

Werk

Jahr: 1937

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:13

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN101433392X_0013

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0013

LOG Id: LOG_0017

LOG Titel: Direkte Methoden zur Bestimmung von Störungsmassen aus Anomalien der Schwereintensität

LOG Typ: article

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN101433392X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Direkte Methoden zur Bestimmung von Störungsmassen aus Anomalien der Schwereintensität

Von **Karl Jung**, Potsdam — (Mit 7 Tabellen und 13 Abbildungen)

Es werden direkte Methoden abgeleitet, um ohne Probieren einfach geformte, symmetrische und antisymmetrische Störungsmassen aus der Schwereverteilung zu bestimmen. Zur Verwendung kommen auffällige Merkmale der Schwereanomalie wie Extremwerte, Halbwerte, Nullwerte, Gradienten und Integrale. Zur praktischen Ausführung werden ausführliche Tabellen gegeben. Auf die Möglichkeit ausreichender Kontrollen wird besonderer Wert gelegt. Die Anwendung der Methoden wird an zwei Schwereprofilen von Vening Meinesz erläutert.

Zur Bestimmung der Massenverteilung aus dem Schwerefeld gibt es indirekte und direkte Methoden. Bei den *indirekten* Methoden wird eine Massenverteilung angenommen, die das beobachtete Schwerefeld mit einiger Annäherung erklären kann. Ihr Schwerefeld wird berechnet und mit dem beobachteten verglichen. Bleiben noch wesentliche Unterschiede, so wird das Verfahren so lange mit entsprechend abgeänderten Annahmen über die Schwereverteilung wiederholt, bis ausreichende Übereinstimmung erzielt ist. Die indirekten Methoden sind in allen Fällen anwendbar und können bei nicht zu komplizierten Massenverteilungen recht schnell zum Ziel führen. Wesentlich ist hierbei die Übung und Erfahrung des Bearbeiters.

Bei den *direkten* Methoden wird vorausgesetzt, daß sich die Massenverteilung in einfacher geometrischer Gestalt darstellen läßt, zu deren genauerer Festlegung zwei, drei oder vier Gestaltsmerkmale genügen. Aus ebenso vielen charakteristischen Merkmalen der Schwereverteilung wird die Größe der Gestaltsmerkmale durch rechnerische, graphische oder tabellarische Methoden ohne Probieren direkt bestimmt. Es ist vorteilhaft, wenn mehr Merkmale der Schwereverteilung zur Verfügung stehen als Gestaltsmerkmale zu bestimmen sind. Dann besteht die Möglichkeit zu wichtigen Kontrollen.

Die direkten Methoden lassen sich anwenden, wenn die Störungsmassen einfache geometrische Gestalt haben oder wenn die Kenntnis der Schwereverteilung zur Bestimmung weiterer Einzelheiten nicht ausreicht. Auch ist es von Vorteil, wenn man vor Anwendung indirekter Methoden eine gute Näherungsverteilung auf direktem Wege bestimmt. Übung und Erfahrung des Bearbeiters sind bei Ausführung direkter Massenbestimmungen nicht wesentlich.

Direkte Methoden zur Bestimmung einfacher Massenformen aus dem Schweregradienten und der Krümmungsgröße sind verschiedentlich angegeben worden*)

*) Z. B.: Karl Jung: Die Bestimmung von Lage und Ausdehnung einfacher Massenformen unter Verwendung von Gradient und Krümmungsgröße. Zeitschr. f. Geophys. **3**, 257—280,(1927); **5**, 238—252 (1929).

und haben sich bewährt*). Ähnliche Methoden zur Bestimmung von Störungsmassen aus der Schwereintensität wurden noch nicht entwickelt. Bei dem im allgemeinen sehr weiten Abstand der älteren Pendelmessungen lag auch keine Möglichkeit vor, sie mit Vorteil anzuwenden.

Inzwischen jedoch sind die Pendel- und Gravimetermessungen auf See und Land sehr zahlreich geworden, und es ist die Schwereverteilung in manchen Gebieten der Erde jetzt so gut bekannt, daß eine genauere Untersuchung der Störungsmassen möglich wird. Zur Anwendung von indirekten Methoden liegen die nötigen Grundlagen bereits vor**). Dagegen fehlt es noch an direkten Methoden, mit denen bei geringem Arbeitsaufwand die Bestimmung der Störungsmassen mit einer der Kenntnis vom Schwerefeld angepaßten Genauigkeit möglich ist.

Während die Gradientenbilder von oberflächennahen, lokalen Störungsmassen beeinflusst und so vielgestaltig sind, daß die Anwendung direkter Methoden schwierig und die Anwendung indirekter Methoden mühsam werden kann, sind die aus Messungen der Schwereintensität abgeleiteten Isogrammen und δg -Kurven viel glatter oder können in mehrere Bestandteile mit glattem Verlauf zerlegt werden. Es ist dann ziemlich leicht, außer Lage und Betrag von Extrem- und Halbwerten der Schwereanomalie δg auch die abgeleiteten Größen, Gradient ($d = d\delta g/dx$) und Integral ($i = \int \delta g dx$) mit einiger Sicherheit zu bestimmen, so daß auch diese zur Massenbestimmung oder zur Kontrolle mit herangezogen werden können. Man erhält schon oft allein durch Anwendung der direkten Methode eine gute Annäherung an die wirklich vorhandene Störungsmasse, deren Einzelheiten sodann auf indirektem Wege ohne großen Zeitaufwand so genau bestimmt werden können, wie es das Beobachtungsmaterial zuläßt.

Gesamtmasse und Störungsintegral

Im allgemeinen wird es genügen, die Erdoberfläche als unendlich ausgedehnte Ebene darzustellen. Dann besteht zwischen dem über diese Ebene ausgedehnten Störungsintegral J und der Gesamtmasse M der für die Praxis wichtige, sehr einfache Zusammenhang

$$J = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \delta g dx dy = 2\pi k M \quad (k = \text{Gravitationskonstante} = 6.67 \cdot 10^{-8} \text{ cgs}). \quad (\text{a})$$

*) Z. B.: Karl Jung: Drehwaagemessungen im Ries bei Nördlingen (mit geologischer Einführung von A. Bentz). Ebenda 7, 1—21 (1931).

***) Karl Jung: Diagramme zur Bestimmung der Terrainwirkung für Pendel und Drehwaage und zur Bestimmung der Wirkung „zweidimensionaler“ Massenarrangements. Zeitschr. f. Geophys. 3, 201—212 (1927). F. A. Vening Meinesz: Gravity expeditions at sea 1923—1932. Vol. II, p. 23—28 (Tab. F, p. 25); E. A. Ansel: Massenanziehung begrenzter homogener Körper von rechteckigem Querschnitt und des Kreiszyinders. Beitr. z. angew. Geophys. 5, 263—295 (1936); E. A. Ansel: Schwereanomalien in Beziehung zu der Form der Störung des Schichtverbandes in der Erdkruste. Ebenda 6, 141—167 (1936).

Der Beweis kann aus allgemeinen Sätzen der Potentialtheorie geführt werden. Es genügt jedoch auch, den Zusammenhang zwischen J und M an dem einfachsten Beispiel einer Punktmasse und ihres Schwerfeldes nachzuprüfen, denn durch Summierung über kleine Massenelemente kann die Wirkung ausgedehnter Massen dargestellt werden.

Hat man es mit horizontal gelagerten, lang gestreckten Massen zu tun, so ist es üblich und in vielen Fällen ausreichend, an ihrer Stelle Massenarrangements zu betrachten, die in der horizontalen Y -Richtung mit unveränderlichem Querschnitt nach beiden Seiten unendlich weit streichen. Da die Wirkung solcher Massen vollständig aus ihrem in der XZ -Ebene gelegenen Querschnitt, einem zweidimensionalen Gebilde, abgeleitet werden kann, nennt man sie „zweidimensionale“ Massen (eine etwas irreführende Bezeichnung, da ja gerade die dritte Dimension besonders ausgedehnt ist). Es sei m die gesamte Querschnittsbelegung. Dann gilt:

$$i = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta g dx = 2 \pi k m \dots \dots \dots (b)$$

Die Beziehungen (a) und (b) können mit großem Vorteil bei der Bestimmung solcher Störungsmassen verwendet werden, die einerlei Vorzeichen haben. Denn die Integrale führen unmittelbar zur Kenntnis der gesamten Störungsmasse, und es bleibt nur noch deren Verteilung zu bestimmen. Sind jedoch Störungsmassen von beiderlei Vorzeichen vorhanden, so gibt das Störungsintegral unmittelbar nur den Überschuß der in größerer Menge vorhandenen Teilmasse von einerlei Vorzeichen. Dann lassen sich Teilintegrale in vielen Fällen noch mit Vorteil verwenden, wenn auch deren Beziehung zur Störungsmasse nicht mehr so einfach dargestellt wird.

