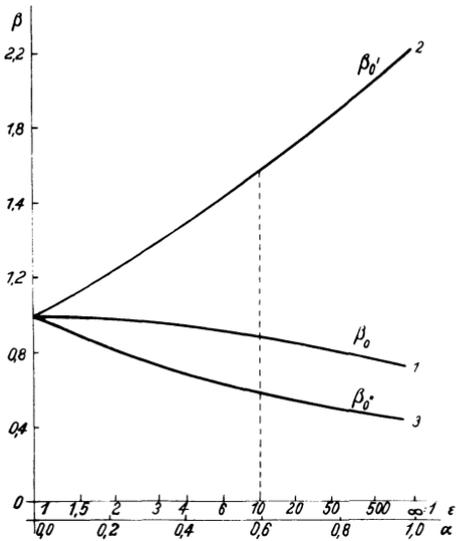


Fig. 4

1.  $\beta_0$ , 2.  $\beta'_0$ , 3.  $\beta''_0$  abhängig von  $\varepsilon$  und  $\alpha$  (Periodenverhältnisse von erzwingender und erzwungener Bewegung an den Stellen größter Genauigkeit, 1. bei der Vergrößerungsfunktion, 2. und 3. bei der Phasenfunktion)

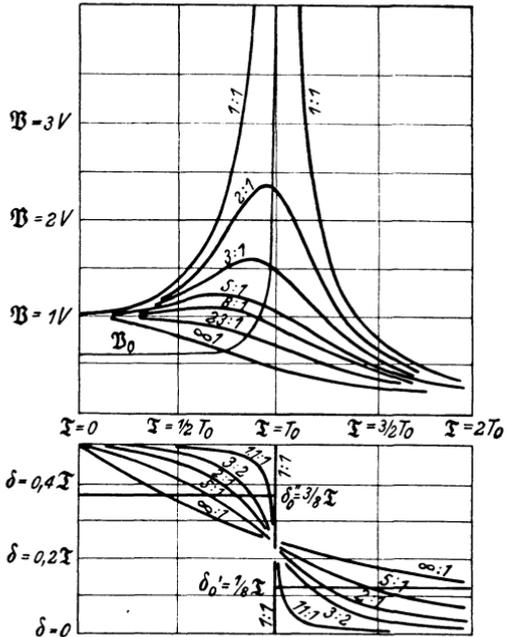


Fig. 5. Amplitudenvergrößerungskurven für verschiedene  $\varepsilon$  und die Kurve maximaler Empfindlichkeit:

$\frac{\mathfrak{B}_0}{V} = \frac{1}{\sqrt{3 \cdot (1 - \beta_0^2)}}$ . Phasenkurven für verschiedene  $\varepsilon$  und Kurven maximaler Empfindlichkeit:

$$\delta'_0 = \frac{1}{8} \cdot \mathfrak{I}, \quad \delta''_0 = \frac{3}{8} \cdot \mathfrak{I}.$$

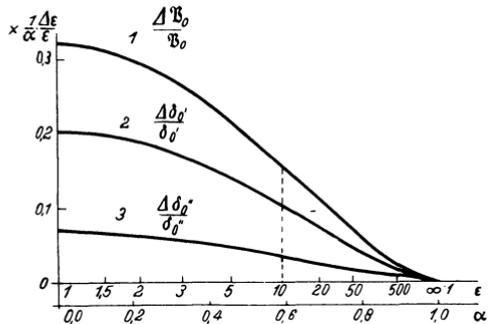


Fig. 6

1.  $\alpha \cdot \frac{\Delta \mathfrak{B}_0}{\mathfrak{B}_0} \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon}$ , 2.  $\alpha \cdot \frac{\Delta \delta'_0}{\delta'_0} \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon}$ ,
3.  $\alpha \cdot \frac{\Delta \delta''_0}{\delta''_0} \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon}$  abhängig von  $\varepsilon$  und  $\alpha$

soll. Wir finden als Funktion von  $\varepsilon$  und  $\alpha$  dargestellt die relativen Fehler  $\Delta T/T$ ,  $\Delta t_A/t_A$ ,  $\Delta t_B/t_B$  durchweg in Einheiten von  $\Delta \varepsilon/\varepsilon$ .

Beispielsweise liest man aus Fig. 2 an der Stelle  $\varepsilon = 10 : 1$  ab:

$$\frac{T_0}{T} = 0.80 \quad \text{und} \quad \frac{t_A}{t_B} = q = 0.42.$$

Aus Fig. 3 ergibt sich bei  $\varepsilon = 10 : 1$  für einen relativen Fehler  $\Delta \varepsilon/\varepsilon = 10\%$ :

$$\frac{\Delta T}{T} = 0.15 \cdot 10\% = 1.5\%; \quad \frac{\Delta t_A}{t_A} = 2.20\%; \quad \frac{\Delta t_B}{t_B} = 0.95\%.$$

D. h.  $\Delta T/T$ ,  $\Delta t_A/t_A$  und  $\Delta t_B/t_B$  dürfen die Werte 1.5, 2.20 und 0.95% nicht überschreiten, wenn bei einem Dämpfungsverhältnis  $\varepsilon$  von ungefähr 10 : 1 dieses auf 10% bestimmt werden soll.

B. Ableitung von  $\varepsilon$  aus der sinusförmig erzwungenen Bewegung im stationären Zustand.

1.  $\varepsilon$  aus der dynamischen Vergrößerung (Resonanzkurve)

$$\mathfrak{B} = \frac{a}{\bar{a}} = V[(1 - \beta^2)^2 + 4\alpha^2\beta^2]^{-1/2}.$$

Hierin ist:

$$\beta = \frac{\mathfrak{T}}{T_0}, \quad \alpha = \frac{\ln \varepsilon}{\sqrt{\ln^2 \varepsilon + \pi^2}} \quad \text{also} \quad \ln \varepsilon = \frac{\pi \alpha}{\sqrt{1 - \alpha^2}},$$

$$\frac{\Delta \mathfrak{B}}{\mathfrak{B}} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta \bar{a}}{\bar{a}} = \left(2\alpha\beta \frac{\mathfrak{B}}{\bar{V}}\right)^2 \cdot \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \quad \text{mit} \quad \frac{\Delta \alpha}{\alpha} = \frac{(V1 - \alpha^2)^3}{\pi \cdot \alpha} \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon}.$$

