

Werk

Jahr: 1940

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:16

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN101433392X_0016

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0016

LOG Id: LOG_0042

LOG Titel: Seismische Untersuchungen des Geophysikalischen Institutes in Göttingen

LOG Typ: section

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN101433392X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Am naheliegendsten ist es vielleicht anzunehmen, daß kleine Luftströmungen, hervorgerufen durch besondere Schallfelder, beim Einsetzen des Schwingungsvorganges im Gerät (Schwingungskasten) entstehen*), die sich dann aber bald wieder ausgleichen müssen, da die Gehänge wieder zur Ruhe kommen, obwohl der Schwingungsvorgang seinen Fortgang nimmt**). Abgesehen vom Anlaufen des Schwingers wurden also die Drehwaageregistrierungen nicht beeinflusst. Allerdings konnten geringe Schwingungen der Gehänge in vertikaler Richtung während der Schwingungsversuche beobachtet werden, die aber für die eigentliche Registrierung bedeutungslos sind.

Es mögen gewisse Bedenken bestehen, die erhaltenen Versuchsergebnisse ohne weiteres auf die Geländepraxis zu übertragen. Es sind aber wohl genügend Anhaltspunkte dafür vorhanden, Drehwaagemessungen im Gelände vom Gesichtspunkt der Beeinflußbarkeit durch Bodenerschütterungen in gewissen Fällen, kritischer zu betrachten. Regelmäßige, wenn auch geringe Bodenerschütterungen können die Gehänge im Sinne einer horizontalen Komponente beeinflussen, insbesondere, wenn diese Erschütterungen oder Schwingungen unterbrochen werden und plötzlich wieder einsetzen.

Ich möchte nicht versäumen, Herrn Werkstattleiter Franz Kuse für die sauber und einwandfrei durchgeführten Versuche zu danken.

Scismische Untersuchungen des Geophysikalischen Institutes in Göttingen

XL. Bestimmung der Geschwindigkeit, Dämpfung und Absorption von Kompressions- und Scherwellen in Kautschuk

Von **Huang Si-Tang**, Peiping. — (Mit 10 Abbildungen)

Es wurden in dieser Arbeit die elastischen Eigenschaften von Kautschuk untersucht. Der Längsmodul und der Torsionsmodul wurden durch statische und dynamische Methoden bestimmt und daraus die Geschwindigkeiten der Longitudinal- und Torsionswellen (Kompressions- und Scherwellen) längs

*) Siehe auch: A. Schleusener, Beitrag zur Frage der temperaturabhängigen Störung der Gleichgewichtslage der Drehwaagegehänge. Zeitschr. f. Geophys. Heft 6/8, 1933 ff., S. 306, 307.

***) Es sei hierbei auf die einschlägige Schallliteratur verwiesen, die eine solche Erklärung unterstützt. Siehe insbesondere: Handb. d. exper. Physik XVII, Technische Akustik, I. Teil und H. Stenzel, Leitfaden zur Berechnung von Schallvorgängen, S. 51—61 u. S. 113. Berlin, Jul. Springer, 1939.

eines Stabes berechnet. Bei den dynamischen Messungen wurde auch die Dämpfung bestimmt. Diese Messungen wurden mit den Werten aus den direkten beobachteten Geschwindigkeiten bei freier Längs- und Torsionsschwingung, sowie bei erzwungener Torsionsschwingung eines Seiles desselben Materials verglichen. Die Absorption der Torsionswelle, d. h. das Abklingen der Amplitude mit der Entfernung, wurde ermittelt. Die Beziehung zwischen Dämpfung und Absorption, die von O. Förtsch abgeleitet wurde, wurde geprüft.

Einleitung. Die seismischen Aufschlußverfahren der Bodenforschung beruhen auf der sinngemäßen Anwendung der Prinzipien der Optik auf die Ausbreitung elastischer Wellen im Untergrund und auf Rückschlüsse aus den Beobachtungsergebnissen. Die Größen, die im Felde gemessen werden können, sind die Geschwindigkeiten, die Dämpfung und die Absorption. Die Geschwindigkeiten sind durch die Dichte und die elastischen Eigenschaften des Materials bedingt. Diese Eigenschaften, z. B. Längsmodul oder Elastizitätsmodul, Torsionsmodul, Kompressionsmodul usw., lassen sich im Laboratorium messen. „Feldgrößen“ und „Laboratoriumsgrößen“ müssen miteinander verglichen werden.

Die in der Natur vorkommenden Körper sind nicht ideal elastisch. Unter ideal elastischen Körpern versteht man solche, die dem Hookeschen Gesetz, d. h. der Linearität zwischen Deformation und Spannung reversibel gehorchen. Es gibt jedoch nur wenige Stoffe, welche in kleinen Spannungsbereichen praktisch als ideal elastisch anzusehen sind. Die Gesteine, die bei der angewandten Seismik in Frage kommen, erfüllen nicht vollkommen diese Annäherung. Die Größen, die diese Unvollkommenheiten charakterisieren, sind die Dämpfung und Absorption bei freier sowie bei erzwungener Schwingung. Diese bedeuten alle Energieverlust. Die Kristallite des Materials gleiten aneinander vorbei. Dadurch wird die kinetische Energie der Schwingung in Wärme umgewandelt. Deshalb klingt die Amplitude der Schwingung mit der Zeit (Dämpfung) und der Entfernung (Absorption) ab. Die theoretischen und experimentellen Erforschungen dieser Art gehen auf die Zeit von Maxwell, Boltzmann, Lord Kelvin, Kohlrausch, Wiechert u. v. a. zurück. Als neue Arbeiten auf diesem Gebiet sind die von Sokoloff, Zener, Röntger und Benewitz, Sezawa, Thomson zu nennen. Die Arbeit von Thomson enthält eine historische Entwicklung der Erforschung dieses Gebietes.

