

## Werk

**Jahr:** 1937

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 GEOGR PHYS 203:13

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN101433392X\_0013

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X\\_0013](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0013)

**LOG Id:** LOG\_0024

**LOG Titel:** Gebäudeschwingungen beim Erdbebenstoß

**LOG Typ:** article

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN101433392X

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

### Schlußbemerkung

Fast ausschließlich sind in der jetzigen Praxis die verwendbaren Ergebnisse der Beobachtungen Laufzeitkurven.

Diese bestehen im Falle der Refraktion stets aus den einfachsten Kurvenscharen, nämlich geraden Linien, die sich zu Polygonen zusammensetzen.

Bei der Reflexion aber bereits beim einfachsten Problem aus Hyperbeln und bei steigender Schichtenzahl aus Kurven höherer Ordnung, die Hyperbeln nahe kommen.

Es fallen somit bei der Refraktionsmethode die Tangenten an die Kurven, die „Scheingeschwindigkeiten“ überall mit den Laufzeitkurven zusammen, und man benötigt zu einem sicheren Resultat nur kurze Stücke der Kurven. Diese Umstände bedeuten eine wesentliche Vereinfachung und sind schuld an den ursprünglich großen Fortschritten auf diesem Gebiet.

Dagegen ändern die „Scheingeschwindigkeiten“ bei der Reflexionsmethode von Punkt zu Punkt ihre Richtung, und man kann deshalb mit ihnen wenig anfangen. Darin dürfte die größere Schwierigkeit in der strengen Behandlung der Aufgabe zu suchen sein.

Nur in dem Falle, daß man die Laufzeiten bei senkrechter Reflexion mißt (seismische Lotung), erhält man wieder gerade Linien für die Laufzeitkurven, woraus man folgern muß, daß dieses Problem geometrisch einfacher zu lösen ist als das allgemeine.

---

### Gebäudeschwingungen beim Erdbebenstoß \*)

Von **W. Sponheuer**, Jena. — (Mit 4 Abbildungen)

Zur Klärung der Schwingungs- und Beanspruchungsform von Gebäuden werden die Biege- und Spannungslinien eines einseitig eingespannten Stabes von gleichem Querschnitt ermittelt, dessen Unterlage eine Stoßbewegung ausführt. Es ergibt sich, daß die Biege- und Spannungslinien sich aus zwei Anteilen entsprechend den beiden Frequenzen der Stoßbewegung (einer gekoppelten Schwingung) zusammensetzen.

An der Reichsanstalt für Erdbebenforschung hat Prof. Sieberg eine Reihe von Erfahrungen, die er bei seinen Studien schwerer Erdbeben an Ort und Stelle gesammelt hat, einer experimentellen Nachprüfung unterzogen, an der ich beteiligt war. Es handelt sich hierbei um Versuche an Modellen von Ziegelbauten, die nicht durch einfache sinusförmige Schwingungen, sondern durch eine Stoßbewegung auf ihre Festigkeit hin untersucht werden.

Der Stoßtisch, auf dem die Modelle aufgebaut werden, besteht im wesentlichen aus einer tischähnlichen Plattform *T* aus verschweißtem U-Eisen, belegt mit einer Holzplatte. Diese Plattform ruht mittels dreier kugelgelagerter Rollen auf einem

---

\*) Vortrag, gehalten auf der XII. Tagung der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft vom 8. bis 10. Oktober 1936 in Berlin.

als Fundament dienenden Rahmen  $R$ , der ebenfalls aus U-Eisen geschweißt ist. Die Rollen laufen auf Schienen aus Bohrstahl. Eine mit Kreuzköpfen versehene Stange  $S$  verbindet den Tisch mit einer Blattfeder  $B$ ; sie kann nach Bedarf in ganzer oder mit einem Teil ihrer Länge eingespannt werden, bzw. ist sie leicht gegen eine anders bemessene auszutauschen, so daß die Eigenperiode der Tischschwingung beliebig eingestellt werden kann. Eine Dämpfungseinrichtung  $D$  auf dem Fundamentrahmen gestattet, die Dämpfung des Systems innerhalb weiter Grenzen bis zur Aperiodizität zu verändern. In Bewegung gesetzt wird der Tisch durch ein Schlagpendel  $P$ , das auf einen am Tisch angebrachten Federpuffer  $F$  trifft. Der Tisch ist für Lasten bis 200 kg berechnet; mit Hilfe einer optischen Registrier-einrichtung wird die Tischbewegung aufgezeichnet, welche so eingeregelt wurde, daß sie der Bodenverrückung, die bei einem Erdbeben auftritt, entsprach. Es leuchtet ein, daß eine derartige Bewegung andere Wirkungen an Bauten auslöst als eine einfache Sinusschwingung.

