

Werk

Jahr: 1940

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:16

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN101433392X_0016

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0016

LOG Id: LOG_0014

LOG Titel: Seismische Untersuchungen des Geophysikalischen Instituts in Göttingen

LOG Typ: section

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN101433392X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Seismische Untersuchungen des Geophysikalischen Instituts in Göttingen

XXXVIII. Untersuchungen elastischer Eigenschaften von Gesteinsstäben

Von **Walter Regula**, Göttingen. — (Mit 7 Abbildungen)

Nach einer Übersicht über die bisher angewandten Methoden und ihre Ergebnisse werden Methoden besprochen, um auf statischem bzw. dynamischem Wege den Elastizitätsmodul und den Torsionsmodul von Gesteinsstäben zu ermitteln. Es ergeben sich starke Abweichungen der auf verschiedenem Wege erhaltenen Module, die ihre Ursache vor allem in der Einspannung haben. Es wird der Einfluß der Einspannung und der Querschnittsverwölbung in Stäben mit quadratischem Querschnitt untersucht. Für Stäbe mit großer Schwungmasse wird eine neue Formel zur Berechnung der Eigenfrequenz bei Torsionsschwingungen abgeleitet. Aus Elastizitäts- und Torsionsmodul wird der Poissonsche Koeffizient bestimmt und mit dem aus seismischen Messungen ermittelten verglichen. Zum Schluß folgt eine Besprechung der elastischen Hysteresis von Gesteinen.

Zur Überprüfung der aus seismischen Messungen gewonnenen longitudinalen und transversalen Geschwindigkeiten in Gesteinen muß man die Dichte ρ und den Elastizitätsmodul E bzw. Scherungsmodul G der betreffenden Gesteinsart kennen.

Thyssen [1] berichtet über die Bestimmung des Elastizitätsmoduls durch Messung der Frequenzen und Amplituden erzwungener Längsschwingungen von Bohrkernen.

Ide [2] [7] verwandte die schon von Thyssen gebrauchte Anordnung mit der schwingenden Kondensatorplatte zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls. Er versetzte Prismen aus dem zu untersuchenden Gestein an einem Ende in erzwungene Torsionsschwingungen und stellt am anderen Ende die Resonanzstelle fest. Als Meßgenauigkeit wird hierfür 0.2% angegeben.

Ishimoto und Iida [3] berechneten den Elastizitätsmodul und Scherungsmodul von Lehm und Ton aus deren erzwungenen Biege- und Torsionsschwingungen.

Eine besondere Untersuchung über den Einfluß der Viskosität und des Wassergehalts auf die statische Torsion von Lehm stammt von Miyabe [4].

Ausgesprochene Hysteresisschleifen bei wechselnder Belastung von Gesteinen wurden von Zisman [5] beobachtet. Dementsprechend schwankte E zwischen $2.39 \cdot 10^{11}$ dyn/cm² für 2.8 kg/cm² und $4.73 \cdot 10^{11}$ dyn/cm² für 78.4 kg/cm² Belastung. Nach der Definitionsgleichung $\sigma = \text{Querkontraktion} : \text{Dehnung}$ konnte σ direkt gemessen werden. Es wurde auch eine Änderung von σ bei verschiedener Belastung festgestellt, und zwar schwankte σ zwischen 0.084 für kleine Belastungen und 0.172 für 201 kg/cm².

In einer zweiten Arbeit [6] verglich Zisman die aus statischen Versuchen abgeleiteten Elastizitätskonstanten mit den aus dynamischen Messungen, insbesondere seismischen, berechneten. Danach sind die statischen Werte von E und σ kleiner als die dynamischen. Je dichter das Medium ist, um so besser ist die Übereinstimmung zwischen statischen und dynamischen Werten. Im Zusammenhang damit steht die Beobachtung, daß Gesteine aus größeren Tiefen bessere Werte von σ ergeben als die aus geringeren, da Poren und Risse im Gestein, die ein Abweichen von den Gleichungen für idealelastische Körper bewirken, mit zunehmender Tiefe durch den höheren Druck geschlossen werden.

Die Messung des Elastizitätsmoduls durch statische und dynamische Biegung wurde von Förtsch [8] durchgeführt. Die dynamischen Methoden bestanden einmal in der Bestimmung von E aus der Eigenfrequenz, das andere Mal aus dem Resonanzausschlag und der Dämpfung bei erzwungenen Schwingungen. Bestimmt wurden auf diese Weise die Elastizitätsmoduln von Stahl, Glas, Messing und Eschenholz. Die untersuchten Stäbe hatten eine Länge von 50 bis 100 cm und konnten in einem Schraubstock eingespannt werden. Schon bei geringen Kopflasten sind die Frequenzen niemals höher als 17 sec^{-1} , liegen also durchaus im Bereich der seismischen Wellen. Die Genauigkeit der Messungen bei der statischen Biegung beträgt 2.5 bis 4%. Bei der aus der Eigenfrequenz 2.5 bis 3%, bei der aus dem Resonanzausschlag 6 bis 8%.

A. Versuchsanordnung

Untersucht wurden Gesteinsstäbe von 20 cm Länge und rechteckigen Querschnitt von nahezu $1 \times 1 \text{ cm}^2$. Diese Stäbe wurden zwecks einer festen Einspannung 4 cm tief in den Betonboden des Erdbebenhauses einzementiert. Um bei diesen kurzen Stäben eine noch bequem meßbare Frequenz zu erhalten, war sowohl bei Biegung als auch bei Torsion am freien Stabende eine große träge Masse aus Blei von 1556 g und einem axialen Trägheitsmoment Θ_z von 22730 g/cm^2 befestigt (Fig. 1). Die Dimensionen der Stäbe wurden dadurch bedingt, daß sich Gesteinsstäbe schlanker als 20:1 und mit kreisförmigem Querschnitt nur schwer herstellen ließen. Der eckige Querschnitt wurde auch deshalb gewählt, um der trägen Masse an dem einen Stabende und dem anderen Stabende im Boden einen festen Halt zu geben. Hierdurch ist allerdings die Diskussion der im rechteckigen Querschnitt auftretenden Verwölbung notwendig. Die freie Stablänge lag zwischen 11 bis 15 cm. Am Rande der Scheibe saß erstens in 7 cm Abstand von der Stablängsachse ein Spiegelsystem, mit welchem auf optischem Wege eine photographische Registrierung mit einer Vergrößerung bei Biegung von etwa 4500:1, bei Torsion von

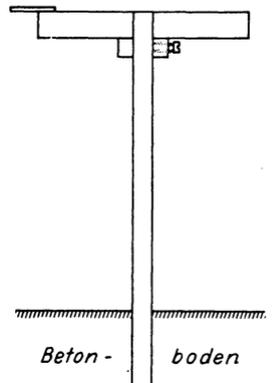


Fig. 1.
Versuchsanordnung

etwa 31500 : 1 ermöglicht wurde: zweitens bei der Anregung des Stabes zu erzwungenen Torsionsschwingungen in 8 cm Abstand von der Stablängsachse ein kleines Rädchen mit einer Exzentermasse. Dieses Exzenterädchen wurde durch einen Motor über eine Transmission angetrieben. Ferner wurde der Stab untersucht

bei statischer Abbiegung bzw. Verdrillung des oberen Stabendes und seine Biege- und Torsionseigenschwingungen.

Als Zeitmaßstab wurden die Schwingungen einer Stimmgabel mit der Frequenz 50 sec⁻¹ gleichzeitig auf den Film aufgezeichnet. Die Filmgeschwindigkeit betrug etwa 10 cm/sec.

Das Koordinatensystem möge so gelegt werden, daß der Ursprung in der Mitte des eingespannten Querschnitts liegt, und die z-Achse in der Richtung der Stablängsachse

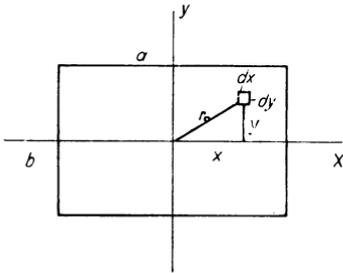


Fig. 2. Lage des Koordinatensystems im Stabquerschnitt

Tabelle 1

	Messing	Weißer Marmor	Grauer Marmor	Schiefer	Granit
1 ρ (g/cm ³)	8.46	2.76	2.74	2.82	2.99
2 Biegung P (g)	10 20 30	5 10 15	5	5 10 15	10
3 f (cm)	0.92/4200	0.79/4400	0.245/4720	0.46/4800	0.8/5620
4 Statisch E_1 (dyn/cm ²)	$7.51 \cdot 10^{11}$	$3.2 \cdot 10^{11}$	$5.4 \cdot 10^{11}$	$5.24 \cdot 10^{11}$	$7.59 \cdot 10^{11}$
5 n_1 (sec ⁻¹)	25	21.1	34.5	27.3	30
6 Dynamisch E_2 (dyn/cm ²)	$6.71 \cdot 10^{11}$	$2.64 \cdot 10^{11}$	$4.78 \cdot 10^{11}$	$5.19 \cdot 10^{11}$	$6.79 \cdot 10^{11}$
7 E (dyn/cm ²)	$8.09 \cdot 10^{11}$	$3.78 \cdot 10^{11}$	$5.87 \cdot 10^{11}$	$5.27 \cdot 10^{11}$	$8.17 \cdot 10^{11}$
8 $\frac{\Delta L}{L}$	0.0257	0.0502	0.028	0.0019	0.0254
9 Torsion P (g)	10 20 30	10 20 30	2×10	2×10 2×20	2×10
10 ψ	0.45/29 400	0.74/30 800	0.74/33 040	0.99/33 400	0.8/33 500
11 Statisch G_1 (dyn/cm ²)	$4.45 \cdot 10^{11}$	$2.07 \cdot 10^{11}$	$3.45 \cdot 10^{11}$	$3.3 \cdot 10^{11}$	$3.99 \cdot 10^{11}$
12 Freie Schwing. n_2 (sec ⁻¹)	50.8	45.3	62.5	57	64.5
13 Dynamisch G_2 (dyn/cm ²)	$3.45 \cdot 10^{11}$	$1.87 \cdot 10^{11}$	$2.76 \cdot 10^{11}$	$2.91 \cdot 10^{11}$	$3.62 \cdot 10^{11}$
14 G (dyn/cm ²)	$2.82 \cdot 10^{11}$	$1.7 \cdot 10^{11}$	$2.29 \cdot 10^{11}$	$2.6 \cdot 10^{11}$	$3.31 \cdot 10^{11}$
15 $\frac{\Delta L}{L}$	0.183	0.0881	0.166	0.106	0.0849
16 Dämpfung $\epsilon_{fr. s.}^2$	1.005	1.29	1.023	1.017	1.03
17 $\epsilon_{Res.}^2$	1.011	1.043	1.022	1.019	1.03
18 Resonanz ψ	4.56/242	0.35/250	1.13/254	1.98/250	1.93/246
19 Erzw. Schwing. n_3 (sec ⁻¹)	45.4	43	57.5	54	61.2
20 G_3 (dyn/cm ²)	$3.03 \cdot 10^{11}$	$1.29 \cdot 10^{11}$	$5.74 \cdot 10^{11}$	$4.74 \cdot 10^{11}$	$3.44 \cdot 10^{11}$
21 $\frac{E}{G}$	2.86	2.22	2.56	2.03	2.47
22 σ	0.43	0.11	0.28	0.015	0.24
23 $\frac{\Delta L}{L}$	0.197	0.099	0.154	0.103	0.099

durch die Mittelpunkte aller Querschnitte geht. Die xy -Ebene liegt dann im Stabquerschnitt, die x -Achse parallel zur Seite a , die y -Achse parallel zur Seite b . Die Bewegung des Stabes bei Biegung möge in die yz -Ebene fallen.

Bei den Messungen an Gesteinen ist zu beachten, daß diese kein homogenes Material sind. Die Elastizitätslehre fordert aber ein ideal elastisches Verhalten des Materials, wie es im Hookeschen Gesetz zum Ausdruck kommt. Aus diesem Grunde, und um im Bereich der in der Seismik auftretenden Kräfte zu bleiben, wurden nur sehr kleine Verrückungen betrachtet. Die kleinen Verrückungen bringen allerdings eine erhebliche Ungenauigkeit in der Messung mit sich. Die Inhomogenität des Materials, die Dimensionen der Stäbe und die Kleinheit der Verrückungen sind also für die im folgenden auftretenden großen Abweichungen verantwortlich zu machen.

B. Bestimmung des Elastizitätsmoduls

I. Aus statischer Biegung. Bei der statischen Auslenkung wurden an das obere Ende des Stabes Gewichte verschiedener Größe gehängt. Es wurde eine Hysteresisschleife aufgezeichnet, deren Mittelwert zur Berechnung von E benutzt wurde. Der Ausschlag auf dem Film betrug bei 5 g je nach Gesteinsart und Vergrößerung etwa 0.5 bis 1 cm. Dem entspricht eine wirkliche Bewegung des Stabendes von einigen 10^{-4} cm. Der Ablesefehler auf dem Film ist etwa 0.02 cm. Die Berechnung von E erfolgte nach der Gleichung aus der Hütte [9]

$$f = \frac{P}{E I_x} \cdot \frac{L^3}{3}$$

oder

$$E = \frac{P}{f I_x} \cdot \frac{L^3}{3} \dots \dots \dots (1)$$

Hierin bedeute E den Elastizitätsmodul, P das angehängte Gewicht, L die Stablänge, f den Ausschlag des freien Stabendes.

Das äquatoriale Trägheitsmoment um die x -Achse I_x wird definiert durch

$$\iint y^2 dx dy \dots \dots \dots (2)$$

Es ist für einen Stab mit rechteckigem Querschnitt

$$I_x = \frac{ab^3}{12} \dots \dots \dots (3)$$

worin a und b die Querschnittsseiten sind.

Der Einfluß der Kopfmasse in Gestalt einer zusätzlichen Biegung berechnet sich [9] zu

$$f = \frac{P}{Q} \left(\frac{\text{tg}(\tau L)}{\tau} - L \right) \dots \dots \dots (4)$$

mit $\tau = \sqrt{\frac{P}{E I_x}}$ und Q dem Gewicht der Bleischeibe. Die davon herrührende Abbiegung ist kleiner als die Meßgenauigkeit, die 4% beträgt.

II. Aus Biegeschwingungen. Zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls aus der Eigenfrequenz wurde die Gleichung

$$E = \left(\frac{L}{\beta(m)} \right)^4 \frac{\rho F}{I_x} (2\pi n_1)^2 \dots \dots \dots (5)$$

angewandt. ρ ist die Dichte des Stabmaterials und n die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde. Zur Berechnung von $\beta(m)$ darf hier nicht die einfache Gleichung

$$\frac{1}{\cos \beta(m)} - \beta(m) \alpha \sin \beta(m) = -\cos \beta(m) - \alpha \beta(m) \mathfrak{I}g \beta(m) \cos \beta(m) \dots (6)$$

angewandt werden. Diese Gleichung berücksichtigt nur das Verhältnis α von Kopfmasse zur Stabmasse. Das ist solange zulässig, wie die Kopfmasse klein an Ausdehnung im Verhältnis zu den Dimensionen des Stabes ist, wenn also die Bewegung der Kopfmasse genügend genau durch die Bewegung ihres Schwerpunktes beschrieben wird. Dies ist jedoch nicht mehr erfüllt, sobald ihre Abmessungen nicht mehr klein sind. Dann führt ein Massenelement, das nicht gerade im Schwerpunkt liegt, außer seiner translatorischen Bewegung in der y -Richtung auch noch eine Drehung um eine Achse aus, die parallel der x -Achse senkrecht auf der Schwingungsebene steht. Diese Tatsache wird durch eine Zahl $\chi = \frac{\Theta_x}{m_{St} L^2}$ ausgedrückt, die gleich ist dem Trägheitsmoment um die x -Achse, dividiert durch die Stabmasse m_{St} mal dem Quadrat der Stablänge L . Die vollständige Gleichung lautet dann nach Puls [10]

$$\left. \begin{aligned} & \frac{1}{\cos \beta(m)} + \frac{\alpha \chi \beta^4(m)}{\cos \beta(m)} - \beta(m) \alpha \sin \beta(m) \\ & - \chi \cdot \beta^3(m) \sin \beta(m) = -\cos \beta(m) + \alpha \chi \beta^4(m) \cos \beta(m) \\ & - \alpha \beta(m) \mathfrak{I}g \beta(m) \cos \beta(m) + \chi \cdot \beta^3(m) \mathfrak{I}g \beta(m) \cos \beta(m) \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

Für eine Kreisscheibe ist das Trägheitsmoment um die x -Achse

$$\Theta_x = \frac{1}{4} m_K \left(\frac{d}{2} \right)^2 \dots \dots \dots (8)$$

mit m_K als Kopfmasse und d als Durchmesser der Scheibe, so daß sich damit für χ ergibt

$$\chi = \frac{1}{4} \frac{m_K \left(\frac{d}{2} \right)^2}{m_{St} L^2} \dots \dots \dots (9)$$

$$\chi = \frac{1}{4} \alpha \left(\frac{d}{2L} \right)^2 \text{ mit } \alpha = \frac{m_K}{m_{St}} \dots \dots \dots (10)$$

Die nach Gleichung (7) gefundenen Werte von $\beta(m)$ sind in hohem Maße von α , viel geringer von χ abhängig. In der folgenden Tabelle sind einige von ihnen zusammengestellt.