Eine einfache Beziehung zwischen der Dämpfung und der Absorption hat O. Förtsch [11] theoretisch abgeleitet und durch experimentelle Daten bestätigt.

Im gewöhnlichen Maßsystem gilt für Absorption

$$a = a_0 e^{-kx} \dots \dots \dots (1)$$

wobei a_0 = Amplitude der Schwingung am Orte $x = 0$,

a = Amplitude derselben Welle am Orte $x = x$,

k = Absorptionskoeffizient;

für Dämpfung

$$b = b_0 e^{-\beta t} (2)$$

wobei b_0 = Amplitude der Schwingung an einem festen Orte bei $t = 0$,

b = Amplitude der Schwingung an demselben Orte bei $t = t$,

β = Dämpfungsdekrement.

Wenn man aber die Gleichungen (1) und (2) folgenderweise umschreibt :

$$a = a_0 e^{-k\lambda \frac{x}{\lambda}} = a_0 e^{-\kappa \frac{x}{\lambda}} (3)$$

wobei λ = Wellenlänge, $\kappa = k\lambda$,

$$b = b_0 e^{-\beta T \frac{t}{T}} = b_0 e^{-\alpha \frac{t}{T}} (4)$$

wobei T = Periode, $\alpha = \beta T$, dann sind κ und α dimensionslos. Die Experimente liefern dann die Beziehung $\kappa = \alpha$, oder $k\lambda = \beta T$, oder $\frac{\beta}{k} = v$.

Die Hauptaufgabe dieser Arbeit ist die Untersuchung der elastischen Eigenschaften eines elastisch ziemlich unvollkommenen Materials und der Vergleich seines Verhaltens bei Ausbreitung elastischer Wellen zu denjenigen bei statischen und dynamischen Versuchen. Als Untersuchungsmaterial wurde Kautschuk genommen, da es ein Material mit relativ kleineren Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeiten und größerer Absorption und Dämpfung ist. Die Messung der Geschwindigkeiten und Absorption, die man im Gelände nur bei Entfernungen von mehreren Zehnern von Metern vorzunehmen vermag, lassen sich in diesem Falle mit ziemlich einfachen Einrichtungen im Laboratorium unternehmen.

I. Bestimmung des Youngschen Längsmoduls E . 1. *Durch statische Belastung.* Die Untersuchung wurde an einem etwa 30 cm langen Kautschukstab vorgenommen. Der E -Modul läßt sich einfach aus der Ablesung der Verlängerung des Stabes bei einer Belastung bestimmen. Zur Vermeidung von Störungen geschieht das Belasten durch einen Hebel. In Fig. 1 ist ABC der zu untersuchende Stab. Am Ende A ist er befestigt. Am Ende B wurde ein Messinggewicht BC angebracht, um ihn zu strecken. Unter BC befindet sich ein Teller, worauf das Belastungsgewicht G durch den Hebel H aufgesetzt ist. Zur Ablesung der Verlängerung dient ein anderer am Ende S mit einem Spiegel versehener Hebel BS . Direkt über dem Spiegel wurde ein 45° -Prisma angebracht, dessen 90° -Kante der Zeichnungsebene und dem Spiegel parallel gesetzt ist. Mittels eines Lichtstrahles, der am Spiegel reflektiert und durch das Prisma um 90° abgelenkt wird, wird die Verlängerung nach der gewöhnlichen Skala-Fernrohrmethode abgelesen.

