

Werk

Jahr: 1939

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:15

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN101433392X_0015

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0015

LOG Id: LOG_0016

LOG Titel: Zur absoluten Schweremessung

LOG Typ: article

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN101433392X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Zur absoluten Schweremessung

Von **O. Meißer**, Jena. — (Mit 3 Abbildungen.)

Für die Genauigkeitssteigerung der absoluten g -Messung wird ein zweiteiliges Pendel vorgeschlagen, bei dem die Schneide durch ein neuartiges Rollgelenk ersetzt ist. Von dem Rollgelenk werden einige Eigenschaften mitgeteilt.

Heute ist man mit neuzeitlichen Gravimetern in der Lage, auf gewisse Entfernungen bereits eine Genauigkeit von $\pm 1/10$ mgal zu erreichen. Die bisher ausgeführten absoluten Schweremessungen aber geben trotz der äußersten Sorgfalt mit ihrem mittleren Fehler von etwa ± 3 mgal, ihren z. T. physikalisch bedeutend größeren Streuungen der Einzelmessungen und der entsprechenden Gruppenmittel sowohl in sich meßtechnisch als auch hinsichtlich des absoluten Betrages der Schwere g , die in den verschiedenen Ländern z. Z. kaum einen einwandfrei sicheren Vergleich unter 10^{-5} zulassen dürfte, ein wenig befriedigendes Bild. Der letzte Umstand rührt daher, daß auch relative Pendelmessungen trotz der jetzt bei weitem ausreichenden Zeitgenauigkeit für ihre letzte Genauigkeit noch statistische Arbeitsweisen benutzen müssen, da eine Einzelmessung zunächst abgesehen von äußeren Einflüssen trotz der „invariablen“ Pendel wegen der „Pendelsprünge“ nicht immer die erforderliche innere Pendelkonstanz bei größeren Entfernungen aufweist. Ein wesentlicher Teil dieser Fehlerquellen rührt von der Schneide her, deren Radius formal geometrisch gesprochen nicht die erforderliche Konstanz aufweist wie überhaupt physikalisch gesehen es umgekehrt erstaunlich ist, daß die technische Schneide soweit noch die gestellten theoretischen Anforderungen bei diesen äußersten Präzisionsmessungen erfüllt.

Für eine absolute Schwerebestimmung ist laut Definition eine Zeit- und Längenmessung nötig. Mit Rücksicht auf eine sehr genaue Längenangabe verdient das Reversionspendel wohl auch heute noch den Vorzug. Um allgemein die Fehler durch die Schneide, so wie sie erkannt sind, zu vermeiden, kann man grundsätzlich das Reversionspendel aus zwei Teilen aufbauen: dem kleinen Pendel (I) mit einem völlig neuartigen Gelenkmechanismus *ohne* Schneide und dem eigentlichen Reversionspendel (II). Die Aufgabe besteht aus folgenden zwei Betrachtungen: a) Die Auswertformel für g aus den Daten eines solchen zusammengesetzten Pendels zu berechnen und b) einen neuen Gelenkmechanismus anzugeben, der über die Leistungen einer Schneide hinaus auch noch weitere Vorteile bieten soll. Dabei sind die Angaben unter b) auch unter ihrer besonderen Anwendung auf invariable Pendel, Uhrenpendel und nicht zuletzt auf sonstige waageartige physikalische und geophysikalische Instrumente zu betrachten.

a) Die Halbschwingungsdauer T_0 eines Pendels für sehr kleine Amplituden (β) ist allgemein gegeben durch

$$T_0 = \pi \cdot \sqrt{\frac{k^2 + s^2}{g(f + s)}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} \dots \dots \dots (1)$$

wobei bedeuten soll:

- k Trägheitsradius des Gesamtpendels bezogen auf den Schwerpunkt.
- q_i Trägheitsradius der Teilmassen bezogen auf ihren eigenen Schwerpunkt.
- s Abstand Schwerpunkt—Pol in der Ruhelage ($\beta = 0$).
- s_i Abstand Einzelschwerpunkt—Pol.
- f Abstandsgröße, die durch den Rollmechanismus des Gelenks bestimmt wird.
- M Pendelmasse, $M = m_1 + m_2 + \dots$.
- m_i Teilmassen.