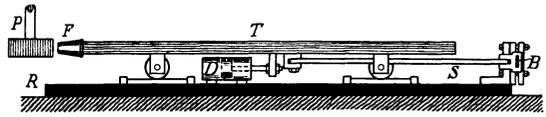


Fig. 1. Der Stoßtisch in schematischer Darstellung

Nennen wir (Fig. 2) die Masse des Schlagpendels  $m_1$ , die Geschwindigkeit des Pendels beim Aufschlag  $v_0$ , die Masse des Tisches  $m_2$ , die Federkonstante des Federpuffers  $k_1$ , die Federkonstante der Tischfeder  $k_2$  und die Längenänderungen der Federn  $x_1$  bzw.  $x_2$ , so ergeben sich nach [2] folgende Bewegungsgleichungen, wenn die Dämpfung unberücksichtigt bleibt:

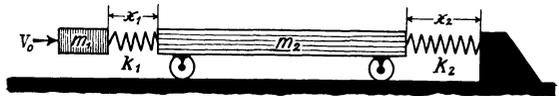


Fig. 2.

Schema zu den Bewegungsgleichungen des Stoßtisches

$$\left. \begin{aligned} m_1 (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + k_1 x_1 &= 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_2 x_2 - k_1 x_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

Zusammengefaßt und nach  $x_2$  aufgelöst ergibt sich eine Differentialgleichung vierten Grades für die Bewegung des Tisches:

$$\ddot{x}_2 + \left( \frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \right) \ddot{x}_2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} x_2 = 0 \dots \dots \dots (2)$$

Die allgemeine Lösung dieser Gleichung lautet:

$$x_2 = A \cos \sqrt{\alpha + \beta} t + B \sin \sqrt{\alpha + \beta} t + C \cos \sqrt{\alpha - \beta} t + D \sin \sqrt{\alpha - \beta} t \quad (3)$$

Hierin ist:

$$\alpha = \frac{1}{2} \left( \frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \right); \quad \beta = \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \right)^2 - 4 \frac{K_1 K_2}{m_1 m_2}}$$

Die vier Integrationskonstanten ergeben sich aus den Anfangsbedingungen. Für  $t = 0$  ist

$$x_1 = 0; x_2 = 0; \dot{x}_1 = v_0; \dot{x}_2 = 0.$$

Somit ist die Bewegung des Systems Pendel-Stoßtisch durch folgende zwei Gleichungen für  $x_1$  und  $x_2$  gegeben:

$$x_1 = \frac{v_0}{2\beta m_2} \left[ -\frac{k_2 - m_2(\alpha + \beta)}{\sqrt{\alpha + \beta}} \sin \sqrt{\alpha + \beta} t + \frac{k_2 - m_2(\alpha - \beta)}{\sqrt{\alpha - \beta}} \sin \sqrt{\alpha - \beta} t \right],$$

$$x_2 = \frac{v_0}{2\beta m_2} \left[ -\frac{k_1}{\sqrt{\alpha + \beta}} \sin \sqrt{\alpha + \beta} t + \frac{k_1}{\sqrt{\alpha - \beta}} \sin \sqrt{\alpha - \beta} t \right]$$

oder vereinfacht:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= A_1 \sin \omega_1 t + B_1 \sin \omega_2 t \\ x_2 &= A_2 \sin \omega_1 t + B_2 \sin \omega_2 t \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

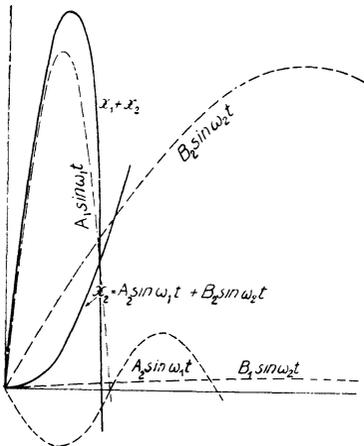


Fig. 3. Die gekoppelte Schwingung des Stoßtisches

In Fig. 3 sind die Verrückungen des Tisches  $x_2$  und des Schlagpendels  $x_1$  in Abhängigkeit von der Zeit aufgetragen. Die Tischbewegung setzt sich zusammen aus den beiden Sinusschwingungen

$$x_2 = A_2 \sin \omega_1 t + B_2 \sin \omega_2 t$$

die Pendelbewegung aus:

$$x_1 = A_1 \sin \omega_1 t + B_1 \sin \omega_2 t + x_2.$$

Zur Zeit  $t = 0$  beginnt die Berührung zwischen Pendel und Federpuffer; das System Pendel-Tisch vollführt nun eine gekoppelte Schwingung mit den Frequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_2$ . Diese dauert so lange, bis die Längenänderung des Federpuffers  $x_1 = 0$  geworden ist. Dann trennt sich das Pendel vom Federpuffer, der Stoßvorgang ist zu Ende. Der Tisch führt weiterhin eine einfache harmonische Schwingung aus, deren Gleichung

