

Werk

Jahr: 1939

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:15

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN101433392X_0015

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0015

LOG Id: LOG_0071

LOG Titel: Ermittlung des Zustandes des Erdinneren aus dem Energieinhalt

LOG Typ: article

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN101433392X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

$\bar{P}$ -Wellen ergeben, so erscheint es naheliegender, die Bedenken auf das theoretisch und auch experimentell noch keineswegs gesicherte erstgenannte Verfahren zu lenken, als an der mathematisch einfachen und übersichtlichen Bestimmung aus Nahbebenwellen zu zweifeln.

Das mitteleuropäische Bebenmaterial dieses Jahrzehnts ist von mir in den beiden Veröffentlichungen*), S. 365, nach einheitlichem Verfahren und bei größtmöglicher Unabhängigkeit von vorgefaßten und verfestigten Anschauungen ausgewertet worden. Gerade in der Nahbebenseismik wurden bisher je nach Wunsch und Eignung die verschiedenartigsten Bestimmungsmethoden für die Herdtiefe angewendet. Das geschah oft ohne Rücksicht darauf, daß die Voraussetzungen des einen Verfahrens die des anderen ausschlossen. (Hier bleibt noch ein erheblicher Betrag an kritischer Sichtsungsarbeit unerledigt.) Es erschien notwendig, zuerst einmal die Herdtiefen- und Schichtungsfrage an Hand des $\bar{P}$ - und $\bar{S}$ -Wellen-Laufzeitverfahrens so sicher wie nur irgend möglich zu stellen, um damit für alle weiteren Erklärungen von Welleneinsätzen auf Seismogrammen eine gefestigte Ausgangsbasis zu schaffen. Ob und wie weit das gelungen ist, kann nur in Zukunft an neuem experimentellem Material und hierbei nur unter Ausführung wirklich praktischer Zahlenrechnungen geprüft und beurteilt werden.

Jena, Juni 1939.

Ermittlung des Zustandes des Erdinneren aus dem Energieinhalt

Von H. Lorenz, München. — (Mit 1 Abbildung)

Berechnung des auf die Masseneinheit bezogenen Schwerepotentials der Erdschichten und der Gesamterde. Geringer Einfluß der verschiedenen Dichtegesetze. Zusammenziehung eines von der Sonne abgeschleuderten einatomigen Gasballs, dessen Energieinhalt dabei durch Strahlung verloren geht. Berechnung der Mittelpunktstemperatur des Gasballs und der Erde aus der dortigen Verdichtung. Daraus Bestimmung der Gaskonstanten und des Atomgewichts des Erdkerns und des Gasballs. Rückschlüsse auf den Sonnenzustand.

1. *Das Schwerepotential der Erdschichten.* Angesichts der trotz aller Bemühungen der Seismologen und Geophysiker noch unbefriedigenden Erkenntnis des Erdinnern erscheint es vielleicht zweckmäßig, den *Energieinhalt des Erdballs* auf Grund der Schwerearbeit bei ihrem Aufbau ins Auge zu fassen. Diese Arbeit oder das Potential der einzelnen Erdschichten ist nur von der radialen Dichteverteilung abhängig, ohne Rücksicht auf den Aggregatzustand. Ist δ die dem Radius r zugehörige Dichte, δ_m die mittlere Dichte der Gesamtkugel vom Halbmesser a , so ist die Masse einer Kugelschale von der Dicke dr gegeben durch $d m = 4 \pi \delta r^2 dr$ und die Gesamtmasse $m_0 = \frac{4}{3} \pi \delta_m a^3$, während sich mit

$\delta : \delta_m = \nu_l$, $r : a = \xi$ und dem zugehörigen Schwereverhältnis $g : g_a = \zeta$ das Verhältnis der innerhalb des Radius r befindlichen Masse zur Gesamtmasse aus

$$\frac{m}{m_0} = 3 \int_0^r \frac{\delta r^2 dr}{\delta_m a^3} = 3 \int_0^\xi \eta \xi^2 d\xi = \frac{g}{g_a} \frac{a^2}{r^2} = \frac{\zeta}{\xi^2} \dots \dots \dots (1)$$