Weist das System eine dem Ausschlagwinkel proportionale Direktionskraft auf, so vergrößert oder verkleinert sich g entsprechend. Der Zähler $(k^2 + s^2) \cdot M$ ist das gesamte Trägheitsmoment bezogen auf den Pol in der Ruhelage und ist durch die q_i , s_i und m_i bestimmt.

Das Pendel bestehe gemäß Fig. 1 aus dem Gelenkpendel I und dem anzuhängenden eigentlichen Reversionspendelkörper II. Die entsprechenden Beziehungen sind nach Fig. 1 für die beiden Lagen s_{21} und s_{22} (s_{2i} , $i = 1, 2$).

Der Einfachheit halber ist der Abstand ε vom Drehpunkt für $\beta = 0$ eingeführt, damit in die Endformeln die Gesamtlänge $l = s_{21} + s_{22}$ eingeht. Für

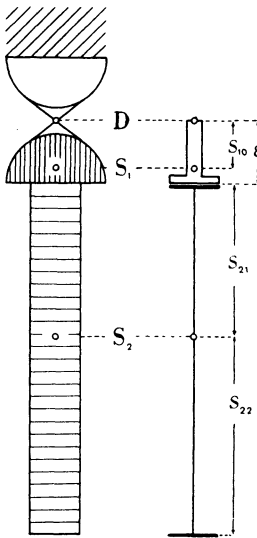


Fig. 1. Zusammengesetztes Reversionspendel.

S_1 Schwerpunkt des Pendelkörpers I, ||

S_2 Schwerpunkt des Pendelkörpers II, ≡

D Pol in der Ruhelage

ε Abstand der jeweiligen Endfläche des Pendelkörpers II von D

Bezeichnung	Pendelkörper I	Pendelkörper II	Gesamtpendel
Masse	m_1	m_2	$M = m_1 + m_2$
Trägheitsradius	q_1	q_2	$k_i^2 = \frac{1}{M} \left\{ q_1^2 \cdot m_1 + q_2^2 \cdot m_2 + \frac{m_1 \cdot m_2}{M} \cdot (s_{2i} + \varepsilon - s_{10})^2 \right\}$
Abstand: Drehpunkt ($\beta = 0$) — Schwerpunkt	s_{10}	$s_{21} + \varepsilon$ bzw. $s_{22} + \varepsilon$	$s_i = \frac{1}{M} \{ m_1 \cdot s_{10} + (s_{2i} + \varepsilon) \cdot m_2 \}$

die beiden umgekehrten Lagen erhält man die reduzierten Pendellängen L_1 und L_2 , wenn die Endflächen von II entsprechend an I befestigt werden:

$$L_1 = \frac{q_1^2 \cdot \frac{m_1}{M} + q_3^2 \cdot \frac{m_2}{M} + s_{10}^2 \cdot \frac{m_1}{M} + (s_{21} + \varepsilon)^2 \cdot \frac{m_2}{M}}{f + s_{10} \cdot \frac{m_1}{M} + (s_{21} + \varepsilon) \cdot \frac{m_2}{M}} \dots \dots \dots (2)$$

$$L_2 = \frac{q_1^2 \cdot \frac{m_1}{M} + q_3^2 \cdot \frac{m_2}{M} + s_{10}^2 \cdot \frac{m_1}{M} + (s_{22} + \varepsilon)^2 \cdot \frac{m_2}{M}}{f + s_{10} \cdot \frac{m_1}{M} + (s_{22} + \varepsilon) \cdot \frac{m_2}{M}} \dots \dots \dots (3)$$