Jede Störungsmasse kann durch unendlich viele andere Massenverteilungen von gleicher Gesamtmasse ersetzt werden. Bekannt ist die Gleichwertigkeit homogener konzentrischer Kugeln untereinander und mit einer Punktmasse in ihrem Mittelpunkt. Bekannt ist auch, daß konfokale homogene Ellipsoide mit gleicher Masse das gleiche Außenfeld haben. Oberflächennächste Ersatzmasse ist die „ideelle störende Schicht“, eine Massenbelegung der ebenen Erdoberfläche mit der Flächendichte $\delta g/2\pi k$.

Die Ersatzmassen können beliebig nahe an der Erdoberfläche, nicht aber in beliebig großer Tiefe liegen. Es gibt in jedem Fall eine bestimmte Tiefe, in der spätestens die wirkliche und jede Ersatzmasse angetroffen werden muß. Um diese Tiefe zu finden, stellt man aus der ideellen Schicht weitere tiefer gelegene oberflächenparallele Flächenbelegungen her, deren Felder im Außenraum der Erde gleich sind. Hierzu braucht man nur die ideelle Belegung längs der Kraftlinien des Außenfeldes so nach innen zu verschieben, daß keine Masse aus den einzelnen Krafttröhren austritt. Dies geht so lange, bis an einer Stelle die Kraftlinien zusammenlaufen. Dann ist die gesuchte Tiefe erreicht.

Singuläre Stellen des Schwerefeldes von der beschriebenen Art treten in Punktmassen, Linienbelegungen und am Rande von Flächenbelegungen auf. Um zu Abschätzungen der Maximaltiefe zu kommen, empfiehlt es sich daher, bei der Entwicklung direkter Methoden die Störungsmassen in solcher Gestalt anzunehmen.

Grundformen der Massen- und Schwerestörungen

Aus der Fülle der vielgestaltigen Massenformen heben sich zwei Gruppen heraus: als besonders konzentrierte Massen die rotationssymmetrischen Formen und als einseitig ausgedehnte Massen die „zweidimensionalen“.

Die Wirkung rotationssymmetrischer Massen auf Punkte außerhalb ihrer Achse wird schon in einfachen Fällen mit elliptischen Integralen dargestellt, und es ist daher ihre rechnerische Behandlung recht umständlich. Die Ausarbeitung direkter Methoden für rotationssymmetrische Massen dürfte sich, von einfachsten Fällen abgesehen, kaum lohnen. Daher tritt im folgenden nur die Punktmasse auf.

Die rechnerische Behandlung der „zweidimensionalen“ Massenformen ist einfach, und es ist üblich geworden, alle Massenformen, die eine bevorzugte

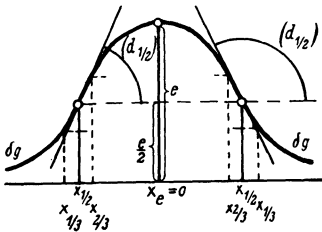


Fig. 1. Symmetrische Störung

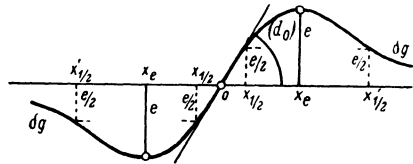


Fig. 2. Antisymmetrische Störung

Horizontaler Streckung haben, wie „zweidimensionale“ zu behandeln. Im Anwendungsbereich der direkten Methoden, solange es sich noch nicht um die Feststellung von feineren Einzelheiten handelt, wird dies im allgemeinen zulässig sein. Daher genügt es, sich auf „zweidimensionale“ Massenformen zu beschränken.

Nach den Symmetrieverhältnissen unterscheidet man unsymmetrische, symmetrische und antisymmetrische Störungen. Es genügt, direkte Methoden nur für symmetrische und antisymmetrische Störungen zu entwickeln. Unsymmetrische Störungen pflegen meist einem dieser Typen mehr oder weniger ähnlich zu sein, und man kann die Abweichung von der streng symmetrischen oder antisymmetrischen Gestalt durch Anwendung indirekter Methoden nach der direkten Bestimmung berücksichtigen.

Bei *symmetrischen* Störungen (Fig. 1) liefert die δg -Kurve der Schwereanomalie fast stets die folgenden Bestimmungsstücke: den Extremwert e und seine Abszisse $x_e = 0$, den Halbwert $\delta g = e/2$ und seine Abszisse $x_{1/2}$. Oft können auch der Gradient $d_{1/2} = \left(\frac{d}{dx} \delta g\right)_{x=x_{1/2}}$ die Abszissen $x_{2/3}$, $x_{1/3}$ und das Integral

$i = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta g dx$ mit hinreichender Genauigkeit aus der Schwerekurve bestimmt werden.

Bei *antisymmetrischen* Störungen (Fig. 2) fallen die Extremwerte e mit ihren Abszissen x_e besonders auf, der Nullwert hat die Abszisse $x = 0$. Im allgemeinen ist auch

$$d_0 = \left(\frac{d}{dx} \delta g \right)_{x=0}$$

leicht zu bestimmen, ebenso die innere Halbwertsabszisse $x_{1/2}$. In manchen Fällen können auch die äußere Halbwertsabszisse $x'_{1/2}$ und das Integral $i^* = \int_0^{\infty} \delta g dx$ herangezogen werden.

Bei gut ausgebildeten Schwereanomalien hat man wohl etwa drei sichere Bestimmungsstücke aus der δg -Kurve zur Verfügung und außerdem noch zwei bis drei weitere Bestimmungsstücke, die mindestens zu Kontrollen verwendbar sind. Kontrollen sind zur Beurteilung der Zuverlässigkeit der Ergebnisse sehr wichtig und sollen möglichst nicht unterlassen werden. Man tut gut, den Verteilungstypus, der die wirkliche Masse annähern soll, so einfach zu wählen, daß die Zahl der zu bestimmenden Unbekannten kleiner als die Zahl der aus der δg -Kurve abgeleiteten Bestimmungsstücke ist. Daher soll sich im folgenden auf solche Massenformen beschränkt werden, bei denen nicht mehr als drei Unbekannte zu bestimmen sind.

Aus den bereits angeführten Gründen werden nur Punkt-, Linien- und Flächenbelegungen behandelt. Bei der Punktmasse, der horizontalen Massenlinie mit Punktquerschnitt und dem Grenzfall der konfokalen Ellipsenquerschnitte ist es ohne weiteres möglich, räumlich verteilte Massen von gleicher Wirkung exakt anzugeben. In den anderen Fällen dürfte sich die exakte Berechnung gleichwertiger räumlicher Verteilungen nicht lohnen; jedoch ist es nicht schwierig, zu brauchbaren Abschätzungen zu gelangen, nötigenfalls unter Anwendung indirekter Methoden. Vielfach wird sich zeigen, daß hierzu die Kenntnis des Schwerefeldes und die geologischen Unterlagen nicht mit Sicherheit ausreichen und eine Flächenbelegung ungefähr dem entspricht, was man aus den vorliegenden Unterlagen herausholen kann.

Direkte Methoden zur Bestimmung einfacher Massenformen

Massenpunkt (Fig. 3). Masse: M .

Es ist

$$\delta g = kM \frac{t}{\sqrt{e^2 + t^2}^3}$$

Hieraus berechnet man:

$$e = \frac{kM}{t^2}, \dots \dots \dots (1)$$

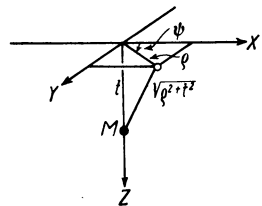


Fig. 3. Massenpunkt

$$t = \frac{\varrho_{1/2}}{\sqrt[3]{\sqrt[3]{4}-1}} = 1.305 \varrho_{1/2}, \dots \dots \dots (2)$$

$$J = \int_{\varrho=0}^{\infty} \int_{\psi=0}^{2\pi} \delta g(\varrho d\varrho d\psi) = 2\pi k M, \dots \dots \dots (3)$$

$$d_{1/2} = -3 k M \cdot \frac{\sqrt[3]{\sqrt[3]{4}-1}}{\sqrt[3]{2^3} \cdot t^3} = -0.7243 \frac{k M}{t^3} \dots \dots \dots (4)$$

Am einfachsten bestimmt man t aus (2), dann M aus (1), (3) oder (4).