Es ist dann

$$E = \frac{Pl}{\Delta lq},$$

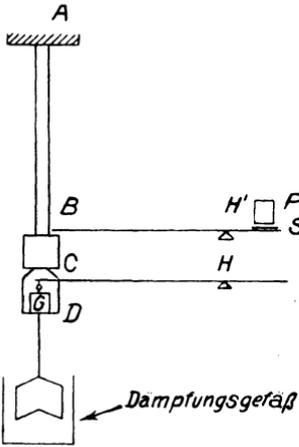


Fig. 1. Einrichtung zur statischen E -Bestimmung

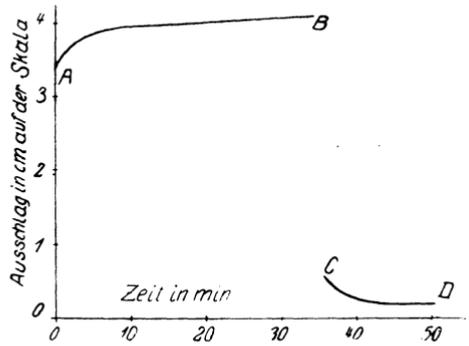


Fig. 2. Elastische Nachwirkung bei 100 g Belastung

AB: Belastungskurve; CD: Entlastungskurve

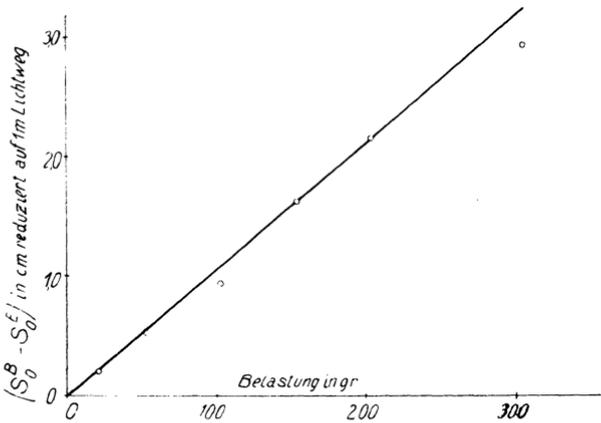


Fig. 3. Belastungskurve bei statischer E -Bestimmung

Tabelle 1

Belastung g	$S_0^B - S_0^E$ in cm Skalenteil reduziert auf 1 m Lichtweg	E Dyn/cm ²
20	0.21	$10.0 \cdot 10^7$
50	0.52	$10.1 \cdot 10^7$
100	0.93	$11.3 \cdot 10^7$
150	1.65	$10.2 \cdot 10^7$
200	2.23	$9.5 \cdot 10^7$
300	2.90	$10.9 \cdot 10^7$

Mittel: $10.3 \cdot 10^7$ Dyn/cm²

wobei E = Youngscher Längsmodul in Dyn/cm²,

P = Belastung in Dyn,

l = Länge des Stabes in cm,

q = Querschnittfläche des Stabes = $\pi r^2 = 0.40^2 \pi = 0.16 \pi$ cm²,

Δl = Verlängerung des Stabes in cm = $\frac{\text{Skalaablesung}}{\text{Vergrößerung}}$

und Vergrößerung = $2 \times \text{Lichtweg/Länge } BH'$,
 = $(2 \times 268.5/10)$.

Es muß aber beim Vergleich elastischer und dynamischer Messungen der Effekt der elastischen Nachwirkung berücksichtigt werden. Wie man aus dem zeitlichen Verlauf der Deformation ersieht (Fig. 2), dauert es einige Minuten, bis das Material bei Belastung angenähert die endgültige Verlängerung, bei Entlastung angenähert die ursprüngliche Lage annimmt. Bei dynamischen Messungen handelt es sich um Bewegungen, die in einer Sekunde etwa zehnmal sich wiederholen. Das Material hat also in diesem Falle viel zu wenig Zeit, die Form anzunehmen, die es theoretisch bei unendlicher Zeitdauer annimmt. Wir müssen also die Differenz der Deformationen sofort nach Be- und Entlastungen ($S_0^B - S_0^E$) nehmen, damit wir überhaupt einen Vergleich beider Messungen vornehmen können.

Aus der nebenstehenden Tabelle und Fig. 3 ist ersichtlich, daß $S_0^B - S_0^E$ proportional mit der Belastung steigt. Die Geschwindigkeit der Longitudinalwellen längs des Stabes ist:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{E}{\rho}} \\ &= \sqrt{\frac{103}{1.6}} \cdot 10^3 \text{ cm/sec} \\ &= 80.2 \text{ m/sec.} \end{aligned}$$

2. Dynamische Methode durch freie Schwingung. Dämpfung. Dasselbe Stück Kautschuk, das bei der statischen Methode benutzt wurde, wurde auch hier verwendet. Durch ein Messinggewicht und durch ein Bleizusatzgewicht erhielt zunächst das Versuchsmaterial eine bestimmte Vorbelastung und damit Dehnung. Mittels eines Fadens wurde nun ein weiteres Gewicht an einen Haken gehängt, der unmittelbar unter dem Bleigewicht angebracht ist. Nach Abbrennen des Fadens wurde der Stab plötzlich um das Gewicht W entlastet. Dadurch begann das ganze System Kautschuk und angehängte Massen (Blei und Messing) sauber und störungsfrei in der Eigenperiode zu schwingen. Die Bewegung der angehängten Gewichte wurde mittels Lichtzeiger auf Film registriert. Als Zeitmarkierung diente eine Stimmgabel mit der Frequenz 50 Hz. Dieser Versuch wurde bei verschiedenen Belastungen durch Änderung der Bleigewichte und Längen des Stabes durchgeführt.

Die Bewegungsgleichung des Zusatzgewichtes lautet, wenn wir die Gleichgewichtslage als Koordinatenursprung nehmen:

$$M' \ddot{x} + 2 \delta \dot{x} + \frac{E q}{l} x = 0 \dots \dots \dots (5)$$

oder abgekürzt

$$\ddot{x} + 2 a \dot{x} + b x = 0 \dots \dots \dots (5a)$$

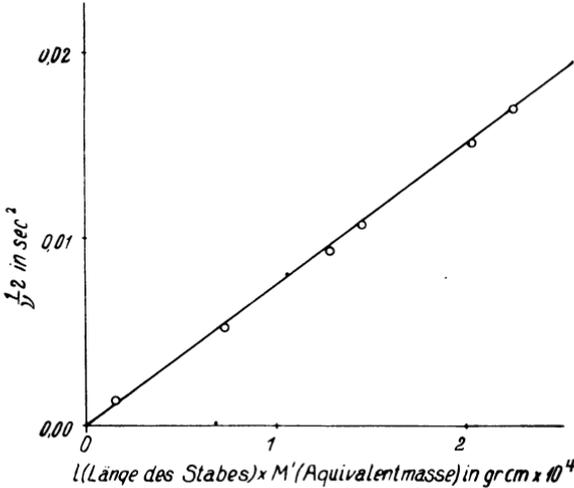


Fig. 4. $\frac{1}{\nu^2} \sim lM'$ -Kurve bei dynamischer E -Bestimmung

wobei M' = die äquivalente Masse = gesamte Masse der Belastungsgewichte + $\frac{1}{3}$ Masse des Stabes [siehe (5)]:

- $2 \delta \dot{x}$ = ein Dämpfungsglied,
- q = Querschnitt des Stabes,
- l = Länge des Stabes.