Die entsprechenden Halbschwingungen T_1, T_2 sind fast gleich, daher

$$\Delta L = (L_2 - L_1) \ll \frac{L_1 + L_2}{2}.$$

Bekanntlich erhält man durch Subtraktion von (2) und (3)

$$L_1 = \underbrace{s_{21} + s_{22}}_l + 2\varepsilon + \frac{L_2 - L_1}{s_{21} - s_{23}} \cdot \left\{ s_{23} + \varepsilon + f \cdot \frac{M}{m_2} + s_{10} \cdot \frac{m_1}{m_2} \right\} \dots \dots (4)$$

und daraus

$$g = \frac{\pi^2}{T_1^2} \cdot (l + 2\varepsilon) \cdot \frac{1}{1 + \frac{(T_1 - T_2)(T_1 + T_2)}{T_1^2} \cdot \frac{s_{22} + \varepsilon + f \cdot \frac{M}{m_2} + s_{10} \cdot \frac{m_1}{m_2}}{s_{21} - s_{22}}} \dots (5)$$

Das Korrektionsglied mit $(T_1 - T_2)$ läßt sich experimentell hinreichend klein halten, so daß dieses zusammengesetzte Pendel in erster Näherung wie ein gewöhnliches Reversionspendel wirkt. Wesentlich schwieriger ist die genaue Erfassung der Größe 2ε . Will man ε nicht aus der geometrischen Lage des Pols bei gegebenen Abmessungen eines Rollgelenkes bestimmen — eine Genauigkeit von $1/2 \mu$ wäre denkbar —, so besteht eine andere Methode darin, daß man an dem Gelenkpendel I Probekörper $m_3 (q_3, s_3)$ so anbringt, daß der Schwerpunkt über die Anlagefläche zu liegen kommt. Unter Verwendung verschiedener solcher homogener Probekörper läßt sich die kleine Größe ε in Verbindung mit dem genäherten Schwerewert g genügend genau bestimmen. Die jeweilige Befestigung der einzelnen Körper II bzw. III erfordert gut geschliffene Endflächen zum „Ansprengen“ und sorgfältige Überlegungen für eine auch sonst „starre“ Befestigung.

b) Schon das ältere und neuerdings betont das jetzige Schrifttum über die Schneide als „Achse“ bei Drehbewegungen hat sowohl experimentell wie theoretisch weitgehend vom formal geometrischen Standpunkt den Schneideneinfluß auf die Schwingungsdauer eines Pendels erklärt. Fast gar nicht ist dabei aber der Einfluß der Hertzschen Deformationskräfte in der Auflage in Betracht gezogen. Dieser

Einfluß geht sowohl geometrisch wie energetisch in $T(\beta)$ ein. Schließlich haben aber diese überaus interessanten Arbeiten keine ausgesprochenen Konstruktionsmöglichkeiten erbracht, die noch auftretenden unerwünschten, zwar erklärten Einflüsse und Unsicherheiten der Schneide bequem zu beseitigen. Das Wirken einer Schneide ist geometrisch betrachtet ein reiner Rollvorgang. Ein Ersatz durch eine Blattfeder oder ein Kreuzfedergelenk scheidet hier wegen der zusätzlichen Direktionskraft aus, da eine gewisse Steifigkeit stets vorhanden sein muß. Vom Kreuzfedergelenk kommt man geometrisch auf das ebene Gelenkviereck. Will man eine zu große Biegebeanspruchung der Fäden z. B. in den vier Eckpunkten

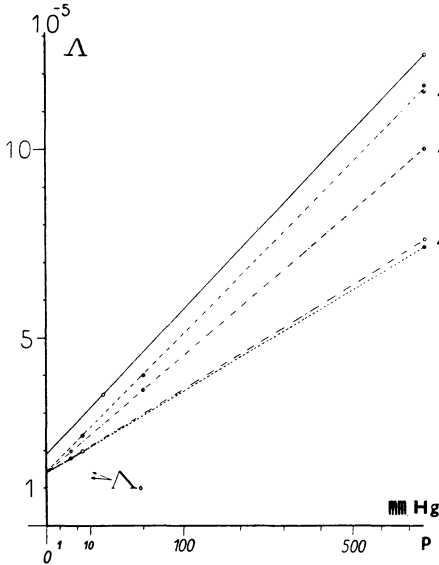


Fig. 2.