Man könnte zur Bestimmung von  $\varepsilon$  bzw.  $\alpha$  jedes beliebige  $\beta = \mathfrak{T}/T_0$  aus der Resonanzkurve  $\mathfrak{B} = f(\beta)$  wählen. Am genauesten läßt sich die Dämpfung ermitteln für solche Periodenverhältnisse, bei denen einer bestimmten Änderung von  $\varepsilon$  die größte Änderung von  $\mathfrak{B}$  entspricht. Aus der Bedingung, daß  $\Delta \varepsilon/\Delta \mathfrak{B}$  als Funktion von  $\beta$  ein Extremum sein soll, finden wir die Beziehung:

$$1 + \frac{1}{\beta_0^2} - 2\beta_0^2 = 2\alpha_0^2 \quad (\text{Fig. 4}).$$

Die Größen mit dem Index „0“ entsprechen hier und im folgenden der Stelle größter Empfindlichkeit ( $T_0$  bezeichnet weiterhin die ungedämpfte Eigenperiode). In der bekannten Schar von Resonanzkurven für verschiedene Dämpfungsstufen liegen die  $\beta_0$ -Werte dort, wo der Abstand benachbarter Kurven in Richtung der  $\mathfrak{B}$ -Achse am größten ist. Diese Punkte liegen auf der Kurve:  $\frac{\mathfrak{B}_0}{V} = \frac{1}{\sqrt{3(1 - \beta_0^4)}}$

(Fig. 5), wie sich durch Elimination von  $\alpha$  aus der Resonanzfunktion ergibt.

Für den Zusammenhang der Fehlergrößen gilt demnach im günstigsten Falle:

$$\frac{\Delta \mathfrak{B}_0}{\mathfrak{B}_0} = \frac{\Delta a_0}{a_0} + \frac{\Delta \bar{a}_0}{\bar{a}_0} = \frac{(2\beta_0\alpha)^2}{3(1 - \beta_0^4)} \cdot \frac{\Delta \alpha}{\alpha} = \frac{(2\beta_0\alpha)^2}{3(1 - \beta_0^4)} \cdot \frac{(V1 - \alpha^2)^3}{\pi \cdot \alpha} \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon}.$$

Fig. 6 gibt die graphische Darstellung  $\alpha \cdot \Delta \mathfrak{B} / \mathfrak{B}_0$  als Funktion von  $\varepsilon$  oder  $\alpha$  in Einheiten von  $\Delta \varepsilon / \varepsilon$ . Die Verzerrung der Ordinate im Verhältnis  $\alpha \cdot 1$  wurde aus zeichnerischen Gründen vorgenommen, z. B. ist bei  $\varepsilon = 10 : 1$

$$\frac{\Delta \mathfrak{B}_0}{\mathfrak{B}_0} = \frac{0.16}{0.59} \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} = 0.26 \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon}.$$

2.  $\varepsilon$  aus der Phasenverschiebung  $\delta$ :

$$\cotg 2\pi \cdot \frac{\delta}{\mathfrak{T}} = \frac{1}{2\alpha} \cdot \left( \beta - \frac{1}{\beta} \right),$$

$$\frac{\Delta \delta}{\delta} = \frac{2 \left( \beta - \frac{1}{\beta} \right) \cdot \Delta \alpha}{\left[ \left( \beta - \frac{1}{\beta} \right)^2 + 4\alpha^2 \right] \cdot \text{arc cotg} \left[ \frac{1}{2\alpha} \left( \beta - \frac{1}{\beta} \right) \right]}.$$

Die stärkste Änderung von  $\delta$  bei Variation der Dämpfung tritt ein für:

$$\beta_0' - \frac{1}{\beta_0'} = +2\alpha_0 \quad \text{und} \quad \beta_0'' - \frac{1}{\beta_0''} = -2\alpha_0 \quad (\text{Fig. 4}_2, 3).$$

Durch Einführung dieser speziellen  $\beta_0$ -Werte in die Phasenverzerrungsfunktion erhält man das einfache Ergebnis, daß das günstigste  $\delta$  liegt bei:

$$\delta_0' = \frac{1}{8} \mathfrak{T} \quad \text{für} \quad \beta > 1 \quad \text{und} \quad \delta_0'' = \frac{3}{8} \mathfrak{T} \quad \text{für} \quad \beta < 1 \quad (\text{Fig. 5}).$$

Relative Fehler in der Phasenbestimmung sind gegeben durch relative Fehler in der Dämpfung nach der Gleichung:

$$\frac{\Delta \delta_0'}{\delta_0'} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \quad (\beta > 1) \quad \text{mit} \quad \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} = \frac{(\sqrt{1 - \alpha_0^2})^3}{\pi \cdot \alpha_0} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_0}{\varepsilon_0}.$$

$$\frac{\Delta \delta_0''}{\delta_0''} = \frac{2}{3\pi} \cdot \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \quad (\beta < 1)$$

Fig. 6 zeigt  $\alpha \cdot \Delta \delta_0' / \delta_0'$  und  $\alpha \cdot \Delta \delta_0'' / \delta_0''$  in Einheiten von  $\Delta \varepsilon / \varepsilon$  als Funktion von  $\alpha$  bzw.  $\varepsilon$ .