Wenn man das Dämpfungsglied vernachlässigt, dann ist der Youngsche Modul durch die folgende Formel gegeben:

$$E = \frac{4 \pi \nu^2 M' l}{q},$$

wobei ν = die Frequenz der Schwingung.

Diese Formel besagt, daß ν^2 sich umgekehrt wie das Produkt aus der äquivalenten Masse M' und der Länge l des Stabes verhalten soll, also $\frac{1}{\nu^2} = \text{Konst. } M' l$.

Die $\frac{1}{\nu^2} \sim lM'$ -Kurve ist demnach die Gleichung einer Geraden durch den Nullpunkt (siehe Fig. 4).

Versuch	Länge l cm	Äquivalente Masse M' g	Frequenz ν sec ⁻¹	E Dyn/cm ²
a	27.0	827.3	7.65	$10.1 \cdot 10^7$
b	27.0	535.3	9.66	$10.3 \cdot 10^7$
c	23.5	534.8	10.33	$10.4 \cdot 10^7$
d	23.5	826.8	8.08	$10.1 \cdot 10^7$
e	13.3	534.8	13.90	$10.9 \cdot 10^7$

Mittel: $10.5 \cdot 10^7$ Dyn/cm²,

daraus $a = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 81.0$ m/sec.

3. *Dämpfungsverhältnis*: Das in der Seismik bezeichnete Dämpfungsverhältnis, d. h. das Verhältnis der Amplitude zwischen zwei aufeinander folgenden gegenphasigen Schwingungen wurde gemessen. Das Ergebnis ist in Tabelle 2 enthalten.

Tabelle 2

Frequenz ν sec ⁻¹	ε
7.65	1.28
9.66	1.26
10.33	1.26
8.08	1.26

ε und damit $\ln \varepsilon^2$ erweist sich zwischen Frequenzbereich 7.6 und 10.3 sec⁻¹ als von der Frequenz unabhängig.

$$\alpha = 2.3 \log (1.26)^2 = 0.46.$$

Multipliziert man diesen Wert mit der Frequenz, oder dividiert ihn durch die Periode, so ergibt sich der Koeffizient a von Gleichung (5a).

Um die Größenordnung des Koeffizienten des 2. bzw. 3. Gliedes der Gleichung (5a) zu vergleichen, machen wir eine Überschlagsrechnung.

Nehmen wir

$$\nu = 10 \text{ sec}^{-1},$$

dann ist

$$a = \alpha \nu \approx 5 \text{ sec}^{-1}.$$

Dagegen ist

$$b = 4 \pi^2 \nu^2 \approx 4000 \text{ sec}^{-2}.$$

In der Lösung der Differentialgleichung (5a) kommt der Ausdruck $\sqrt{b - a^2}$ vor. Man darf diesen Ausdruck durch b ersetzen, wie wir es getan haben, wenn $a^2 \ll b$. In dem oberen Falle ist $\frac{a^2}{b} \approx 0.006 \approx 0.6\%$. Die Vernachlässigung ist also gerechtfertigt.

Die Tatsache, daß der Dämpfungskoeffizient innerhalb des untersuchten Frequenzbereiches unabhängig von der Frequenz bleibt, ermöglicht einen unmittelbaren Vergleich zwischen Dämpfung und Absorption, ohne die Frequenzabhängigkeit berücksichtigen zu müssen.

II. Bestimmung des Torsionsmoduls μ . 1. *Statische Methode.* Der Kautschukstab wurde wie früher an einem Ende befestigt. An das andere Ende (siehe Fig. 5), das das Totgewicht A trägt, wurden zwei Haken angemacht. Von dem einen führte ein Faden um die Rolle B nach dem Punkt D und um die Rolle C zum anderen Haken F . In D war ein anderer Faden in den ersten geschlungen, der über die vertikale Rolle E lief und ein Belastungsgewicht trug. Die drei Winkel, die sich am Punkt D treffen, wurden einander gleichgemacht (jeder = 120°).

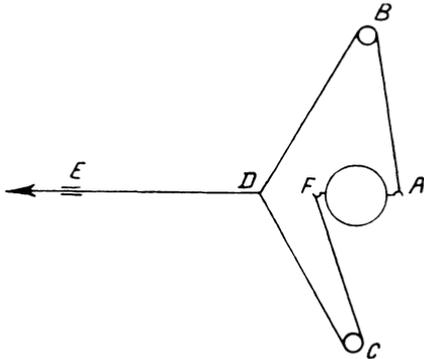


Fig. 5. Einrichtung zur statischen und dynamischen μ -Bestimmung

Der Gleichgewichtszustand am Punkt D fordert, daß die Spannungen längs DC und BD , und damit auch AB und CF , gleich dem Belastungsgewicht W am Faden DE sind. Das Drehmoment, das auf das Gewicht A ausgeübt wird, wird gleich dem Produkt aus der Fadenspannung W und dem Abstand zwischen den zwei Haken. Ein Spiegel wurde an das Totgewicht A angebracht, um die Verdrillung des Stabes ablesen zu können. Die Ablesung der Verdrillung geschah durch die gewöhnliche Skala-Fernrohrmethode.