berechnet. Mit der Gravitationskonstante $f = 6.6 \cdot 10^{-8}$ ist dann das Potential bzw. die Schwerearbeit des Massenelements dm beim Falle aus dem Unendlichen bis zum Radius r wegen $f m_0 = g_a a^2$

$$\frac{dU}{dm} = f \frac{m}{r} = \frac{g_a a^2}{r} \frac{m}{m_0} = \frac{g_a a}{\xi} \frac{m}{m_0} \dots \dots \dots (2)$$

und das Potential für die ganze Kugel innerhalb r

$$\frac{U}{m_0} = f \int_0^r \frac{m dm}{r m_0} = g_a a \int_0^r \frac{a}{r} \frac{m}{m_0} d\left(\frac{m}{m_0}\right) = g_0 a \int_0^\xi \frac{1}{\xi} \frac{m}{m_0} d\left(\frac{m}{m_0}\right) \dots \dots (3)$$

also der Mittelwert für die Masseneinheit

$$\frac{U_m}{m_0} = g_a a \int_0^1 \frac{1}{\xi} \frac{m}{m_0} d\left(\frac{m}{m_0}\right) \dots \dots \dots (3a)$$

Danach ist das Potential einer polytropen Gaskugel*) vom Index n und dem Radius r_0 , der Gesamtmasse m_0 und der Oberflächenbeschleunigung g_0

$$\frac{U_0}{m_0} = \frac{3}{5-n} f \frac{m_0}{r_0} = \frac{3}{5-n} g_0 r_0 \dots \dots \dots (4)$$

also z. B. für die Sonne mit $n = 3$

$$\frac{U_0}{m_0} = \frac{3}{2} g_0 r_0 \dots \dots \dots (4a)$$

mit dem Dichteverhältnis $\delta_0 : \delta_m = 54$ im Zentrum, dem Trägheitsarm $\alpha r_0 = r_0 \sqrt{0.07} = 0.265 r_0$ und dem Verhältnis der Mittel- zur Zentraltemperatur $T_m : T_0 = K 0.589$.

Die zur Auswertung der Gln. (1), (2), (3) notwendige Dichteverteilung des im Gegensatz zu einer Gaskugel außen erstarrten Erdballs muß einigen Bedingungen genügen, die ich in den „Beiträgen zur Theorie des Erdaufbaus“**) näher untersucht habe, und deren dimensionslosen Ergebnisse in den folgenden rationalen Formeln sich ausdrücken lassen. Dabei ist mit $g_a = 9.81 \text{ m sec}^{-2}$, $a = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$, $\delta_m = 5.52 \cdot \text{g cm}^{-3}$, $g_a \delta_m a = p_m = 3.45 \cdot 10^6 \text{ kg cm}^{-2}$ für

1. *konstante Dichte:*

$$\eta = 1, \quad \frac{m}{m_0} = \xi^3, \quad \frac{p_0}{p_m} = \frac{1}{2}, \quad \frac{U_m}{m_0} = \frac{3}{5} g_a a = 0.6 g_a a,$$

*) Eddington: Der innere Aufbau der Sterne, S. 111. Berlin 1928.

**) Lorenz: ZS. f. Geophys. 14. Heft 5/6, 1938.

2. *lineare Dichteabnahme* $\nu_l = \nu_{l0} - (\nu_{l0} - \nu_{la}) \xi = \frac{1}{2} (5 - 4 \xi)$:

$$\frac{m}{m_0} = \frac{\xi^3}{2} (5 - 3 \xi), \quad \frac{p_0}{p_m} = 0.958, \quad \frac{U_m}{m_0} = \frac{37}{56} g_a a = 0.6607 g_a a.$$

3. *parabolische Dichteabnahme nach Roche*

$$\eta = \eta_0 - (\eta_0 - \eta_0) \xi^2 = \frac{1}{24} (45 - 35 \xi^2):$$

$$\frac{m}{m_0} = \frac{\xi^3}{8} (15 - 7 \xi^2), \quad \frac{p_0}{p_m} = 0.877, \quad \frac{U_m}{m_0} = \frac{95}{144} g_0 a = 0.6587 g_a a.$$