*Spezialisierung der Differentialformeln.* Um die gewonnenen Formeln und Kurven mit Zahlenwerten auf unsere Versuche anwenden zu können, geben wir einen Überblick über die benutzten Instrumente mit ihren Konstanten. Es wurden die Luftdämpfungen an verschiedenen Typen von Seismographen untersucht: 1. An kurzperiodischen Feldapparaten, einem Horizontal- und einem Vertikal-seismographen ( $T_0 = 0.2 \text{ sec}$ ,  $V = 15000$  bei einem Registrierabstand von 1 m) 2. An einem Stationsinstrument, dem Wiechertschen 17 t-Pendel ( $T_0 = 1.35 \text{ sec}$ ,  $V = 12000$  bei photographischer Aufzeichnung in 1 m Abstand). Die Fig. 7, 10 und 11 zeigen Dämpfungsaufnahmen dieser drei Seismographen. Zur Registrierung wurde bei den kleinen Apparaten ein Lichtschreiber mit 60 mm Filmbreite verwendet und mit einem Filmtransport, der bei der Aufnahme der er-

zwungenen Schwingung des Horizontalapparates auf dem Schütteltisch 30 mm/sec betrug und bei der freien Schwingung des Vertikalapparates 100 mm/sec. Die Versuche mit dem 17-t-Pendel erfolgten mit 150 mm Filmbreite und 30 mm/sec Filmgeschwindigkeit. Die somit gegebene Größe der Registrierfläche für die einzelnen Versuche bedingt die Genauigkeit, mit der wir die Dämpfung ermitteln können. Wir hatten uns als Ziel gesetzt,  $\varepsilon$  auf 10% genau zu bestimmen. Die notwendigen Bestimmungsstücke entnehmen wir als Strecken aus dem Diagramm. Der Ablesefehler beträgt 0.1 bis 0.2 mm. Er ist hauptsächlich bedingt durch die Strichdicke. Wir wollen zunächst den ungünstigeren Fall von 0.2 mm voraussetzen und bei  $\varepsilon = 10 : 1$  aus den im vorigen Abschnitt gegebenen Gleichungen und Kurven Filmgeschwindigkeit und -breite ermitteln, die wir mindestens brauchen, um  $\varepsilon$  auf 10% an unseren drei Apparaten messen zu können.

Bei der freien Schwingung folgt für die Messung von  $\varepsilon = a_1/a_2$  aus  $\Delta\varepsilon/\varepsilon = \Delta a_2/a_2 = 1/10$ ,  $a_2 = 2$  mm und aus  $\varepsilon = 10 : 1$   $a_1 = 20$  mm. Das bedeutet, daß die ausgenutzte Filmbreite mindestens 22 mm betragen muß. Die kleinste notwendige Filmgeschwindigkeit ist durch den Fehler in der Zeitbestimmung gegeben. Man sieht aus Fig. 3, daß  $t_A$  für alle Dämpfungsgrade am genauesten gemessen werden muß, d. h. daß  $t_A$  die Mindestfilmgeschwindigkeit festlegt.

Für  $T_0 = 0.2$  sec und  $\varepsilon = 10 : 1$  (Feldseismograph) folgt aus Fig. 6  $\Delta t_A/t_A = 0.22$   $\Delta\varepsilon/\varepsilon = 0.022$  und mit  $\Delta t_A = 0.2$  mm ergibt sich für  $t_A$  der Wert 9 mm. Um  $t_A$  in Sekunden auszudrücken, findet man nach Fig. 2  $t_A = 0.42 t_B$  und  $T = T_0/0.8 = 0.25$  sec. Mittels  $t_A = T/2 - t_B$  ergibt sich  $t_A = 0.035$  sec. Die Mindestfilmgeschwindigkeit beträgt also  $9/0.035 = 260$  mm/sec.

Für die längere Periode  $T_0 = 1.35$  sec ist unter den gleichen Voraussetzungen  $T/2 = 0.84$  sec,  $t_A = 9$  mm und damit die Geschwindigkeit 37 mm/sec.

Zur Aufnahme der erzwungenen Schwingung ist kurz zu bemerken: Schütteltisch- und Seismographenschwingung werden gleichzeitig registriert. Die Filmmitte bildet ungefähr die Ruhelage. Der Maximalausschlag des Lichtzeigers nach jeder Seite für die Schwingung des Seismographen heißt  $a_0$ , für die des Schütteltisches  $\bar{a}_0 = a_0 \cdot \bar{V}$  ( $\bar{V}$ : Zeigervergrößerung der Schütteltischbewegung).  $\mathfrak{B}_0/V$  berechnet sich aus  $a_0/\bar{a}_0$ , wobei die statische Vergrößerung  $V = V_{\text{Seism.}} : \bar{V}_{\text{Schüttelt.}}$  zu setzen ist. Der Ablesefehler an  $a_0$  oder  $\bar{a}_0$  je nach dem, welches das kleinere von beiden ist, bestimmt die Mindestfilmbreite.  $\Delta a_0 = \Delta \bar{a}_0$  soll wiederum 0.2 mm betragen. Für  $\varepsilon = 10 : 1$  ist  $\Delta \mathfrak{B}_0/\mathfrak{B}_0 = 0.26$   $\Delta\varepsilon/\varepsilon$  (Fig. 6) und  $\beta_0 = 0.882$  (Fig. 4) also

$$\frac{\mathfrak{B}_0}{V} = \frac{1}{\sqrt{3 \cdot (1 - \beta_0^4)}} = 0.94.$$

Außerdem ist

$$\frac{\Delta \mathfrak{B}_0}{\mathfrak{B}_0} = \frac{\Delta a_0}{a_0} + \frac{\Delta \bar{a}_0}{\bar{a}_0} = \left(1 + \frac{1}{\mathfrak{B}_0}\right) \cdot \frac{\Delta \bar{a}_0}{\bar{a}_0}.$$

Hiernach ist  $\bar{a}_0 = 16$  mm, vorausgesetzt, daß  $V = 1$  ist. Eine Filmbreite von  $2\bar{a}_0 = 32$  mm würde in diesem Falle ausreichend sein. Bei unseren Versuchen

war die statische Vergrößerung des Schütteltisches etwa fünfmal kleiner als die des Seismographen, also  $V = 5$ . Die Filmbreite müßte dann 160 mm betragen.

Die Phase  $\delta$  im Seismogramm ist der Zeitunterschied zugeordneter Maximalausschläge von Schütteltisch und Seismograph vermindert um die sogenannte Parallaxe, einer durch verschiedene Höhe der Lichtpunkte bedingten konstanten Zeitdifferenz zwischen beiden Schwingungsbildern. Der Ablesefehler bei der Parallaxenmessung soll unberücksichtigt bleiben. Aus  $\Delta \delta_0 = 0.2$  mm läßt sich die Mindestfilmgeschwindigkeit berechnen. Nach Fig. 6 ist  $\delta'_0 = \Delta \delta'_0 / 0.017 = 11.8$  mm. Da  $\beta'_0 = \mathfrak{I}_0 / T_0 = 0.58$  ist (Fig. 4<sub>3</sub>), hat  $\delta'_0$  in Sekunden ausgedrückt den Wert  $\delta'_0 = \mathfrak{I}_0 / 8 = 0.58 \cdot T_0 / 8 = 0.0145$  sec. Die Filmgeschwindigkeit müßte 800 mm/sec betragen.