Dieser Versuch wurde bei verschiedenen Drehmomenten und verschiedenen Längen des Stabes durchgeführt.

Die Formel zur Berechnung des Torsionsmoduls μ lautet:

$$\mu = \frac{1}{\alpha} \frac{2}{\pi} \frac{l}{r^4} \vartheta \text{ Dyn/cm}^2,$$

wo

- α = Verdrillungswinkel im Bogenmaß,
- l = Länge des Stabes in cm,
- r = Radius des Stabes in cm,
- ϑ = Drehmoment in Dyn/cm.

Die Ergebnisse dieses Versuches sind in Fig. 6 dargestellt. In dieser Kurve sind die auf 1 m Lichtweg reduzierten Ausschläge gegen das Produkt $l\vartheta$ aufgetragen. Der oberen Formel nach soll es eine Gerade durch den Nullpunkt geben (siehe Fig. 6), deren Neigung

$$\text{tg } \gamma = \frac{1}{\mu} \frac{2}{\pi} \frac{l}{r^4}$$

ist. Der Wert von μ daraus beträgt

$$\mu = 7.11 \cdot 10^7 \text{ Dyn/cm}^2.$$

Und daraus die Geschwindigkeit der Torsionswelle

$$b = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = 67.2 \text{ m/sec.}$$

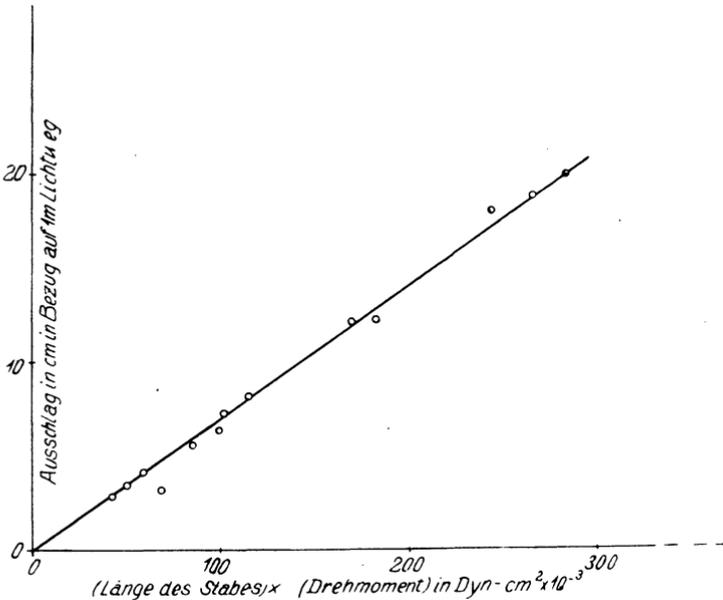


Fig. 6. Ausschlag $\sim l\theta$ -Kurve bei statischer μ -Bestimmung

2. *Dynamische Methode durch freie Schwingung. Dämpfung.* Die Versuchseinrichtung ist dieselbe wie bei dem elastischen Versuch. Der Stab wird durch die plötzliche Ausschaltung des Drehmomentes (Durchbrennen des Belastungsfadens) in Schwingung versetzt. Der Schwingungsvorgang wurde ebenso wie früher auf Film registriert. Der Versuch wurde bei verschiedenen Längen des Stabes durchgeführt. Die Formel zur Berechnung von μ lautet:

$$\mu = \frac{8 \pi K l v^2}{r^4} \dots \dots \dots (6)$$

wobei K das Trägheitsmoment des ganzen Systems um die Drehachse bedeutet. Das ganze System besteht aus dem Totgewicht mit Haken und Spiegel und dem Kautschukstab. Dabei kann allerdings das Trägheitsmoment des Kautschukstabes gegen das der anderen Massen vernachlässigt werden. Das Trägheitsmoment wurde nach der Schwingungsmethode bestimmt. Man bringt einmal ein Eichgewicht, dessen Trägheitsmoment berechnet werden kann, an einen Draht und

läßt das System um die Drahtachse schwingen. Dabei mißt man die Periode der Schwingung. Das andere Mal wiederholt man den Versuch mit dem Totgewicht. Durch den Vergleich dieser beiden Perioden läßt sich das Trägheitsmoment berechnen. Der Wert von K berechnet sich zu 150.2 g/cm^2 .

Man sieht aus der Formel (6), daß das Quadrat von ν sich umgekehrt wie die Länge des Stabes verhält. Man bekommt eine Gerade, wenn man ν^{-2} gegen l aufträgt (siehe Fig. 7).