4. *Dichteverteilung nach Helmerl*

$$\eta = \eta_0 - \beta_1 \xi^2 + \beta_2 \xi^4 = \frac{1}{64} (145 - 210 \xi^2 + 105 \xi^4):$$

$$\frac{m}{m_0} = \frac{\xi^3}{64} (145 - 126 \xi^2 + 45 \xi^4), \quad \frac{p_0}{p_m} = 0.973, \quad \frac{U_m}{m_0} = \frac{2710}{4096} g_a a = 0.6616 g_a a.$$

Von diesen scheidet die erste ohne weiteres aus, da sie der offenkundigen Dichtezunahme nach innen widerspricht, und außerdem das Verhältnis der Quadrate des Trägheitsarmes zum Halbmesser $\alpha^2 = 2/5 = 0.4$ dem wahren Wert $\alpha^2 = 1/3 = 0.33$ nicht genügt. Die lineare Dichteabnahme liefert zwar den plausiblen Oberflächenwert $\nu_{la} = 0.5$ für die Krustendichte, ist aber unwahrscheinlich, da sie für den Erdmittelpunkt die Ableitung $\nu'_{l0} = -2$ ergibt, während man dort $\nu'_{l0} = 0$ erwarten sollte. Der dritte, von Geophysikern und Geologen bevorzugte Ansatz von Roche genügt dieser Bedingung, liefert aber für die Oberfläche den offenbar zu kleinen Wert $\nu_{la} = 5/12 = 0.417$. Demgegenüber habe ich a. a. O. die Beiwerte der vierten Helmertischen Formel mit der Bedingung $\nu'_{la} = 0$ entsprechend einer plastisch-volumenbeständigen Außenschicht berechnet, die so auf $\nu_{la} = 5/8 = 0.625$ führt, also mit $\delta_m = 5.52 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ für den Erdball die bekannte Dichte $\delta_a = 3.45 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ des Sima ergibt, aus dem die nur mehr dünnen Krustenschollen im Schwimmgleichgewicht nur wenig herausragen und daher das Trägheitsmoment der Gesamtkugel nur unmerklich beeinflussen.

Aus der vorstehenden Zusammenstellung erkennen wir jedenfalls, daß sich abgesehen von dem praktisch bedeutungslosen ersten Fall der Homogenität — sowohl die Mittelpunktssdrucke p_0 als auch die mittleren Potentialwerte U_m der außen erstarrten Erdkugel für die verschiedenen Dichteverteilungen nur wenig voneinander unterscheiden. Weiter folgt aus (2), daß aus der danach für den 4. Fall berechneten Zahlentafel der Energiezuwachs $dU : dm$ im Mittelpunkt selbst, d. h. zu Beginn der Zusammenballung, mit $m : m_0$ und ζ verschwindet und erst an der Oberfläche den Höchstbetrag $g_a a = 981 \cdot 637 \cdot 10^6 = 6.25 \cdot 10^{11} \text{ erg g}^{-1} = 14918 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1}$ erreicht. Etwa zwei Drittel dieses Betrages, also $4.15 \cdot 10^{11} \text{ erg g}^{-1} = 10000 \text{ cal g}^{-1}$, entfallen nach den obigen Zahlen auf den ganzen Erdball, wenn dieser aus der Zusammenballung einer unendlich ausgedehnten bzw. zerstreuten Masse ohne Wärmeabgabe nach außen, d. h. ohne Strahlungsverlust, hervorgegangen

ist. In der folgenden Tabelle sind $\bar{\delta}_r$ und $\bar{\eta}_r$ bzw. $\bar{\eta}_{r_0}$ Mittelwerte für die Kugel mit dem Halbmesser r ; außerdem sind darin noch die Werte für $\xi = 0.65$ eingetragen, da diesem Abstandsverhältnis gerade der Mittelwert entsprechend $\left(\frac{dU}{dm}\right) = \frac{U_m}{m_0} = 0.66 g_a a$ zugeordnet sind.