Für  $1 < \beta''_0 = 1.76$  (Fig. 4<sub>2</sub>) ist  $\delta''_0 = \Delta \delta''_0 / 0.01 = 36$  mm und  $\delta''_0 = 3 \cdot \mathfrak{I}_0 / 8 = 3/8 \cdot 1.76 T_0 = 0.132$  sec. Demnach beträgt die Minimalgeschwindigkeit 270 mm/sec.

Die Ablaufgeschwindigkeit und die verwendete Breite des Films weichen zum Teil von den minimal geforderten ab, in folgedessen sind die erreichbaren Genauigkeiten in  $\varepsilon$  größer oder kleiner als 10%. Die folgende Tabelle stellt für die drei

	1.		2.		3.	
	$\varepsilon \left( \frac{a_1}{a_2} \right)$		$\varepsilon \left( \frac{a_1}{a_2} \right)$		$\varepsilon \left( \frac{g_0}{V} \right)$	
	5:1	10:1	5:1	10:1	5:1	10:1
Geforderte Mindestamplitude für $\Delta \varepsilon / \varepsilon = 10\%$ in mm	12.5	25	12.5	25	80	160
Tatsächlich ausgenutzte Amplitude in mm . . . . .	25	25	100	100	60	60
Infolgedessen zu erwarten ist $\Delta \varepsilon / \varepsilon$ in % . . . . .	5	10	13	2.5	13	27
	$\varepsilon \left( \frac{T_0}{T} \right)$		$\varepsilon \left( \frac{t_A}{t_B} \right)$		$\varepsilon \left( \frac{\delta'_0}{\mathfrak{I}} \right)$	
	5:1	10:1	5:1	10:1	5:1	10:1
Geforderte Mindestfilmgeschwindigkeit für $\Delta \varepsilon / \varepsilon = 10\%$ in mm/sec . . . . .	130	190	210	260	20	25
Tatsächlich benutzte Filmgeschwindigkeit in mm/sec	100	100	30	30	30	30
Infolgedessen zu erwarten ist $\Delta \varepsilon / \varepsilon$ in % . . . . .	13	19	21	26	7	8
	11	12	140	270	47	90

1. Freie Schwingung mit kurzer Periode ( $T_0 = 0.2$  sec).
2. Freie Schwingung mit längerer Periode ( $T_0 = 1.35$  sec).
3. Sinusförmig erzwungene Schwingung ( $T_0 = 0.2$  sec,  $V = 5:1$ ).

untersuchten Apparate gegenüber die geforderten und die tatsächlich benutzten Transportgeschwindigkeiten und Amplituden, außerdem enthält sie die zu erwartenden Genauigkeiten in  $\varepsilon$  nach den verschiedenen Methoden, berechnet für  $\varepsilon = 5:1$  und  $10:1$ .

Wir ersehen aus der Zusammenstellung, daß mit unsern experimentellen Voraussetzungen  $\Delta \varepsilon / \varepsilon = 10\%$  durch die  $a_1/a_2$ -Methode am leichtesten erreicht wird. Die Messung der Periodenabschnitte ist nicht so günstig. Durch beste optische Abbildung ist es möglich, den Ablesefehler auf 0.1 mm herabzudrücken und damit den relativen Fehler von  $\varepsilon$  auf die Hälfte des angegebenen Wertes zu bringen. Die größten Ansprüche an die Messung stellt  $\varepsilon$  aus  $t_A$  und  $t_B$ , aber vor der  $T_0/T$ -Methode hat diese den Vorzug, daß ihre Bestimmungsstücke innerhalb desselben Seismogramms zu finden sind, während  $T_0$  zu seiner Messung zusätzlicher Versuche bei ausgeschalteter Dämpfung bedarf.

Bei der erzwungenen Bewegung wird  $\delta$  mit der gewählten Filmgeschwindigkeit zu ungenau gemessen und muß daher als Mittel zur Dämpfungsbestimmung ausscheiden. Die Vergrößerungskurve dagegen liefert, wie die Tabelle zeigt, an der Stelle der größten Empfindlichkeit  $\varepsilon$  hinreichend genau, allerdings müssen, wie aus der folgenden Beschreibung der Experimente hervorgeht, Einschränkungen gemacht werden, weil die Luftdämpfung der Theorie nur in gewissen Grenzen genügt.

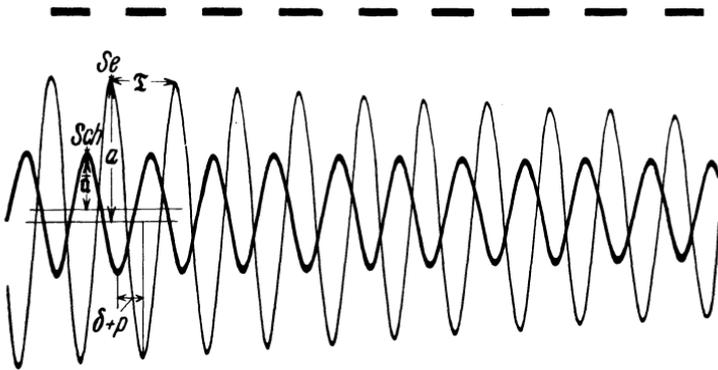


Fig. 7. Schütteltischaufnahme eines Feldseismographen

$\bar{a}$  = Schütteltischamplitude (Sch),  $T$  = Periode  
 $a$  = Seismographenamplitude (Se),  $\delta + \rho$  = Phase + Parallaxe

