

Werk

Jahr: 1936

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:12

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN101433392X_0012

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0012

LOG Id: LOG_0018

LOG Titel: Bemerkung zur Potentialtheorie des Schwerkraftfeldes

LOG Typ: article

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN101433392X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Bemerkung zur Potentialtheorie des Schwerkraftfeldes

Von Karl Jung, Potsdam

Bei Verwendung von nach Prey reduzierten Schwerewerten zur Bestimmung der Geoidgestalt darf die Poissonsche Gleichung der Potentialtheorie nicht durch die Laplacesche Gleichung ersetzt werden.

Auf Seite 27 in Heft 1 dieser Zeitschrift wird erneut versucht, durch eine zahlenmäßige Abschätzung nachzuweisen, daß die Verwendung der Laplaceschen Gleichung der Potentialtheorie an Stelle der Poissonschen Gleichung im Innern der Erdkruste mit ausreichender Genauigkeit zulässig ist. Hierbei wird der Ausdruck $4\pi f \rho$ (f = Gravitationskonstante, ρ = Dichte), der die Dimension sec^{-2} = gal/cm einer räumlichen Schwereänderung hat, zu Vergleichszwecken dadurch „in Milligal ausgedrückt“, daß er mit dem Erdradius a multipliziert und durch die Maßzahl des Erdradius ($6.4 \cdot 10^8$) dividiert wird. So ergibt sich für $4\pi f \rho$ ein Wert von 0.0025 Milligal, der im Vergleich zu dem bekannten Betrag der Schwereintensität und den Schwereanomalien außerordentlich klein ist und augenfällig eine Vernachlässigung von $4\pi f \rho$ zu rechtfertigen scheint.

Dieses irreführende Verfahren ist jedoch nicht geeignet, den wahren Sachverhalt aufzuklären. Da der Ausdruck $4\pi f \rho = 0.0025$ mgal/cm die Dimension einer Schwereänderung hat und z. B. bei der Reduktion nach Prey in der Bedeutung eines vertikalen Schweregradienten auftritt, muß er mit räumlichen Schwereänderungen verglichen werden. Wenn man bedenkt, daß der vertikale Schweregradient des normalen Schwerfeldes $-\partial g/\partial r = 2g/a = 0.0031$ mgal/cm nur wenig größer ist, dürfte eine Vernachlässigung von $4\pi f \rho$ sehr bedenklich erscheinen.

Noch deutlicher zeigt sich die Notwendigkeit, diesen Ausdruck beizubehalten, wenn man die Beziehungen zwischen Laplacescher und Poissonscher Gleichung, Freiluftreduktion und Reduktion nach Prey untersucht. In Polarkoordinaten (r = Entfernung vom Erdmittelpunkt, ϑ = Komplement der Breite, λ = Länge) lautet der Laplacesche Differentialausdruck des Schwerepotentials W :

$$\Delta W = \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 W}{\partial \lambda^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \vartheta^2} + \frac{\cotg \vartheta}{r^2} \frac{\partial W}{\partial \vartheta}.$$

Die Glieder mit ϑ und λ sind von der Größenordnung der Krümmungsgrößen des Schwerfeldes, die nur in kleinen Bereichen den Betrag von 100 Eötvös-Einheiten = 0.0001 mgal/cm erreichen oder überschreiten. Untersucht man die Schwereverteilung im großen, so können sie sehr viel kleiner angesetzt und im

Vergleich zu $\frac{2}{r} \frac{\partial W}{\partial r} = -\frac{2g}{a} = -0.0031$ mgal/cm vernachlässigt werden. Ver-

nachlässigt man außerdem das Zentrifugalkraftglied $2\omega^2 = 1.1 \cdot 10^{-5}$ mgal/cm, so lautet die Laplacesche Gleichung:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial W}{\partial r} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

die Poissonsche Gleichung:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial W}{\partial r} = -4\pi f \rho \dots\dots\dots (2)$$

Mit den üblichen Vernachlässigungen ist $-\frac{\partial W}{\partial r} = g$, $\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} = -\frac{\partial g}{\partial r}$.

Setzt man dies in (1) und (2) ein, so erhält man aus der Laplaceschen Gleichung die Formel der Freiluftreduktion:

$$\frac{\partial g}{\partial r} = -\frac{2g}{r} \dots\dots\dots (1a)$$

aus der Poissonschen Gleichung die Formel der Reduktion nach Prey:

$$\frac{\partial g}{\partial r} = -\frac{2g}{r} + 4\pi f \rho \dots\dots\dots (2a)$$

Hieraus folgt:

Kann man die Poissonsche Gleichung der Potentialtheorie durch die Laplacesche Gleichung ersetzen, so muß man mit gleichem Recht den Unterschied zwischen der Freiluftreduktion und der Reduktion nach Prey vernachlässigen können.

Daß dies nicht gestattet ist, dürfte bekannt sein.

Man hat nach wie vor die Laplacesche Gleichung auf Freiluftwerte, die Poissonsche Gleichung auf die nach Prey reduzierten Schwerewerte anzuwenden. Es ist unlogisch und nach obigem unzulässig, bei Berechnung der Geoidgestalt die Poissonsche Gleichung durch die Laplacesche zu ersetzen, wenn man durch Anwendung der Reduktion nach Prey anerkannt hat, das die Poissonsche Gleichung maßgebend ist.

Potsdam, Geodätisches Institut, April 1936.

Stellungnahme zum vorangehenden Artikel (Potentialtheorie des Schwerfeldes)

Von F. Hopfner in Wien*)

Die Ausführungen der Herrn Dr. K. Jung treffen nicht den Kern der Frage. Zur Klarstellung möchte ich daher allen Fachkollegen den Weg zeigen, auf dem

*) Anmerkung der Schriftleitung. Herr Dr. K. Jung hat vor der Drucklegung von der Stellungnahme des Herrn Prof. Hopfner Kenntnis erhalten und behält sich vor, bei Gelegenheit darauf zurückzukommen.