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2 x_2 = 0 \dots \dots \dots (5)$$

lautet. Wenn nach Ablauf der Zeit  $t_2$  der Stoßvorgang zu Ende ist, so müssen in die Lösung der vorstehenden Differentialgleichung für  $t = t_2$ :

$$x_2 = (x_2)_{t_2}; \quad \dot{x}_2 = (\dot{x}_2)_{t_2}$$

gesetzt werden.

Im folgenden sei nun das Verhalten eines auf dem Tisch eingespannten Stabes von gleichem Querschnitt, der durch sein Eigengewicht belastet ist, untersucht.

Hierbei sei:

- $l$  = Stablänge,
- $g$  = Erdbeschleunigung,
- $E$  = Elastizitätsmodul des Stabmaterials,
- $F$  = Stabquerschnitt,
- $J$  = Trägheitsmoment des Stabquerschnittes,
- $\gamma$  = Dichte des Stabmaterials,
- $y$  = Ordinate der horizontalen Stabschwingung,
- $x$  = Abszisse eines Stabpunktes,
- $\omega$  = Kreisfrequenz der Bodenschwingung,
- $\nu$  = Kreisfrequenz der Stabschwingung,
- $m$  = Masse des Stabes.

Die Differentialgleichung eines schwingenden Stabes von gleichem Querschnitt lautet[4]:

$$\frac{E J g}{\gamma F} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \dots \dots \dots (6)$$

Ihre Lösung ist:

$$y = (a \cos \nu t + b \sin \nu t) (A_1 \mathfrak{C}o\{m x + A_2 \cos m x + A_3 \mathfrak{S}in m x + A_4 \sin m x) \quad (7)$$

Hierin ist:

$$m = \sqrt[4]{\frac{\gamma F \omega^2}{E J g}}.$$

Es ist vorausgesetzt, daß der Stab fest auf dem Tisch eingespannt ist. Hieraus ergeben sich folgende Anfangs- und Randbedingungen:

- $t = 0 \quad y = 0,$
- $x = 0 \quad y = A_2 \sin \omega_1 t + B_2 \sin \omega_2 t,$  das eingespannte Ende des Stabes macht die Tischbewegung mit,
- $x = 0 \quad \frac{\partial y}{\partial x} = 0,$  Krümmung = 0,
- $x = l \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0,$  an der Stabspitze ist das Moment = 0,
- $x = l \quad \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = 0,$  an der Stabspitze ist die Querkraft = 0.

Mit diesen Bedingungen ergibt sich folgende Gleichung für die Biegelinie:

$$y = A_2 \sin \omega_1 t [c_1 (\mathfrak{C}o\{n_1 x - \cos n_1 x\} + \cos n_1 x - e_1 (\mathfrak{S}in n_1 x - \sin n_1 x))] + B_2 \sin \omega_2 t [c_2 (\mathfrak{C}o\{n_2 x - \cos n_2 x\} + \cos n_2 x - e_2 (\mathfrak{S}in n_2 x - \sin n_2 x))] \quad (8)$$

wobei

$$n_1 = \sqrt[4]{\frac{\gamma F \omega_1^2}{E J g}}; \quad n_2 = \sqrt[4]{\frac{\gamma F \omega_2^2}{E J g}},$$

$$e_1 = \frac{1}{2} \left[ \frac{\text{Cof } n_1 l \sin n_1 l + \text{Sin } n_1 l \cos n_1 l}{1 + \text{Cof } n_1 l \cos n_1 l} \right]; \quad c_1 = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\text{Sin } n_1 l \sin n_1 l}{1 + \text{Cof } n_1 l \cos n_1 l} \right],$$

$$e_2 = \frac{1}{2} \left[ \frac{\text{Cof } n_2 l \sin n_2 l + \text{Sin } n_2 l \cos n_2 l}{1 + \text{Cof } n_2 l \cos n_2 l} \right]; \quad c_2 = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\text{Sin } n_2 l \sin n_2 l}{1 + \text{Cof } n_2 l \cos n_2 l} \right]$$