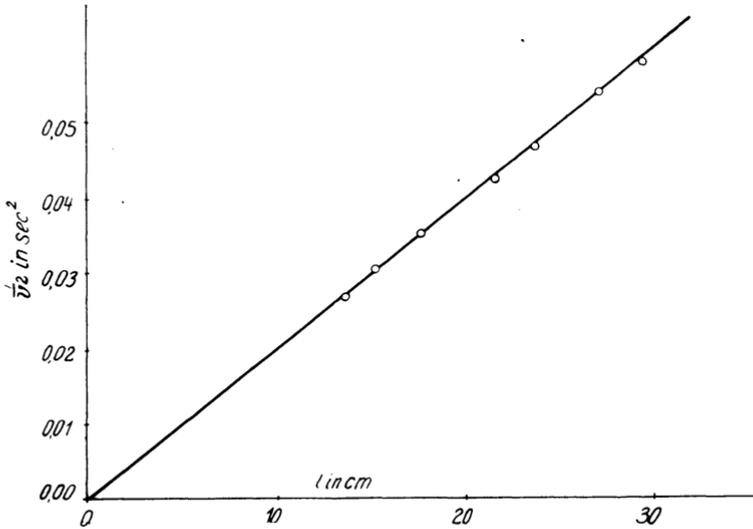


Fig. 7. $\frac{1}{\nu^2} \sim l$ -Kurve dynamischer μ -Bestimmung

Der Mittelwert von μ aus den 7 Beobachtungen beträgt:

$$\mu = 7.57 \cdot 10^7 \text{ Dyn/cm}^2.$$

Die Geschwindigkeit der Torsionswelle

$$b = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{75.7}{1.6}} \cdot 10^3 \text{ cm/sec} \\ = 68.6 \text{ m/sec.}$$

3. Dämpfung bei Torsionsschwingung. Die Unabhängigkeit der Dämpfung von der Frequenz bei Torsionsschwingung ist aus der folgenden Tabelle zu ersehen:

Tabelle 3

l cm	ν sec ⁻¹	ϵ	l cm	ν sec ⁻¹	ϵ
27.0	4.30	1.18	15.2	5.75	1.16
23.8	4.58	1.16	13.6	6.12	1.16
21.6	4.85	1.17	11.4	6.25	1.17
19.7	5.17	1.15	9.4	7.20	1.17
17.7	5.35	1.16			

Die Dämpfung ist wie bei Längsschwingung von der Frequenz unabhängig, zumindest in dem kleinen Frequenzbereich 4 bis 7 Hz.

III. Zusammenstellung und Diskussion der Messungsergebnisse der Module E und μ aus I und II. Die bis jetzt gemessenen Größen sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

Tabelle 4

	Statisch	Dynamisch	Dyn-Stat Dyn
E (Dyn/cm ²)	$10.3 \cdot 10^7$ (aus $S_0^B - S_0^E$)	$10.5 \cdot 10^7$	2 %
μ (Dyn/cm ²)	$7.11 \cdot 10^7$	$7.57 \cdot 10^7$	6.1 %
a (m/sec)	80.2	81.0	1.0 %
b (m/sec)	67.2	68.6	2.0 %

Nach der Elastizitätstheorie für vollkommen elastische Körper hängen die beiden Konstanten E und μ zusammen durch die Beziehung

$$\sigma = \frac{E}{2\mu} - 1,$$

wo σ das Verhältnis zwischen der relativen Querkontraktion und der relativen Längsausdehnung ist. Diese Materialkonstante wird gewöhnlich als Poissonsche Konstante bezeichnet. Dieses Verhältnis darf nur Werte zwischen 0.25 und 0.50 betragen. Aus den statischen und dynamischen Messungen von E und μ folgt

$$\left. \begin{array}{l} \text{statisch } \sigma = -0.27 \\ \text{dynamisch } \sigma = -0.31 \end{array} \right\} \text{Mittel} = -0.29.$$

Der negative Wert von σ bedeutet physikalisch, daß das Material sich bei Zug ausdehnt statt zusammenzieht, was sehr unwahrscheinlich ist. Es fragt sich nun, wie weit die direkten Messungen der beiden Geschwindigkeiten a und b mit den berechneten übereinstimmen.

IV. Direkte Bestimmungen der Geschwindigkeiten mittels freier Seilschwingung. Eine direkte Bestimmung der Wellengeschwindigkeiten wurde im Laboratorium vorgenommen. Ein Kautschukseil von etwa 7 m Länge und kreisförmigem Querschnitt von 0.8 cm Durchmesser wurde an den beiden Enden eingespannt. Bei den oben beschriebenen Messungen wurden kleine Stücke desselben Materials verwendet. Die Erregung der Schwingungen geschah an einem Ende. Die Bewegung des Seiles wurde an drei Stationen, die etwa 2 m auseinanderlagen, registriert. Als Zeitmarkierung diente wieder eine Stimmgabel von 50 Schwingungen in der Sekunde. Die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Erschütterung bestimmt man unmittelbar durch den Quotienten aus dem Abstand der Stationen und der Zeitdifferenz des Ankommens an diesen.

Die Erregung der Längsschwingung geschah durch die folgende Einrichtung. Am Seilende ist ein Metallring angebracht, der zwei Haken trägt. An diesen greifen Fäden an, die über eine Rolle mit horizontaler Achse geführt und mit

einem Gewicht belastet sind. Das plötzliche Entspannen beim Durchbrennen des Fadens ruft eine Längsschwingung hervor. Die translatorische Bewegung an den Beobachtungsstationen wird durch ein Hebelsystem in drehende Bewegung eines Spiegels umgesetzt und photographisch aufgezeichnet.