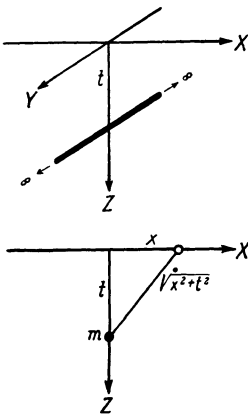


Fig. 4. Horizontale Massenlinie

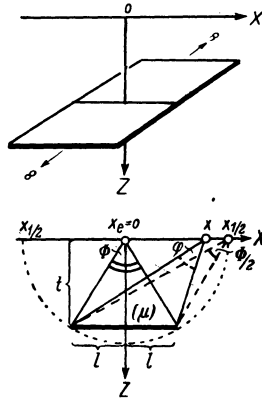


Fig. 5. Horizontaler Streifen

Horizontale Massenlinie (Fig. 4). Liniendichte: m .

$$\delta g = 2 k m \frac{t}{x^2 + t^2}.$$

$$e = \frac{2 k m}{t}, \dots \dots \dots (1)$$

$$t = x_{1/2}, \dots \dots \dots (2)$$

$$i = \int_{x=-\infty}^{+\infty} \delta g dx = 2\pi k m, \dots \dots \dots (3)$$

$$d_{1/2} = -\frac{k m}{t^2} \dots \dots \dots (4)$$

Am einfachsten bestimmt man t aus (2), dann m aus (1), (3) oder (4).

Horizontaler Streifen (Fig. 5). Flächendichte μ konstant.

$$\delta g = 2 k \mu \left(\operatorname{arctg} \frac{x+l}{t} - \operatorname{arctg} \frac{x-l}{t} \right) = 2 k \mu \varphi.$$

$$e = 2 k \mu \cdot 2 \operatorname{arctg} \frac{l}{t} = 2 k \mu \Phi, \dots \dots \dots (1)$$

$$x_{1/2} = \sqrt{l^2 + t^2}, \quad t = x_{1/2} \cos \frac{\Phi}{2}, \quad l = x_{1/2} \sin \frac{\Phi}{2}, \dots \dots (2)$$

$$i = \int_{x=-\infty}^{+\infty} \delta g dx = 4 \pi k l \mu, \dots \dots \dots (3)$$

$$d_{1/2} = -2 k \mu \frac{\operatorname{tg} \frac{\Phi}{2}}{x_{1/2}}, \dots \dots \dots (4)$$

$$\frac{\sin \frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}} = \frac{1}{\pi x_{1/2}} \frac{i}{e}, \dots \dots \dots (5)$$

$$\frac{\operatorname{tg} \frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}} = -\frac{2 x_{1/2} d_{1/2}}{e}, \dots \dots \dots (6)$$

$$\cos \frac{\Phi}{2} = -\frac{1}{2 \pi x_{1/2}^2} \frac{i}{d_{1/2}}, \dots \dots \dots (7)$$

Am einfachsten bestimmt man Φ nach (5), (6) oder (7) mit Benutzung der Tabelle 1, dann l und t aus (2) oder geometrisch, zuletzt μ aus (1), (3) oder (4).

Tabelle 1. Zur Bestimmung horizontaler Streifen

$\frac{\Phi}{2}$	$\frac{t}{l}$	$\frac{1}{\pi x_{1/2}} \frac{i}{e}$	$-\frac{2 x_{1/2} d_{1/2}}{e}$	$-\frac{1}{2 \pi x_{1/2}^2} \frac{i}{d_{1/2}}$	$\frac{x_{1/4}}{x_{1/2}}$	$\frac{x_{1/8}}{x_{1/2}}$
0°	∞	1.000	1.000	1.000	1.732	2.65
10°	5.671	0.995	1.010	0.985	1.723	2.63
20°	2.747	0.980	1.043	0.940	1.697	2.56
30°	1.732	0.955	1.103	0.866	1.653	2.46
40°	1.192	0.921	1.202	0.766	1.591	2.33
50°	0.839	0.878	1.366	0.643	1.512	2.15
60°	0.577	0.827	1.654	0.500	1.414	1.93
70°	0.364	0.769	2.249	0.342	1.298	1.68
80°	0.176	0.705	4.062	0.174	1.161	1.37
85°	0.087	0.671	7.705	0.087	1.084	1.20
90°	0	0.637	∞	0	1.000	1.00

Mit geometrischen Überlegungen können einigermaßen übersichtliche Formeln für $x_{1/4}$ und $x_{1/8}$ gefunden werden. Man kann die Verhältnisse $\frac{x_{1/4}}{x_{1/2}}$ und $\frac{x_{1/8}}{x_{1/2}}$ (Tabelle 1) zu Kontrollen heranziehen.

Homogener Ellipsenquerschnitt (Fig. 6). Gesamtbelegung: m .

Gleiche Wirkung hat jeder konfokale Ellipsenquerschnitt $\frac{x^2}{c^2+s} + \frac{h^2}{s} = 1$ von gleicher Gesamtbelegung m (Dichte $\sigma = \frac{m}{\pi \sqrt{s(c^2+s)}}$), im Grenzfall eine Belegung der Brennpunktsgeradn (Dichte $\mu = \frac{2m}{\pi c^2} \sqrt{c^2-x^2}$).

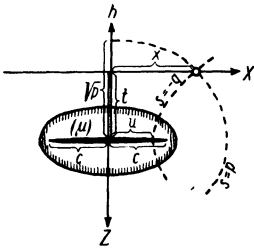


Fig. 6. Ellipsenquerschnitt

Es ist vorteilhaft, das System der konfokalen Ellipsen und Hyperbeln $\frac{x^2}{c^2+s} + \frac{h^2}{s} = 1$ einzuführen. Im Aufpunkt ($x = x, h = t$) schneiden sich die Ellipse $s = p$ und die Hyperbel $s = -q$. $u = \sqrt{c^2 - q}$ bezeichnet den Scheitel der Hyperbel auf der Brennpunktsgeradn. u und t können als Koordinaten des Aufpunktes angesehen werden. Es ist

$$\delta g = \frac{4km}{c} \left(\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2} + \left(\frac{t}{c}\right)^2 - \frac{t}{c} \right),$$

$$i = \int_{x=-\infty}^{+\infty} \delta g dx = 2\pi km, \dots \dots \dots (1)$$

$$e = \frac{4km}{c} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{t}{c}\right)^2} - \frac{t}{c} \right) \dots \dots \dots (2)$$

Für $x = x_v, u = u_v$ sei $\delta g_v = v \cdot e, 0 \leq v \leq 1$.

Dann ist

$$\sqrt{1 - \left(\frac{u_v}{c}\right)^2} + \left(\frac{t}{c}\right)^2 - \frac{t}{c} = v \left(\sqrt{1 + \left(\frac{t}{c}\right)^2} - \frac{t}{c} \right), \dots \dots \dots (3)$$

$$\delta g_v = \frac{4km}{c} v \left(\sqrt{1 + \left(\frac{t}{c}\right)^2} - \frac{t}{c} \right), \dots \dots \dots (4)$$

$$\frac{x_v}{c} = \frac{\frac{u_v}{c}}{\sqrt{1 - \left(\frac{u_v}{c}\right)^2}} \sqrt{1 - \left(\frac{u_v}{c}\right)^2} + \left(\frac{t}{c}\right)^2, \dots \dots \dots (5)$$

Tabelle 2a. Zur Bestimmung von Ellipsenquerschnitten

$\frac{t}{c}$	$\frac{x_{1/3}}{c}$	$\frac{x_{1/2}}{c}$	$\frac{x_{2/3}}{c}$	$\frac{\pi x_{1/3} e}{2 i}$	$\frac{\pi x_{1/2} e}{2 i}$	$\frac{\pi x_{2/3} e}{2 i}$
0	0.943	0.866	0.745	0.943	0.866	0.745
0.1	0.951	0.854	0.725	0.861	0.772	0.656
0.2	0.997	0.865	0.721	0.817	0.709	0.591
0.4	1.140	0.933	0.747	0.772	0.631	0.506
0.6	1.324	1.038	0.806	0.750	0.588	0.456
0.8	1.532	1.168	0.886	0.736	0.562	0.426
1.0	1.758	1.316	0.981	0.728	0.545	0.406
1.2	2.00	1.475	1.086	0.723	0.534	0.393
1.4	2.25	1.643	1.200	0.720	0.526	0.384
1.7	2.63	1.905	1.381	0.716	0.519	0.376
2.0	3.02	2.18	1.568	0.714	0.514	0.370
2.5	3.70	2.64	1.893	0.712	0.509	0.365
3.0	4.38	3.12	2.26	0.710	0.506	0.361
4.0	5.76	4.09	2.91	0.709	0.503	0.358
5.0	7.15	5.08	3.60	0.708	0.502	0.356
7.0	9.95	7.04	4.99	0.707	0.501	0.355
10.0	14.18	10.02	7.09	0.707	0.500	0.354
15.0	21.2	15.02	10.62	0.707	0.500	0.354
20.0	28.3	20.0	14.15	0.707	0.500	0.354
30.0	42.4	30.0	21.2	0.707	0.500	0.354
50.0	70.7	50.0	35.4	0.707	0.500	0.354
100.0	141.4	100.0	70.7	0.707	0.500	0.354
∞	∞	∞	∞	0.707	0.500	0.354

Tabelle 2b. Ellipsenquerschnitt, $\frac{c \cdot \delta g}{4 k m}$.