Esau und Hempel [11] führten Frequenzmessungen an Stäben mit Kopfmassen durch und verglichen sie mit den berechneten. Sie kamen zu dem Ergebnis, daß die mit Gleichung (6) berechneten Beiwerte nicht stimmen könnten. Statt der Gleichung (6) hätte also die Gleichung (7) benutzt werden müssen. Bei Kopf-

Tabelle 2

α	χ	$\beta(m)$	α	χ	$\beta(m)$
35	1.0	0.545	39	1.4	0.532
36	1.2	0.542	40	1.5	0.528
37.5	1.3	0.537			

massen, die das Doppelte der Stabmasse betragen, darf eben nicht, worauf schon Pöschl [12] und Förtsch hinwiesen, die Ausdehnung der Kopfmasse vernachlässigt werden. Das Trägheitsmoment Θ_x bewirkt eine Verkleinerung der Frequenz und damit auch von $\beta(m)$, wie sich das direkt mit der Gleichung (7) nachweisen läßt. Das stimmt aber gerade mit dem von Esau und Hempel gefundenen Ergebnis überein. Eine quantitative Nachrechnung war mangels Angabe von Dimensionen nicht durchführbar.

Der mögliche Fehler beträgt bei dieser Methode 4%.

III. Die Einspannung. Durch Vereinigung der statisch und dynamisch gemessenen Werte wurde bei Berücksichtigung einer Korrektur infolge der Einspannung nach Förtsch der wahre Elastizitätsmodul

$$E = \frac{5 E_1 E_2}{8 E_2 - 3 E_1} \dots \dots \dots (11)$$

berechnet. E_1 ist der statisch gemessene Wert, E_2 der dynamische. Ferner wurde die Länge ΔL , um die der Stab infolge seiner nichtidealen Einspannung verlängert wird, aus

$$\Delta L = \frac{E_1 - E_2}{8 E_2 - 3 E_1} L \dots \dots \dots (12)$$

ermittelt. ΔL ist für Messing 0.38 cm, für weißen Marmor 0.72 cm, für grauen Marmor 0.32 cm, für Schiefer 0.03 cm und für Granit 0.36 cm.

Die so statisch und dynamisch berechneten Werte mit dem korrigierten Werte und der prozentualen Längenänderung sind in den Zeilen 4, 6, 7, 8 der Tabelle 1 eingetragen. Der statisch gemessene Wert ist auch hier größer als der dynamische. Wie man sieht, ist auch bei diesen kurzen Stäben $\Delta L/L$ sehr klein, da die Beanspruchung an der Klemmstelle proportional zum Drehmoment $M = PL$ ist, so daß auch hier noch die bei der Ableitung der Gleichungen (11) und (12) geübte Vernachlässigung des quadratischen Gliedes $(\Delta L/L)^2$ erlaubt ist. Untersucht wurden auf diese Weise Messing, weißer und grauer Marmor, Schiefer und Granit. Der Elastizitätsmodul für Messing liegt im Bereich der in Tabellen angegebenen Werte von 8 bis $10 \cdot 10^{11}$ dyn/cm².

C. Bestimmung des Scherungsmoduls

I. *Aus statischer Torsion.* Nach der Theorie von de Saint-Venant [13] ist das eine Verdrehung ψ hervorrufende Drehmoment M eines rechteckigen Stabes mit den Seiten a und b und dem Scherungsmodul G

$$M = G \cdot \frac{a \cdot b^3}{16} \frac{\psi}{L} \left\{ \frac{16}{3} - \left(\frac{4}{\pi} \right)^5 \frac{b}{a} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{(2\nu-1)^5} \operatorname{Zg} \left(\frac{2\nu-1}{2} \frac{a\pi}{b} \right) \right\} \quad (13)$$

oder kürzer, wenn man den Ausdruck in der Klammer nach Division durch 16 gleich γ setzt

$$M = G a b^3 \frac{\psi}{L} \gamma \dots \dots \dots (14)$$

Für nahezu quadratische Querschnitte, also kleines a/b , sind Werte von γ in der folgenden Tabelle 3 zusammengestellt.

Tabelle 3

$\frac{a}{b}$	1.00	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.10
γ	0.141	0.142	0.144	0.145	0.146	0.148	0.149	0.150	0.152	0.153	0.154

Aus Gleichung (14) folgt für G

$$G = \frac{ML}{a b^3 \psi \gamma} \dots \dots \dots (15)$$

oder wenn man das Gewicht P der verdrehenden Massen und den Kraftarm R einführt

$$G = \frac{P R L}{a b^3 \psi \gamma} \dots \dots \dots (16)$$

Das Drehmoment lieferten zwei gleichgroße tangentielle Züge in zwei Punkten im Abstände von 5 cm von der Stabachse, diese Züge wurden durch Fäden hervorgerufen, die über Rollen führten und durch Gewichte belastet waren. Der Ausschlag auf den Filmen betrug wieder wie bei Biegung etwa 0.5 cm. ψ ist dann der Winkel, um den zwei Querschnitte, die um die Länge L des Stabes voneinander entfernt sind, gegeneinander verdreht werden. ψ ist dabei im Bogenmaß auf dem Einheitskreis, um die Stablängsachse zu messen. Es ist in der Größenordnung von einigen Sekunden. Die so gemessenen Werte von G sind in der 11. Zeile der Tabelle 1 verzeichnet. Die Meßgenauigkeit beträgt 6 %.

II. *Aus Torsionsschwingungen.* Die Stäbe wurden durch Abbrennen des angehängten Gewichts in freie Torsionsschwingungen versetzt. Zur Ermittlung des Scherungsmoduls aus der Frequenz und den Dimensionen des Stabes wurden zwei verschiedene Wege eingeschlagen.

1. Legt man die Schwingungsgleichung in ihrer allgemeinen Form zugrunde

$$(2\pi n_2)^2 = \frac{D}{\Theta_z} \dots \dots \dots (17)$$

so läßt sich, da die Direktionskraft $D = M/\psi$ ist, für D nach Gleichung (14) schreiben

$$D = \frac{G a b^3 \gamma}{L} \dots \dots \dots (18)$$

Dies in Gleichung (17) eingesetzt und nach G aufgelöst, ergibt

$$G = L \frac{\Theta_z}{a b^3 \gamma} (2 \pi n_2)^2 \dots \dots \dots (19)$$

2. Eine zweite Gleichung für G erhält man, wenn man ein von Timoschenko¹⁴⁾ für erzwungene Torsionsschwingungen angegebene Verfahren runder Stäbe auf freie Schwingungen von Stäben mit quadratischem Querschnitt überträgt. Die Durchführung dieser Rechnung ergab eine genauere Gleichung als (19), doch genügt (19) für unsere Ansprüche*).

Eine genaue Bestimmung des Stabquerschnitts ist von Wichtigkeit, da er mit der 4. Potenz in die Gleichung für I eingeht. Es waren jedoch bei einigen Stäben die Durchmesser nicht über die ganze Länge konstant. Die Dickenunterschiede betragen bis zu 0.02 cm, d. h. der maximal mögliche Fehler bei I beträgt 8 %. In diesem Falle wurde zu dem kleinsten Durchmesser das Mittel der Dickenänderung, also 0.01 cm, hinzugezählt. Der Fehler in I ist dann sicher kleiner als 4 %. Die Genauigkeit dieser Methode beträgt 4 %.

III. Die Einspannung. Wie bei der Biegung ist auch bei der Torsion der statische Wert stets größer als der dynamische. Versucht man jedoch die bei der Biegung angewandte Einspannkorrektur (siehe B III) in analoger Weise auf die Torsion anzuwenden, so erhält man für G erheblich zu hohe Werte, wie man sogleich an Hand des Poissonschen Koeffizienten feststellen kann. Es wurde nun eine Korrektur angebracht, so daß das resultierende G kleiner ist als die gemessenen Werte, daß also

$$G < G_2 < G_1 \dots \dots \dots (20)$$

ist.

Diese Korrektur wurde auf folgende Weise erhalten: Ist G_1 der statische, G_2 der dynamische Wert, so wurde einmal

$$G = (L - 2 \Delta L) \frac{R P}{a b^3 \psi \gamma} = \left(1 - 2 \frac{\Delta L}{L}\right) L \frac{R P}{a b^3 \psi \gamma} \dots \dots \dots (21)$$

und

$$G = (L - \Delta L) \frac{\Theta_z}{a b^3 \gamma} (2 \pi n_2)^2 = \left(1 - \frac{\Delta L}{L}\right) L \frac{\Theta_z}{a b^3 \gamma} (2 \pi n_2)^2 \dots \dots (22)$$

gesetzt.

Somit ist einmal

$$G = G_1 \left(1 - \frac{2 \Delta L}{L}\right) \dots \dots \dots (23)$$

*) Die vollständige Ableitung der Schwingungsgleichung und ihre Diskussion findet sich im Anhang meiner Dissertation, Göttingen 1939.

und zweitens

$$G = G_2 \left(1 - \frac{\Delta L}{L} \right) \dots \dots \dots (24)$$

Durch Eliminierung von $\Delta L/L$ bzw. G aus diesen Gleichungen erhält man

$$G = \frac{G_1 G_2}{2G_1 - G_2} \dots \dots \dots (25)$$

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{G_1 - G_2}{2G_1 - G_2} \dots \dots \dots (26)$$

Die Annahme der doppelten Längenkorrektur $2 \Delta L/L$ bei der statischen Methode im Vergleich zur dynamischen ist willkürlich. Ihre Berechtigung ergibt sich aus dem später zu besprechenden $\Delta L/L$ aus erzwungenen und freien Torsionsschwingungen. Daraus folgt für ΔL von Messing 2.73 cm, von weißem Marmor 1.26 cm, von grauem Marmor 1.87 cm, von Schiefer 1.43 cm und von Granit 1.21 cm. Wie also die Ergebnisse zeigen, tritt bei der Torsion eine Verkürzung der Stablänge ein. Diese läßt sich folgendermaßen erklären.

Bei der Torsion tritt, außer der Winkelverschiebung zweier benachbarter Querschnitte, bei Stäben mit nichtkreisförmigen Querschnitten eine Verwölbung dieser Querschnitte auf, die für rechteckigen Querschnitt nach Riemann-Weber¹⁵⁾ durch die Gleichung

$$w = \frac{\psi}{L} \left\{ xy - \frac{8a^2}{\pi^3} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r}{(2r+1)^3} \frac{\text{Sin} \frac{(2r+1)\pi y}{a}}{\text{Cos} \frac{(2r+1)\pi b}{2a}} \sin \frac{(2r+1)\pi x}{a} \right\} \dots (27)$$

gegeben ist. Eine Veranschaulichung der Verwölbung durch Höhenlinien findet sich bei de Saint-Venant [16] und Auerbach-Hort [17]. w_{max} liegt am Querschnittsrande.

Diese Gleichung zeigt keinerlei Abhängigkeit des betrachteten Querschnitts von seiner Entfernung z von der Einklemmstelle. Die Verwölbung ist also in allen Querschnitten konstant, an der Einspannstelle so groß wie am freien Ende. Der an der Einklemmstelle sich befindende Querschnitt wird jedoch festgehalten, so daß keine Verwölbung auftreten kann. Eine Verwölbung tritt nun aber offensichtlich ein, damit der Stab dem Zwange des äußeren Drehmoments mit einer Winkeländerung folgen kann. Wird der Stabquerschnitt an der Verwölbung verhindert, so muß der Drillwinkel zu klein ausfallen. Dieses ist dann gleichbedeutend mit einer Verkürzung der Stablänge bzw. einer Vergrößerung von G . Diese Erklärung wird gestützt durch einen Vergleich der Frequenzen bei freien und erzwungenen Torsionsschwingungen. Die letzteren sind erheblich kleiner als die ersteren, viel kleiner als das infolge des Dämpfungseinflusses sein dürfte. Dies läßt sich jedoch erklären, wenn die durch die Einspannung bewirkte Veränderung der Stablänge bei erzwungenen Torsionsschwingungen wie bei den erzwungenen

Biegeschwingungen (Förtsch) fortfällt, was also einer Erniedrigung der Frequenz gegenüber den freien Torsionsschwingungen gleichkommt.

Die quantitative Ausrechnung zeigt nun die Richtigkeit dieses Gedanken-ganges. Ist n_3 die aus Resonanzmessungen, n_2 die aus Eigenschwingungen ge-wonnene Eigenfrequenz des Stabes, so setze ich nach obigem

$$G = L \frac{\Theta_z}{a b^3 \gamma} (2 \pi n_3)^2 \dots \dots \dots (28)$$

und

$$G = (L - \Delta L) \frac{\Theta_z}{a b^3 \gamma} (2 \pi n_2)^2 \dots \dots \dots (29)$$

oder

$$G = \left(1 - \frac{\Delta L}{L}\right) L \frac{\Theta_z}{a b^3 \gamma} (2 \pi n_2)^2 \dots \dots \dots (30)$$

Aus den Gleichungen (28) und (30) folgt

$$\frac{\Delta L}{L} = 1 - \left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2 \dots \dots \dots (31)$$

Setzt man für n_3 und n_2 die ent-sprechenden Werte ein, so erhält man für $\Delta L/L$ die in der letzten Zeile der Tabelle 1 angegebenen Größen. Sie stimmen mit verhältnismäßig geringen Abweichungen mit denen der 15. Zeile überein. Damit erscheint die obige Überlegung gerechtfertigt.

Bei zunehmender Länge des Stabes wird sich der Einfluß der Klemmstelle mehr und mehr verlieren, d. h. ΔL

braucht bei großen Längen nicht mehr berücksichtigt zu werden. Dementsprechend ist also die Kurve $\psi = f(z)$ Asymptote an die Gerade, die die z -Achse an der Stelle $\psi = 0, z = \Delta L$ schneidet und das Steigungsmaß $\frac{M}{G a b^3 \gamma}$ besitzt (Fig. 3).

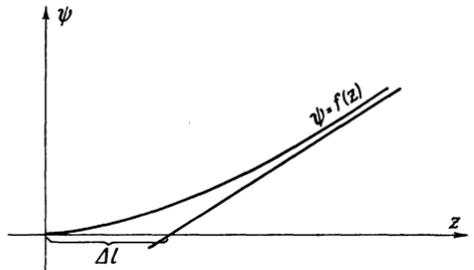


Fig. 3.
Torsionswinkel als Funktion der Stablänge

Berechnungen, die alle als Ergebnis hatten, daß die Stablänge infolge der Einspannung um einen Betrag $2 \Delta L$ zu verkürzen sei, wurden von Timoschenko [18] für Rechtecke mit großem Seitenverhältnis und für Doppel-T-Träger, von Föppl [19] für elliptischen Querschnitt und von Weber [20] für Träger mit einigen technisch wichtigen Querschnitten durchgeführt. Für den Fall, daß b groß gegen a ist, kommt Timoschenko bei Benutzung der hier üblichen Schreibweise zu dem Resultat, daß

$$\psi = \frac{\psi}{L_0} \left(L - 0.425 \frac{a}{2}\right) \dots \dots \dots (32)$$

ist, oder

$$L_0 = \left(L - 0.425 \frac{a}{2} \right) \dots \dots \dots (33)$$

$$L_0 = L \left(1 - 0.213 \frac{a}{L} \right) \dots \dots \dots (34)$$

L_0 ist die Stablänge, mit der nach Abzug von ΔL zu rechnen ist.

Er erhält daher für die Längenkorrektion

$$\frac{\delta L}{L} = 0.213 \frac{a}{L} \dots \dots \dots (35)$$

oder für $a = 1$ cm und $L = 14$ cm

$$\frac{\delta L}{L} = 0.016 \dots \dots \dots (36)$$

Zieht man nun bei meinen Messungen in Betracht, daß eine Korrektion der Stablänge nicht nur wegen der Einklemmung im Boden, sondern auch eine gleichgroße wegen der Einspannung in der Kreisscheibe erforderlich ist, andererseits aber

$$\frac{\delta L}{L} = \frac{2 \Delta L}{L} \dots \dots \dots (37)$$

ist, so sieht man, daß die gemessenen Werte etwa zehnmal so groß sind, wie die berechneten. Diese Abweichung scheint bei Timoschenko in der Annahme des großen Seitenverhältnisses und der Annäherung der Querschnittsverwölbung durch eine Zylinderoberfläche bedingt zu sein. Timoschenko kommt in der gleichen Arbeit durch eine zweite Rechnung zu einem δL von $0.244 a/L$. Der rechnerische Wert steht also auch noch nicht ganz fest. Immerhin werden also die theoretischen Ergebnisse der Längenverkürzung durch die experimentellen gestützt.

Timoschenko weist ferner in einer Rechnung auf eine Übertragung des Drehmoments durch Biegung für Stäbe mit eckigem Querschnitt hin. Dieser Fall scheint jedoch nur dann zu beachten zu sein, falls die eine Rechteckseite groß gegen die andere ist. Bei meinen Versuchen am quadratischen Querschnitt war solch ein Effekt nicht festzustellen. Es wurde ein Gummistäbchen mit angenähert quadratischem Querschnitt eingespannt und verdreht. Die Kanten zeigten keine Veränderung, die auf eine Mitwirkung der Biegung hätte schließen lassen.

IV. Aus erzwungenen Torsionsschwingungen. Die Einspannung. An der einen Seite der Kreisscheibe wurde ein kleines Rädchen drehbar in einem Lagerbock angebracht. An ihm war in $r = 1.12$ cm Entfernung von der Drehachse eine kleine Schraube eingeschraubt, deren überstehende Enden die Exzentermasse m_e bildeten. Zu ihrer genauen Bestimmung wurde die erste Messung zweimal gemacht, einmal mit Schraube, das andere Mal ohne. Die beiden Resonanzkurven hatten in der Resonanzstelle verschieden große Amplituden. Aus ihnen und

der Masse der Schraube läßt sich die wirksame Exzentermasse berechnen. Sie betrug 0.195 g. Durch diese einseitige Anregung vollführte der Stab sowohl Biege- als auch Torsionsschwingungen. Um die ersteren zu eliminieren, wurde das Spiegelchen jetzt nicht mehr wie bei den bisherigen Versuchen am Rande der Scheibe angebracht, sondern genau in ihrem Mittelpunkt. Die Vergrößerung war jetzt etwa 250fach.