Zur Erregung der Torsionsschwingung wurde um das Seil an einem Ende durch ein seitlich angehängtes Gewicht gedreht. Das plötzliche Ausschalten des angehängten Gewichtes veranlaßt die Torsionsschwingung. Zur Registrierung klebt man an die Beobachtungsstellen Spiegel, deren Drehung photographisch aufgezeichnet wird.

Die so gemessenen Geschwindigkeiten betragen

$$a = 118.0 \pm 2.1 \text{ m/sec,}$$

$$b = 71.3 \pm 1.6 \text{ m/sec,}$$

die daraus gerechneten elastischen Konstanten

$$E = \rho a^2 = 22.2 \cdot 10^7 \text{ Dyn/cm}^2,$$

$$\mu = \rho b^2 = 8.10 \cdot 10^7 \text{ Dyn/cm}^2,$$

$$\sigma = \frac{a^2}{2b^2} - 1 = 0.36.$$

Der Vergleich mit den durch statische und dynamische Versuche erhaltenen Werten ist aus folgender Tabelle zu ersehen:

Tabelle 5

	a (m/sec)	b (m/sec)	E (Dyn/cm ²)	μ (Dyn/cm ²)	σ
Statisch	80.0	67.2	$10.3 \cdot 10^7$	$7.11 \cdot 10^7$	
Dynamisch	81.0	68.6	$10.4 \cdot 10^7$	$7.57 \cdot 10^7$	
Unmittelbar aus Seilschwingung .	118.0	71.3	$22.2 \cdot 10^7$	$8.10 \cdot 10^7$	0.36

Die Werte von E aus statischen und dynamischen Messungen betragen nur die Hälfte von denen aus Seilschwingungen. Dagegen stimmen die Werte aus den drei Messungen für μ ziemlich gut überein (auf 10%). Da der Wert von E aus Seilwelle ein mögliches σ ergibt, ist dieses E als „richtig“ anzusehen. Ishimoto und Iida [12] haben die Geschwindigkeit von Kautschuk von der Dichte 1.77 g/cm^3 durch Resonanzstabschwingung gemessen und haben den Wert für a bzw. b 114.5 und 69.0 m/sec erhalten. Dieser Wert von a stimmt gut mit meinem Wert überein, der durch direkte Bestimmung ermittelt ist, und der Wert von b mit meinem Wert aus den drei Methoden. Der Wert von a aus direkter Bestimmung soll als „richtig“ angesehen werden.

Die große Differenz der Werte von a aus statischen und dynamischen Messungen gegenüber denen aus direkter Messung am Seil läßt sich nicht durch experimentelle Fehler erklären.

Es wurde daher eine weitere statische Bestimmung von E vorgenommen. Ein Kautschukstab vom gleichen Material wurde auf zwei Schneiden, deren Abstand 5.8 cm betrug, aufgelegt und in der Mitte belastet. Über den Schneiden

waren auf dem Stabe Spiegel befestigt, deren Neigung bei Belastung gemessen wurde. Bei diesen Versuchen ergab sich folgendes:

Belastung in g	E Dyn/cm ²
5	$22.2 \cdot 10^7$
10	$22.2 \cdot 10^7$
20	$13.6 \cdot 10^7$
50	$10.2 \cdot 10^7$

Danach nimmt E mit wachsender Belastung ab bis auf den Wert, der in den früheren Versuchen gefunden wurde. Bei geringeren Belastungen (5 und 10 g) ergab sich $E = 22.2 \cdot 10^7$ und $\sigma = 0.56$, wenn man den Wert von μ aus statischer Messung verwendet. Hiernach scheint es zwei Bereiche der Dehnung zu geben, innerhalb deren Kautschuk dem Hookschen Gesetz folgt und denen zwei Werte von E zuzuordnen sind, $22 \cdot 10^7$ und $10.3 \cdot 10^7$. Bei den statischen und dynamischen Bestimmungen von E waren die benutzten Dehnungen rund 100mal größer als bei den direkten Messungen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit an den Seilwellen. Vielleicht beruht hierauf die oben erwähnte große Differenz zwischen den statischen und dynamischen Messungen und den direkten Messungen an Seilwellen.

V. Erzwungene Torsionsschwingung längs des Seiles. Resonanz- und Interferenzerscheinung. Geschwindigkeit aus Resonanzmaximum- und aus Interferenzmaximum- und -minimumstelle. Absorption. 1. *Geschwindigkeit aus Resonanz und Interferenz.* Das eine Ende (B) des Seiles sei fest, das andere (A) werde in Schwingung versetzt, dann breitet sich die Verrückung mit der Frequenz des Erregers längs des Seiles aus. Unterwegs wird die Energie zum Teil vom Material absorbiert. Am festen Ende B wird die Welle reflektiert und läuft wieder zurück. Diese zwischen A und B hin- und zurücklaufenden Wellen treffen mit gewissem Phasenunterschied zusammen und superponieren sich. In A vermischt sich die zurücklaufende Welle mit der neu erregten. Im stationären Zustand bei Erregung einer konstanten Frequenz braucht man nur die hin- und zurücklaufende Welle zu betrachten, da bei mehrfachen Reflektionen die Wellen, die in einer Richtung verlaufen, sich zu einer Sinusschwingung überlagern. Jede Stelle des Seiles führt eine Sinusschwingung aus, wenn die Anregung richtig sinusförmig gehalten ist. Die Amplituden und Phasen der Schwingung an den einzelnen Orten sind durch das Interferenzgesetz und die Absorption gegeben.