In Klammern: Horizontaler Streifen, $\frac{l \cdot \delta g}{4 k m}$, $\frac{x}{l}$, $\frac{t}{l}$

$\frac{x/c}{t/c}$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.7	2.0	(2.0)
0	1.000	0.980	0.916	0.800	0.600	0	0	0	0	0	(0)
0.1	0.905	0.885	0.823	0.710	0.522	0.224	0.077	0.042	0.023	0.015	(0.017)
0.2	0.820	0.801	0.742	0.637	0.475	0.270	0.135	0.080	0.046	0.030	(0.033)
0.4	0.677	0.661	0.612	0.531	0.420	0.298	0.200	0.137	0.085	0.058	(0.062)
0.6	0.566	0.554	0.516	0.456	0.380	0.298	0.225	0.169	0.114	0.081	(0.086)
0.8	0.481	0.471	0.444	0.400	0.346	0.287	0.232	0.186	0.134	0.099	(0.104)
1.0	0.414	0.407	0.387	0.355	0.315	0.272	0.230	0.192	0.146	0.112	(0.116)
1.2	0.362	0.357	0.342	0.318	0.289	0.256	0.223	0.192	0.152	0.120	(0.124)
1.4	0.320	0.317	0.305	0.288	0.265	0.240	0.214	0.188	0.154	0.126	(0.128)
1.7	0.271	0.270	0.262	0.250	0.235	0.217	0.199	0.179	0.153	0.129	(0.131)
2.0	0.236	0.234	0.229	0.221	0.210	0.197	0.184	0.169	0.148	0.129	(0.130)
(2.0)	(0.232)	(0.230)	(0.226)	(0.218)	(0.208)	(0.196)	(0.183)	(0.170)	(0.149)	(0.130)	

$$x_v e = 4 k m \frac{\frac{u_v}{c}}{\sqrt{1 - \left(\frac{u_v}{c}\right)^2}} \sqrt{1 - \left(\frac{u_v}{c}\right)^2 + \left(\frac{t}{c}\right)^2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{t}{c}\right)^2} - \frac{t}{c} \right) \dots \quad (6)$$

$$\frac{\pi x_v e}{2i} = \frac{\frac{u_v}{c}}{\sqrt{1 - \left(\frac{u_v}{c}\right)^2}} \sqrt{1 - \left(\frac{u_v}{c}\right)^2 + \left(\frac{t}{c}\right)^2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{t}{c}\right)^2} - \frac{t}{c} \right) \dots \quad (7)$$

Am einfachsten bestimmt man zunächst $\frac{t}{c}$ aus $\frac{\pi x_v e}{2i}$ nach der mit (3) und (7)

berechneten rechten Hälfte der Tabelle 2a. Den hierzu gehörigen Wert von $\frac{x_v}{c}$ gibt die mit (5) berechnete linke Hälfte der Tabelle 2a. Da x_v bekannt ist, ergibt sich unmittelbar c . Die Bestimmung von m kann dann mit (1), (2), (4) oder aus den Werten $\frac{c \cdot \delta g}{4 k m}$ der Tabelle 2b vorgenommen werden. Zur Kontrolle kann man verschiedene ν verwenden.

Mit m und c ist die Ersatzbelegung auf der Brennpunktsgerechten vollständig bestimmt. Kennt man die Dichte σ , so können die Achsen der Querschnittsellipse berechnet werden. Umgekehrt kann man σ berechnen, wenn die horizontale oder die vertikale Erstreckung der Querschnittsellipse bekannt ist.

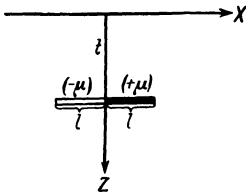


Fig. 7. Antisymmetrische Streifen

Antisymmetrische Streifen (Fig. 7). Flächendichte μ konstant.

$$\delta g = 2 k \mu \left(2 \operatorname{arctg} \frac{x}{t} - \operatorname{arctg} \frac{x+l}{t} - \operatorname{arctg} \frac{x-l}{t} \right).$$

$$d_0 = 4 k \mu \frac{l^2}{t(l^2 + t^2)}, \dots \quad (1)$$

$$x_e = \sqrt{\frac{l^2 + t^2}{3}}, \quad \sqrt{l^2 + t^2} = 1.732 x_e, \dots \quad (2)$$

$$e = 2 k \mu \left(3 \operatorname{arctg} \frac{x_e}{t} - \frac{\pi}{2} \right), \dots \quad (3)$$

$$i^* = \int_{x=0}^{+\infty} \delta g dx = 4 k \mu t \left(\frac{l}{t} \operatorname{arctg} \frac{l}{t} - \ln \sqrt{1 + \left(\frac{l}{t}\right)^2} \right), \dots \quad (4)$$

$$\frac{i^*}{3 x_e^2 d_0} = \frac{1}{l} \operatorname{arctg} \frac{l}{t} - \frac{1}{\left(\frac{l}{t}\right)^2} \ln \sqrt{1 + \left(\frac{l}{t}\right)^2}, \dots \quad (5)$$

$$\frac{e}{x_e d_0} = \frac{9}{2} \frac{\sqrt{\frac{1}{3} \left(1 + \left(\frac{l}{t}\right)^2\right)} \left(\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1}{3} \left(1 + \left(\frac{l}{t}\right)^2\right)} - \frac{\pi}{6}\right)}{\left(\frac{l}{t}\right)^2} \dots \dots (6)$$

Man findet $\sqrt{l^2 + t^2}$ aus (2), $\frac{l}{t}$ aus der mit (5) und (6) berechneten Tabelle 3. Beides zusammen gibt l und t . Dann wird μ aus (1), (3) oder (4) bestimmt.

Tabelle 3. Antisymmetrische Streifen

$\frac{l}{t}$	$\frac{t}{l}$	$\frac{i^*}{3 x_e^2 d_0}$	$\frac{e}{x_e d_0}$	$\frac{l}{t}$	$\frac{t}{l}$	$\frac{i^*}{3 x_e^2 d_0}$	$\frac{e}{x_e d_0}$
0	∞	0.500	0.562	2.5	0.400	0.318	0.533
0.1	10.000	0.499	0.563	3.0	0.333	0.288	0.490
0.2	5.000	0.494	0.565	4.0	0.250	0.243	0.435
0.4	2.500	0.487	0.571	5.0	0.200	0.210	0.381
0.6	1.667	0.474	0.581	7.0	0.143	0.164	0.303
0.8	1.250	0.457	0.588	10.0	0.100	0.124	0.229
1.0	1.000	0.439	0.592	15.0	0.067	0.088	0.162
1.2	0.833	0.420	0.593	20.0	0.050	0.068	0.125
1.4	0.714	0.402	0.589	30.0	0.033	0.048	0.086
1.7	0.588	0.376	0.579	50.0	0.020	0.030	0.053
2.0	0.500	0.352	0.564	100.0	0.010	0.015	0.027
				∞	0	0	0

Dipollinie (Fig. 8). Moment: \mathfrak{M} .

Es liegt nahe, zur Vereinfachung jeden der beiden antisymmetrischen Streifen durch eine Masselinie mit der Belegung $m = \pm l\mu$ in der Entfernung $\pm l/2$ von der YZ-Ebene zu ersetzen. Jedoch zeigt sich, daß die rechnerische Behandlung dieser einfachen Massenverteilung wesentlich umständlicher als die der antisymmetrischen Streifen wird, und sich daher nicht lohnt. Eine wirkliche Vereinfachung jedoch bedeutet die Dipollinie, deren Dipole mit horizontaler Achse und dem Moment $\mathfrak{M} = ml = \mu l^2$ die horizontale Gerade in der YZ-Ebene belegen.

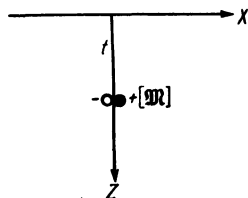


Fig. 8. Dipollinie

$$\delta g = 4 k \mathfrak{M} \frac{t x}{(x^2 + t^2)^2} \dots \dots \dots (1)$$

$$d_0 = \frac{4 k \mathfrak{M}}{t^3} \dots \dots \dots (1)$$

$$x_e = \frac{t}{\sqrt{3}}, \quad t = 1.732 x_e \dots \dots \dots (2)$$

$$e = k \mathfrak{M} \frac{3 \sqrt{3}}{4 t^2} = 1.299 \frac{k \mathfrak{M}}{t^2}, \dots \dots \dots (3)$$

$$i^* = \int_{x=0}^{+\infty} \delta g dx = \frac{2 k \mathfrak{M}}{t} \dots \dots \dots (4)$$

Man findet t aus (2), dann \mathfrak{M} aus (1), (3) oder (4).