Die Umdrehungsfrequenz des Rädchens wurde durch Verschieben des Widerstandes an dem antreibenden Motor bewirkt. Die Änderung erfolgte sehr langsam,

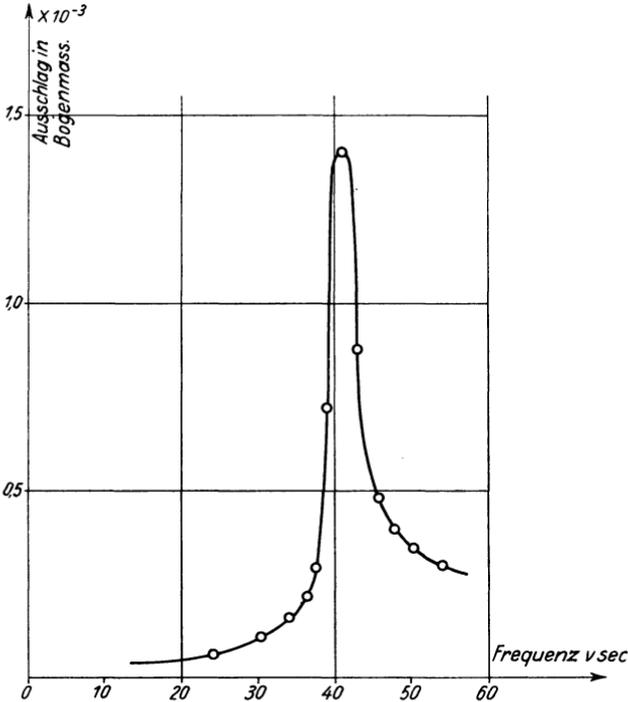


Fig. 4.

Resonanzkurve für Torsionsschwingungen von weißem Marmor

um den Stäben, die eine verhältnismäßig geringe Dämpfung besitzen, genügend Zeit zur Aufschaukelung zu lassen. In den meisten Fällen traten daher hinter dem Resonanzmaximum keine weiteren Schwebungmaxima auf (Fig. 4).

Analog der von Förtsch bei erzwungenen Biegeschwingungen angewandten Formel wurde hier die erregende Kraft gleichgesetzt dem in der Entfernung $R = 1$ cm von der Stablängsachse angreifenden Drehmoment in der Resonanzstelle, also

$$R m_e (2 \pi n_3)^2 r = \frac{G_3 a b^3 \gamma \psi (\varepsilon^2 - 1)}{L \varepsilon^2 \pi} \dots \dots \dots (38)$$

oder nach G_3 aufgelöst

$$G_3 = \frac{m_e (2\pi n_3)^2 r R L \varepsilon^2 \cdot \pi}{a b^3 \gamma \psi (\varepsilon^2 - 1)} \dots \dots \dots (39)$$

Die Dämpfung wurde nun einmal aus der Abnahme der Maximalamplitude bei freien Schwingungen und zweitens aus der Resonanzkurvenbreite bestimmt. ε^2 ist das Verhältnis zweier nach derselben Seite aufeinanderfolgender Maximalamplituden. Andererseits ist auch die Schärfe der Resonanzstelle ein Maß für die Dämpfung. Bei Messing weichen die beiden Werte voneinander um 5 0/100 ab. Die Dämpfung läßt sich bei Metallen wegen ihrer Kleinheit nur sehr ungenau bestimmen. Bei weißem Marmor ist die Abweichung erheblich höher. Weißer Marmor zeigt auch in anderer Hinsicht große Abweichungen. Die Genauigkeit dieser Methode beträgt 6 %.

Die Werte G_3 liegen mit Ausnahme von weißem Marmor höher als die Werte G nach der im vorhergehenden behandelten Methode. Dieses kann seine Ursache in zu hohen Frequenzen oder in zu kleinen Amplituden haben. Ersteres scheidet aus, da die Frequenzen kleiner sind, als die aus Eigenschwingungen berechneten, worauf schon näher eingegangen wurde. Auf zu kleine Amplituden weisen aber gerade die Frequenzmessungen hin. Wie schon gesagt, wird bei erzwungenen Schwingungen ein Stück des Stabes von der Länge ΔL mehr tordiert als bei freien Schwingungen. Die durch das Exzentrerrädchen zugeführte Energie wird also außer zur Verdrehung über die Länge L auch noch zur Verwölbung an der Klemmstelle gemäß dem Hookeschen Gesetz verbraucht. Die hierbei gebrauchte Arbeit geht der potentiellen Energie des Stabes in Gestalt einer Amplitudenverkleinerung verloren. Die G_3 -Werte fallen also zu hoch aus. Eine Entscheidung, ob die Gleichung (39) mit π oder die von Förtsch angewandte analoge ohne π richtig ist, können diese Messungen nicht geben, da die Werte zu sehr streuen.

Eigentümlich ist, daß die Einspannkorrektur bei statischer Torsion mit $2 \Delta L/L$, bei dynamischer mit $\Delta L/L$ eingeht, obgleich in der Gleichung (16) die Länge L in gleicher Potenz steht. Dieses wird dadurch erklärlich, daß außer der schon besprochenen Längenverkürzung aus demselben Grunde wie bei Biegung auch eine Längenvergrößerung auftreten muß. Die gemessene Verkürzung ist die Differenz beider. Die tatsächliche Verkürzung ist also erheblich höher.

D. Poissonsche Konstante

Aus den nach C und D ermittelten Elastizitäts- und Scherungsmoduln wurde nach der Gleichung

$$\sigma = \frac{E}{2G} - 1 \dots \dots \dots (40)$$

die Poissonsche Konstante berechnet. Die Werte liegen im Bereich $0 < \sigma < 0.5$.

E. Elastische Hysterese

Infolge der hohen Vergrößerung wurde schon bei den geringen Belastungen bis zu 30 g Hysteresisschleifen sowohl für Biegung als auch für Torsion festgestellt.

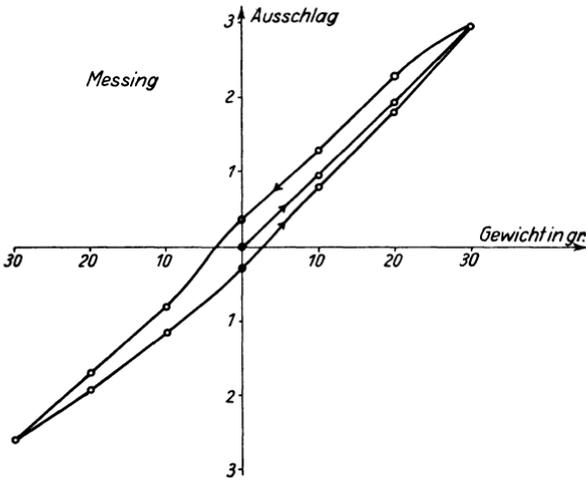


Fig. 5. Biegungshysterese von Messing

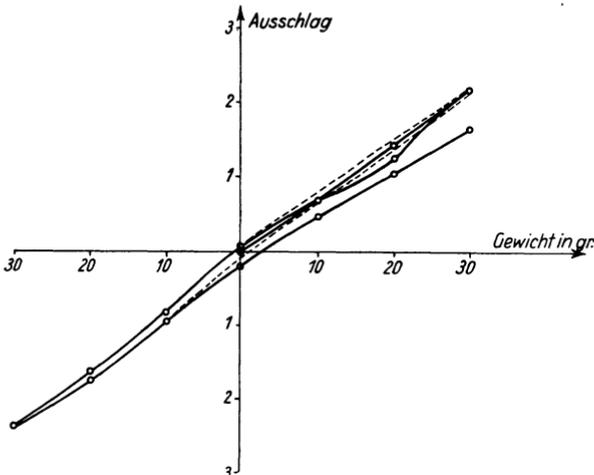


Fig. 6. Torsionshysterese von Marmor

Die Hysteresisschleifen für Messing bei Biegung und weißem Marmor bei Torsion sind in Fig. 5 und 6 dargestellt. Bei der Hysteresisschleife von Marmor fällt die obere rechte Hälfte auf. Während die untere linke Hälfte einen sehr regelmäßigen Verlauf zeigt, weicht diese ganz erheblich vom normalen Zustande ab. Die ge-

strichelte Kurve bezeichnet, wie etwa der normale Verlauf der Kurve sein müßte. Der Ausschlag ist sowohl beim Hin- als auch beim Rückwege zu klein. Die Inhomogenität des Materials scheint hier die Ursache zu sein. Die Grenzschichten der einzelnen Kristalle gleiten nicht kontinuierlich aneinander vorbei, sondern ruckweise. In der Hysterisis liegt also eine weitere Schwierigkeit für eine exakte Bestimmung des Elastizitäts- und Scherungsmoduls. Bei einer Vergrößerung des angehängten Gewichts erfolgt der Ausschlag nicht nach dem Hookeschen Gesetz, sondern ist noch etwas größer. Dieses führt dazu, daß die einzelnen Elastizitäts- bzw. Scherungsmodule mit zunehmendem Gewicht kleiner werden. In der folgenden Tabelle sind die Werte für E und G von weißem Marmor zusammengestellt.

Tabelle 4

Biegung		Torsion	
P	E	P	G
5 g	$3.72 \cdot 10^{11}$	10 g	$2.25 \cdot 10^{11}$
10 g	$3.39 \cdot 10^{11}$	20 g	$2.07 \cdot 10^{11}$
15 g	$3.23 \cdot 10^{11}$	30 g	$2.07 \cdot 10^{11}$

Ein besonderes Verhalten zeigten die Torsionsversuche am Schiefer (Fig. 7).

Ergebnisse. Die nach diesen Methoden bestimmten Module mit den übrigen Eigenschaften der Stäbe sind in der Tabelle 1 verzeichnet. Für weißen Marmor ist

$E = 3.78 \cdot 10^{11}$ dyn/cm² und $G = 1.7 \cdot 10^{11}$ dyn/cm² und liegen somit im Bereich der von Ide zu $E = 4.28 \cdot 10^{11}$ dyn/cm² und $G = 1.14 - 2.23 \cdot 10^{11}$ dyn/cm² berechneten. Daraus errechnet er σ zu 0.138 bis 0.226, während ich für $\sigma = 0.11$ fand. Eine genauere Bestimmung der Elastizitätszahlen ist nicht möglich, da, wie aus Ides Messungen hervorgeht, gleiche Proben in verschiedenen Richtungen verschiedene Elastizitätszahlen aufweisen. Zisman fand E für Marmor aus Dehnungsmessungen in dem Bereich $2.32 - 3.83 \cdot 10^{11}$ dyn/cm² mit $\sigma = 0.104 - 0.15$. Marmor hat, wie aus diesen Messungen hervorgeht, sehr geringe Module. Dies machte sich schon äußerlich direkt in einer sehr geringen Festigkeit bemerkbar.

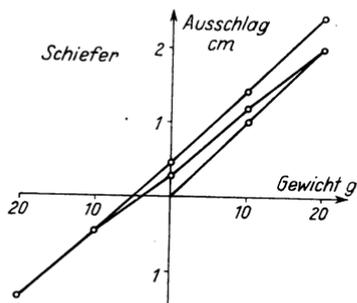


Fig. 7.

Torsionshysterisis von Schiefer

Schiefer wurde von mir quer zur Schieferung gebogen. Es ergibt sich ein Elastizitätsmodul $E = 5.27 \cdot 10^{11}$ dyn/cm², der im Verhältnis zum Scherungsmodul $G = 2.6 \cdot 10^{11}$ dyn/cm² sehr klein ist, wie man aus $\sigma = 0.015$ erkennt. Dies hat offensichtlich seine Ursache darin, daß bei Biegung die Schichten aneinander vorbeigleiten und so einen kleineren Elastizitätsmodul vortäuschen, während die Bestimmung von G unabhängig von der Orientierung des Stabes ist. Dieses ist also eine Parallele zu dem Ergebnis, das Ide für G von Marmor fest-

stellte. Er fand, daß G senkrecht zur Schichtung nur 52 % von G , parallel der Schichtung gemessen, betrug.

Für Granit berechnete ich $E = 8.17 \cdot 10^{11}$ dyn/cm² und $G = 3.31 \cdot 10^{11}$ dyn/cm² mit $\sigma = 0.24$, während Ide $E = 3.95 \cdot 10^{11} - 5.99 \cdot 10^{11}$ dyn/cm² und $G = 1.8 \cdot 10^{11} - 2.77 \cdot 10^{11}$ dyn/cm² mit $\sigma = 0.045 - 0.069$ fand. Die Abweichung beruht offenbar darauf, daß Gesteine aus verschiedenen Gegenden und Tiefen auch voneinander abweichende Strukturen und Eigenschaften besitzen. Es wird also damit notwendig, für jede einzelne Geschwindigkeitsbestimmung seismischer Wellen eine eigene Untersuchung des dort vorkommenden Gesteins vorzunehmen.

In der folgenden Tabelle 5 sind mit Hilfe der korrigierten Werte von E und G nach den Gleichungen longitudinale Geschwindigkeit = $\sqrt{E/\rho}$, transversale Geschwindigkeit = $\sqrt{G/\rho}$ die longitudinalen und transversalen Geschwindigkeiten der untersuchten Materialien in km/sec eingetragen.

Tabelle 5

	Messing	Weißer Marmor	Grauer Marmor	Schiefer	Granit
Longitudinale Geschwindigkeit	3.09	3.7	4.62	4.32	5.22
Transversale Geschwindigkeit	1.82	2.48	2.9	3.04	3.32

Die Untersuchungen haben gezeigt, wenn man von dem einen Fall der Hysteresis bei Torsion absieht, daß die Gesteine auch bei kleinen Proben als isotropes Material im Sinne der Elastizitätslehre zu behandeln sind.

F. Zusammenfassung

Es wurden ein Messingstab und verschiedene Gesteinsstäbe auf ihr elastisches Verhalten hin untersucht. Die Stäbe hatten quadratischen Querschnitt und waren einseitig geklemmt. Eine feste Klemmung erfolgte durch Einzementierung. Zur Messung ihres Elastizitätsmoduls wurden sie einer statischen und dynamischen Biegung unterworfen. Der Scherungsmodul wurde aus statischer und dynamischer Torsion errechnet. Außerdem wurde er nach der von Förtsch angewandten Methode aus dem Resonanzausschlag und der Dämpfung berechnet. Die erhaltenen Werte liegen zu hoch. Der Fehler scheint an der Klemmung zu liegen. Der Einfluß der Klemmung wird aus dem statisch und aus Eigenschwingungen gemessenen Scherungsmodul, sowie aus den Frequenzen bei Eigen- und erzwungenen Schwingungen abgeschätzt. Es ergibt sich eine Stabverkürzung, die ihre Ursache in einer zu geringen Verwölbung hat. Eine Untersuchung über die Richtigkeit der experimentellen oder theoretischen Formel für Resonanzmessungen von Förtsch ließen die Ergebnisse nicht zu, da verschiedene Einflüsse eine starke Streuung der Werte des Scherungsmoduls hervorrufen. Aus Elastizitätsmodul und Scherungsmodul wurde die Poissonsche Konstante bestimmt. Zum Schluß wird auf die Hysteresis bei Gesteinen für Biegung und Torsion eingegangen.

Zum Schluß möchte ich Herrn Prof. Dr. G. Angenheister für sein Interesse und die Anregung zu dieser Arbeit meinen verbindlichsten Dank aussprechen.

Literatur

[1] Thyssen: Ein neues Gerät zur Schnellbestimmung von Laufzeiten elastischer Wellen in Bohrkernen. Öl und Kohle, Sonderheft zur Mineralöltagung, 1938.

[2] Ide: The elastic properties of rocks: a correlation of theory and experiment. Proc. of the Nat. Acad. of Scienc. Vol. 22, Nr. 8, August 1936.

[3] Ishimoto u. Iida: Determination of the elastic constants of Soils by means of vibration methods. Part I. Young's modulus. Bulletin of the Earthqu. Res. Inst. **14** (1936). Part II. Modulus of rigidity and Poisson's ratio. Ebenda **15** (1937).

[4] Miyabe: Preliminary notes on experimental studies on the plastic deformation of soil. Ebenda **14** (1936).

[5] Zisman: Young's modulus and Poisson's ratio with reference to geophysical application. Proc. of the Nat. Acad. of Scienc. **19** (1933).

[6] Zisman: Comparision of the statically and seismologically determined elastic constants of rocks. Ebenda **19** (1933).

[7] Ide: Some dynamic methods for determination of Young's modulus. Rev. Scienc. Instr. **6** (1935).

[8] Förtsch: Das Verhalten noch freistehender Brückenpfeiler bei Schwingungen und deren Abhängigkeit vom Untergrund. Zeitschr. f. Geophys. **14**, 5/6 (1938).

[9] Hütte I, 26. Auflage.

[10] Puls: Theoretische und experimentelle Untersuchungen an Federlamellen. Dissertation Darmstadt, 1928.

[11] Esau u. Hempel: Über die Eigenfrequenzen einseitig eingespannter prismatischer Stäbe mit Zusatzmassen am freien Ende. Zeitschr. f. techn. Phys. **11**, Nr. 5 (1930).

[12] Pöschl: Bemerkungen zu der Note von A. Esau u. N. Hempel über die Eigenfrequenz eines einseitig eingespannten Stabes. Ebenda **11**, Nr. 6 (1930).

[13] Handb. f. Experimentalphys. **17**, 1 (1934).

