nachlässigt man außerdem das Zentrifugalkraftglied $2\omega^2 = 1.1 \cdot 10^{-5}$ mgal/cm, so lautet die Laplacesche Gleichung:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial W}{\partial r} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

die Poissonsche Gleichung:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial W}{\partial r} = -4\pi f \varrho \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Mit den üblichen Vernachlässigungen ist $-\frac{\partial W}{\partial r} = g, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} = -\frac{\partial g}{\partial r}$.

Setzt man dies in (1) und (2) ein, so erhält man aus der Laplaceschen Gleichung die Formel der Freiluftreduktion:

$$\frac{\partial g}{\partial r} = -\frac{2g}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1\,a)$$

aus der Poissonschen Gleichung die Formel der Reduktion nach Prey:

$$\frac{\partial g}{\partial r} = -\frac{2g}{r} + 4\pi f \varrho \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2\,a)$$

Hieraus folgt:

*Kann man die Poissonsche Gleichung der Potentialtheorie durch die Laplacesche Gleichung ersetzen, so muß man mit gleichem Recht den Unterschied zwischen der Freiluftreduktion und der Reduktion nach Prey vernachlässigen können.*

Daß dies nicht gestattet ist, dürfte bekannt sein.

Man hat nach wie vor die Laplacesche Gleichung auf Freiluftwerte, die Poissonsche Gleichung auf die nach Prey reduzierten Schwerewerte anzuwenden. Es ist unlogisch und nach obigem unzulässig, bei Berechnung der Geoidgestalt die Poissonsche Gleichung durch die Laplacesche zu ersetzen, wenn man durch Anwendung der Reduktion nach Prey anerkannt hat, das die Poissonsche Gleichung maßgebend ist.

*Potsdam*, Geodätisches Institut, April 1936.

---

## Stellungnahme zum vorangehenden Artikel (Potentialtheorie des Schwerefeldes)

Von **F. Hopfner** in Wien*)

Die Ausführungen der Herrn Dr. K. Jung treffen nicht den Kern der Frage. Zur Klarstellung möchte ich daher allen Fachkollegen den Weg zeigen, auf dem

*) Anmerkung der Schriftleitung. Herr Dr. K. Jung hat vor der Drucklegung von der Stellungnahme des Herrn Prof. Hopfner Kenntnis erhalten und behält sich vor, bei Gelegenheit darauf zurückzukommen.

nach meinem Dafürhalten ihre Kritik einzusetzen hätte; denn letzten Endes ist es mir ja nicht um einen persönlichen Erfolg, sondern nur um die Lösung des in den letzten Jahren meistbehandelten Problems der physikalischen Geodäsie zu tun. Die Berechnung der Undulation aus der Formel $\zeta = -T/\gamma$ verlangt die Kenntnis der Funktion $T = W - U = V - U + \frac{1}{2}\omega^2(x^2 + \eta^2)$. Nehmen wir an, man könne sich die Werte der Funktion $V$ in jedem Punkt des Geoids durch Messung verschaffen. In einem solchen Falle würde ich daran gehen, die gemessenen Werte $V$ durch eine nach Kugelfunktionen fortschreitende Reihe interpolatorisch darzustellen. Es ist klar, daß diese interpolatorische Darstellung von $V$ die Poissonsche Gleichung nicht erfüllen könnte.

Unglücklicherweise ist kein Verfahren zur Messung von $V$ bekannt. Aber man kann sich die interpolatorische Darstellung von $V$ bzw. $T$ *mittelbar* aus den Randwerten der Schwerkraftbeschleunigung am Geoid verschaffen. Diese interpolatorische Darstellung ist nämlich jenes partikuläre Integral der partiellen Differentialgleichung für $T$, das die Forderung $\Delta T = 0$ erfüllt. *Hierbei spielt die Größenordnung von* $4\pi f \varrho$ — wie ich ausdrücklich hervorheben möchte — *zunächst gar keine Rolle*; denn von der Tatsache, daß $4\pi f \varrho$ verschwindend klein ist, mache ich erst in weiterer Folge Gebrauch, nämlich bei dem Nachweis, daß die Entwicklung für das äußere Potential mit gewissen Einschränkungen auch in den Punkten des Geoids existiert.

Gibt man zu, daß jenes partikuläre Integral der partiellen Differentialgleichung für $T$ die oben geforderte interpolatorische Darstellung von $T$ bzw. $V$ ist, so kann kein Zweifel bestehen, daß ihrer zahlenmäßigen Berechnung Randwerte des Geoids zugrunde gelegt werden müssen, also Schwerkraftwerte, die nach dem Verfahren von Prey auf das Geoid übertragen worden sind; denn alle andern gebräuchlichen Reduktionsverfahren geben ja bekanntlich keine Randwerte. Da die interpolatorische Darstellung von $T$ bzw. $V$ ganz unabhängig von der Größenordnung von $4\pi f \varrho$ durch die Gleichung $\Delta T = 0$ erklärt ist, kann eine Unlogik durch Anwendung nach Prey reduzierter Schwerkraftwerte bei der zahlenmäßigen Berechnung der Koeffizienten in jener interpolatorischen Darstellung natürlich nicht platzgreifen.

Die Kritik der Fachkollegen müßte daher meines Erachtens mit dem Nachweise einsetzen, daß jenes partikuläre Integral der partiellen Differentialgleichung für $T$, das die Forderung $\Delta T = 0$ erfüllt, nicht zur oben geforderten interpolatorischen Darstellung von $T$ bzw. $V$ führt. Hierbei sollte nicht übersehen werden, daß die Größenordnung von $4\pi f \varrho$ erst bei Erörterung der Frage eine Rolle spielt, unter welchen Einschränkungen die Entwicklung des äußeren Potentials auch in den Punkten des Geoids existiert.