Zahlentafel

ξ	$\bar{\eta}_r = \frac{\bar{\delta}_r}{\delta_m}$	$\bar{\eta}_{r_0} = \frac{\bar{\delta}_r}{\delta_0}$	$\frac{m}{m_0}$	$\frac{1}{g_a a} \frac{dU}{dm} = \frac{m}{m_0} \frac{1}{\xi}$	$\gamma = \frac{m}{m_0} \frac{1}{\xi^2}$
1	1	0.441	1	1	1
0.9	1.117	0.492	0.814	0.903	1.005
0.75	1.380	0.608	0.582	0.776	1.025
0.65	1.560	0.690	0.428	0.660	1.014
0.5	1.817	0.800	0.227	0.454	0.909
0.25	2.144	0.944	0.033	0.134	0.537
0.1	2.246	0.989	0.0022	0.022	0.225
0	2.270	1	0	0	0

2. *Die Erdverdichtung aus einem Gasball.* Ist der Erdball nicht durch Zusammensturz einer beliebig ausgedehnten Masse, sondern durch fortschreitende Verdichtung aus einer größeren massengleichen Kugel hervorgegangen, welche ebenfalls kugelsymmetrisch aufgebaut war, so treten an Stelle der Potentialwerte (2) und (3) bzw. (3a) die Unterschiede der beiden Körpern zugeordneten Beträge als Energiezuwachs

$$\frac{dU'}{dm} = f m \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) = \frac{g_a a}{\xi} \frac{m}{m_0} \left(1 - \frac{r}{r'} \right) \dots \dots \dots (5)$$

$$\frac{U'}{m_0} = f \int_0^r \frac{m}{m_0} dm \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) = g_a a \int_0^{\xi} \frac{1}{\xi} \left(1 - \frac{r}{r'} \right) \frac{m}{m_0} d \left(\frac{m}{m_0} \right) \dots \dots \dots (6)$$

Darin bedeutet $r : r'$ das im Falle einer homogenen Verdichtung, d. h. bei gleichbleibender Dichteverteilung konstante Radienverhältnis der entsprechenden Kugelschalen beider Körper, womit sich die Werte von (5) und (6) von (2) und (3) nur durch einen festen mit den Außenhalbmessern beider Kugeln gegebenen Beiwert unterscheiden würden. Nun habe ich aber in der Arbeit*) über den „Ablauf und Dauer der Planetenabschleuderung und Sonnenschrumpfung“ gezeigt, daß die Erde nahezu gleichzeitig mit dem von vornherein selbständigen Mond als Gasball von $a_1 = 50000 \text{ km} = 7.76 a$ Halbmesser von der Sonne abgeschleudert wurde, die damals einen Halbmesser von $r_1 = 41 \cdot r_0$ mit einem Drehwert $\omega_1 = 0.82 \omega_0$ besaß, wo $r_0 = 6.95 \cdot 10^5 \text{ km}$ und ω_0 der jetzige Drehwert entsprechend einer Umdrehungsdauer der Sonne von 24.6 Erdtagen bedeuten. Da, wie a. a. O. nachgewiesen, der Abschleuderungsvorgang aller Planeten und

*) Lorenz: Astr. Nachr. **264**, Nr. 6321, 1937.

die damit zusammenhängende Schrumpfung der Sonne ziemlich rasch verliefen, so daß die Bildung des Sonnensystems schon nach rund 800000 Jahren abgeschlossen war, so dürfen wir den jetzigen polytropen Gleichgewichtszustand der Sonne wohl als das Ergebnis dieses Prozesses ansehen. Insbesondere hat die Erde nur rund 19000 Jahre gebraucht, um vom Abschleuderungsradius der Sonne unter der Rückwirkung der Flutbremsung auf diese in ihre jetzige Bahn vom Halbmesser $215 r_0$ zu gelangen. Der jetzige Sonnenzustand ist aber nach den Untersuchungen von St. Meyer*) vor etwa $4.6 \cdot 10^9$ Jahren erreicht worden, während die Erstarrung der Erdkruste schon vor rund $1.5 \cdot 10^9$ Jahren vollendet war, so daß für die damit wohl in der Hauptsache abgeschlossene Schrumpfung der Erdkugel aus dem Gasball von 50000 km Halbmesser die lange Zeit von $3 \cdot 10^9$ Jahren zur Verfügung stand. Dieser Vorgang muß sich demnach schon innerhalb der jetzigen Erdbahn abgespielt haben, als die Sonne schon lange ihren heutigen Gleichgewichtszustand erreicht hatte und nur mehr schwache Flutwirkungen auf die Erdoberfläche ausüben konnte. Wir dürfen darum annehmen, daß der Drall des Erdkörpers während seiner Schrumpfung keine merkbare Änderung erfahren hat. Da dies auch für die Erdmasse zutrifft, so ist mit einem Trägheitsmoment $\alpha^2 a^2 m_0$ und