[14] Timoschenko: Erzwungene Schwingungen prismatischer Stäbe. Zeitschr. f. Math. u. Phys. **59** (1911).

[15] Riemann-Weber: Partielle Differentialgleichungen der math. Physik. 8. Aufl., Bd. II.

[16] De Saint-Venant: Mémoire sur la torsion des prismes.

[17] Auerbach-Hort: Handb. d. phys. u. techn. Mechanik **3** (1927).

[18] Timoschenko: On the torsion of a prism, one of the cross-sections of which remains plane. Proc. of the London Math. Soc. Ser. **2**, 20 (1922).

[19] Föppl: Die Beanspruchung eines Stabes von elliptischem Querschnitt auf Drillen bei behinderter Querschnittswölbung. Sitzungsber. d. bayr. Akad. d. Wissensch. 1920.

[20] Weber: Übertragung des Drehmoments in Balken mit doppelflanschigem Querschnitt. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mechanik **6** (1926).

Göttingen, Geophysikalisches Institut, Mai 1939.

Seismische Untersuchungen des Geophysikalischen Instituts in Göttingen

XXXIX. Ableitung des von der Frequenz unabhängigen Absorptionskoeffizienten aus Maschinenschwingungen

Von O. Förtsch, Göttingen. — (Mit 11 Abbildungen)

Die nach den bekannten Ausbreitungsformeln für sinusförmige Bodenschwingungen berechneten Absorptionskoeffizienten zeigen stets eine starke Abhängigkeit von der Frequenz. Mißt man jedoch die Entfernungen nicht in Meter, sondern wählt als Einheit eine Wellenlänge, so sind die erhaltenen Koeffizienten von den Bestimmungsgrößen der Schwingung unabhängig und charakterisieren nur die Beschaffenheit des Untergrundes. Dies wird an theoretischen Überlegungen und an Messungen nachgewiesen. Dabei ergeben sich einige wichtige Aufschlüsse über den Ausbreitungsvorgang der Erschütterungen. Ferner wird der Zusammenhang zwischen dem Absorptionskoeffizienten von Bodenschwingungen und dem Dämpfungsverhältnis von Stabschwingungen, sowie zwischen dem ersteren und dem Dämpfungsverhältnis von Eigenschwingungen des Untergrundes dargelegt und nachgewiesen.

Über die durch Maschinen erzeugten, sinusförmigen Schwingungen des Bodens und die dabei auftretenden Probleme wurde bereits viel gearbeitet. Manche Fragen sind dabei schon geklärt worden. Es sei nur an die Ausbreitungsgeschwindigkeit, die Erscheinungen der Dispersion, der Interferenz und der Schwebungen erinnert. Das Problem der Absorption blieb dabei immer abseits liegen und wurde nur nebensächlich erwähnt, obwohl es schon sehr früh in Angriff genommen wurde. Im Jahre 1911 erschien von L. Mintrop [1] die erste Arbeit über die Absorption von Maschinenschwingungen. Es handelt sich hierbei um Bodenschwingungen, die von einer Großgasmaschine in Göttingen herrührten. Seitdem wurden noch mehrmals Untersuchungen mit derselben Aufgabestellung ausgeführt. Sie zeitigten jedoch alle Ergebnisse, mit denen man wenig anzufangen verstand. Zum Teil war schon die Aufnahmeapparatur schlecht für Absorptionsmessungen geeignet. Ferner wurde die Berechnung des Absorptionskoeffizienten ungünstig angelegt, so daß die erhaltenen Werte keine Aussagen über den Ausbreitungsvorgang der Bodenschwingungen zuließen.

Seit man eigens für systematische Bodenuntersuchungen konstruierte Schwingmaschinen in den Dienst nahm, war auch die Möglichkeit gegeben, genaue Absorptionsmessungen durchzuführen. Man wandte sich jedoch zuerst den anderen oben erwähnten Erscheinungen zu. In dieser Arbeit soll gezeigt werden, wie man aus stationären Maschinenschwingungen den Absorptionskoeffizienten berechnen kann, der nur von der Beschaffenheit des Untergrundes abhängig ist und deshalb zur Charakterisierung des Untersuchungsgebietes ebenso wie die Ausbreitungsgeschwindigkeit dienen kann.

I. Theoretische Ableitung der Absorptionsformeln

Jede Maschine, bei der irgendwelche nicht ausgewuchteten Teile rotieren, sowie alle Kolben- und ähnliche Maschinen (Dampfmaschinen, Pumpen, Sägegatter) erregen den Boden durch ihre periodisch wechselnden Massenkräfte zu nahezu sinusförmigen, erzwungenen Schwingungen, welche dieselbe Frequenz wie die umlaufenden Massen haben. Diese Schwingungen breiten sich vom Erregungsort gleichmäßig nach allen Seiten hin aus. Die von der Maschine in den Boden geschickte Energie strömt auseinander. Dies kann auf zwei Arten erfolgen:

a) Die Energie verteilt sich auf den ganzen Halbraum unter der Maschine, breitet sich also kugelförmig aus. Über jede Kugelschale integriert bleibt die Energie konstant, d. h. es verhalten sich die Energien E pro Flächeneinheit der zu dem Erregungsort konzentrischen Kugelschalen umgekehrt wie die Quadrate der Radien x derselben.

$$E_1 : E_2 = x_2^2 : x_1^2 \dots \dots \dots (1)$$

Für benachbarte Kugelschalen mit dem Abstand dx kann man schreiben:

$$\frac{E + dE}{E} = \frac{x^2}{(x + dx)^2} \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{dE}{E} = -2 \frac{dx}{x} \dots \dots \dots (3)$$

Da aber bei Schwingungen sich die Energien wie die Quadrate der Amplituden y verhalten, läßt sich setzen:

$$\frac{dE}{E} = \frac{d(y^2)}{y^2} = 2 \frac{dy}{y} = -2 \frac{dx}{x} \dots \dots \dots (4)$$

$$\frac{dy}{y} = -\frac{dx}{x} \dots \dots \dots (5)$$

b) Der Boden ist kein einheitliches Ganzes, sondern ist reich zergliedert in einzelne Schichten von verschieden elastischem Verhalten. Die Energie verteilt sich auf die einzelnen Schichten und breitet sich in ihnen flächenhaft aus. Summiert man sie in diesem Falle über einen Kreisring in der Schicht, so ist die Summe immer konstant. Es gilt:

$$E_1 : E_2 = y_1^2 : y_2^2 = x_2 : x_1 \dots \dots \dots (6)$$

$$2 \frac{dy}{y} = -\frac{dx}{x} \dots \dots \dots (7)$$

$$\frac{dy}{y} = -\frac{1}{2} \frac{dx}{x} \dots \dots \dots (8)$$

Bis jetzt wurde stillschweigend vorausgesetzt, daß die Energie sich verlustlos ausbreitet. Wie bei jedem Vorgang in der Natur, so ist auch hier das nicht der Fall. Als energieverzehrender Effekt kommt zunächst die innere Reibung in Betracht. Die Gesteine und Mineralien sind keine vollkommen elastischen Körper. Sie befolgen nicht genau das Hookesche Gesetz. Bei der Schwingung werden die einzelnen Bodenteilchen nicht nur elastisch gegeneinander verschoben, sondern sie gleiten auch aneinander vorbei. Während der erste Vorgang wattlos erfolgt, verbraucht der zweite Energie. Ferner strahlt an der Grenzfläche zweier Schichten Energie von der einen in die andere ab. Daneben mögen vielleicht noch weitere verlustbringende Erscheinungen eine Rolle spielen. Man faßt sie alle unter dem Namen Absorption zusammen. Ihnen allen aber ist gemeinsam, daß der Verlust an Energie dieser selbst proportional ist.

$$\frac{dE}{dx} = -\eta E \cdot \frac{dy}{dx} = -\kappa y \dots \dots \dots (9)$$

$$\eta = 2\kappa.$$

Durch Addition der Ausdrücke (9) und (5) bzw. (8) erhält man die Formel, nach der die Amplitudenabnahme von Bodenschwingungen erfolgt.

a) räumlich:
$$-\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x} + \kappa dx \dots \dots \dots (10)$$

$$y = y_0 \frac{x_0}{x} e^{-\kappa(x-x_0)} \dots \dots \dots (11)$$

b) flächenhaft:
$$-\frac{dy}{y} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dx}{x} + \kappa dx \dots \dots \dots (12)$$

$$y = y_0 \sqrt{\frac{x_0}{x}} e^{-\kappa(x-x_0)} \dots \dots \dots (13)$$

Der Verlauf dieser Funktion ist für verschiedene Werte von κ in Tabelle 1 zahlenmäßig dargestellt.

In der obigen Form ist die Formel für die Ausbreitung von Bodenschwingungen unübersichtlich und unpraktisch. Im folgenden habe ich sie immer in ihrer logarithmierten Gestalt gebraucht. Diese lautet:

a)
$$2,3 \log_{10} \left(\frac{y}{y_0} \cdot \frac{x}{x_0} \right) = -\kappa(x-x_0) \dots \dots \dots (14)$$

b)
$$2,3 \log_{10} \left(\frac{y}{y_0} \cdot \sqrt{\frac{x}{x_0}} \right) = -\kappa(x-x_0) \dots \dots \dots (15)$$

Trägt man in einseitig logarithmisches Papier die Entfernung x als Abszisse und den Quotienten $\left(\frac{y_0}{y} \cdot \frac{x_0}{x}\right)$ bzw. $\left(\frac{y_0}{y} \cdot \sqrt{\frac{x_0}{x}}\right)$ als Ordinate auf, so erhält man

Tabelle 1

a) Räumliche Ausbreitung

x	y			
	$z = 0.000$	$z = 0.002$	$z = 0.020$	$z = 0.200$
1	1.000	1.000	1.000	1.000
2	0.500	0.499	0.490	0.419
3	0.333	0.332	0.320	0.224
4	0.250	0.248	0.236	0.137
5	0.200	0.198	0.185	0.090
7	0.143	0.141	0.127	0.043
10	0.100	0.098	0.084	0.017
15	0.067	0.065	0.051	0.004
20	0.050	0.048	0.034	0.001
				(20)
30	0.033	0.031	0.019	
50	0.020	0.018	0.008	
100	0.010	0.008	0.001	
			(111)	
500	0.002	0.001		
		(427)		
1000	0.001			

b) Flächenhafte Ausbreitung

x	y					
	$z = 0.000$	$z = 0.002$	$z = 0.007$	$z = 0.020$	$z = 0.070$	$z = 0.200$
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	0.707	0.705	0.702	0.692	0.638	0.578
3	0.577	0.575	0.569	0.554	0.501	0.386
4	0.500	0.497	0.489	0.470	0.405	0.274
5	0.447	0.443	0.434	0.412	0.338	0.201
7	0.378	0.373	0.362	0.334	0.248	0.114
10	0.316	0.310	0.296	0.264	0.168	0.052
15	0.258	0.251	0.234	0.195	0.097	0.015
20	0.224	0.215	0.196	0.153	0.059	0.005
30	0.183	0.172	0.149	0.102	0.024	0.001
						(27)
50	0.142	0.128	0.100	0.053	0.004	
100	0.100	0.082	0.050	0.014	0.001	
					(69)	
500	0.045	0.012	0.001	0.001		
			(539)	(212)		
1000	0.032	0.004				
	0.001	0.001				
	(10 ⁶)	(1609)				

Die Zahlen unter den Spalten in Klammern geben die Entfernung an, bei der die Amplitude den Wert $y = 0.001$ erreicht.

im Diagramm eine Gerade, deren Neigung nur durch den Absorptionskoeffizienten α bestimmt ist. Dieser läßt sich bei gegebener Geraden leicht daraus ablesen.

Bei dieser Darstellung wird kein Meßpunkt vor dem anderen bevorzugt, wie es bei den meisten Berechnungen des Absorptionskoeffizienten geschah. Bei ihnen wurde immer eine Amplitude y_1 vor allen anderen dadurch ausgezeichnet, daß aus ihr und den übrigen Werten je ein Wert des Absorptionskoeffizienten berechnet wurde. Dabei wurde als y_1 die am dichtesten bei der Maschine gelegene Messung benutzt. Dieser Wert ist, wie sich später zeigt, der ungünstigste. Das Erregerzentrum ist nie punktförmig. Bei zu nahen Entfernungen macht sich dies in der Amplitude bemerkbar.

An dieser Stelle sei gleich der Hauptzweck und das Hauptergebnis dieser Arbeit vorweggenommen. Der Beweis aus Messungen folgt hinterher. Bisher wurde bei der Berechnung der Absorption die Entfernung von der Maschine in Metern angegeben und demzufolge der Absorptionskoeffizient für 1 m berechnet. Dabei ergab sich eine starke Abhängigkeit desselben von der Frequenz der Bodenschwingung. Aus diesem Grunde konnten die Absorptionskoeffizienten nicht miteinander verglichen werden. Aus ihnen konnten keine weiteren Aussagen gewonnen werden.

Das Wesen der Frequenzabhängigkeit der Absorption erkennt man sofort, wenn man sich die Wirkungsweise der dämpfenden Vorgänge bei Schwingungen überlegt. Wie schon erwähnt, verschieben sich die Bodenteilchen nicht nur elastisch gegeneinander, sondern gleiten auch aneinander vorbei. Die Größe der Reibungsstrecke ist einmal abhängig von der Amplitude. Dieser Effekt ist bereits in der Absorptionsformel berücksichtigt. Zum anderen ist sie auch noch von der Phasenverschiebung, die benachbarte Teilchen bei der Schwingung besitzen, abhängig. Wäre diese Null, so würde auch bei noch so großen Amplituden keine innere Reibung auftreten können. Die Phasenverschiebung zweier Punkte, die senkrecht zur Wellenfront den Abstand einer Wellenlänge besitzen, ist 2π . Für zwei benachbarte Teilchen mit dem Abstand dx ist diese dann $2\pi \frac{dx}{\lambda}$. Zu dem gleichen Ergebnis kommt man, wenn man die Gleichung für die fortschreitende Welle

$$y = y_0 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (16)$$

partiell nach x differenziert.

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -y_0 \frac{2\pi}{\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (17)$$

$$\partial y_{\max} = y_0 \frac{2\pi}{\lambda} \partial x \dots \dots \dots (18)$$

Der Quotient $\frac{\partial y}{\partial x}$ gibt die Größe der Verschiebung benachbarter Bodenteilechen an*). Ihm ist daher die Absorption proportional. An Stelle von Gleichung (9) erhält man aus Gleichung (18), wenn man den Proportionalitätsfaktor mit k bezeichnet:

$$-dy = y \frac{2\pi}{\lambda} k dx \dots \dots \dots (19)$$

$$y = y_0 e^{-\frac{2\pi}{\lambda} k x} = y_0 e^{-2\pi k \frac{x}{\lambda}} \dots \dots \dots (20)$$

Der für 1 m bzw. 1 km berechnete Absorptionskoeffizient κ/m ist nicht allein von der Frequenz, sondern von dieser und der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Bodenschwingungen abhängig. Berechnet man jedoch den Absorptionskoeffizienten pro Wellenlänge κ/λ , so ergibt sich bei allen Frequenzen für denselben Untergrund immer der gleiche Wert. Er ist eine charakteristische Konstante des Bodens.

In Anlehnung an die früheren Arbeiten will ich nicht k , sondern den Ausdruck $2\pi k$ als Absorptionskoeffizienten κ/λ einführen. Um Verwechslungen zu vermeiden, soll im Text hinter κ noch angegeben werden, für welche Längeneinheit

*) Streng genommen müßte ich dieser Ableitung nicht die Gleichung (16), sondern die folgende, die auch die Ausbreitung und die Absorption berücksichtigt, zugrunde legen.

$$y = y_0 \sqrt{\frac{x_0}{x}} e^{-\kappa(x-x_0)} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right).$$

Ich will mich hier nur auf die flächenhafte Ausbreitung beschränken.

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -y_0 \sqrt{\frac{x_0}{x}} e^{-\kappa(x-x_0)} \left[\left(\frac{1}{2x} + \kappa \right) \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{2\pi}{\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right].$$

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{\max} = -y_0 \sqrt{\frac{x_0}{x}} e^{-\kappa(x-x_0)} \sqrt{\left(\frac{1}{2x} + \kappa \right)^2 + \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2}.$$

$y = y_0 \sqrt{\frac{x_0}{x}} e^{-\kappa(x-x_0)}$ ist die Maximalamplitude am Beobachtungsort. Sie ist in Gleichung (19) eingesetzt.

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2x} + \kappa \right)^2 + \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \left(\frac{1}{2x} + \kappa \right)^2}$$

weicht selbst in ungünstigen Fällen (kleines x und großes κ) nur wenige Prozent von $2\pi/\lambda$ ab. Für $x = 10$ m, $\kappa = 0.05/m$ und $\lambda = 15$ m errechnet sich der Wert der Wurzel zu 1.03. Die Ungenauigkeit beträgt also höchstens 3% und überschreitet die Genauigkeit der Bestimmung von κ nicht. Für $x = 20$ m ist der Unterschied zwischen den beiden Ableitungen nur noch 1.6%. Er sinkt mit wachsender Entfernung. Für tonigen Untergrund (normales κ) sind die Abweichungen nur 1.1 bzw. 0.5%. Obige Vernachlässigung ist demnach statthaft.

es berechnet ist, etwa κ/m oder κ/λ . Die Formel für räumliche und flächenhafte Ausbreitung lautet demnach:

$$\text{a) räumlich: } \frac{y}{y_0} = \frac{x_0}{x} e^{-\kappa \frac{x-x_0}{\lambda}} \dots \dots \dots (21)$$

$$\text{b) flächenhaft: } \frac{y}{y_0} = \sqrt{\frac{x_0}{x}} e^{-\kappa \frac{x-x_0}{\lambda}} \dots \dots \dots (22)$$

Zur Bestätigung der Richtigkeit obiger Ausführungen habe ich alle mir zur Verfügung stehenden Arbeiten und Messungen über stationäre, durch Maschinen erzeugte Bodenschwingungen hinsichtlich der Absorption durchgesehen und neu ausgewertet.