Logarithmisches Dekrement Δ von Sterneckpendeln bei verschiedenen Drucken p .

Kurve 1: Schneide, Pendelgewicht etwa 1,2 kg
 Kurve 2—4: Rollgelenk, Pendelgewicht 1,05 (2), 1,2 (3) und 3,5 (4) kg bei verschiedenen (2, 4) Bändern

beanspruchung erhält man — wie zu erwarten ist — für jede Banddicke einen günstigsten Zylinderradius für ein kleinstes Dekrement.

In Fig. 2 sind für ein Sterneckpendel mit Schneide (1,2 kg), ein Sterneckpendel mit 1,05/1,2 und 3,5 kg für verschiedene Bänder die logarithmischen Dekremente zur Ermittlung der Gelenkreibung im Vakuum bei verschiedenen Drucken aufgetragen. Aus dieser Darstellung ergibt sich, daß — auch von

vermeiden, wird man sie über vorgegebene Flächen zwangsführen*). So kommt man von selbst zu einem reinen Rollvorgang ohne elastische Überbeanspruchungen und schädliche elastische Direktionskräfte. Gegenüber einer mathematischen Schneide hat man es hier nicht mehr mit einem „festen“ Drehpunkt, sondern mit einer Polbahn zu tun, die man je nach dem Zweck entsprechend gestalten kann.

Im einfachsten Falle besteht das Rollgelenk aus zwei Zylindern, die so durch dünne Bänder verbunden sind, daß man aus den Zwangsbedingungen heraus als Ersatz ein ebenes Abrollen zweier Kreise auf- oder ineinander erhält. In Fig. 1 ist der Aufriß eines solchen Gelenkes gezeigt.

Verglichen mit einer Schneide an einem Sterneckhalbsekundenpendel wurde das logarithmische Dekrement Δ gemessen**). Aus der Betrachtung des Rollweges des Bandes und der Banddicke im Hinblick auf seine Biege-

*) Wertvolle Anregungen verdanke ich hierbei Herrn Prof. Dr.-Ing. e. h. W. Bauersfeld, Jena.

***) Siehe O. Meißer, Zeitschr. f. Geophys. 9, 87 (1933).

Schuler*) gefunden — das bei Schneidenpendeln *durchaus übliche* Schneidende-
dekrement etwa $2 \cdot 10^{-5}$ beträgt. Unsere Pendelmessungen zeigten öfters ein
Ansteigen der anfangs kleinen Dekremente mit der Zeit. Demgegenüber ergeben
die obigen Rollgelenke bei günstiger Wahl der Zylinderdurchmesser und Band-
dicken ein dem Schneidende- (A_0) entsprechendes Dekrement von etwa
 $1.5 \cdot 10^{-5}$. Dieser Wert ist auch unabhängig von dem Pendelgewicht. Die Beob-
achtungen (A_0) zeigten eine bei unseren Schneiden nicht immer vorhandene Re-
produzierbarkeit und waren auch deshalb überlegen.

Eine weitere Anwendung kann man von der „Minimumbedingung“ machen,
die von Wilsing und Schuler zur Erhöhung der Invariabilität eingeführt worden
ist. Bedeuten x, y die Koordinaten des Pendelschwerpunktes in einem recht-
winkligen Koordinatensystem und sind sie als Funktion von dem Neigungswinkel β
(Ausschlagswinkel) des Pendels gegen die Vertikale (y) dargestellt, so kann man
die Halbschwingung darstellen als

$$T = 2 \int_0^{\beta_0} d\beta \cdot \sqrt{\frac{k^2 + \left(\frac{dx}{d\beta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\beta}\right)^2}{2g[y(\beta) - y(\beta_0)]}}$$