*Experimentelle Untersuchungen von Luftdämpfungen.* — a) *Kurzperiodiger Feldseismograph auf dem Horizontal-Schütteltisch.* Die sinusförmige Bewegung des Schütteltisches wurde hervorgerufen durch eine schwingende Blattfeder, deren Periode durch ein verschiebbares Gewichtsstück variiert wurde im Bereich von 0.05 bis 0.80 sec in Stufen von 0.1 bis 0.2 sec. Bei zwei verschiedenen Dämpfungseinstellungen am Seismographen war die dynamische Vergrößerung für mehrere Frequenzstufen zu ermitteln. Auf jeder Stufe klingt mit der Bewegung der erregenden Blattfeder die zu registrierende Schütteltischschwingung ab (Fig. 7). Auch die Ausschläge des Seismographen, welche gleichzeitig auf demselben Film registriert werden, nehmen infolgedessen ab. Bei der Auswertung stellt sich heraus,

daß die Vergrößerungsfunktion nicht, wie man es nach der Theorie erwarten müßte, unabhängig von der Größe der Erregeramplitude ist. Mit Rücksicht hierauf greift man in den bei verschiedenen

Frequenzen gewonnenen Diagrammen gewisse unter sich gleiche Amplituden des Schütteltisches heraus und zeichnet für jede gesondert die Resonanzkurve (Fig. 8 u. 9). Dabei ergibt sich, daß mit kleineren Ausschlägen das ganze Bild samt der Resonanzstelle nach größeren Frequenzen wandert und außerdem die Kurven im Resonanzbereich steiler werden entsprechend abnehmender Dämpfung. Um daher für jede der ausgewählten Erregeramplituden die Koeffizienten der Vergrößerungsfunktion angeben zu können,

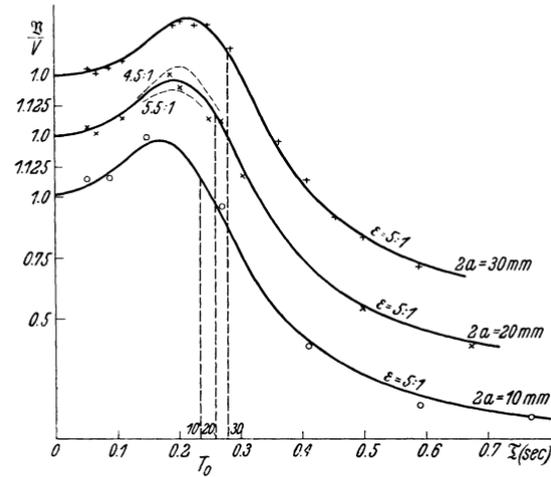


Fig. 8. Resonanzkurven des Feldseismographen bei mittlerer Dämpfung für 10, 20 und 30 mm Doppelamplitude  $2a$

muß man unter verschiedenen errechneten Kurven diejenigen aussuchen, die sich den Meßpunkten am besten anpassen. Aus der Gestalt einer solchen Kurve ergibt

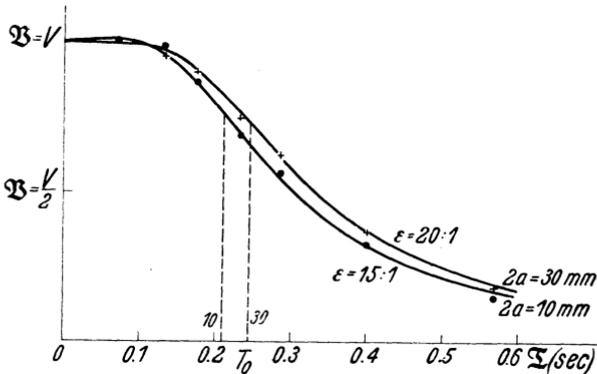


Fig. 9. Resonanzkurven des Feldseismographen bei starker Dämpfung für 10 und 30 mm Doppelamplitude  $2a$

sich der Wert für die Dämpfung des untersuchten Apparates, und aus ihrer Lage im  $(B/V, T)$ -System der Wert von  $V$  und  $T$ .

Die Genauigkeit, mit welcher die Dämpfung gemessen wird, läßt sich abschätzen aus der Streuung der Meßpunkte im Resonanzgebiet, dem Bereich der

größten Empfindlichkeit zur Bestimmung von  $\varepsilon$ . In Fig. 8 sind die Meßpunkte für die Resonanzkurve gesondert für 30, 20 und 10 mm Diagrammausschläge der erzwungenen Schwingung eingetragen. Die Punkte schmiegen sich für alle drei Amplituden am besten der Resonanzkurve für  $\varepsilon = 5:1$  an. Der Streufehler ebenso, wie die Amplitudenabhängigkeit bleibt dabei innerhalb von 10%, wie sich aus dem für  $\varepsilon = 4.5:1$  und  $5.5:1$  errechneten Kurvenstücken ersehen läßt. Die Eigenperiode nimmt ab von 0.28 sec bei 30 mm auf 0.23 sec bei 10 mm Ausschlag. Für die stärkere Dämpfung unter sonst gleichen Verhältnissen sind aus Fig. 9 folgende Werte zu entnehmen: Bei 30 mm Ausschlag:  $\varepsilon = 20:1$ ,  $T_0 = 0.245$  sec, bei 10 mm Ausschlag  $\varepsilon = 15:1$ ,  $T_0 = 0.21$  sec. Die Eigenperiode, wie sie aus der freien Schwingung ermittelt wurde, beträgt 0.235 sec (für große Amplituden) bis 0.210 sec (für Amplituden von etwa 20 mm abwärts). Wegen dieser starken Veränderlichkeit der Dämpfung mit der Amplitude bei stärkeren Dämpfungen kann man nur bei geringen bis mittleren Dämpfungen und in einem bestimmten Amplitudenbereich eindeutig von einem Dämpfungsverhältnis  $\varepsilon$  sprechen.