II. Veröffentlichte Arbeiten über Bodenschwingungen, die durch Großkolbenmaschinen erzeugt wurden

Wie schon einleitend erwähnt, wurden die ersten Messungen zur Bestimmung der Absorption von L. Mintrop [1] ausgeführt. Er verfolgte die von einer Großgasmaschine des Göttinger Elektrizitätswerkes hervorgerufenen Erschütterungen

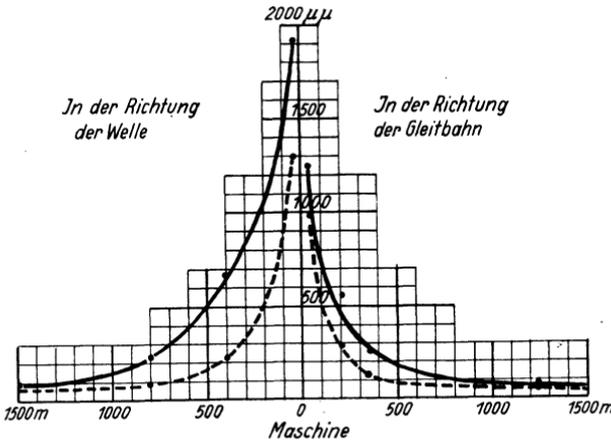


Fig. 1. Abnahme der Amplitude der von der Großgasmaschine des Göttinger Elektrizitätswerkes erzeugten Bodenschwingungen mit der Entfernung.
(Nach Mintrop.)

— — — — = Grundschiwingung, - - - - - = Oberschiwingung

bis in 1500 m Entfernung vom Werk. Als Aufnahmegerät diente ein von ihm konstruierter, transportabler Horizontalseismograph mit optischer Registrierung. Seine Meßstellen wählte Mintrop so, daß sie in Richtung der Gleitbahn des Kolbens der Maschine bzw. in Richtung der Kurbelwelle lagen. An jeder Beobachtungsstation maß er die Amplituden in vier bzw. sechs Azimuten. Daraus

bildete er den Mittelwert. In Fig. 1 sind dieselben eingetragen und von ihm durch eine Kurve verbunden. In seiner Arbeit sagt Mintrop, daß eine Berechnung des Absorptionskoeffizienten daraus nicht möglich ist. Die Ausbreitung sei weder räumlich noch flächenhaft.

In Fig. 2 habe ich die Mintropschen Kurven auf der linken Hälfte der Fig. 1 in logarithmisches Papier unter der Annahme flächenhafter Ausbreitung eingetragen. Dabei zeigt sich, daß die einzelnen Punkte sich durch eine Gerade verbinden lassen. Ihrer Neigung entspricht für die Grundschiwingung der Absorptionskoeffizient $\alpha = 0.00107/m$. Für die Oberschiwingung ist $\alpha = 0.00204/m$. Die Grundschiwingung hat die Frequenz $n = 2.5/sec$, die der Oberschiwingung ist doppelt so groß. Die Bodenschwingungen breiten sich, wie aus der Figur ersichtlich ist, flächenhaft aus. Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit wählte ich den Wert $v = 250 m/sec$. Er wird angenähert richtig sein. Er entspricht dem Göttinger Untergrund, der vorwiegend aus Lehm und Kies besteht.

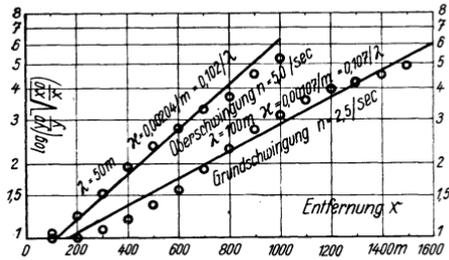


Fig. 2. Übertragung der beiden Mintropschen Kurven in der linken Hälfte von Fig. 1 in das logarithmische Diagramm.

Bei der Berechnung von α/λ wurde für die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wert $v = 250 m/sec$ zugrunde gelegt.

Beobachtungsort: Göttingen. Untergrund: Lehm, Kies.

Die Kreise sind nicht gemessene Werte, sondern Punkte der Mintropschen Kurven

Heinrich arbeitete mit verschiedenen Dämpfungsgraden seines Apparates. Aus der jeweils eingestellten Dämpfung und dem Periodenverhältnis berechnete er nach der theoretischen Formel die Vergrößerung. Diese Bestimmung ist aber sehr ungenau. Die Absorptionskoeffizienten, die er aus seinen Messungen ableitet, können daher nur größenordnungsmäßig zur Orientierung dienen. Er fand unter der Annahme flächenhafter Ausbreitung Absorptionskoeffizienten zwischen $\alpha = 0.002$ und $\alpha = 0.003/m$.

Ein Jahr nach den Messungen von Heinrich maß G. Bornitz [3] mit demselben Gerät die Ausbreitung von Maschinenschwingungen an der Oberfläche und in der Tiefe. Als Energiequellen dienten ihm Großkolbenmaschinen, die in den Betrieben der Blücher- und Delbrückschächte in Oberschlesien liefen. Vor seinen Messungen hat Bornitz die Seismographen so umgebaut, daß die Eigenperioden

ersichtlich ist, flächenhaft aus. Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit wählte ich den Wert $v = 250 m/sec$. Er wird angenähert richtig sein. Er entspricht dem Göttinger Untergrund, der vorwiegend aus Lehm und Kies besteht. Die beiden Absorptionskoeffizienten α/λ stimmen überein. Jedoch darf man dieser Berechnung kein zu großes Gewicht beilegen. Die Amplitudenkurven sind nur durch vier bzw. drei Meßpunkte gesichert.

Ähnliche Messungen wie Mintrop führte A. Heinrich [2] in Maltsch an der Oder durch. Er untersuchte das Gelände um eine Heißdampfmaschine mit dem Mintropschen Dreikomponentenapparat. Die Eigenperioden der einzelnen Komponenten waren der Maschinenperiode sehr benachbart.

$1\frac{1}{2}$ bis 2mal größer waren als die Perioden der Bodenschwingungen, damit er in den günstigeren Bereich der Resonanzkurve kam. Hier seien nur die Ergebnisse der Arbeit angeführt. Sie sind zum Teil sehr unsicher. Irgendwelche bestimmten Schlüsse können daraus nicht gezogen werden.

Der Untergrund der Blücherschächte besteht bis in 70 m Tiefe aus Tertiär. Von da ab folgt Karbon. An der Oberfläche hat Bornitz flächenhafte Ausbreitung festgestellt und den Absorptionskoeffizienten zu $\kappa = 0.00021/m$ berechnet. In der Tiefe findet räumliche Ausbreitung statt. Im Karbon ergibt sich allerdings aus nur zwei gemessenen Amplituden der Absorptionskoeffizient $\kappa = 0.0021/m$. In einem anderen Profil wurde $\kappa = 0.0023/m$ gefunden. Diese beiden Werte sind aber reichlich unsicher. Weiterhin stellte Bornitz fest, daß die Amplitude beim Übergang vom Tertiär ins Karbon etwa um die Hälfte sinkt. Er berechnete aus der Amplitude und dem Absorptionskoeffizienten an der Oberfläche die Amplitude an der Unterkante des Tertiärs. Ähnlich ermittelte er aus den Messungen in der Tiefe die Amplitude an der Oberkante des Karbons. Ein solcher Amplitudensprung an der Grenzfläche ist zwar denkbar, kann aber durch die Messungen von Bornitz nicht als eindeutig bewiesen gelten.

Die letzte Untersuchung über Bodenschwingungen, die von Großkolbenmaschinen ausgehen, veröffentlichte G. Fritzsche [4]. Als Aufnahmegerät verwandte er einen Benioff-Vertikalseismographen. Er beobachtete innerhalb eines Umkreises von 6 km um eine Dampfmaschine an 36 Meßstationen die Bodenbewegung. In einer Tabelle gibt Fritzsche die gemessenen Amplituden. Diese scheinen mir jedoch sehr ungenau zu sein, da die Vergrößerung des Apparates bei jeder Messung nach theoretischen Formeln aus mehreren nicht sehr gut zu bestimmenden Konstanten desselben berechnet wurde. Aus diesen Amplituden hat der Verfasser mittels der Formel für flächenhafte Ausbreitung Absorptionskoeffizienten abgeleitet. Die Amplitude des Anfangspunktes hat er dabei nach einem sehr willkürlichen Verfahren ermittelt. Die Zahlenangaben über die Absorption sind daher sehr kritisch zu betrachten. Die Werte schwanken zwischen zwei Zehnerpotenzen.

In den drei zuletzt genannten Arbeiten wurde zu wenig auf die Eigentümlichkeiten und auf eine genaue Bestimmung der wahren Vergrößerung der Seismographen geachtet, obwohl vorher schon G. Angenheister und W. Schneider [5] in einer Arbeit darauf hingewiesen haben, daß bei nicht genügender Prüfung der Apparate leicht eine falsche Deutung der Seismogramme vorgenommen werden kann. Einem solchen Fehler entgingen die Verfasser dadurch, daß sie bei ihren Messungen Seismographen verschiedener Bauart benutzten. Sie untersuchten die Erschütterungen durch einen Motor am Sockel der Maschine und in mehreren Entfernungen davon.

In den Aufzeichnungen traten die Perioden $T = 0.4$ sec, $T = 0.1$ sec und $T = 0.04$ sec auf. $T = 0.4$ sec war die Periode des Zündungsstoßes der Maschine. Sie war nur in ihrer Nähe feststellbar. $T = 0.1$ sec und $T = 0.04$ sec können als Eigenperioden des Sockels angesehen werden. In der Tabelle 2 sind die in der

Z-Komponente gemessenen Amplituden der Schwingungen in verschiedenen Entfernungen zusammengestellt.

Entfernung x m	Amplitude z (μ)	
	für $T = 0,1$ sec	für $T = 0,04$ sec
0.5	6.5	7.5
38	1.0	1.6
68	0.5	0.04
100	0.16	0.08

Aus den Amplituden in den Abständen 38, 68 und 100 m habe ich für flächenhafte Ausbreitung in Fig. 3 die Absorptionskoeffizienten ermittelt. Leider ist

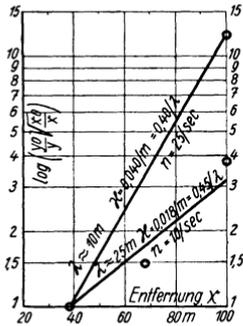


Fig. 3.
Absorption von Bodenschwingungen,
die durch einen Motor hervorgerufen sind

Beobachtet von G. Angenheister
und W. Schneider.

Beobachtungsort: Berlin.

Untergrund: Sand, Lehm.

Die Kreise sind gemessene Werte

nur an wenigen Punkten gemessen worden. Aber so viel ist doch schon zu ersehen, daß die Werte für x/m für die beiden Frequenzen sich ungefähr wie diese selbst verhalten. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist wohl für beide als gleich anzunehmen.

III. Untersuchungen mit einer Schwingmaschine

Vom Geophysikalischen Institut, Göttingen, und von der Deutschen Gesellschaft für Bodenmechanik, Berlin, wurden in den letzten Jahren zahlreiche Bodenuntersuchungen mittels einer Schwingmaschine durchgeführt. Es wurden dabei meist die Bodenschwingungen längs radial von der Maschine ausgehenden Profilen gemessen. Von einigen solcher Untersuchungen standen mir die Meßergebnisse zur Verfügung. Soweit die Vollständigkeit des Materials es zuließ, habe ich daraus die Absorptionskoeffizienten für flächenhafte Ausbreitung abgeleitet. Im folgenden sollen die einzelnen Beispiele der Auswertung beschrieben werden.

a) **Göttingen, Tongrube:** Bei den Messungen auf dem Gelände der Tongrube südwestlich von Göttingen dienten als Aufnahmegeräte der Bodenschwingungen mechanische Seismographen des Geophysikalischen Instituts. Vor den Messungen wurden diese auf dem Schütteltisch sorgfältig geprüft und geeicht. Die Untersuchungen wurden so durchgeführt, daß die Seismographen in mehreren Ent-

fernungen von der Maschine aufgestellt wurden. Bei jeder Aufstellung durchlief diese stufenförmig den Frequenzbereich zwischen 20/sec und 40/sec. Bei jeder Stufe wurde die Bodenschwingung registriert. Die Amplituden-Frequenzkurven an den einzelnen Aufstellungsorten zeigen bei einigen Frequenzen starke Störungen des regelmäßigen Verlaufs, die durch irgendwelche Effekte im Boden verursacht werden. Um die Absorption berechnen zu können, mußten sie erst geglättet werden. Ich erreichte dies dadurch, daß ich durch die Amplitudenwerte eine mittlere Kurve legte. Aus den mittleren Amplituden konnten die Absorptionskoeffizienten nach der im Abschnitt I angegebenen Methode ermittelt werden. Fig. 4 zeigt die Auswertung. Man erkennt, daß die Geraden, die durch die eingezeichneten

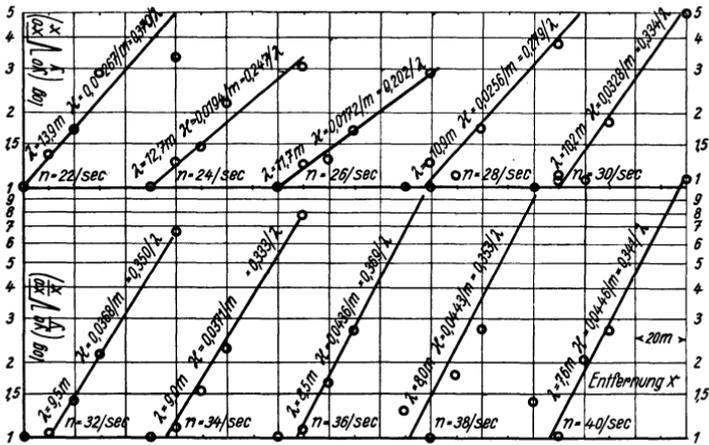


Fig. 4. Absorption von Maschinenschwingungen bei verschiedenen Frequenzen.
Beobachtungsort: Göttingen, Tongrube. Untergrund: Liaston

Meßpunkte gelegt werden können, sich mit wachsender Frequenz aufrichten. Abgesehen von den Werten für die Frequenzen 24/sec, 26/sec und 28/sec streuen die Absorptionskoeffizienten α/λ um den Mittelwert $\alpha = 0,350/\lambda$. Der Untergrund des Untersuchungsgeländes ist Liaston. Eine genaue Begründung des abweichenden Verhaltens der Absorption zwischen den Frequenzen 23/sec bis 29/sec kann ich nicht geben. Jedoch scheint dies im Zusammenhang mit der Eigenfrequenz des Untergrundes zu stehen, welche bei etwa $n = 25/\text{sec}$ anzunehmen ist. In diesem Frequenzbereich ist auch der gemessene Zeitabstand zwischen dem Phasensignal der Maschine und dem Eintreffen des Wellenberges der Bodenschwingung etwas kleiner als normal. Bei der Frequenz 25/sec lag an diesem Aufstellungsort eine Resonanzstelle der Schwingmaschine.

b) Buckow: Der Untergrund dieses Untersuchungsgeländes bestand aus Sand und Lößlehm. Um die Maschine wurden in einem Halbkreis fünf radiale Profile gelegt. Die Registrierung der Bodenschwingung geschah mittels eines

im Geophysikalischen Institut in Göttingen konstruierten elektro-magnetischen Seismographen mit Fernregistrierung. Während die Maschine mit konstanter Tourenzahl lief, wurde der Seismograph von Meßpunkt zu Meßpunkt getragen.

Bei der Frequenz 10/sec nimmt die Amplitude monoton mit der Entfernung ab. Die ins Amplituden-Entfernungsdiagramm eingetragenen Meßwerte ließen sich durch eine glatte Kurve verbinden. Daraus ermittelte ich die Absorption.

Bei der Frequenz 15/sec traten Interferenzerscheinungen auf, was auf einen geschichteten Untergrund hindeutet. Um nun die Schwingungen in einer Schicht zu erhalten, löste ich die gemessenen Amplitudenkurven nach einem von G. A. Schulze, Göttingen [9 a], angegebenen Verfahren in die auf die beiden Schichten

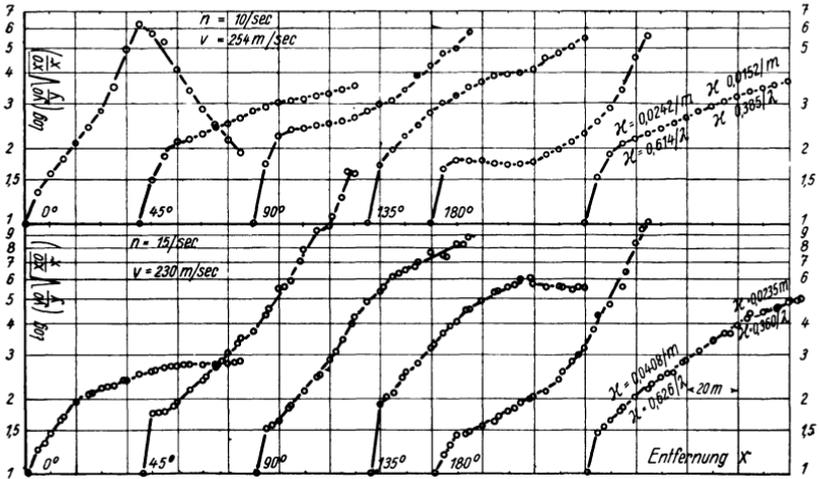


Fig. 5. Absorption von Maschinenschwingungen in verschiedenen Azimuten bei den Frequenzen 10/sec und 15/sec.