$$= T_0 \cdot \left\{ 1 + \beta_0^2 \cdot \left[\frac{x_0^I \cdot x_0^{III} + y_0^{II^2}}{4A} - \frac{1}{16} \cdot \frac{y_0^{IV}}{y_0^{II}} \right] + \dots \right\}^{**)} \dots (6)$$

oder nach der Pendelamplitude β_0 entwickeln. Während bei dem Schneiden-
pendel die Invariabilitätsbedingung $\frac{\partial T_0}{\partial s} = 0$ nur ein Verrücken der Schneide
in ihrer Wirkung auf T verringert, kann man hier direkt den Einfluß einer Band-
länge durch Zerlegung der Zylinder in drei oder vier über eine entsprechende
Bildung der Differentialquotienten $\left(\frac{\partial T}{\partial c}, \frac{\partial^2 T}{\partial c^2}\right)$ von T weitgehend ausschalten und
das Minimum in T auch durch Bandlängenänderungen experimentell ermitteln.
Schließlich bestehen auch genügend Freiheiten, um die übliche Amplituden-
korrektur zum Verschwinden zu bringen, die bei Schneidenpendeln bereits
erhebliche Schwierigkeiten bereitet, auf den üblichen Betrag $\frac{\beta_0^2}{16} \cdot T_0$ zu bringen.

In Fig. 3 ist die Amplitudenkorrektur für ein Zweizylindergelenkpendel in
Sterneckform (a) gemessen — sie muß theoretisch stets $< \frac{\beta_0^2}{16} \cdot T_0$ bleiben —. Um
die Kompensation der Amplitudenkorrektur zu zeigen, wurden bei einem Vier-
zylinderrollgelenk (b) die Bandlängen verändert und für die einzelnen Zylinder-

*) Siehe H. Gockel und M. Schuler, ZS. f. Phys. **109**, 442 (1938) und A. Scheibe,
ebenda **110**, 660 (1938).

***) $T_0 = \pi \cdot \sqrt{\frac{k^2 + x_0^{I^2}}{-g \cdot y_0^{II}}}$, $A = k^2 + x_0^{I^2}$.

abstände c die entsprechenden Kurven aufgenommen. Die einzelnen völlig unkorrigierten Kurven zeigen — wie die Theorie fordert — zunächst eine Überkompensation und für $c = 2.34$ mm bis $\beta_0 = 3^\circ$ eine Unabhängigkeit von dem quadratischen Glied in $T(\beta_0)$.

Die Frage der zeitlichen Konstanz des Gelenks ist noch nicht geprüft, doch kann man aus der Nullpunktssicherheit bei Waagesystemen und der Dekrement-

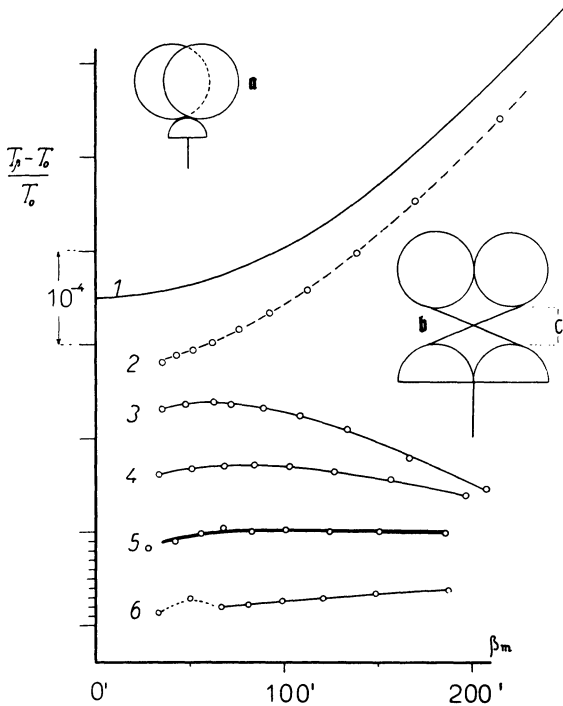


Fig. 3. Relative Änderung der Sterneckpendelhalbschwingung $(T_\beta - T_0)/T_0$ in Abhängigkeit vom Ausschlagwinkel β_m für ein theoretisches Kreispendedel (1), ein Rollgelenkpendel gemäß *a* (2) und gemäß *b* (3 — 6) für die Abstände c