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 0.82 \omega_0 = \frac{0.82}{24.6} \omega = \frac{\omega}{30}, \quad a_1 = 7.76 a, \\ \alpha^2 a^2 \omega &= \alpha_1^2 a_1^3 \omega_1 \quad \dots \dots \dots (7) \\ \frac{\alpha_1^2}{\alpha^2} &= \frac{a^2}{a_1^3} \frac{\omega}{\omega_1} = \frac{30}{7.76^2} = \frac{30}{60.2} \sim \frac{1}{2} \quad \dots \dots \dots (7a) \end{aligned}$$

woraus wegen $\alpha^2 = 1/3$ am erstarrten Erdball für den von der Sonne abgeschleuderten Gasball $\alpha_1^2 = 1/6 = 0.166$ folgt. Diesem Wert entspricht aber nach einer interpolierten Tafel von Krause**), „Über das Trägheitsmoment polytroper Gaskugeln“, ein Polytropenindex $n = 2.3$ und damit nach Gl. (4) für diesen Gasball mit $r_0 = a_1$, $g_0 = g_1 = g_a \frac{a^2}{a_1^3}$ ein mittleres Potential von

$$\frac{U_1}{m_0} = 1.11 g_1 a_1 = 1.11 g_a a \frac{a}{a_1} = 0.143 g_a a \quad \dots \dots \dots (8)$$

also $= 8.95 \cdot 10^{10} \text{ erg} \cdot \text{g}^{-1} = 2140 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1}$, welches im Betrage der oben berechneten Schwereenergie von $10000 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1}$ für die Zusammenballung aus dem Unendlichen mit enthalten ist. Wegen $U' = U - U_1$ nach Gl. (6) ist daher der mittlere Energiezuwachs des Erdballs infolge der Verdichtung des Gasballs

$$\frac{U'}{m_0} = (0.66 - 0.143) g_a a = 0.66 (1 - 0.216) g_a a = 0.52 g_a a \quad \dots \dots (6a)$$

*) St. Meyer: Naturwiss. 1837, S. 764; Forsch. u. Fortschr. 1838, S. 43.
) Krause: Astr. Nachr. **265. Nr. 6360 (1937).

d. h. also $3.25 \cdot 10^{11} \text{ erg g}^{-1} = 7760 \text{ cal g}^{-1}$, ohne Rücksicht auf eine Wärmeabgabe nach außen. Für den Gasball selbst kommt infolge der unmittelbaren Nachbarschaft der Sonne bei seiner Bildung ein Strahlungsverlust nicht in Frage. Aus dem Vergleich von (6a) mit (6) ergibt sich ferner ein mittleres Verhältnis der linearen Verdichtung von $r:r' = 0.216$ oder $r' = 4.63 r$, während doch für die Kugelhalbmesser $a_1:a = 7.76$ war. Darin drückt sich natürlich nur die der Polytrope $n = 2.3$ entsprechende stärkere Kernverdichtung von $\delta'_0:\delta'_m = 16$ nach der Tafel von Krause, a. a. O., gegenüber dem Werte von $\delta_0:\delta_m = 2.27$ der außen erstarrten Erdkugel aus. Für den bisher noch nicht berücksichtigten Strahlungsverlust bei der Verdichtung sind wir, da eine Analogie zur Sonnenstrahlung aus deren Innerem hier nicht besteht, nur auf eine Schätzung angewiesen, die den Gesamtbetrag der Schwereenergie des ursprünglichen Gasballs kaum übersteigen dürfte. Mit diesem ungünstigen Falle dürfen wir den Betrag von 7760 cal g^{-1} nunmehr als den *wirklichen mittleren Energieinhalt des Erdballs* ansprechen. Dieser Wert übersteigt jedenfalls alle Schmelz- und Verdampfungswärmen der uns bekannten Stoffe, so daß wir uns das *Erdinnere nur als gasförmig* vorstellen können.