Senkrecht verlagerte Halbebenen (Fig. 9). Flächendichte μ konstant.

Eine antisymmetrische Störungsform geben auch zwei gegeneinander senkrecht verlagerte, horizontale Halbebenen von gleicher Flächenbelegung. Ihre Wirkung unterscheidet sich von den Störungen der antisymmetrischen Streifen und der Dipollinie durch die wesentlich langsamere Abnahme von den Extremwerten nach außen. Die Störungsform der senkrecht verlagerten Halbebenen kann als eine Vereinfachung der aus der Isostasielehre bekannten „Kontinentalrandstörung“ der Freiluftanomalie angesehen werden. Sie wird sich bei isostatischen Anomalien nur an Schollenrändern finden, wenn die der Reduktion zugrunde liegenden Annahmen

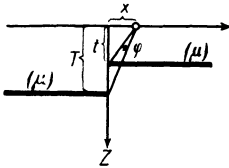


Fig. 9. Senkrecht verlagerte Halbebenen

über die isostatische Kompensation von der Wirklichkeit abweichen. In solchen Fällen kann diese Störungsform Bedeutung erlangen.

$$\delta g = 2 k \mu \left(\arctg \frac{x}{T} - \arctg \frac{x}{t} \right) + 2 k \mu \pi.$$

Das konstante Glied ist unwesentlich und kann gestrichen werden:

$$\delta g = 2 k \mu \left(\arctg \frac{x}{T} - \arctg \frac{x}{t} \right) = 2 k \mu \varphi.$$

$$d_0 = 2 k \mu \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{T} \right), \dots \dots \dots (1)$$

$$x_e^2 = T t, \dots \dots \dots (2)$$

$$e = 2 k \mu \arctg \frac{\frac{T}{t} - 1}{2 \sqrt{\frac{T}{t}}}, \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{e}{x_e d_0} = \left(\arctg \frac{\frac{T}{t} - 1}{2 \sqrt{\frac{T}{t}}} \right) : \left(\frac{\frac{T}{t} - 1}{2 \sqrt{\frac{T}{t}}} \right) \dots \dots \dots (4)$$

Am einfachsten bestimmt man $T \cdot t$ aus (2), $\frac{T}{t}$ mit Tabelle 4 nach (4), hieraus T und t . Dann erhält man μ aus (1) oder (3) (Tabelle 4, letzte Spalte).

Tabelle 4. Senkrecht verlagerte Halbebenen

$\frac{T}{t}$	$\frac{e}{x_e d_0}$	$\frac{e}{2 k \mu}$	$\frac{T}{t}$	$\frac{e}{x_e d_0}$	$\frac{e}{2 k \mu}$
1.0	0.500	0	5.0	0.408	0.730
			6.0	0.390	0.796
1.1	0.500	0.048			
1.2	0.499	0.091	8.0	0.360	0.891
1.4	0.495	0.167	10.0	0.337	0.958
1.6	0.491	0.233	15.0	0.295	1.065
1.8	0.486	0.290	20.0	0.266	1.131
2.0	0.481	0.340	30.0	0.228	1.210
			50.0	0.186	1.290
2.2	0.475	0.384	100.0	0.138	1.371
2.4	0.470	0.424	200.0	0.102	1.430
2.7	0.461	0.477			
3.0	0.453	0.524	300.0	0.084	1.456
			500.0	0.066	1.481
3.5	0.441	0.589	1000.0	0.048	1.508
4.0	0.429	0.644	∞	0	1.571

Zwischen den Abszissen $0, x_e$ und den Abszissen $x_{1/2}^{(0)}$ bestehen einfache geometrische Beziehungen (Fig. 10). Aus ihnen läßt sich folgende rein konstruktive Bestimmung der Massenanzordnung herleiten.

Gegeben $0, x_{1/2}, x_e, x'_{1/2}$. Aus $x_{1/2}$ und $x'_{1/2}$ wird die Abszisse $\frac{x_{1/2} + x'_{1/2}}{2}$ konstruiert; hierauf konstruiert man die Eckpunkte des Quadrats $x_e, \frac{x_{1/2} + x'_{1/2}}{2}$,

$0_{1/2}, 0_e$. Der Kreis um 0_e , der die X-Achse in x_e und die Senkrechte durch $\frac{x_{1/2} + x'_{1/2}}{2}$ in $0_{1/2}$ berührt, schneidet die Senkrechte durch 0 in den Punkten A und B , die in den Tiefen t und T der beiden Halbebenen liegen. μ ist dann wie oben zu bestimmen.

Die Konstruktion ist nur durchführbar, wenn $\frac{x_{1/2} + x'_{1/2}}{2} - x_e \geq x_e - 0$.

Diese Forderung muß erfüllt sein, wenn senkrecht verlagerte Halbebenen als Ursache einer antisymmetrischen Störung in Frage kommen.

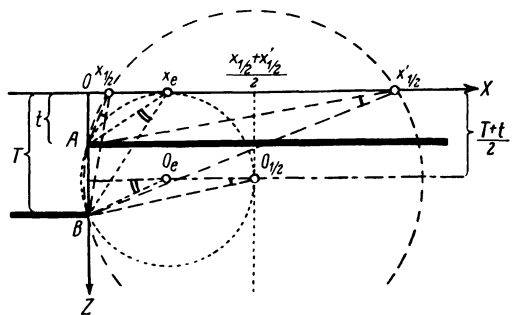


Fig. 10. Senkrecht verlagerte Halbebenen. Geometrische Beziehungen

Horizontale Halbebene (Fig. 11). Flächendichte μ konstant.

Dieser Störungstypus kommt bei nicht kompensierten Verwerfungen vor. Er kann als Grenzfall der antisymmetrischen Streifen ($l \rightarrow \infty$) oder der senkrecht verlagerten Halbebenen ($T \rightarrow \infty$) aufgefaßt werden.

$$\delta g = 2 k \mu \left(\operatorname{arctg} \frac{x}{t} + \frac{\pi}{2} \right) = 2 k \mu \varphi.$$

$$\text{In } x_{1/4} = -t \text{ ist } \varphi = \frac{\pi}{4}, \quad \delta g = \frac{k \mu \pi}{2},$$

$$\text{in } x_{1/3} : \quad \varphi = \frac{\pi}{3}, \quad \delta g = \frac{2 k \mu \pi}{3},$$

$$\text{in } x_{1/2} = 0 : \quad \varphi = \frac{\pi}{2}, \quad \delta g = k \mu \pi,$$

$$\text{in } x_{2/3} : \quad \varphi = \frac{2\pi}{3}, \quad \delta g = \frac{4 k \mu \pi}{3},$$

$$\text{in } x_{3/4} = +t : \quad \varphi = \frac{3\pi}{4}, \quad \delta g = \frac{3 k \mu \pi}{2}.$$

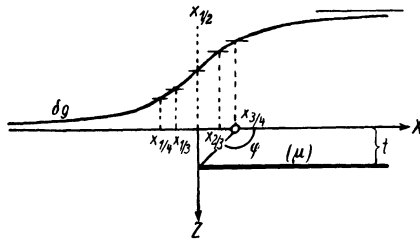


Fig. 11. Horizontale Halbebene

$$\text{Ferner ist in } x_{1/2} = 0 : \quad d_0 = \frac{2 k \mu}{t}$$

$$\text{in } x_{1/4} = -t \text{ und } x_{3/4} = +t : \quad d_{-t} = d_{+t} = \frac{k \mu}{t} = \frac{1}{2} d_0.$$

Diese Beziehungen reichen aus, um die Tiefe t und die Flächendichte μ mit mehrfachen Kontrollen zu bestimmen.

Bemerkung über das Nullniveau der δg -Kurve und die Bestimmung der Integrale

Die beschriebenen Methoden setzen voraus, daß das Nullniveau der δg -Kurve richtig gefunden wurde. Bei antisymmetrischen Störungen wird die Bestimmung des Nullniveaus kaum Schwierigkeiten machen. Anders bei der Punktmasse und symmetrischen „zweidimensionalen“ Massenverteilungen. Hier

können folgende Beziehungen die richtige Bestimmung des Nullniveaus erleichtern.