- $c = 2.19$ mm für Kurve 3 (überkompensiert)
- $c = 2.30$ mm „ „ 4 (überkompensiert)
- $c = 2.34$ mm „ „ 5 (richtig)
- $c = 2.42$ mm „ „ 6 (unterkompensiert)

konstanz ein günstiges Ergebnis erwarten. Im Gegensatz zur Schneide eröffnet die Auswahl besonderer Polbahnen weitgehende Anwendungsmöglichkeiten, wovon die angeführten Beispiele eine Vorstellung geben und zur Anwendung obiger Gesichtspunkte auch bei neuen absoluten Schwermessungen anregen sollen.

Jena, Reichsanstalt für Erdbebenforschung.

Zur Isostasiefrage

Von **Karl Jung**, Potsdam.

1. Die Vermessung des Schwerfeldes ist in den letzten Jahren so weit fortgeschritten, daß es möglich wird, die Abweichungen vom isostatischen Gleichgewicht genauer zu untersuchen und die Kräfte zu erforschen, die außer dem Ausgleichsbestreben wirksam sind. Hierzu wird es notwendig sein, daß man die Untersuchung des Schwimmzustandes der Erdkruste auf eine physikalisch einwandfreie Grundlage stellt.

Die üblichen isostatischen Reduktionen sind nicht ganz exakt. Man vernachlässigt im allgemeinen die Geoidundulationen und reduziert unter Annahmen über die Massenverteilung, die nur ungefähr dem Schwimmgleichgewicht der Erdkruste entsprechen.

Die Berücksichtigung der Geoidgestalt ist ohne weiteres möglich, sowie genug gleichmäßig über die Erde verteilte Schwerewerte zur Bestimmung des Geoids vorliegen. Eine exakte Massenreduktion muß so ausgeführt werden, daß sich das Potential der Kompensationsmassen von dem der topographischen Massen auf der Ausgleichsfläche nur um eine Konstante unterscheidet. Hierbei kann die Bedingung der Gleichheit von topographischer Masse und Kompensationsmasse eingehalten werden; es ist jedoch nicht mehr möglich, die ganze Kompensationsmasse jeweils genau unter der entsprechenden topographischen Masse anzubringen. Die Kompensationsmasse muß in bestimmter Weise seitlich verteilt werden. Die Grundlagen und Probleme einer solchen „vollständig isostatischen“ Massenreduktion sind bereits ausführlich dargestellt worden. Es wurde auch bereits abgeschätzt, daß erhebliche Unterschiede im Vergleich zu den üblichen isostatischen Reduktionen herauskommen können, wenn man die Kompensationsmassen bei der vollständig isostatischen Reduktion in denselben Tiefen anbringt wie bei den üblichen Reduktionen*).

2. Sehr wichtig sind die „Bemerkungen“ von Th. Niethammer**). Hierin wird gezeigt, daß man die üblichen isostatischen Reduktionsverfahren mit großer Annäherung auch als „vollständig isostatische“ Reduktionen auffassen kann. Dann haben die auf übliche Weise verteilten Kompensationsmassen keine stoffliche Realität, sondern sind mathematische Vertreter der wirklichen Kompensationsmassen, die, im Sinne der „vollständig isostatischen“ Reduktion verteilt, jeweils in etwa der halben Tiefe liegen.

Dieses Ergebnis ist sehr zu begrüßen. Man kann sich zunächst mit den bisherigen Reduktionsverfahren weiter behelfen und hat Zeit, sorgfältig zu prüfen,

*) Karl Jung: Über vollständig isostatische Reduktion. Zeitschr. f. Geophys. 14, 27—44 (1938).

**) Th. Niethammer: Bemerkungen zum Artikel von Karl Jung: Über vollständig isostatische Reduktion. Ebenda 14, 119—122 (1938).