Beobachtungsort: Buckow. Untergrund: Sand. Die letzte (6.) Kurve wurde aus den gemittelten Amplituden berechnet

entfallenden Anteile auf. Für die obere Schicht wurde die Absorption berechnet. Dies habe ich für die einzelnen Profile durchgeführt. Ferner bildete ich aus den Amplituden, die auf allen Profilen in einer bestimmten Entfernung gemessen sind, den Mittelwert. Ich dividierte die Quadratsumme der Amplituden durch die Anzahl der Profile und zog daraus die Wurzel. Die Absorptionskurven längs der Profile (Fig. 5) sind, selbst wenn man von den ersten 6 m wegen ihrer Maschinennähe absieht, keineswegs Gerade. Die Absorption ändert sich sehr stark auf den Profilen. Beim Profil 0 wird der Koeffizient sogar negativ. Die Absorptionskurven der mittleren Amplituden bleiben jedoch in gewissen Entfernungsbereichen gerade Linien. Es ergibt sich bei den beiden Frequenzen 10/sec und 15/sec im Mittel der Absorptionskoeffizient $\kappa = 0,62/\lambda$. Dieser relativ hohe Wert ist der lockeren Überdeckungsschicht aus Sand zuzuschreiben.

An diesem Beispiel sieht man sehr gut, wie stark Inhomogenitäten im Boden auf die Absorption wirken und wie vorsichtig man sein muß bei der Bestimmung des Absorptionskoeffizienten aus Amplituden, die nur längs eines Profiles gemessen sind. Durch kleine örtliche Verschiedenheiten im Untergrund kann die Abnahme der Amplitude verstärkt oder geschwächt werden. Jedoch erfolgt die Absorption der über einen größeren Kreisbogen gemittelten Schwingweiten nach der Formel für flächenhafte Ausbreitung mit konstantem Absorptionskoeffizienten. Es scheint, daß die über Kreisringe integrierte Energie der Schwingung sich nur um den zwischen ihnen durch Reibung vernichteten Betrag unterscheidet, daß sie aber auf einem Kreisbogen nicht konstant zu sein braucht und sich deshalb nicht nur radial, sondern auch in anderen Richtungen ausbreitet. Durch die Inhomogenitäten des Bodens werden an einzelnen Stellen größere Energiemengen verschluckt. Durch seitlichen Zustrom wird dann die gleichmäßige Verteilung wieder angestrebt.

c) **Göttingen, Leinetal:** 1. Beschreibung des Versuchsgeländes. Die beiden oben erwähnten Institute führten 1934 im Göttinger Leinetal umfangreiche

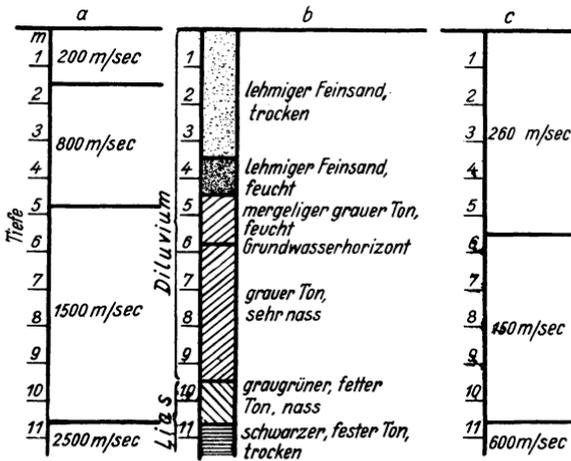


Fig. 6. Schichtung und elastische Eigenschaften des Untergrundes im Leinetal bei Göttingen.

- a ermittelt aus Tiefensprengungen senkrecht unter dem Erschütterungsmesser.
- b Ergebnis einer Bohrung bis 11 m und mehrerer Bohrungen bis 7 m.
- c ermittelt aus Geschwindigkeitsbeobachtungen, Interferenzerscheinungen und Aufzeichnungen von Sprengungen. (Nach R. Köhler [6])

Messungen durch. Es wurde dabei die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Bodenschwingungen und die damit zusammenhängenden Erscheinungen der Dispersion und der Interferenz untersucht. Die Ergebnisse sind von beiden gemeinsam veröffentlicht [6] worden. Fig. 6 ist aus dieser Arbeit entnommen. Sie zeigt die durch Bohrung festgestellten Untergrundverhältnisse. Bei der Frequenz

Am Standort II wurde die Maschine in eine Grube von 1.30 m, am Standort III in eine solche von 3.00 m Tiefe versenkt. In den Fig. 8 bis 10 sind einige Absorptionskurven der Profile eingetragen. Bei den Profilen, die Interferenzen zeigten,

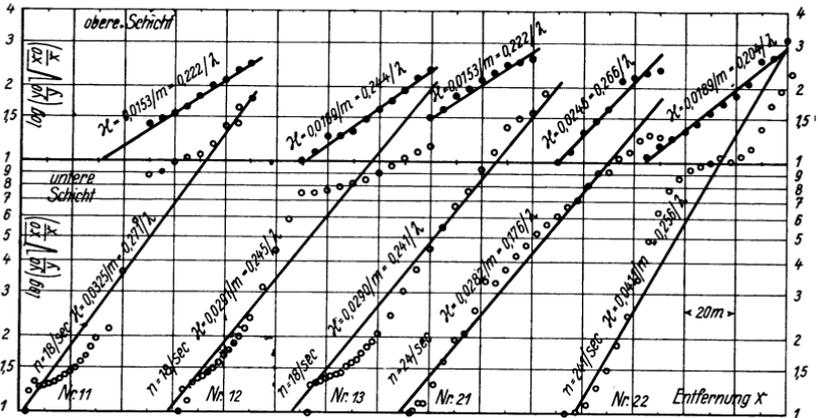


Fig. 9. Absorption von Maschinenschwingungen auf verschiedenen Maschinenständen, bei verschiedenen Frequenzen und in verschiedenen Azimuten (siehe Tabelle 3). Beobachtungsort: Göttingen, Leinetal. Untergrund: Ton, zweischichtig. Die Schwingungen verlaufen in der oberen und in der unteren Schicht (Interferenzen)

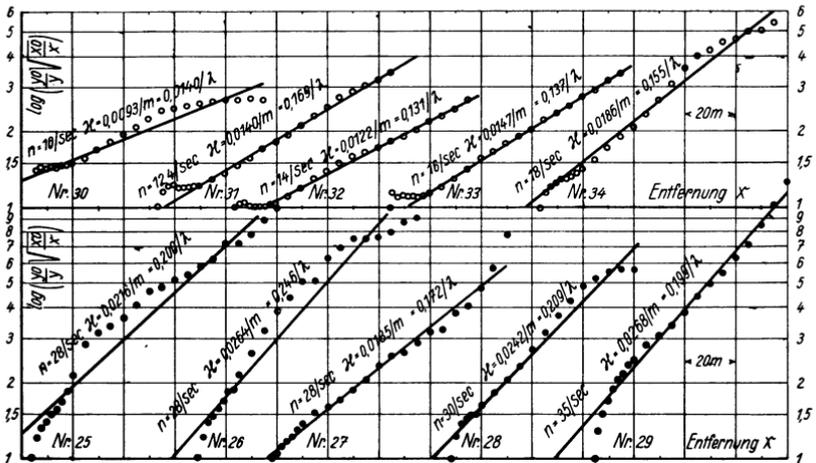


Fig. 10. Absorption von Maschinenschwingungen auf verschiedenen Maschinenständen, bei verschiedenen Frequenzen und in verschiedenen Azimuten (siehe Tabelle 3).

Beobachtungsort: Göttingen, Leinetal. Untergrund: Ton, zweischichtig.

Bei Profil Nr. 30 bis 34 verlaufen die Schwingungen in der unteren Schicht am Maschinenstand II. Bei Profil Nr. 25 bis 29 verlaufen die Schwingungen in der oberen Schicht am Maschinenstand I und III

wurden die beiden Teilamplituden in dieselbe Figur übereinander eingezeichnet. Die Kreisringe beziehen sich auf die obere, die ausgefüllten Scheibchen auf die untere Schicht.

Tabelle 3. Zusammenstellung der Meßergebnisse

Profil	Maschinenstandort	Richtung	Frequenz n/sec	Tiefere Schicht				Obere Schicht			
				v m/sec	λ		v m/sec	λ			
					m	z/m		m	z/m	z/λ	
1	III	N	6.0	150	25.0	0.0100	0.251				
2	III	N	7.0	150	21.4	0.0116	0.249				
3	III	N	7.2	150	20.8	0.0120	0.249				
4	III	N	8.0	150	18.8	0.0132	0.248				
5	III	N	9.0	150	16.7	0.0134	0.224				
6	III	N	10.1	150	14.8	0.0098	0.145				
7	I	NW	12.4	150	12.1	0.0192	0.232				
8	I	NE	12.4	150	12.1	0.0118	0.143				
9	I	N	12.4	150	12.1	0.0194	0.235				
10	I	E	12.4	150	12.1	0.0115	0.139				
11	I	NW	18.0	150	8.3	0.0325	0.271	260	14.4	0.0153	0.222
12	I	E	18.0	150	8.3	0.0291	0.243	260	14.4	0.0169	0.244
13	I	NE	18.0	150	8.3	0.0290	0.241	260	14.4	0.0153	0.222
14	III	SE	18.0	150	8.3	0.0309	0.257	260	14.4	0.0078	0.113
15	III	S	18.0	150	8.3	0.0302	0.252	260	14.4	0.0300	0.433
16	I	N	18.0	150	8.3	0.0284	0.236	260	14.4	0.0149	0.216
17	III	N	18.0	150	8.3	0.0178	0.148	260	14.4	0.0098	0.141
18	III	N	20.0	150	7.5	0.0365	0.274	260	13.0	0.0194	0.252
19	III	N	22.0	150	6.8	0.0346	0.236	260	11.8	0.0176	0.207
20	I	N	24.0	150	6.3	0.0284	0.177	260	10.8	0.0320	0.346
21	I	NE	24.0	150	6.3	0.0282	0.176	260	10.8	0.0246	0.266
22	I	NW	24.0	150	6.3	0.0411	0.256	260	10.8	0.0189	0.204
23	III	N	24.0	150	6.3	0.0404	0.252	260	10.8	0.0160	0.174
24	I	N	28.0					260	9.3	0.0217	0.202
25	I	E	28.0					260	9.3	0.0216	0.200
26	I	NW	28.0					260	9.3	0.0264	0.246
27	I	NE	28.0					260	9.3	0.0185	0.172
28	III	N	30.0					260	8.7	0.0242	0.209
29	III	N	35.0					260	7.4	0.0268	0.199
30	II	N	10.0	150	15.0	0.0093	0.140				
31	II	N	12.4	150	12.1	0.0140	0.169				
32	II	N	14.0	150	10.7	0.0122	0.131				
33	II	N	16.0	150	9.4	0.0147	0.137				
34	II	N	18.0	150	8.3	0.0186	0.155				

Tabelle 3 enthält eine Zusammenstellung der Ergebnisse. Irgendein Unterschied in den verschiedenen Richtungen ist nicht feststellbar. Ton und Lehm als Untergrund erweisen sich homogener als Sand. Die Kreise in den Figuren streuen wenig um die Geraden.

In Fig. 11 sind die Ausbreitungsgeschwindigkeiten, die für die Berechnung der Absorption pro Wellenlänge benutzt wurden, und die Absorptionskoeffizienten

κ/m und κ/λ in Abhängigkeit von der Frequenz eingetragen. Um die Darstellung etwas übersichtlicher zu gestalten, habe ich, wenn mehrere Profile mit derselben Frequenz gemessen worden waren, die Werte nicht auf die Ordinate der betreffenden Frequenz eingezeichnet, sondern habe sie rechts und links davon nebeneinanderliegend verteilt. Die Kreise beziehen sich auf die Maschinenstände I und III, die Kreuze auf Maschinenstand II.

Der Berechnung der Koeffizienten κ/λ für die kleinen Periodenzahlen legte ich nicht die gemessene Dispersionsgeschwindigkeit, sondern die Geschwindigkeit

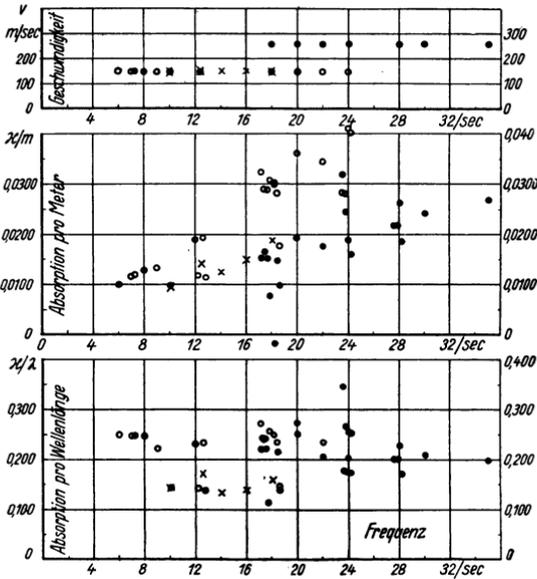


Fig. 11. Zusammenstellung der Meßergebnisse. Darstellung der Ausbreitungsgeschwindigkeit v , der Absorption pro m κ/m , und der Absorption pro Wellenlänge κ/λ , in Abhängigkeit von der Frequenz.

Beobachtungsort: Göttingen, Leinetal. Untergrund: Ton, zweischichtig.

- = Maschinenstand I und III, Schwingung in der unteren Schicht.
- = Maschinenstand I und III, Schwingung in der oberen Schicht.
- × = Maschinenstand II, Schwingung in der unteren Schicht.

des feuchten Tons zugrunde. Die Berechtigung zu dieser Annahme liefert nur das damit erhaltene Ergebnis. Eine exakte Begründung läßt sich, wie bei allen Dispersionserscheinungen, nicht angeben. Es lassen sich nur Vermutungen anstellen. Ich werde hierauf nochmals später zurückkommen.

3. Meßergebnisse. Die Eigenfrequenz der zweiten Schicht liegt, wie mit der Schwingmaschine und durch Sprengungen festgestellt wurde, bei $n = 11,5/\text{sec}$. Bei der Absorption macht sich die Eigenschwingzahl des Bodens dadurch bemerkbar, daß in einem kleinen Frequenzbereich um diese die Bodenschwingungen sehr

viel weniger gedämpft werden. Wir haben dies bereits bei den Messungen in der Tongrube gesehen. Bei diesem Beispiel tritt die gleiche Erscheinung im Bereich zwischen $n = 9.0/\text{sec}$ und $n = 12.4/\text{sec}$ auf.

Von der Frequenz $n = 18/\text{sec}$ an zeigen die Amplituden-Entfernungskurven Interferenzen. Bis dahin war wenigstens für die Absorption die tiefere, feuchte Schicht diejenige, die die Schwingungen allein leitete. Bei den höheren Periodenzahlen und kürzeren Wellenlängen führt dann auch die oberste 5.50 m mächtige Schicht ihre eigene Welle. Von $n = 18/\text{sec}$ bis $n = 24/\text{sec}$ bilden sich in beiden Schichten Schwingungen aus. Sie laufen gleichzeitig übereinander her und überlagern sich. Es entstehen die Interferenzkurven. Ich habe diese wieder in ihre Bestandteile zerlegt. In der Mehrzahl der Fälle liegen die Absorptionsgeraden so, daß die Koeffizienten κ/λ für beide Wellen annähernd gleich sind, der Absorptionskoeffizient für die obere Schicht ist jedoch immer etwas kleiner. Bei der Vermessung der Profile 17 und 18 sind die normalen Bodenverhältnisse durch einen vorher niedergegangenen Regen etwas geändert worden. In einer Reihe von Fällen stimmen die Absorptionskoeffizienten für die obere und zum Teil auch für die untere Schicht sehr schlecht. Es sind dies die Profile, bei denen die Meßpunkte sich gut an die Geraden anpassen und nicht den typischen Verlauf des ersten und zweiten Profils der Fig. 9 mit dem steilen Anstieg und dem Knick in der Mitte haben. Bei diesen scheint die Energie besonders gut zwischen den Schichten hin und her zu wechseln. Sieht man von den ersten Meßpunkten ab, so verläuft die Verbindungslinie der Kreise erst ein kurzes Stück flach und steigt dann bis zum Knick rasch an. Dies bedeutet, daß zunächst Energie von der Maschine in die tiefere Tonschicht gestrahlt wird. In 15 bis 20 m Entfernung ist sie in Überschuß in ihr vorhanden und wird dann an die benachbarten Schichten wieder abgegeben, was sich in der starken Zunahme der Absorption äußert. In diesem Abschnitt steigt die Amplitude der Sandschicht bis zu einem Maximum an. Dies wird da erreicht, wo die Meßpunkte der unteren Hälfte der Abbildung den Knick machen. Von da ab breitet sich die obere Welle mit der Geschwindigkeit $v = 260 \text{ m/sec}$ selbständig nach den Absorptionsgesetzen, die für ihre Schicht gelten, aus. Im feuchten Ton wird zunächst, da die Ausstrahlung nach oben aufhört, die Absorption geringer und strebt dann allmählich wieder dem normalen Wert zu. Von den Amplitudenwerten für die obere Schicht habe ich erst die nach dem Maximum folgenden eingetragen, da von ihm ab die normale Ausbreitung erst beginnt.