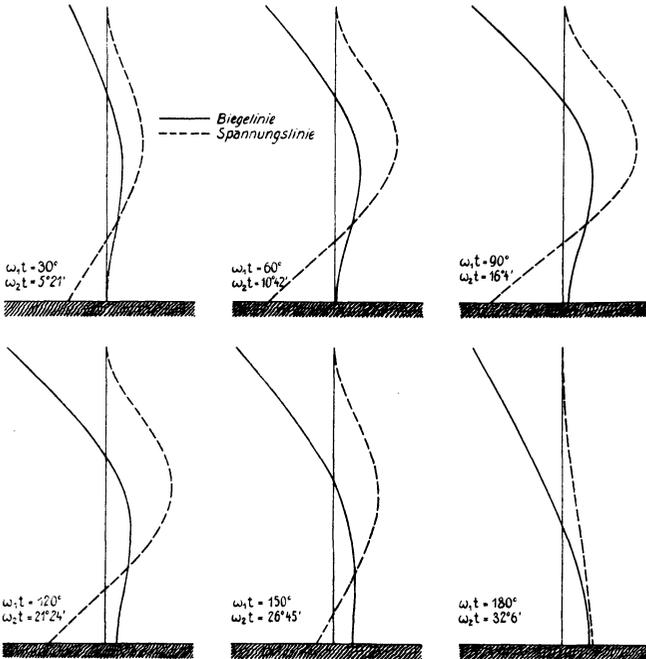


Fig. 4. Biegelinien und Biegespannungen eines fest eingespannten Stabes während des Stoßverlaufs

ist. Da das Biegemoment  $M = -EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$  ist, so wird die Gleichung für das Biegemoment:

$$M = \left. \begin{aligned} & - \{ A_2 \sin \omega_1 t n_1^2 E J [c_1 (\text{Cof } n_1 x + \cos n_1 x) \\ & \quad - \cos n_1 x - e_1 (\text{Sin } n_1 x + \sin n_1 x)] \\ & \quad + B_2 \sin \omega_2 t n_2^2 E J [c_2 (\text{Cof } n_2 x + \cos n_2 x) \\ & \quad - \cos n_2 x - e_2 (\text{Sin } n_2 x + \sin n_2 x)] \} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

Die Biegespannung ergibt sich:  $\sigma = M/W$ , wenn  $W$  das Widerstandsmoment bedeutet.

In Fig. 4 sind die so errechneten Biege- und Spannungslinien entsprechend ihrem Frequenzverhältnis zusammengesetzt. Die Werte für die Biege- und Spannungslinien liegen je um  $30^\circ$  bei der Schwingung  $A_2 \sin \omega_1 t$  und entsprechend  $5^\circ 21'$  bei der Schwingung  $B_2 \sin \omega_2 t$  auseinander. Die übrigen Werte, die der Fig. 4 zugrunde liegen, sind folgende:

Gewicht der Pendelmasse	$G_1 = 10 \text{ kg,}$
Gewicht der Tischmasse	$G_2 = 50 \text{ kg,}$
Federkonstante des Federpuffers	$k_1 = 100 \text{ kg/cm,}$
Federkonstante der Tischfeder	$k_2 = 23.3 \text{ kg/cm,}$
Geschwindigkeit des Pendels beim Aufschlag	$v_0 = 2 \text{ m/sec,}$
Stablänge	$l = 1 \text{ m,}$
Stabquerschnitt	$F = 1 \times 0.1 \text{ cm,}$
Elastizitätsmodul	$E = 2000000 \text{ kg/cm}^2,$
Dichte	$\gamma = 7.8 \text{ kg/dem}^3.$

Die Biege- und Spannungslinien zeigen zum Stoßbeginn den überwiegenden Einfluß der höheren Frequenz  $\omega_1$ , aber gegen Stoßende den der niederen Frequenz  $\omega_2$ .

Somit treten also auch bei Erdbebenschwingungen, wenn man die Ergebnisse auf Gebäude überträgt, große Beanspruchungen in höher gelegenen Gebäudeteilen auf, während sonst bei Perioden, die größer als die Eigenperiode des Bauwerks sind, die Stellen der maximalen Beanspruchung sich an der Einspannung befinden.

#### Literatur

[1] O. Brötz: Erschütterungen in Gebäudeteilen mit Backsteinmauerwerk (Mauerwerkspfeiler). Diss. Hannover 1933.

[2] L. S. Jacobsen: Vibration research at Stanford university. Bulletin of the Seismological Society of America 19 (1929).

[3] A. Sieberg: Qualitative Versuche über Erdbebenstöße und ihre zerstörende Wirkung auf Ziegelmauerwerk. Beiträge zur erdbebenkundlichen Bautechnik und Bodenmechanik, Heft 29 der Veröffentlichungen der Reichsanstalt für Erdbebenforschung, Berlin 1937.

[4] L. Zipperer: Technische Schwingungslehre. Sammlung Göschen 953, Leipzig 1927.

Jena, Reichsanstalt für Erdbebenforschung, November 1936.