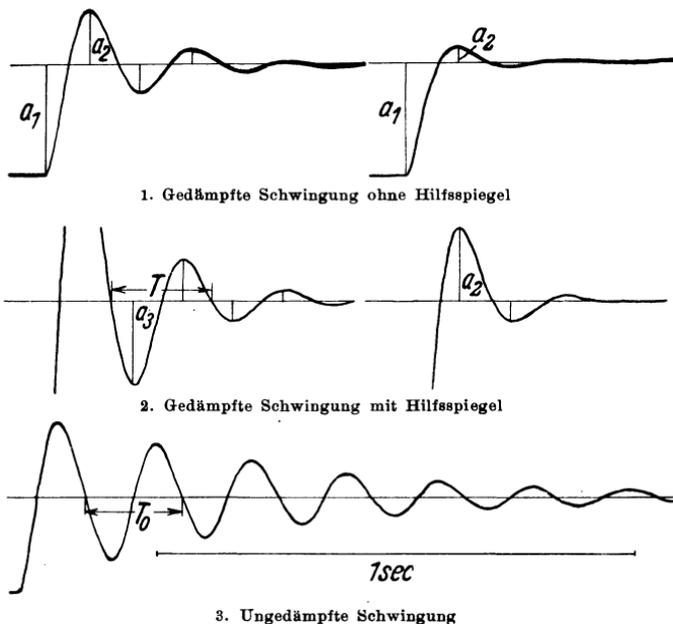


Fig. 10. Feldseismograph

b) *Freie Schwingung eines Vertikalseismographen* ( $T = 0.2$  sec). Die Anregung der freien Schwingung des Seismographen kann erfolgen durch elastischen Anstoß der Masse. Hierzu ist ein Stoßfadenpendel mit einer harten Perle als Pendelmasse nützlich. Veränderung der Fallhöhe läßt die Stöße dosieren. Mehrfaches Auffallen der Kugel ist zu verhindern; deshalb ist beim vertikalen Stoß

ein Pendelfaden aus Gummi geeignet, der in zweckmäßiger Weise die Stoßenergie dämpft. Die Stoßanregung kommt den Verhältnissen im Feldgebrauch am nächsten. Man kann aber auch rein potentielle Energie zuführen durch Auflegen eines Gewichtchens. Nach dem Abheben des Zusatzgewichtes entsteht eine freie Schwingung, die bei geöffneter Dämpfung nur einen Dämpfungsrest enthält (Fig. 10). Dieser Rest entspricht einer Verlängerung von  $T_0$  um 1 bis 2% und kann vernachlässigt werden. Ferner sinkt  $T_0$  um 10% von 0.2 mm Amplitude abwärts bei 1 m Registrierabstand. Die Beobachtung solcher im Verhältnis zur Strichdicke geringer Auslenkungen wird ermöglicht durch ein- oder mehrmalige Reflexion des Lichtstrahles an einem festen Hilfsspiegel nach der Gauß-Poggendorffschen Methode<sup>3</sup>). Auch bei der Aufnahme der gedämpften Schwingung ist das Verfahren der Mehrfachreflexion zur Vergrößerung der Amplituden benutzt worden (Fig. 10). Zu den folgenden Zahlen führt die Ermittlung der Dämpfungswerte nach den drei Methoden aus Aufnahmen der abgebildeten Art. Die Fehlerangaben sind so entstanden, daß für die zugrundeliegenden Längenmessungen Abweichungen von 0.1 mm zugelassen wurden.

1. Geringe Dämpfung:

$$\varepsilon \text{ aus: } \left\{ \begin{array}{l} \frac{T_0}{T} = 3.0 \pm 0.3, \\ \frac{t_A}{t_B} = 2.4 \pm 0.3, \\ \frac{a_{r-1}}{a_r} = 2.0 \pm 0.1. \end{array} \right.$$

Das gilt für Diagrammamplituden  $a$  von 25 bis 0.5 mm.

2. Stärkere Dämpfung:

$$\varepsilon \text{ aus: } \left\{ \begin{array}{lll} \nu = 1 & \nu = 2 & \nu = 3 \\ \frac{T_0}{T_\nu} = 4.0 \pm 0.3 & 4.8 \pm 0.3 & 5.0 \pm 0.3, \\ \frac{t_{A_\nu}}{t_{B_\nu}} = 3.8 \pm 0.3 & 3.8 \pm 0.2, & \\ \frac{a_{r-1}}{a_r} = 6.1 \pm 0.2 & 3.9 \pm 0.2 & 3.5 \pm 0.6. \end{array} \right.$$

Systematische Abweichung schon bei geringer Dämpfung zeigt  $\varepsilon$  aus  $T_0/T$ . Diese Erscheinung läßt sich dadurch erklären, daß  $T_0$  bei eingeschalteter Dämpfung anders ist als bei geöffneter. Die Tatsache, daß bei der größeren Dämpfung die erste Amplitude wesentlich zu groß erscheint im Verhältnis zu den folgenden, deutet daraufhin, daß durch stärkere Verengung des Luftweges quadratische Dämpfungsglieder bemerkbar werden. Da aber diese Glieder von höherer Ordnung mit der Geschwindigkeit abnehmen, bleibt schließlich die der Geschwindigkeit direkt proportionale Dämpfung übrig.

c) *Freie Schwingung des Wiechertschen 17 t-Pendels ( $T_0 = 1.35$  sec).* Aus den Stücken  $a$ ,  $T_0$ ,  $T$ ,  $t_A$  und  $t_B$  ist wieder  $\varepsilon$  in unabhängiger Weise mehrfach auszudrücken, und die Ergebnisse der drei verschiedenen Methoden sind miteinander zu vergleichen. Außer der Dämpfung wirkt bei diesem Seismographen in nicht zu vernachlässigender Weise als energieverzehrende Kraft die Coulombsche Reibung.