Bei den Profilen, auf denen abweichende Absorptionskoeffizienten gemessen sind, scheint irgendwie der Übergang der Energie von einer Schicht zur anderen nicht so gut zu sein. Dies wird vor allem dann der Fall sein, wenn die Absorptionskoeffizienten bei beiden abweichen. Da oftmals die Profile für die obere Schicht sehr kurz sind, kann dadurch leicht ein falscher Wert für die Absorption abgeleitet werden. Es ist überhaupt erstaunlich, daß die Werte trotz des langen Weges, der zu ihrer Ableitung beschritten werden muß, noch so wenig streuen. Die einzelnen Schirte sind: Abmessen der Amplituden auf dem Film und zeichnen der Interferenzkurven, auflösen derselben in die beiden Teilwellen, eintragen der Quotienten

$\frac{y_0}{y} \sqrt{\frac{x_0}{x}}$ in das logarithmische Diagramm und einzeichnen der Absorptionsgeraden.

Bei allen Schritten sind zufällige und subjektive Fehler möglich. Ferner muß man noch bedenken, daß der Boden kein ideal einheitliches Versuchsgelände ist.

Bei den Frequenzen 28/sec, 30/sec und 35/sec tritt in der Hauptsache nur die Schwingung in der Sandschicht in Erscheinung. Die Koeffizienten κ/λ sind dieselben, die auch schon für diese Schicht aus den Periodenzahlen 18/sec bis 24/sec bestimmt wurden. Im Mittel ist $\kappa = 0.215/\lambda$. Es scheint jedoch so, als ob die Absorption mit wachsender Frequenz abnimmt. Dies läßt sich sehr leicht erklären. Bei den kurzen Wellenlängen greift die Schwingung nicht so tief, es schwingen also geringere Massen mit. Daher wird auch der Verlust an Energie kleiner. Für die Tonschicht beträgt im Mittel die Absorption $\kappa = 0.251/\lambda$. Da in diesem Material die Schwingung nach oben und nach unten ausstrahlt, muß dieser Wert auch etwas größer ausfallen als der erstere. An Maschinenstand II wurde die Absorption zu $\kappa = 0.146/\lambda$ gemessen. Hier liegt der feuchte Ton einige Meter höher als am Standort I.

d) Folgerungen aus den Meßergebnissen. Die vorstehend behandelten Absorptionsmessungen zeigen klar und eindeutig, daß es gelingt, aus ihnen einen Absorptionskoeffizienten κ/λ abzuleiten, der unabhängig von den Bestimmungsgrößen der Schwingung ist und der daher ein Maß für das unelastische Verhalten des Untergrundes ist. Sie zeigen auch, daß die Absorptionskoeffizienten κ/m von der Frequenz und von der Geschwindigkeit und nur von diesen abhängt. Weiterhin liefern sie auch noch wertvolle und wichtige Erkenntnisse über das Wesen der Absorption und damit über die Ausbreitung von Schwingungen im Boden allgemein.

1. Ausbreitung und Absorption von Bodenschwingungen. Sinusförmige elastische Wellen breiten sich im Untergrund immer flächenhaft in horizontaler Richtung aus. Die oberste Erdkruste ist so reich gegliedert, daß die Mächtigkeit von elastisch einheitlich wirkenden Schichten in der Größenordnung der Wellenlänge der Schwingungen liegt. Die Energie strömt von der Maschine in die Schicht, deren Eigenfrequenz der Sendefrequenz am nächsten liegt, und nicht, wie ich im ersten Abschnitt der Arbeit äußerte, in alle Schichten. Bei niedriger Periodenzahl liegt diese meist in größerer, bei höherer in geringerer Tiefe. In ihr breitet sich die Schwingung mit der dem Material eigenen Geschwindigkeit aus. Dabei dringt auch Energie durch die Grenzflächen in die Nachbarschichten ein und zwingt diese im gleichen Rhythmus mitzuschwingen. Je nach der Größe des Unterschiedes der elastischen Eigenschaften wird die Abstrahlung durch die Grenzflächen größer oder kleiner sein. In schallhärteren Schichten wird sie einen geringeren Betrag haben als in weicheren. Das Nachbarmaterial wird, wie schon erwähnt, gezwungen, im gleichen Takte mitzuschwingen. Die Anregung dazu erhält es nicht direkt vom Erregerzentrum, sondern erst indirekt über die die Erschütterung leitende Schicht. Die Absorptionskoeffizienten κ/λ geben deshalb auch nicht an, wie groß der Energie-

verlust in dieser Schicht allein, sondern wie groß er im gesamten von der Schwingung erfaßten Untergrund ist. Wird die Schwingung bei einer zweiten Frequenz von einem anderen Material geführt, so bleibt der Absorptionskoeffizient κ/λ derselbe, sofern natürlich die Schwingung bis in die gleiche Tiefe reicht. Da bei kleinen Wellenlängen die Erschütterungen nicht so tief greifen, ist zu erwarten, daß die Absorption mit der Periodenzahl abnimmt. Dieser Effekt ist aber nicht groß.

An dieser Stelle möchte ich nochmals eingehend erwähnen, daß die Absorption nicht, wie es nach den bisherigen Ausführungen vielleicht scheinen möchte, allein von dem Energieverlust im Boden abhängt. Daraus wäre zu folgern, daß bei tiefgreifenden Wellen die Absorption groß sein müßte. Dies widerspricht der Erfahrung. Die Absorption wird aus dem Verhältnis zweier Amplituden berechnet und ist deshalb nur ein relatives Maß. Bei der Ableitung der Formeln im ersten Abschnitt wurde der Absorptionskoeffizient als Quotient aus der durch innere Reibung vernichteten Energie zur gesamten im Schwingungssystem vorhandenen definiert. Bei kleinem κ/λ wird also nicht absolut, sondern nur relativ wenig Energie verzehrt. Bei der weiteren Verfolgung dieses Gedankenganges kommt man wieder zu dem Schluß, daß nur die Koeffizienten κ/λ physikalischen Sinn haben können, denn bei Schwingungen ist der Vergleich von Energien nur dann möglich, wenn diese über ganze Perioden summiert werden.

Wir haben gesehen, daß die Schwingungen in einem bestimmten Frequenzbereich von der einen, in dem anderen von einer zweiten Schicht geführt werden. Die Führung wird jedoch nicht schroff bei einer bestimmten Schwingzahl von der einen an die benachbarte abgetreten. Der Übergang vollzieht sich allmählich. Innerhalb eines bestimmten Frequenzbereiches bilden sich in beiden Schwingungen aus, die sich gegenseitig auch hinsichtlich der Absorption nicht beeinflussen. Beide Wellen breiten sich mit der Geschwindigkeit und nach dem Absorptionsgesetz des Führungsmaterials aus. Die Absorption pro Wellenlänge ist bei beiden dieselbe. Dadurch, daß die einzelnen Schichten ihre Schwingungen den benachbarten aufzwingen, entstehen die Interferenzen.

2. *Dispersion und Absorption von Bodenschwingungen.* Über das Wesen und die Gesetzmäßigkeiten der Dispersion bestehen noch manche Unklarheiten, vor allem wegen der Mannigfaltigkeit und Vieldeutigkeit der Erscheinung (siehe [6], [8] und [9]). Man weiß jedoch, daß die Dispersionswellen sich in einem zweischichtigen Untergrund mit einer einheitlichen, aber von der Frequenz abhängigen Geschwindigkeit c ausbreiten, welche weder gleich der Geschwindigkeit c_1 der oberen, noch gleich c_2 der unteren Schicht ist. Nur für sehr kleine Wellenlängen wird $c = c_1$ und für große $c = c_2$. (Klein und groß gegenüber der Dicke der oberen Schicht.) Wenn man die Absorptionskoeffizienten pro Wellenlänge der Dispersionschwingung berechnet, so zeigen diese dieselbe Abhängigkeit von der Frequenz wie die Geschwindigkeit. Für den Fall der Messungen im Göttinger Leinetal müßte dann die Absorption mit abnehmender Periodenzahl rasch zunehmen. Dies erscheint mir jedoch sehr unwahrscheinlich. Wollte man es mit dem Tiefergreifen der Schwingungen erklären, so kämen bei den kleinen Frequenzen

unglaubliche Tiefen in Betracht. Wie Fig. 11 zeigt, habe ich zur Berechnung der Koeffizienten κ/λ nicht die Dispersionsgeschwindigkeit, sondern die Geschwindigkeit des feuchten Tons eingesetzt und damit richtige Ergebnisse erzielt. Nur der Erfolg rechtfertigt zunächst die willkürliche Annahme. Bei den Erklärungsversuchen der Dispersionserscheinungen konnten bisher auch immer nur ähnliche Verfahren angewandt werden. Vielleicht gelingt es später, wenn das Wesen der Dispersion geklärt ist, das zunächst widerspruchsvoll erscheinende Verhalten der Absorption zu begründen.

3. Eigenperioden des Untergrundes und Absorption von Bodenschwingungen. Von den ausgewerteten Messungen zeigen zwei (Tongrube und Leinetal) ganz deutlich den Einfluß der Eigenperiode der die Welle führenden Schicht auf die Absorption. In der Resonanz sinkt diese weit unter die Hälfte ihres normalen Betrages. Dasselbe stellte bereits R. Köhler [11] auf dem Göttinger Untergrund fest. Er schreibt: „So errechnet sich z. B. aus Resonanzkurven im Leinetal und an der Erdbebenstation für die Periode 0.90 sec ein viermal größerer Absorptionskoeffizient als für die Periode 0.34 sec, die Eigenperiode des Untergrundes an der Erdbebenstation.“ In der Resonanz müssen die Energieverluste in der betreffenden Schicht sehr gering sein.

4. Einfluß des Untergrundes auf die Absorption. Die beiden Absorptionskoeffizienten, die an den Maschinenständen I und II im Leinetal gemessen wurden, unterscheiden sich sehr stark. Die Schichtenfolge, die Ausbreitungsgeschwindigkeit und die Dispersion sind bei beiden gleich, nur Interferenzen sind beim letzteren nicht festgestellt worden. Bei ihm liegen die Tonschichten nicht so tief. Der feuchte Ton beginnt bei 3.5 m, der schwarze, trockene bei 4.5 m Tiefe. Infolge der geringen Mächtigkeit der sandigen Überdeckung treten Interferenzen sicher erst bei höheren Periodenzahlen auf. Durch das Aufsteigen der Tonschichten wird von den Schwingungen an Stelle von Sand mehr fester Ton erfaßt. Daraus erklärt sich die starke Abnahme der Absorption vom Maschinenstand I nach Maschinenstand II. Ebenso groß ist auch der Sprung zwischen Leinetal und Tongrube. Dort steht in großer Mächtigkeit brauner Liaston an. Irgendwelche Materialunterschiede im Untergrund äußern sich sofort in den Absorptionskoeffizienten.

5. Sinn und Bedeutung des Absorptionskoeffizienten. Im ersten Abschnitt habe ich bei der theoretischen Ableitung der Ausbreitungsformeln die Faktoren aufgezählt, die die Absorption bewirken. Es waren dies die Verluste, die durch innere Reibung in der die Schwingung führenden Schicht und durch die Ausstrahlung in die Nachbarschichten entstehen. Diese Anschauung ist auch vollkommen richtig. Ich möchte jedoch noch eine andere Deutung vorschlagen, die mir treffender und für die Anwendung der Absorption auf Bodenuntersuchungen geeigneter erscheint. Wir haben gesehen, daß die Absorption pro Wellenlänge konstant und unabhängig davon ist, welche Schicht die Welle führt, welche Frequenz die Schwingung hat und mit welcher Geschwindigkeit sie sich ausbreitet. Der Koeffizient κ/λ gibt immer nur an, wie groß der Energieverlust in dem gesamten,

von der Schwingung erfaßten Untergrund ist. Er ist also ein Maß für das unelastische Verhalten nicht nur einer, sondern aller schwingenden Schichten und ist somit eine charakteristische Bestimmungsgröße des Bodens. A. Ramspeck [6] äußert, daß auch die Absorption als Kennziffer für den Untergrund, ebenso wie die Ausbreitungsgeschwindigkeit oder die Eigenschwingzahl desselben, eingeführt werden könnte, daß jedoch hierüber noch keine systematischen Versuche angestellt seien. Bei der allgemein üblichen Berechnung der Absorption aus zwei meist noch ungünstigen Amplituden erhielt man Koeffizienten κ/m , die sich um Vielfache ihres Betrages unterschieden. Dagegen liefert die in dieser Arbeit angewandte Methode diejenigen Koeffizienten κ/λ , die bei einem einigermaßen einheitlichen Untergrund wenig streuen und die geeignet sind, als charakteristische Kennziffer des Bodens eingeführt zu werden. Ich glaube, daß die Absorption, ausgedrückt in den Zahlen κ/λ , in ihrer Bedeutung für die Baugrundforschung in keiner Weise den anderen Bestimmungsgrößen nachsteht. Während die Ausbreitungsgeschwindigkeit sowohl wie die Eigenschwingzahl nur eine Schicht charakterisieren, erfaßt die Absorption gleich den gesamten Untergrund. Dies ist ihr wesentlicher Vorteil.

Die im zweiten und dritten Abschnitt angeführten Beispiele umspannen den ganzen Frequenzbereich, in welchem Maschinenschwingungen auftreten. Alle bestätigen die Theorie des ersten Abschnitts. Im nächsten werde ich noch zeigen, daß man die Ausbreitungsformeln auch auf Oberflächenwellen von Erdbeben anwenden darf und richtige Koeffizienten κ/λ erhält. Die Formeln gelten also allgemein.

Die Messungen, die ich als Beispiel angeführt habe, habe ich nicht eigens dafür ausgesucht, sondern habe alle mir zugänglichen verwendet. Die Buckower Untersuchung ist wegen des stark veränderlichen Untergrundes in jeder Hinsicht kein Paradebeispiel für eine Baugrundforschung. Ich habe sie jedoch angeführt, um daran zu zeigen, was man auch auf inhomogenem Gelände von der Absorption erwarten darf.

6. *Praktische Ermittlung des Absorptionskoeffizienten.* Einen Nachteil hat die Bestimmung der Absorption für die Praxis. Die Ableitung der Koeffizienten κ/λ ist jedenfalls in der Art, wie ich sie durchgeführt habe, zu umständlich. Die Berechnung der Quotienten $\frac{y_0}{y} \sqrt{\frac{x_0}{x}}$ nimmt zu viel Zeit in Anspruch. Verzichtet man etwas auf die übliche Darstellungsform, so kann man auch diesen Prozeß beschleunigen. Die beiden Größen x_0 und y_0 können willkürlich gewählt werden. Sie bewirken nur eine Parallelverschiebung der Absorptionsgeraden. Ich habe x_0 und y_0 immer so gewählt, daß der Quotient $\frac{y_0}{y} \sqrt{\frac{x_0}{x}}$ für den ersten Meßpunkt 1 wurde und daß der Bruch x/x_0 im Kopfe auszurechnen war. Einfacher wird die Rechnung, wenn man von Gleichung (15) ausgeht. Sie lautet:

$$2.3 \log_{10} \frac{y}{y_0} \sqrt{\frac{x}{x_0}} = - \kappa (x - x_0).$$

Für x_0 und y_0 kann man 1 oder eine andere passende Zahl wählen. $y \cdot \sqrt{x}$ läßt sich leicht auf dem Rechenschieber berechnen. In diesem Falle wird nur der Winkel, den die Absorptionsgerade mit der x -Achse bildet, größer als 90° , aber κ/λ läßt sich dann ebenso schnell wie die Geschwindigkeit aus den Aufzeichnungen ableiten. Bei Interferenzen dauert die Ermittlung der Absorption allerdings etwas länger.

In den vorstehenden Abschnitten der Arbeit habe ich die Ableitung des Absorptionskoeffizienten κ/λ gebracht und an praktischen Messungen seinen physikalischen Sinn und seine Bedeutung für die Bodenforschung dargelegt. In den nächsten will ich den Zusammenhang zwischen der Absorption und der Dämpfung freier Eigenschwingungen aufzeigen. Es handelt sich dabei um Eigenschwingungen von Stäben und von Bodenschichten, die bei Stößen und Sprengungen angeregt werden.

IV. Absorption von Erdbebenwellen und Ableitung des Zusammenhanges zwischen der Absorption von Bodenschwingungen und der Dämpfung von Stabschwingungen

G. Angenheister [11] hat aus den Aufzeichnungen von neun Erdbeben den Absorptionskoeffizienten κ/km für die Oberflächenwellen, die den Maschinenschwingungen sehr ähnlich sind, berechnet. Er findet Werte zwischen $\kappa = 0.00018$ und $\kappa = 0.00039/\text{km}$. Als Mittelwert ergibt sich $\kappa = 0.00031/\text{km}$.

Ich habe aus den von Angenheister angegebenen Werten für die Periode und für die Geschwindigkeit der Wellen und aus der Absorption pro km die Absorption pro Wellenlänge berechnet. Alle Zahlenangaben sind in Tabelle 4 zusammengestellt.

Tabelle 4

Periode sec	Geschwindigkeit km/sec	Absorptionskoeffizient	
		κ/km	κ/λ
20	3.6	0.00038	0.027
20	3.7	0.00021	0.016
25	3.4	0.00039	0.033
30	3.4	0.00039	0.040
17	3.0	0.00026	0.013
20	3.4	0.00034	0.023
20	3.37	0.00037	0.025
18	4.6	0.00028	0.023
20	3.4	0.00018	0.012

Mittel: 0.023

W. Regula [13] hat in seiner Dissertation Gesteinsproben aus Granit, Schiefer, Marmor auf ihre elastischen Konstanten untersucht. Dabei hat er auch die Dämpfung der Stäbe bei der freien Schwingung aus dem Verhältnis zweier Amplituden und bei der erzwungenen Schwingung aus der Resonanzkurve ermittelt. Das Dämpfungsverhältnis ε^2 (das ist das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Amplituden nach der gleichen Seite) ist für die benutzten Gesteine annähernd gleich groß gefunden worden. Es schwankt zwischen den Werten $\varepsilon^2 = 1.012 : 1$ und $\varepsilon^2 = 1.040 : 1$. Als Mittelwert kann $\varepsilon^2 = 1.027 : 1$ angenommen werden.