Massenpunkt:
$$\varrho^{1/n} = \sqrt{\frac{\sqrt[3]{n^2 - 1}}{\sqrt[3]{4} - 1}} \cdot \varrho^{1/2};$$

$$\varrho^{1/4} = 1.608 \varrho^{1/2},$$

$$\varrho^{1/6} = 1.980 \varrho^{1/2},$$

$$\varrho^{1/8} = 2.260 \varrho^{1/2},$$

$$\varrho^{1/10} = 2.490 \varrho^{1/2}.$$

Horizontale Massenlinie: $x_{1/n} = \sqrt{n - 1} \cdot x_{1/2};$

$$x_{1/4} = 1.732 x_{1/2},$$

$$x_{1/6} = 2.236 x_{1/2},$$

$$x_{1/8} = 2.646 x_{1/2},$$

$$x_{1/10} = 3 x_{1/2}.$$

Horizontaler Streifen: $\frac{x_{1/4}}{x_{1/2}}, \frac{x_{1/8}}{x_{1/2}}$ in Tabelle 1.

Ellipsenquerschnitt: $x_{1/3} : x_{1/2} : x_{2/3}$ in Tabelle 2a.

Seitlich liegende Massenanomalien können sich störend bemerkbar machen, wenn sie den randlichen Abfall der zu untersuchenden Schwereanomalie fälschen. Hierdurch kann die Bestimmung der Integrale unsicher werden. Man wird daher häufig die Integration der δg -Kurve nur so weit durchführen, als man die Kurve für zuverlässig ansehen kann, und in größerer Entfernung geeignete Näherungsformeln für den Integralrest benutzen.

Es seien ϱ' und x' so weit vom Störungszentrum entfernt, daß die Form der Störungsmasse nicht mehr wesentlich ist und ihre Tiefe gegen die Entfernung vernachlässigt werden kann. Dann gilt für den Massenpunkt:

$$\int_{\varrho=\varrho'}^{\infty} \int_{\psi=0}^{2\pi} \delta g(\varrho d\varrho d\psi) = 2\pi \varrho'^2 \delta g(\varrho'),$$

für die horizontale Massenlinie und symmetrische „zweidimensionale“ Massenverteilungen:

$$\int_{x=x'}^{+\infty} \delta g dx = x' \delta g(x'),$$

für die Dipollinie und ähnliche antisymmetrische „zweidimensionale“ Massenverteilungen:

$$\int_{x=x'}^{+\infty} \delta g dx = \frac{x'}{2} \delta g(x').$$

Für senkrecht verlagerte Halbebenen ist jedoch

$$\int_{x=x'}^{+\infty} \delta g dx = \infty.$$

Tabelle viel gebrauchter Funktionswerte

Vielfach ist es notwendig, sich ein Urteil darüber zu bilden, wie genau die gefundene Massenordnung die gegebene Schwerestörung zu erklären vermag. Dazu ist eine Berechnung der Schwereanomalie nach den für δg gegebenen Formeln nötig. Hierbei wird Tabelle 5 nützlich sein. Die bei elliptischen Querschnitten nötigen Angaben sind in Tabelle 2b enthalten, aus der auch zu ersehen ist, daß es schon bei nicht sehr großen Tiefen und Entfernungen genügt, die Störungsmasse mit Ellipsenquerschnitt durch die einfachere Massenform des horizontalen Streifens zu ersetzen.

Beispiel einer symmetrischen Schwereanomalie

Regionale isostatische Anomalie über der Nares-Tiefe, West-Indien*) (Fig. 12). Die Störung ist als streifenförmig bekannt, es ist daher eine „zweidimensionale“ Störungsmasse zu suchen.

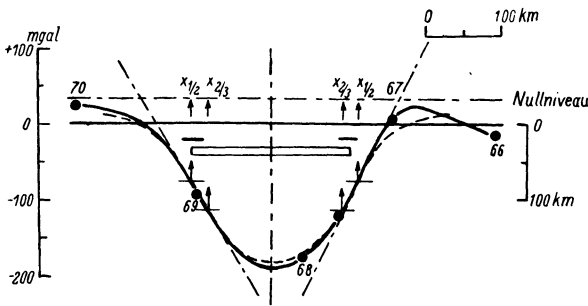


Fig. 12. Schwereprofil über der Nares-Tiefe. Regionale isostatische Anomalien (nach Vening Meinesz)

e: (—) 220 mgal.

$x_{2/3}$: Links und rechts 90 km.

$x_{1/2}$: Links 112.5 km, rechts 109.0 km, **Mittel 110.8 km.**

$x_{1/4}$: Links 149 km, rechts 135 km, **Mittel 142 km.**

$\frac{x_{1/4}}{x_{1/2}}$: (Aus den Mitteln) 1.28.

$d_{1/2}$: Links 1.675 mgal/km, rechts 2.05 mgal/km, **Mittel 1.862 mgal/km.**

i: Ausgezählt von Station 70 bis Station 67:

$$48400 \text{ mgal} \cdot \text{km}$$

$$\text{links von Station 70: } x' \delta g(x') = 2600 \quad ,,$$

$$\text{rechts von Station 67: } x' \delta g(x') = 4340 \quad ,,$$

$$\text{zusammen: } i = 55340 \text{ mgal} \cdot \text{km}$$

$$\text{Gesamte Querschnittsbelegung: } m = \frac{i}{2\pi k} = 1.321 \cdot 10^{13} \text{ g/cm.}$$

*) Vening Meinesz: Gravity expeditions at sea 1923—1932, Bd. II, Tafel I, Profil A I.

Tabelle 5. Viel gebrauchte Funktionen zur Berechnung der Wirkung gegebener Massen

α	$\sqrt{1 + \alpha^2}$	$\frac{1}{1 + \alpha^2}$	$\frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2}^3}$	$\frac{\alpha}{(1 + \alpha^2)^2}$	$\operatorname{arctg} \alpha$
0	1.000	1.0000	1.0000	0	0
				($\approx \alpha$)	($\approx \frac{\alpha}{1 + \alpha^2}$)
0.1	1.005	0.9901	0.9852	0.0980	0.100
0.2	1.020	0.9616	0.9429	0.1849	0.198
0.3	1.044	0.9174	0.8787	0.2525	0.291
0.4	1.077	0.8626	0.8004	0.2973	0.381
0.5	1.118	0.8000	0.7155	0.3200	0.464
(0.5774)				(Max. 0.3238)	
0.6	1.166	0.7353	0.6305	0.3244	0.540
0.7	1.221	0.6711	0.5498	0.3153	0.611
0.8	1.281	0.6098	0.4761	0.2974	0.675
0.9	1.345	0.5525	0.4107	0.2747	0.733
1.0	1.414	0.5000	0.3536	0.2500	0.785
1.1	1.487	0.4525	0.3044	0.2252	0.833
1.2	1.562	0.4098	0.2624	0.2016	0.876
1.3	1.640	0.3718	0.2267	0.1796	0.915
1.4	1.720	0.3378	0.1964	0.1598	0.951
1.5	1.803	0.3077	0.1668	0.1420	0.983
1.6	1.887	0.2809	0.1489	0.1262	1.012
1.7	1.972	0.2571	0.1303	0.1123	1.039
1.8	2.059	0.2358	0.1145	0.1001	1.064
1.9	2.147	0.2169	0.1010	0.0894	1.086
2.0	2.236	0.2000	0.0894	0.0800	1.107
2.2	2.417	0.1712	0.0709	0.0645	1.144
2.4	2.600	0.1479	0.0569	0.0525	1.176
2.6	2.786	0.1289	0.0463	0.0432	1.204
2.8	2.973	0.1131	0.0381	0.0358	1.228
3.0	3.162	0.1000	0.0316	0.0300	1.249
3.2	3.353	0.0890	0.0265	0.0253	1.268
3.4	3.544	0.0796	0.0225	0.0216	1.285
3.6	3.736	0.0716	0.0192	0.0185	1.300
3.8	3.929	0.0648	0.0165	0.0159	1.314
4.0	4.123	0.0588	0.0143	0.0138	1.326
4.2	4.317	0.0537	0.0124	0.0121	1.337
4.4	4.512	0.0491	0.0109	0.0106	1.347
4.6	4.707	0.0451	0.0096	0.0094	1.357
4.8	4.902	0.0416	0.0085	0.0083	1.365
5.0	5.099	0.0385	0.0075	0.0074	1.373
5.2	5.295	0.0357	0.0067	0.0065	1.381
5.4	5.492	0.0332	0.0060	0.0059	1.388
5.6	5.689	0.0309	0.0054	0.0053	1.394
5.8	5.886	0.0289	0.0049	0.0048	1.400
6.0	6.083	0.0270	0.0044	0.0044	1.406

Tabelle 5. (Fortsetzung)