3. *Der Zustand des Erdkerns.* Um über den physikalischen Zustand des Erdkerns Aufschluß zu gewinnen, fassen wir zunächst den Erdmittelpunkt ins Auge, dessen Druck und Dichte durch das Schweregleichgewicht bedingt sind. Für die Temperaturbestimmung dagegen müssen wir auf den ursprünglichen Gasball mit dem Polytropenindex $n = 2.3$ zurückgreifen, welcher nicht nur nach der Kunze'schen Tafel das Dichteverhältnis $\delta'_0:\delta'_m = 16$ sondern auch nach der Gl. (62, 1) von Eddington, a. a. O., S. 112, das Temperaturverhältnis $T'_0:T'_m = 1.79$ bestimmt. Die hierin vorkommende Mitteltemperatur T'_m ist andererseits gegeben durch diejenige der Außenschicht der Sonne, aus welcher der Gasball bei dem 41fachen des jetzigen Sonnenhalbmessers entsprungen ist. Hat nun die Sonne seitdem ihre gesamte Ausstrahlung nicht geändert, so besteht mit der jetzigen Außentemperatur $T_e = 6000^\circ$ die einfache Beziehung:

$$T_m'^4 r_1^2 = T_e^4 r_0^2. \quad \text{oder} \quad \frac{T'_m}{T_e} = \sqrt[4]{\frac{r_0}{r_1}} = \frac{1}{\sqrt[4]{41}} = \frac{1}{6.4} \quad \dots \quad (9)$$

woraus sich

$$T'_m = \frac{6000}{6.4} = 940^\circ. \quad T'_0 = 940 \cdot 1.79 = 1680^\circ$$

als Mittelpunktstemperatur des abgeschleuderten Gasballs ergibt. Diese wiederum steht mit der Mittelpunktstemperatur des Erdballs und dem Dichteverhältnis beider in der adiabatischen Beziehung

$$\frac{T_0}{T'_0} = \left(\frac{\delta_0}{\delta'_0}\right)^{\frac{1}{n-1}} = \left(\frac{\delta_0}{\delta'_0}\right)^{\frac{2}{13}} \dots \dots \dots (10)$$

worin $\kappa = 5/3$ das Verhältnis der spezifischen Wärme des bei den zu erwartenden Temperaturen einatomigen Kerngases bedeutet. Da nun nach früherem

$$\frac{\delta'_0}{\delta'_m} = 16, \quad \frac{\delta_0}{\delta_m} = 2.27, \quad \frac{\delta_m}{\delta'_m} = \left(\frac{a_1}{a}\right)^3 = 7.76^3 = 467.$$

$$\frac{\delta_0}{\delta'_0} = \frac{\delta_0}{\delta_m} \frac{\delta_m}{\delta'_m} \cdot \frac{\delta'_m}{\delta'_0} = \frac{2.27 \cdot 467}{16} = 66.$$

so folgt

$$\frac{T_0}{T'_0} = 66^{2/3} = 16.35, \quad T_0 = 16.35 \cdot 1680 = 27400^{\circ}$$

für die *Mittelpunkttemperatur des Erdballs*. Daraus ergibt sich mit dem aus dem Schweregleichgewicht bekannten Mittelpunktswert von $p_0 = 3.355 \cdot 10^6 \text{ kg cm}^{-2}$ und der Zentraldichte von 12.52 g cm^{-3} aus der Gasgleichung

$$p = R \gamma T = R g \delta T \dots \dots \dots (11)$$

die Gaskonstante

$$R = \frac{p_0}{\gamma_0 T_0} = \frac{3.355 \cdot 10^6 \cdot 10^4}{12.52 \cdot 10^3 \cdot 27400} \sim 98$$

und daraus wegen $\mu R = 848$ das Molekular- bzw. *Atomgewicht* $\mu = 8.5$ des Kerngases. Weiter berechnet sich mit dem Wärmeäquivalent $A = 1:427$ die Differenz der spezifischen Wärme zu

$$c_p - c_v = A R = \frac{98}{427} = 0.23, \quad \text{während} \quad c_p = 1.66 c_v = \frac{5}{3} c_v \dots (12)$$

war, also $c_p = 0.575$, $c_v = 0.345$. Daraus ergibt sich alsdann der Energieinhalt im Mittelpunkt