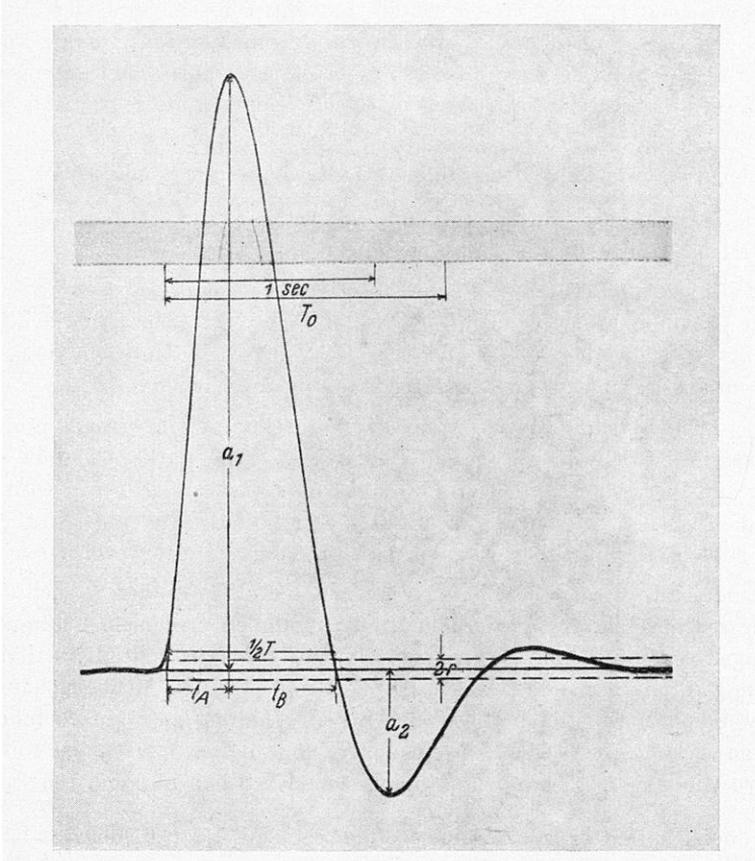


Fig. 11. 17 to-Pendel, gedämpft ( $\frac{2}{3}$  der Originalgröße)

Ihr Einfluß läßt sich gesondert bestimmen und berücksichtigen. Sie entsteht zum kleineren Teil in den Gelenken des Vergrößerungsmechanismus, ein viermal größerer Anteil entspringt dem Schreibvorgang im Ruß. Dadurch, daß der letzte, der schreibende Hebelarm des Übersetzungssystems durch einen optischen Zeiger von 1 m Länge ersetzt wurde, ist der Hauptanteil der Reibung beseitigt und dazu die statische Vergrößerung etwa versechsfacht, so daß  $V$  rund 12000 beträgt. Als Zeitmarke dient die Schwingung einer 50 Hz. Stimmgabel. Hierdurch wird auf dem Film (Fig. 11) eine Zeitbestimmung von  $\frac{1}{100}$  sec ermöglicht bei einer Registrier-

geschwindigkeit von etwa 30 mm in der Sekunde. Die Filmbreite beträgt 150 mm. Die Anregung erfolgt durch plötzliches Entfernen verschiedener, an der Masse des Seismographen angehängter Gewichtsstücke oder durch Anstoß. Die Aufnahme der freien Schwingung bei geöffneter Dämpfung an der NS-Komponente des Seismographen ergibt eine Eigenperiode  $T_0 = 1.35$  sec und einen maximalen Reibungsaus Schlag  $r = \pm 2$  mm ( $r$  ist die gedachte Verschiebung der Ruhelage entgegen der Bewegungsrichtung, wie sie durch eine konstante Kraft von der Größe der Ruhreibung hervorgerufen würde). Die gedämpfte Schwingung wurde bei stufenweise veränderter Drosselung registriert und zwar auf jeder Stufe sieben- bis zehnmal.

Zu den so gewonnenen Diagrammen ist folgendes zu bemerken:

1. Die Ruhelage ist nicht immer frei von Störungen infolge äußerer seismischer Unruhe. Meist läßt sich trotzdem eine Mittellinie einzeichnen.

2. Weil der Anstoß nicht vollkommen elastisch erfolgte, setzt die Bewegung nicht mit einem scharfen Knick in der Nulllinie ein. Da aber die Schwingungsdauer lang ist gegenüber der Stoßdauer, läßt sich diese Unregelmäßigkeit im Periodeneinsatz leicht erkennen und zeichnerisch ausgleichen.

3. Bei kleinen Amplituden — in unserer Vergrößerung von etwa 20 mm ab — verändert sich die Schwingung in deutlicher Weise. Eine starke Abnahme von  $T$  bis unter den Wert von  $T_0$  zeigt an, daß die Direktionskraft größer geworden ist. Die aus dieser neuen Schwingung ermittelten Dämpfungswerte sind natürlich mit den bei großen Amplituden gewonnenen nicht ohne weiteres vergleichbar.

4. Eine letzte Kritik bezieht sich auf die Ermittlung der gesuchten Bestimmungsstückes selber. Bei Wiederholung der Aufnahmen auf derselben Dämpfungsstufe zeigen entsprechende Periodenabschnitte sowie Amplitudenverhältnisse Abweichungen untereinander, welche größer sind als die Ausmeßgenauigkeit. Der notwendige Weg ist daher der, durch Mittelbildung zu wahrscheinlichsten Werten zu gelangen und die Abweichungen von diesen Werten zu mittleren Fehlern zu vereinigen. Es wurde aus entsprechenden Stücken in den Diagrammen

das arithmetische Mittel  $[m]/n$  gebildet und sein mittlerer Fehler  $\sqrt{\frac{[v \cdot v]}{n(n-1)}}$ ,

wobei  $n$  die Anzahl der Wiederholungen derselben Messung ist,  $m$  der jeweils gemessene Wert,  $v$  sein Unterschied gegenüber dem arithmetischen Mittel (scheinbarer Fehler des Einzelwertes). Die Reibung wurde für das Amplitudenverhältnis

berücksichtigt auf Grund der Beziehung:  $\varepsilon_{\text{korr.}} = \frac{a_v - r}{a_v + 1 + r}$ . Die Zeitabschnitte  $T$ ,

$t_A$  und  $t_B$  wurden korrigiert unter Annahme einer um  $r = 2$  mm jeweils der Bewegung entgegen verschobenen Nulllinie. Schließlich sind aus den verbesserten Werten mittels der bekannten Formeln für die freie Schwingung auf drei Weisen wahrscheinliche Zahlen für  $\varepsilon$  nebst ihrer Streuung berechnet worden. Die graphische Darstellung (Fig. 12) zeigt diese gemittelten  $\varepsilon$  mit ihren Fehlern für mehrere

Stufen zunehmender Drosselung. Die Endpunkte der durch die mittleren Fehler gegebenen Streuintervalle schließen eine Fehlerfläche ein, die sich nach großen Dämpfungen zu stark verbreitert. Im Bereich  $\varepsilon = 2:1$  bis  $\varepsilon = 6:1$  ist die Streuung verhältnismäßig gering. Die systematische Abweichung der Werte für die  $T_0/T$ -Methode findet ihre Erklärung darin, daß wiederum  $T_0$  durch Einschaltung der Dämpfung kleiner wird. Die sonstige Übereinstimmung der nach den drei Methoden gewonnenen  $\varepsilon$ -Werte bestätigt somit für  $\varepsilon$  kleiner als etwa 6:1 die Gültigkeit des theoretischen Dämpfungsgesetzes.