α	$\sqrt{1 + \alpha^2}$	$\frac{1}{1 + \alpha^2}$	$\frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2}^3}$	$\frac{\alpha}{(1 + \alpha^2)^2}$	$\arctg \alpha$
6.4	6.478	0.0238	0.0037	0.0036	1.416
6.8	6.873	0.0212	0.0031	0.0030	1.425
7.2	7.269	0.0189	0.0026	0.0026	1.433
7.6	7.666	0.0170	0.0022	0.0022	1.440
8.0	8.062	0.0154	0.0019	0.0019	1.446
8.4	8.459	0.0140	0.0017	0.0016	1.452
8.8	8.857	0.0128	0.0014	0.0014	1.458
9.2	9.254	0.0117	0.0013	0.0013	1.463
9.6	9.652	0.0107	0.0011	0.0011	1.467
10.0	10.050	0.0099	0.0010	0.0010	1.471
10.4	10.448	0.0092	0.0009	0.0009	1.475
10.8	10.846	0.0085	0.0008	0.0008	1.478
11.2	11.245	0.0079	0.0007	0.0007	1.482
11.6	11.643	0.0074	0.0006	0.0006	1.485
12.0	12.042	0.0069	0.0006	0.0006	1.488
12.6	12.640	0.0063	0.0005	0.0005	1.492
13.2	13.238	0.0057	0.0004	0.0004	1.495
13.8	13.836	0.0052	0.0004	0.0004	1.498
14.4	14.435	0.0048	0.0003	0.0003	1.502
15.0	15.033	0.0044	0.0003	0.0003	1.504
16.0	16.031	0.0039	0.0002	0.0002	1.508
17.0	17.029	0.0035	0.0002	0.0002	1.512
18.0	18.028	0.0031	0.0002	0.0002	1.515
19.0	19.026	0.0028	0.0001	0.0001	1.518
20.0	20.025	0.0025	0.0001	0.0001	1.521
22.0	22.023	0.0021	0.0001	0.0001	1.525
24.0	24.021	0.0017	0.0001	0.0001	1.529
26.0	26.019	0.0015	0.0001	0.0001	1.532
28.0	28.018	0.0012	0.0000	0.0000	1.535
30.0	30.017	0.0011	0.0000	0.0000	1.538
35.0	35.014	0.0008	.	.	1.542
40.0	40.012	0.0006	.	.	1.546
45.0	45.011	0.0005	.	.	1.548
50.0	50.010	0.0004	.	.	1.551
60.0	60.008	0.0003	($\approx 1/\alpha^3$)	($\approx 1/\alpha^3$)	1.554
70.0	70.007	0.0002	.	.	1.556
80.0	80.006	0.0002	.	.	1.558
90.0	90.006	0.0001	.	.	1.560
100.0	100.005	0.0001	.	.	1.561
∞	($\approx \alpha + 1/2 \alpha$)	($\approx 1/\alpha^2$)	0	0	($\approx \pi/2 - 1/\alpha$)
∞	∞	0	0	0	1.571

1. Annahme: Horizontaler Streifen. Eine horizontale Massenlinie liegt nicht vor. Denn bei einer solchen müßte $x_{1/4} = 1.792 \cdot x_{1/2}$ sein und nicht, wie beobachtet, nur $1.28 \cdot x_{1/2}$. Es ist jedoch sehr wohl möglich, daß ein horizontaler Streifen zur Erklärung der Schwereanomalie ausreicht. Man erhält

$$\text{aus } \frac{1}{\pi x_{1/2}} \frac{i}{e} = 0.723 : \frac{\Phi}{2} = 77.3^\circ, \quad t = 24.4 \text{ km}, \quad l = 108.1 \text{ km},$$

$$\mu = 6.11 \cdot 10^5 \text{ g/cm};$$

$$\text{aus } \frac{2 x_{1/2} d_{1/2}}{e} = 1.876 : \frac{\Phi}{2} = 63.8^\circ, \quad t = 48.9 \text{ km}, \quad l = 99.4 \text{ km},$$

$$\mu = 6.64 \cdot 10^5 \text{ g/cm};$$

$$\text{aus } \frac{x_{1/4}}{x_{1/2}} = 1.28 : \frac{\Phi}{2} = 71^\circ, \quad t = 36 \text{ km}, \quad l = 105 \text{ km},$$

$$\mu = 6.3 \cdot 10^5 \text{ g/cm}.$$

2. Annahme: Ellipsenquerschnitt. Die Annahme eines Ellipsenquerschnitts führt zu ähnlichen Ergebnissen. Man findet

$$\text{aus } \frac{\pi x_{1/2} e}{2 i} = 0.692 : \frac{t}{c} = 0.44, \quad \frac{x_{1/2}}{c} = 0.95, \quad c = 118 \text{ km}, \quad t = 52 \text{ km};$$

$$\text{aus } \frac{\pi x_{2/3} e}{2 i} = 0.562 : \frac{t}{c} = 0.26, \quad \frac{x_{2/3}}{c} = 0.73, \quad c = 123 \text{ km}, \quad t = 32 \text{ km}.$$

Nimmt man $c = 120.0 \text{ km}$ als richtig an, so berechnet man

für die Dichte $\sigma = -0.3$: Ellipsenfläche = 4400 km^2 , große Achse = 120.6 km ,
kleine Achse = 11.6 km ;

für die Dichte $\sigma = -0.6$: Ellipsenfläche = 2200 km^2 , große Achse = 120.1 km ,
kleine Achse = 5.8 km .

In Fig. 12 ist die Wirkung des horizontalen Massenstreifens gestrichelt eingetragen. Die Wirkung des Ellipsenquerschnitts ist innerhalb der Zeichengenauigkeit dieselbe.

Beispiel einer antisymmetrischen Schwereanomalie

Hayfordsche isostatische Anomalie auf einem Schwereprofil über Ost-Timor, Ostindien*) (Fig. 13).

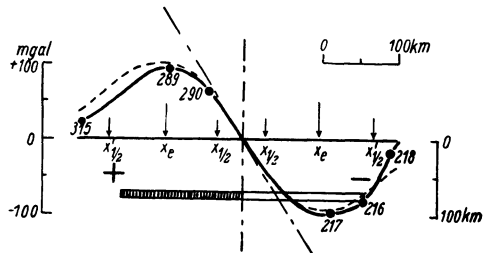


Fig. 13. Schwereprofil über Ost-Timor. Hayfordsche isostatische Anomalien (nach Vening Meinesz)

*) Vening Meinesz: Gravity expeditions at sea 1923—1932, Bd. II, Tafel II, Profil 11.

x_e : Links 102 km, rechts 103 km, **Mittel 102.5 km.**

e : Links 90 mgal, rechts 102 mgal, **Mittel 96 mgal.**

d_0 : 169 mgal/km.

i^* : Links ausgezählt von 0 bis Station 315: 12800 mgal·km

$$\text{links von Station 315: } \frac{x'}{2} \delta g(x') = 1940 \quad ,,$$

zusammen links: 14740 mgal·km

rechts ausgezählt von 0 bis Station 216: 14100 mgal·km

$$\text{rechts von Station 216: } \frac{x'}{2} \delta g(x') = 2240 \quad ,,$$

zusammen rechts: 16340 mgal·km

Mittel aus links und rechts $i^* = 15540 \text{ mgal} \cdot \text{km}$

Der steile Abfall der Schwerestörung von den Extremwerten nach außen zeigt an, daß senkrecht verlagerte Halbebene und ähnliche Massenformen nicht in Frage kommen. Es können antisymmetrische Streifen vorliegen.

Annahme: Antisymmetrische Streifen.

Es ist

$$l^2 + t^2 = 3 \cdot 102,5^2 = 31\,520 \text{ km}^2.$$

Ferner findet man

$$\text{aus } \frac{i^*}{3 x_e^2 d_0} = 0.292: \frac{l}{t} = 2.94, t = 57 \text{ km}, l = 168 \text{ km}, \mu = 4.04 \cdot 10^5 \text{ g/cm}^2;$$

$$\text{aus } \frac{e}{x_e d_0} = 0.554: \frac{l}{t} = 2.12, t = 76 \text{ km}, l = 161 \text{ km}, \mu = 5.87 \cdot 10^5 \text{ g/cm}^2.$$

Hierbei wurde μ aus d_0 bestimmt. Da aus den Beobachtungen das Integral i^* wohl nicht so sicher bestimmt werden kann wie der Gradient d_0 , wird die zweite Serie von Ergebnissen etwas zuverlässiger sein als die erste. Die gestrichelte Kurve in Fig. 13 gibt die Wirkung der berechneten Störungsmasse an.