$$\left(\frac{U}{m}\right)_0 = c_p \cdot T_0 = 0.575 \cdot 27400 = 15750 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1}.$$

also von derselben Größenordnung wie das Schwerepotential $g_a \cdot a = 14920 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1}$ der äußersten Schicht, das nach Gl. (2) und den obigen Tafelwerten bis zur Kugelmittle auf Null abnimmt. Für den halben Erdradius ist der Druck nach der früheren Abhandlung „Beiträge“ $p_{1/2} = 8.61 \cdot 10^5 \text{ kg cm}^{-2}$ und die Dichte $\delta_{1/2} = 8.56 \text{ g cm}^{-3}$, daher nach (11) die Temperatur

$$T_{1/2} = \frac{p_{1/2} \delta_0}{p_0 \delta_{1/2}} = \frac{8.61 \cdot 12.52}{33.55 \cdot 8.56} T_0 = 0.375 \cdot 27400^{\circ} = 10275^{\circ}$$

entsprechend einem Energieinhalt von $c_p T_{1/2} = 0.575 \cdot 10275 = 5900 \text{ cal g}^{-1}$, während das Schwerepotential an der gleichen Stelle $0.454 g_a a = 6770 \text{ cal g}^{-1}$ und mit 20% Strahlungsverlust $0.784 \cdot 6770 = 5390 \text{ cal g}^{-1}$ beträgt. Wir erkennen also, daß die beiden auf thermodynamischem Wege und aus der Schwerearbeiter rechneten, in der Figur über dem Radius aufgetragenen Energiebeträge der Masseneinheit von gleicher Größenordnung sind. Durch ihr entgegengesetztes

Gefälle bedingen sie eine äußere Verdichtungsarbeit und eine Energiewanderung von außen nach innen, deren Ergebnis der jetzige Gaszustand des Erdinnern ist. Mit der Verflüssigung und schließlich Schlackenbildung an der Oberfläche wird wegen der gegenüber dem Gas fast völligen Volumenbeständigkeit der so gebildeten leichteren Kruste die geschilderte Schrumpfung des Erdballs fast unmerklich. Jedenfalls kann wegen der auch auf die Kruste sich erstreckenden Dichteabnahme nach außen

von einem auch nur teilweisen Einsinken derselben ins Erdinnere keine Rede sein. Ihre Dicke und ihr Aufbau läßt sich, wie ich a. a. O. gezeigt habe, nur aus Messungen der Schwereabnahme und Temperatursteigerung mit der Tiefe, nicht aber aus Schwereanomalien an der Oberfläche ermitteln. Leider liegen nur wenige solcher Messungen bisher vor, während zur Zeit recht genaue und handliche Gravimeter und viele tiefe Bohrlöcher zur Verfügung stehen, von deren Benutzung wir einen wesentlichen Fortschritt unserer Erkenntnis erwarten dürfen.

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß die vorstehende Theorie der Zusammenballung auch für die Entstehung der Fixsterne, z. B. der Sonne gilt. So

hatten wir oben mit Gl. (8) für den Energiegehalt des von dieser abgeschleuderten Gasballs vom Polytropenindex $n = 2.3$ ein Schwerpotential von 2140 cal g^{-1} bei einer mittleren Temperatur $T'_m = 9400$ gefunden, woraus sich mit $c_p = \frac{2140}{940} = 2.277$ und wegen der Einatomigkeit $c_v = \frac{3}{5} c_p = 1.366$ ergibt. Mit Gl. (12) folgt daraus $AR = c_p - c_v = 0.911$, also die Gaskonstante $R = 427 \cdot 0.911 = 389$ und das Atomgewicht $\mu' = \frac{842}{329} = 2.18$, in bester Übereinstimmung mit

der Annahme 2.2 von Eddington, a. a. O., S. 14 für das Molekulargewicht der Sonnenmaterie, der ja der abgeschleuderte Gasball entstammt. Schreiben wir für das Schwerpotential der Sonne Gl. (4a) mit $g_0 = 27.9 g_a$, $r_0 = 109 a$

$$\frac{U_0}{m_0} = \frac{3}{2} \cdot 27.9 \cdot 109 \cdot g_a a = 4561 \cdot g_a a = 6.8 \cdot 10^7 \text{ cal g}^{-1},$$

oder mit 0.2 Strahlungsverlust $U'_0 : m_0 = 5.44 \cdot 10^7 \text{ cal g}^{-1}$, so ergibt sich die mittlere Sonnentemperatur nach Division mit c_p zu $T_m = 2.4 \cdot 10^7$ und daraus

die Mittelpunktstemperatur $T_0 = \frac{T_m}{0.584} = 4.1 \cdot 10^7 \text{ Grad}$, wiederum in guter

Übereinstimmung mit den von Eddington, a. a. O. berechneten Werten.