Regula hat sowohl bei Torsion wie bei Biegung mit der Grundschwingung gearbeitet. Diese ist eine stehende Welle mit einem Knoten an der Klemmstelle und einem Schwingungsbauch am freien Ende des Stabes. Die Schwingungsenergie sitzt beim Durchgang durch die Ruhelage in Form von kinetischer Energie hauptsächlich im freien Ende, während sie in den Umkehrpunkten als potentielle Energie im wesentlichen an der Klemmstelle sich einfindet. Sie wandert während einer Periode zweimal im Stabe hin und her. Sie wird sozusagen an den Enden reflektiert. Bei der Bodenschwingung haben wir es mit einer fortschreitenden Welle zu tun. Die Energie fließt immer in einer Richtung. Stehende Wellen entstehen durch Überlagerung zweier fortschreitender Wellen. Der Abstand zwischen einem Knoten und dem nächsten Bauch ist $\lambda/4$. Die Energie legt bei der Stabschwingung während einer Periode viermal die Stablänge zurück. Dieser Weg entspricht einer Wellenlänge bei der fortschreitenden Welle. Demnach müssen bei der freien Eigenschwingung der Gesteinsproben sich zwei um eine Periode auseinanderliegende Amplituden ebenso verhalten wie zwei Amplituden bei den Maschinenschwingungen, die den Abstand einer Wellenlänge haben, wenn man die Ausbreitung auf Zylindermänteln bereits berücksichtigt hat.

$$\varepsilon^2 : 1 = e^{-\kappa \frac{x}{\lambda}} : e^{-\kappa \frac{x+\lambda}{\lambda}} \dots \dots \dots (23)$$

$$\varepsilon^2 = e^\alpha \dots \dots \dots (24)$$

$$\ln \varepsilon^2 = \alpha = \kappa \dots \dots \dots (25)$$

α bedeutet hierbei das logarithmische Dekrement.

Da κ meist eine kleine Zahl ist, kann man schreiben:

$$\varepsilon^2 = 1 + \kappa \dots \dots \dots (26)$$

Zum Beweise obiger Überlegung möchte ich noch eine Feststellung erwähnen, die ich bei den Untersuchungen von Stäben zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls machte. Ich regte Stäbe aus Eschenholz und Stahl zu ihrer Eigenschwingung an, als sie sowohl einseitig geklemmt, wie an beiden Enden unterstützt waren. Beim geklemmten Stab entspricht die Stablänge einem Viertel der Wellenlänge, während sie beim unterstützten Stab, da an beiden Enden Knoten liegen, die Hälfte derselben beträgt. Die gemessenen Dämpfungsverhältnisse bei beiden Schwingungsarten verhalten sich in Übereinstimmung mit der Theorie wie 1 : 2.

Setzt man die oben für die Absorption von Erdbebenwellen (κ) und für das Dämpfungsverhältnis von Gesteinsproben (ε^2) angegebenen Werte in Gleichung (24) und (25) ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 &= 1.027, & \kappa &= 0.023/\lambda, \\ 1 + \kappa &= 1.023. & \ln \varepsilon^2 &= 0.027 \end{aligned}$$

Die Übereinstimmung der Zahlen ist gut. Die von Regula untersuchten Gesteine sind auch wesentlich am Aufbau unseres Kontinents beteiligt. Damit dürfte die Beziehung zwischen der Absorption und der Dämpfung bewiesen sein.

V. Der Zusammenhang zwischen der Absorption erzwungener und der Dämpfung freier Bodenschwingungen

Die Existenz freier Eigenschwingungen von Bodenschichten wurde von R. Köhler in einer Reihe von Untersuchungen und Arbeiten [10], [7], [6], [12] nachgewiesen. Bei der Anregung des Untergrundes zu erzwungenen Schwingungen verschiedener Frequenz durch Maschinen steigen die Amplituden bei den Eigenfrequenzen der Schichten stark an. Die Amplituden-Frequenzdiagramme weisen bei ihr Resonanzmaxima auf. Der Einfluß der Eigenschwingungen auf die Absorption wurde im vorstehenden dritten Abschnitt gezeigt. Weiterhin gelingt es auch, diese Schwingungen durch Stoß anzuregen und frei ausschlagen zu lassen. Auf geschichtetem Untergrund treten am Schluß der Seismogramme von kleinen Sprengungen wenig gedämpft ausklingende Schwingungen konstanter Frequenz auf. Im Leinetal bei Göttingen (siehe IIIc) stellte Köhler fest, daß diese dort die Frequenz $n = 11.8/\text{sec}$ haben. Sie breiten sich mit der sehr kleinen Geschwindigkeit von $v = 83 \text{ m/sec}$ aus und sind als Oberschwingung der unten als festgehalten zu denkenden, nassen Tonschicht anzusehen. (Dicke der Schicht $d = \frac{3}{4} \lambda$.)

Die Eigenschwingungen kommen jedoch nicht in jedem Seismogramm sauber zur Ausbildung. Bei kleinen Ladungen wird die Schicht überhaupt nicht angestoßen, bei großen werden mehrere gleichzeitig erregt. Die Aufzeichnungen zeigen dann am Schluß Überlagerungen und Schwebungen. Die günstigste Ladung des Schusses, bei der nur eine Schicht anfängt zu schwingen, ist allerdings von Fall zu Fall verschieden. Desgleichen gibt es auch einen günstigen Entfernungsbereich, in welchem die Schwingungen ungestört beobachtet werden können. Bei nahem Abstand Schußpunkt—Beobachtungspunkt sind sie noch nicht von den übrigen noch auftretenden Perioden genügend getrennt. Bei großen Entfernungen dagegen sind sie entweder bereits zu klein oder sie kommen infolge größerer Ladung nicht mehr allein vor.

R. Köhler und H. K. Müller [14] haben bei Sprengungen aus den ausklingenden Amplituden am festen Ort das Dämpfungsverhältnis ε (Verhältnis zweier nach verschiedenen Seiten aufeinanderfolgenden Amplituden) berechnet. Desgleichen konnte Köhler ε aus den Resonanzmaxima bei den erzwungenen Schwingungen bestimmen. Er erhielt übereinstimmende Ergebnisse aus Sprengungen und Maschinenschwingungen. Ich habe dazu noch aus einer Reihe anderer Sprengungen das Dämpfungsverhältnis berechnet und in Tabelle 5 alle Werte zusammengestellt.

Da es sich bei den Perioden am Ende der Seismogramme um freie, gedämpfte Eigenschwingungen handelt, lassen sich die gleichen Überlegungen, die im vorhergehenden Abschnitt bei den Stabschwingungen dargelegt sind, auch hierauf übertragen. Zwischen der Absorption und der Dämpfung besteht der Zusammenhang:

$$\varepsilon^2 = e^{\alpha}. \quad \alpha = \kappa.$$

Zum Vergleich habe ich in die Tabelle auch die Werte e^* aufgenommen, die aus fortschreitenden Maschinenschwingungen, gemessen an benachbarten Orten, gewonnen wurden.

Tabelle 5

Name	Versuchsgelände	Untergrund	Bestimmung von ε^2 aus	Komponente	ε^2	e^*
Köhler	Leinetal	Ton	Resonanz	$Z + H$	1.32	1.29
"	"	"	Sprengung	$Z + H$	1.25—1.37	1.29
"	Erdbebenstation	Muschelkalk	Resonanz	H	1.21—2.25	
Müller	"	"	Sprengung	Z	1.38	
"	"	"	"	H	1.35	
"	Harste	Ton	"	Z	1.33	
"	"	"	"	H	1.27	
	Tongrube	"	Resonanz	Z	1.39—1.52 (1.43)	1.40—1.45 (1.42)
	"	"	Sprengung	$Z + H$	1.33—1.56 (1.43)	1.40—1.45 (1.42)
	Buckow	Sand, Ton	"	$Z + H$	1.56—2.15 (1.90)	1.86 1.86
	Werrahaus	Sand, Kies Ton, Lehm	"	$Z + H$	1.20—1.60 (1.43)	

Die Zahlen in Klammern sind die Mittelwerte.

Es ist erstaunlich, daß in allen Fällen die Übereinstimmung zwischen ε^2 und e^* so gut ist. Einerseits bildet die Eigenfrequenz des Bodens eine Ausnahme bei den erzwungenen Schwingungen. Sie werden weniger absorbiert als die anderen Frequenzen. Andererseits wieder besitzen nach Köhler die freien Schwingungen eine geringere Ausbreitungsgeschwindigkeit als die erzwungenen, haben also kürzere Wellenlängen. Diese Argumente sind jedoch nicht ganz stichhaltig, da die beiden Absorptionszahlen ihrem Wesen nach etwas Verschiedenes aussagen.

Bei den Maschinenschwingungen wird die Amplitude am Erregungszentrum durch die Maschine stets konstant gehalten. Bei Sprengungen wird dagegen dem schwingenden Erregerblock nur einmal bei der Explosion ein Impuls gegeben. Die durch Reibung und Ausstrahlung verloren gehende Energie wird nicht ersetzt. Die Amplitudenabnahme bei Sprengungen ist also sowohl durch die Reibung, wie durch die Ausstrahlung am Sprengort bedingt. Es scheint, daß das Verhältnis der ausgestrahlten Energie zur gesamten Energie des angeregten Blockes, wie zu der durch Reibung vernichteten Energie sehr gering ist. Die Absorption auf dem Wege der Wellen von der Sprengstelle zum Beobachtungsort spielt keine Rolle, da sie ja für jede einzelne Schwingung verhältnismäßig ist. Demnach gibt der Koeffizient ε aus Maschinenschwingungen nur an, wie groß bei der Ausbreitung erzwungener Schwingungen die durch innere Reibung auf dem Wege von der Maschine zum Beobachtungsort vernichtete Energie ist, während die Zahl ε^2 , sowohl aus Sprengungen wie aus Maschinenschwingungen, ein Maß für das Verhältnis der am Erregungsort in dem zur Eigenschwingung angeregten Schichtenblock pro Schwingung weggedämpften zur gesamten Energie des Systems ist. In beiden Fällen beschreiben die Werte für die Absorption nicht, obwohl der Schwingungs-

vorgang nur von einer Schicht geleitet wird, diese allein, sondern das ganze schwingende Schichtenpaket. ϵ^x und ϵ^z können nur auf einem einheitlichen Versuchsgelände übereinstimmen.

Aus den vorliegenden Beispielen folgt unzweideutig die Richtigkeit der Behauptung, daß die Absorption pro Wellenlänge nur von der Beschaffenheit des Untergrundes abhängig ist und daß sie deshalb als eine charakteristische Konstante desselben gelten darf. Aus dem verwendeten Material können jedoch noch keine Einzelheiten über die verschiedenen Bodensorten abgeleitet werden. Dazu bedarf es noch einer sorgfältigen, systematischen Auswertung einer großen Zahl von Untersuchungen. Ich glaube, daß eine solche Auswertung sich als sehr fruchtbringend für die moderne Baugrundforschung auswirken wird, sofern auch noch Laboratoriumsuntersuchungen an Proben zum Vergleich herangezogen werden. Der Absorptionskoeffizient steht sicher in einem engen Verhältnis zur Tragfähigkeit und zur Setzung eines Geländes, zumal ja die Absorption nicht allein von einer, sondern von allen Schichten abhängig ist.

Es ist sehr von Bedeutung, daß es gelingt, die Absorptionskoeffizienten nicht nur aus Maschinenprofilen, sondern auch, wie nachgewiesen, aus der Resonanzüberhöhung und auch aus der Dämpfung von Eigenschwingungen des Bodens und selbst an Proben im Laboratorium abzuleiten. Dadurch ist die Möglichkeit gegeben, an allen Orten auf die eine oder andere Methode Absorptionsbestimmungen durchzuführen.

Zusammenfassung

In den bisher veröffentlichten Arbeiten über Absorption wurden die Absorptionskoeffizienten nach den bekannten Ausbreitungsformeln von sinusförmigen Bodenschwingungen berechnet. Die Entfernungen wurden hierbei immer in Meter angegeben. Die so ermittelten Absorptionskoeffizienten waren stark von der Frequenz und der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schwingung abhängig. Der Einfluß dieser beiden auf die Koeffizienten verschwindet, wenn man in den Formeln die Entfernungen x nicht in Meter, sondern in Einheiten einer Wellenlänge einsetzt. Die dann erhaltenen Werte κ/λ sind, wie an theoretischen Ableitungen und praktischen Messungen gezeigt wurde, von den Daten der Schwingung unabhängig. Sie werden nur von der Beschaffenheit des Bodens, durch den die Welle läuft, bestimmt. Diese Absorptionskoeffizienten können daher als eine charakteristische Konstante desselben angesehen werden. Aus den verwerteten Messungen ergaben sich noch weitere wichtige Erkenntnisse:

1. Maschinenschwingungen breiten sich flächenhaft aus.
2. Die Absorptionskoeffizienten werden nicht allein von der die Schwingung führenden Schicht, sondern vom ganzen schwingenden Untergrund bestimmt. Breiten sich im geschichteten Untergrund gleichzeitig in zwei Schichten Wellen aus, so gilt für beide derselbe Absorptionskoeffizient.
3. Bodenschwingungen, deren Frequenz den Eigenfrequenzen des Untergrundes benachbart sind, werden bedeutend weniger absorbiert als die übrigen.

Die Absorption von Bodenschwingungen steht in einem engen Zusammenhang mit der Dämpfung von freien Eigenschwingungen von Bodenschichten und von Gesteinsstäben. Für das gleiche Material hat der Koeffizient κ/λ denselben Wert wie das logarithmische Dekrement der Eigenschwingung. Es ist:

$$\kappa = \alpha = \ln \varepsilon^2.$$

wenn ε das Dämpfungsverhältnis bedeutet. An Messungen konnte dieser Zusammenhang bestätigt werden.

Literatur

[1] L. Mintrop: Über die Ausbreitung der von den Massendruckern einer Großgasmachine erzeugten Bodenschwingungen. Diss. Göttingen 1911.

[2] A. Heinrich: Über die Ausbreitung von Bodenschwingungen in Abhängigkeit von der Beschaffenheit des Untergrundes. Diss. Breslau 1930.

[3] G. Bornitz: Über die Ausbreitung der von Großkolbenmaschinen erzeugten Bodenschwingungen in die Tiefe. Diss. Breslau. Berlin, Verlag Jul. Springer, 1931.

[4] G. Fritzsche: Untersuchungen über die von Maschinen, Fahrzeugen und Wind hervorgerufenen Boden- und Gebäudeerschütterungen nach Registrierungen eines Benioff-Vertikal-Seismographen. Veröffentlichungen des Geophysikalischen Instituts der Universität Leipzig 1937.

[5] G. Angenheister u. W. Schneider: Messungen der Erschütterungen von Boden und Gebäuden, hervorgerufen durch Maschinen und Fahrzeuge. Zeitschr. f. techn. Phys. 9. Jahrg., Nr. 3, S. 115—118 (1928).

[6] Die Anwendung dynamischer Baugrunduntersuchungen. Mitteilungen über gemeinsame Arbeiten der Deutschen Forschungsgesellschaft für Bodenmechanik und des Geophysikalischen Instituts der Universität Göttingen. Veröffentlichungen des Instituts der Deutschen Forschungsgesellschaft für Bodenmechanik (Degebo) an der Technischen Hochschule Berlin, Heft 4. Berlin, Verlag Jul. Springer, 1936.

[7] R. Köhler: Dispersion und Resonanzerscheinungen im Baugrund. Zeitschr. f. techn. Phys. 16. Jahrg., Nr. 12, S. 597—600 (1935).

[8] G. A. Schulze: Über die Ausbreitung sinusförmiger Bodenbewegung. Zeitschr. f. Geophys. 11, 307—321 (1935).

[9] A. Ramspeck u. G. A. Schulze: Die Dispersion elastischer Wellen im Boden. Veröffentlichungen des Instituts der Deutschen Forschungsgesellschaft für Bodenmechanik (Degebo) an der Technischen Hochschule Berlin, Heft 6. Berlin, Verlag Jul. Springer, 1936.

[9a] G. Angenheister: Boden- und Gebäudeschwingungen. Schwingungstagung d. V. D. I. 1938.

[10] R. Köhler: Eigenschwingungen des Untergrundes, ihre Anregung und ihre seismische Bedeutung. Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Bd. 1, Nr. 2, S. 11—42 (1934).

[11] G. Angenheister: Seismische Registrierungen in Göttingen im Jahre 1905. Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Math.-phys. Klasse 1906, Heft 4.

[12] R. Köhler: Beitrag zur Deutung der verschiedenen Wellengruppen im Seismogramm von Sprengungen. Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Band 2, Nr. 13, S. 145—165 (1936).

[13] W. Regula: Untersuchungen elastischer Eigenschaften an Gesteinsstäben. Zeitschr. f. Geophys. 16, Heft 1/2, S. 40—56 (1940).

[14] H. K. Müller: Beobachtung der Bodenbewegung in drei Komponenten bei Sprengungen. Zeitschr. f. Geophys. 10, Heft 1, S. 40—58 (1934).

Göttingen, Geophysikalisches Institut, August 1939.