Die Untersuchung der verschiedenen Luftdämpfungen führt zu dem Ergebnis, daß für geringe bis mittlere Dämpfungen von etwa 5:1 der dämpfende Widerstand im wesentlichen der Geschwindigkeit proportional ist. Darüber hinaus treten

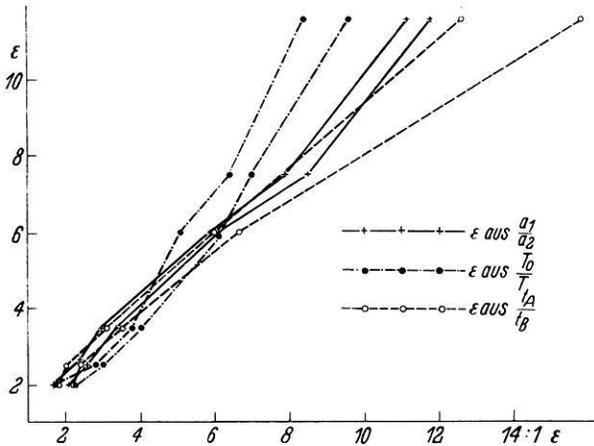


Fig. 12. Dämpfungswerte  $\varepsilon$  mit Fehlerstreuung nach den drei Methoden aus der freien Schwingung des 17 to-Pendels in Abhängigkeit von den aus den drei Methoden gemittelten  $\varepsilon$ -Werten

Kräfte in Erscheinung, die von der Amplitude abhängig sind und die sich außerdem mit der Dämpfung verändern. Je stärker die Dämpfung, in um so stärkerem Maße weicht das Schwingungsbild von dem, wie es die einfache Theorie fordert, in folgender Weise ab: Bei freier Schwingung nimmt der Quotient zweier aufeinanderfolgender Amplituden und die Periode nach kleineren Ausschlägen hin ab. Bei sinusförmiger Anregung verlagert sich mit kleineren Amplituden die Stelle, an der  $\mathfrak{Z} = T_0$  ist, nach höheren Frequenzen, und die Resonanz wird steiler. Bei beiden Bewegungsformen verhält sich der Apparat so, als ob die Direktionskraft größer und die Dämpfungskraft geringer wird. Da die Strömung innerhalb der Dämpfungsdose sehr verwickelt ist, läßt sich über den Ursprung und den zahlenmäßigen Anteil dieser zusätzlichen Kräfte nichts Sicheres aussagen.

*Zusammenfassung.* 1. Der Begriff „Dämpfung“ in der Seismik wird erläutert und die Wirkungsweise der Luftdämpfungsvorrichtung beschrieben an zwei

Typen von Seismographen (Feldseismograph, Masse 6 kg, Eigenfrequenz 5 Hz.; Stationsinstrument, Masse 17000 kg Eigenfrequenz 0.8 Hz.).

2. Es wird untersucht, wieweit der dämpfende Widerstand proportional der Indikatorgeschwindigkeit ist. Dazu wird das Dämpfungsverhältnis  $\varepsilon$  gemäß der Theorie aus verschiedenen, in der Messung unabhängigen Bestimmungsstücken ermittelt. A. Für die freie Schwingung: 1. aus aufeinanderfolgenden Maximalamplituden:  $a_v/a_{v+1}$ -Methode, 2. aus der Periodenverlängerung:  $T_0/T$ -Methode, 3. aus der Unsymmetrie der Halbschwingung bezüglich der Zeit des Maximalausschlages:  $t_A/t_B$ -Methode. B. Für sinusförmig erzwungene Schwingung im stationären Zustand: 1. aus der Resonanzkurve, 2. aus der Phasenverschiebungskurve.

3. Es werden die Bedingungen errechnet, die an die Registrierapparatur zu stellen sind, um  $\varepsilon$  auf 10% genau zu erhalten. Dadurch wird die Brauchbarkeit der verschiedenen Methoden geprüft. (Für die Verfahren unter B. wird ein von  $\varepsilon$  abhängiges Periodenverhältnis  $\mathfrak{Z}/T_0$  gefunden, für welches  $\varepsilon$  am genauesten zu bestimmen ist.)

4. Für Instrumente mit kurzer Eigenperiode ist die  $a_v/a_{v+1}$ -Methode die brauchbarste; für langperiodige Seismographen führt die  $t_A/t_B$ - und die  $T_0/T$ -Methode ebenso leicht zum Ziel. Bei dem Resonanzverfahren ist die Phasenmethode der Amplitudenmethode bei weitem unterlegen.

5. Die Anwendung der Theorie auf die experimentell gewonnenen Kurven für die beiden Bewegungsformen ergibt, daß bis etwa  $\varepsilon = 6:1$  die verschiedenen Verfahren innerhalb 10% zu dem gleichen Dämpfungswert führen. Bis zu dieser Grenze ist also die Dämpfungskraft sicher als geschwindigkeitsproportional anzusehen. Für größere Dämpfungen, die z. B. für technische Erschütterungsmesser gefordert werden, treten erhebliche Abweichungen auf.

Die Arbeit wurde im Geophysikalischen Institut zu Göttingen ausgeführt. Die Anregung dazu verdanke ich Herrn Professor Angenheister. Für mancherlei Ratschläge bin ich Herrn Dr. R. Köhler und Herrn Dr. H. Jung zu Dank verpflichtet.

#### Literatur

<sup>1)</sup> E. Wiechert: Theorie der automatischen Seismographen, S. 79—83. Berlin 1903.

<sup>2)</sup> H. W. Koch u. W. Zeller: Die Genauigkeit von seismographischen Messungen nicht stationärer Zustände. Zeitschr. f. techn. Phys. 1933.

<sup>3)</sup> L. Geiger: Steigerung der Empfindlichkeit bei der Gauß-Poggendorffschen Spiegelmethode. Phys. Zeitschr. 1911.

Göttingen, Geophysikalisches Institut, Juni 1935.