Über die Genauigkeit der Bestimmung von Störungsmassen aus der Schwereanomalie

Wie die Auswertung der Beispiele gezeigt hat, kommen bei derselben Schwereanomalie recht verschiedene Ergebnisse heraus, je nachdem, welche Merkmale der δg -Kurve man zur Bestimmung verwendet. Zum Teil mag dies daran liegen, daß die wirksame Massenordnung nicht ganz der angenommenen einfachen Form entspricht, daß lokale oder oberflächennahe Störungsmassen das Bild der Hauptanomalie fälschen. Einige Unsicherheiten können aber auch darin ihre Ursache haben, daß es Lagen der Störungsmassen gibt, in denen eine Verschiebung der Massen in der Tiefe nur einen geringen Einfluß auf das Schwerfeld an der Oberfläche hat.

Um die Größenordnung der auf diese Weise erklärbaren Unsicherheiten festzustellen, sei eine kurze Fehlerbetrachtung für den horizontalen Streifen durchgeführt.

Wird die Bestimmung von t , l und m aus $x_{1/2}$, i und e vorgenommen, so gilt:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{x_{1/2}} &= \alpha \frac{\Delta x_{1/2}}{x_{1/2}} + \beta \left(\frac{\Delta i}{i} - \frac{\Delta e}{e} \right), \\ \frac{\Delta l}{x_{1/2}} &= \gamma \frac{\Delta x_{1/2}}{x_{1/2}} + \delta \left(\frac{\Delta i}{i} - \frac{\Delta e}{e} \right), \\ \frac{\Delta m}{m} &= \frac{\Delta i}{i}; \\ \alpha &= \cos \frac{\Phi}{2} + A \sin \frac{\Phi}{2}, \\ \beta &= -A \sin \frac{\Phi}{2}, \\ \gamma &= \sin \frac{\Phi}{2} - A \cos \frac{\Phi}{2}, \\ \delta &= A \cos \frac{\Phi}{2}; \end{aligned} \quad A = \operatorname{tg} \frac{\Phi}{2} : \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}} \right).$$

Bestimmt man t , l und m aus $x_{1/2}$, e und $d_{1/2}$, so ist:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{x_{1/2}} &= \varepsilon \frac{\Delta x_{1/2}}{x_{1/2}} + \zeta \left(\frac{\Delta e}{e} - \frac{\Delta d_{1/2}}{d_{1/2}} \right), \\ \frac{\Delta l}{x_{1/2}} &= \eta \frac{\Delta x_{1/2}}{x_{1/2}} + \vartheta \left(\frac{\Delta e}{e} - \frac{\Delta d_{1/2}}{d_{1/2}} \right), \\ \frac{\Delta m}{m} &= \iota \frac{\Delta x_{1/2}}{x_{1/2}} + \kappa \frac{\Delta e}{e} + \lambda \frac{\Delta d_{1/2}}{d_{1/2}}; \\ \varepsilon &= \cos \frac{\Phi}{2} - B \sin \frac{\Phi}{2}, \\ \zeta &= B \sin \frac{\Phi}{2}, \\ \eta &= \sin \frac{\Phi}{2} + B \cos \frac{\Phi}{2}, \\ \vartheta &= -B \cos \frac{\Phi}{2}; \\ \iota &= 1 + C, \\ \kappa &= 1 - C, \\ \lambda &= C; \end{aligned} \quad B = \operatorname{tg} \frac{\Phi}{2} : \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{\Phi}{2}} - \frac{\operatorname{tg} \frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}} \right); \quad C = \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}} \right) : \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{\Phi}{2}} - \frac{\operatorname{tg} \frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}} \right).$$

Tabelle 6. Die Genauigkeit der Bestimmung horizontaler Streifen

$\frac{\Phi}{2}$	α	β	γ	δ	e	ζ	η	ϑ	ι	κ
0°	(—) 2.00	(—) 3.00	∞	(—) ∞	(—) 0.50	1.50	∞	∞	0.500	(—) 0.500
10°	1.99	2.97	17.0	16.9	0.49	1.47	8.52	8.35	0.505	1.495
20°	1.98	2.92	8.35	8.01	0.448	1.388	4.16	3.81	0.524	1.476
30°	1.95	2.81	5.37	4.87	0.385	1.251	2.67	2.17	0.555	1.445
40°	1.90	2.67	3.83	3.18	0.308	1.074	1.92	1.28	0.598	1.402
50°	1.85	2.50	2.86	2.10	0.223	0.866	1.492	0.726	0.653	1.347
60°	1.79	2.29	2.19	1.32	0.139	0.639	1.235	0.369	0.721	1.279
70°	1.72	2.07	1.69	0.75	0.068	0.410	1.089	0.149	0.802	1.198
80°	1.65	1.82	1.31	0.32	0.018	0.192	1.019	0.034	0.895	1.105
85°	1.61	1.70	1.14	0.15	0.005	0.092	1.004	0.008	0.946	1.054
90°	1.57	1.57	1.00	0	0	0	1.000	0	1.000	1.000

Tabelle 6 gibt die Koeffizienten $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots, \iota, \kappa, \lambda$ für verschiedene Werte von $\Phi/2$.

Beispiel. Wie bei der Schwere-
störung über der Narestiefe sei $\Phi/2 = 70^\circ$. Die Unsicherheiten in der Bestimmung von $x_{1/2}, i, e$ und $d_{1/2}$ mögen betragen:

$$|\Delta x_{1/2}| = 0.03 |x_{1/2}|,$$

$$|\Delta i| = 0.05 |i|,$$

$$|\Delta e| = 0.05 |e|,$$

$$|\Delta d_{1/2}| = 0.10 |d_{1/2}|.$$

Im ungünstigsten Fall, wenn die Wirkungen dieser Fehler sich addieren, beträgt die Unsicherheit der Ergebnisse bei Bestimmung aus $x_{1/2}, i, e$:

$$|\Delta t| = 0.26 |x_{1/2}|,$$

$$|\Delta l| = 0.13 |x_{1/2}|,$$

$$|\Delta m| = 0.05 |m|,$$

bei Bestimmung aus $x_{1/2}, e, d_{1/2}$:

$$|\Delta t| = 0.06 |x_{1/2}|,$$

$$|\Delta l| = 0.06 |x_{1/2}|,$$

$$|\Delta m| = 0.08 |m|.$$

Bei dem Minimum über der Narestiefe betrug $x_{1/2}$ etwa 110 km. In diesem Fall kann die theoretische Unsicherheit der Massenbestimmung bereits Unterschiede in den Tiefenangaben bis zu etwa 30 km erklären, ohne daß eine erhebliche Abweichung der wirklichen von der angesetzten Massenform angenommen werden muß.

Über die Zulässigkeit der Annahme „zweidimensionaler“ Massen bei endlicher Ausdehnung in der Längsrichtung

Eine horizontale Massenlinie möge sich längs der Y-Richtung nicht ins

Unendliche, sondern nur von $y = -b$ bis $y = +b$ erstrecken. Dann ist ihre Wirkung auf das Schwerfeld an der Oberfläche:

$$(\delta g) = 2km \frac{t}{x^2 + t^2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2 + t^2}{b^2}}}$$

Für $b \rightarrow \infty$ geht dieser Ausdruck in die Formel für die unendlich lange Massenlinie

$$\delta g = 2km \frac{t}{x^2 + t^2}$$

über. Tabelle 7 gibt das Verhältnis $(\delta g)/\delta g$ in Abhängigkeit von $b/\sqrt{x^2 + t^2}$.

Tabelle 7.

Die Zulässigkeit der Annahme „zweidimensionaler“ Massenarrangierungen

$\frac{b}{\sqrt{x^2 + t^2}}$	$\frac{(\delta g)}{\delta g}$	$\frac{b}{\sqrt{x^2 + t^2}}$	$\frac{(\delta g)}{\delta g}$
0	0	5	0.981
		7	0.990
1	0.707	10	0.995
2	0.894	∞	1.000
3	0.949		
4	0.970		

Bedenkt man, daß in den Merkmalen der δg -Kurve, die bei der Bestimmung von Störungsmassen verwendet wurden, Unsicherheiten von mehreren Prozenten anzunehmen sind, so wird man wohl zulassen können, daß die Wirkung der wirklichen Massenverteilung von dem Schwerfeld einer „zweidimensionalen“ Massenform bis zu etwa 3% abweicht. Nach Tabelle 7 wird man als Faustregel angeben können, daß die Annahme einer „zweidimensionalen“ Massenverteilung schon zulässig ist, wenn die Ausdehnung in der Streichrichtung nach beiden Seiten etwa das Vierfache des Abstandes zwischen einem Aufpunkt in der (äußeren) Halbwertsendfernung und dem Zentrum des Massenquerschnitts beträgt. In vielen Fällen kann man wohl noch größere Abweichungen von der „zweidimensionalen“ Massenverteilung zulassen.

Potsdam, Geodätisches Institut, April 1937.