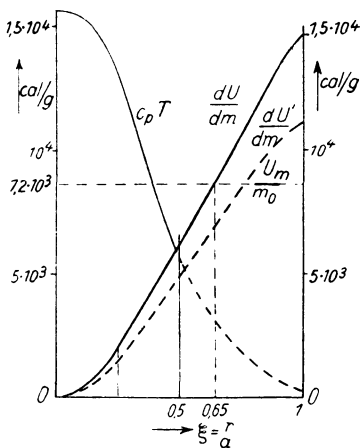


Fig. 1.

Energieaustausch im Erdkörper

Die oben gewonnenen mittleren Atomgewichte $\mu = 2.2$ für den Gasball und $\mu = 8.5$ für das Kerngas deuten einen starken Gehalt an Protonen bzw. Neutronen, d. h. Wasserstoffkernen an, der aber bei der Verdichtung unter Bildung schwerer Atomkerne sich vermindert hat. Dabei geht sicher auch die Homogenität des Erdgases verloren, so daß man nicht mehr über den ganzen Halbmesser mit derselben spezifischen Wärme von 0.575 rechnen kann, die mit dem mittleren Energieinhalt der Erdkugel von 7720 cal g^{-1} auf eine mittlere Temperatur von rund 13500° , also etwa der Hälfte der Zentraltemperatur, führen würde. Jedenfalls aber ist die vielfach verbreitete Annahme eines mehr oder weniger festen Nickel-Eisenkerns der Erde mit dem obigen Atomgewicht unvereinbar. Die aus Erdbebenwellen erschlossene Elastizität und Starrheit der Erde erklärt sich einfach aus der nach Versuchen von Bridgman festgestellten enormen Zunahme der Zähigkeit mit dem Druck und der Temperatur, die einen festen, wenn auch nicht kristallinen Zustand vortäuscht.

Die Bewegung der Kontinente und die Köppen-Wegenersche Polkurve

Von **Ludwig Becker**, Prof. em. d. Astronomie, z. Z. Meran. — (Mit 10 Abbildungen)

Es wird gezeigt, daß die Köppen-Wegenersche Polkurve sich lückenlos beschreiben läßt, wenn man zur Zentrifugalkraft die Tatsache hinzunimmt, daß „Widerstandszentren“ die Bewegung der Kontinentalschollen hemmen. Die Ablösung der jetzt selbständigen Kontinente ergibt sich dann zwangsläufig zu den von Wegener angegebenen Zeitpunkten.

Eine Zusammenfassung der vorliegenden Arbeit ist bereits in der Geologischen Rundschau*) erschienen, wo auch die für den Geologen wichtigen Ergebnisse herausgestellt wurden. Hier wird nun der Gang der Rechnungen im einzelnen gezeigt und der Weg vorgeführt, auf dem man zu den bereits veröffentlichten Ergebnissen gelangt.

Ausgangspunkt ist die Köppen-Wegenersche Polkurve**), deren Sinn sich hier auf Grund möglichst primitiver Voraussetzungen ergibt.

§ 1. *Voraussetzungen.* 1. Die relative Lagenänderung von Pol und dem Kontinentalblock, Afrika-Europa, rührt nach Wegener her von der Lagenänderung der Kontinente auf dem zum Pol ruhenden Sima-Sphäroid.

2. Die Lagenänderung der Kontinente wird veranlaßt durch die Wirkung der Zentrifugalkraft, auf Grund des Dichteunterschiedes zwischen Sima und Sial.

*) Geologische Rundschau **30**, 304 (1939).

**) Köppen-Wegener: Die Klimate der geologischen Vorzeit. S. 154, 227. Berlin 1924.