Wenn die hin- und zurücklaufenden Wellen sich mit einem Phasenunterschied von ganzzahligen Vielfachen von 2π begegnen, dann haben wir ein Interferenzmaximum. Wenn der Phasenunterschied ein ungerades ganzzahliges Vielfaches von π ist, dann tritt ein Interferenzminimum ein. Dieses Maximum und Minimum ist zu erkennen, wenn man die Amplituden an verschiedenen Orten beobachtet und die Amplitude als Funktion des Ortes bei einer bestimmten Frequenz aufträgt. Die Analogie im optischen Falle sind die Interferenzstreifen. Es ist aber im letzten

Falle die Geschwindigkeit der Lichtwelle als bekannt vorausgesetzt, und man ermittelt die Wellenlänge, oder besser Frequenz (weil die Frequenz vom Medium unabhängig ist) durch Messung der Distanz zweier Interferenzmaxima oder von Maximum und Minimum. Wir haben jetzt dasselbe Prinzip, aber die umgekehrte Aufgabe. Hier wird die Frequenz als bekannt vorausgesetzt, und die Geschwindigkeit ermittelt.

Man kann nun 1. wie oben beschrieben bei einer bestimmten konstanten Frequenz die Amplituden an verschiedenen Orten beobachten und die Lage des Maximums bestimmen, 2. an einem festen Orte die Amplituden bei verschiedenen Frequenzen. Die Erregeramplitude wird dabei konstant gehalten. Man beobachtet dann am festen Orte bei bestimmten Frequenzen Maxima der erregten Amplituden. Diese Maxima werden, um sie vom Interferenzmaxima zu unterscheiden, Resonanzmaxima genannt. Ein Resonanzmaximum der Torsionsschwingungen tritt nur bei Frequenzen auf, bei denen $\frac{1}{4}$ der dazu gehörenden Wellenlänge ungerade ganzzahlig in der Seillänge enthalten ist. Für Grundton und Obertöne gilt $\lambda_1 = 4l$, $\lambda_2 = \frac{4}{3}l$, $\lambda_3 = \frac{4}{5}l$, . . . , wo l die Seillänge bedeutet.

Dieser Versuch wurde nur mit der Torsionswelle durchgeführt. Der Versuch mit der Longitudinalwelle bietet die Schwierigkeit, daß man bei der Registrierung der Longitudinalbewegung gezwungen ist, an der Beobachtungsstelle die Registriereinrichtung zu befestigen. Dadurch wird der normale Ausbreitungsvorgang stark gestört. Zur Registrierung der Torsionswelle braucht man nur an diesen Stellen leichte Spiegel anzubringen, die kaum stören.

Die Schwingung an der Stelle mit der Koordinate x , wobei x von der erregenden Stelle aus gezählt wird, ist durch den reellen oder imaginären Teil des Ausdrucks

$$y = a_0 \left[e^{-kx} e^{i\omega \left(t - \frac{x}{b}\right)} + e^{-k(2l-x)} e^{i\omega \left(t - \left(\frac{2l-x}{b}\right) + \frac{\pi}{\omega}\right)} \right] \dots (7)$$

darzustellen, wobei

- y = die momentane Verrückung,
- a_0 = die Amplitude der ungedämpften Welle,
- ω = Kreisfrequenz der Schwingung,
- b = Wellengeschwindigkeit,
- l = Länge des Seiles,
- k = Absorptionskoeffizient.

Das erste Glied stellt die hinlaufende Welle, das zweite die zurücklaufende dar. Am festen Ende ist y zu jeder Zeit Null, wie es sein muß.

Diese Versuchsanordnung ist nicht sehr exakt. Da Kautschuk ein weiches Material ist, dringt die Energie an dem festen Ende doch etwas in das Material hinein. Zweitens wird die Energie während der Reflektion etwas vernichtet, was in der Gleichung nicht berücksichtigt ist. Diese Vernachlässigung ist gerechtfertigt, wenn man die Schwingung in der Nähe der Resonanz betrachtet, weil die Schwingungsenergie am festen Ende sowieso schon sehr klein ist.

Zur Erzeugung der Torsionswelle wurde das eine Ende mit einem Messingrohr umgeben, das in zwei Kugellagern drehbar lag. Das Messingrohr trägt an einer etwa 20 cm langen Stange einen Exzenter. Dieser wurde durch einen Motor angetrieben. Die Umdrehungszahl des Motors und damit auch die Frequenz der Schwingung ist durch einen Rheostat und auch die Radübersetzung zu variieren. Es wurden an 6 Stellen die Schwingungen des Kautschukseiles registriert. Die Registrierung geschah genau wie bei der freien Schwingung.

Die Resonanzkurven an verschiedenen Stellen sind aufgetragen. Sie zeigen deutlich Resonanzmaxima. Diese Maxima sind nicht mit Interferenzmaxima zu verwechseln, weil bei dieser Frequenz die Amplituden an allen 6 Stellen Maximum werden.

Nimmt man an, daß Dispersion nicht stattfindet, dann ist bei dem Resonanzmaximum angenähert

$$v l = v \frac{\lambda}{4} (2n + 1) = \frac{b}{4} (2n + 1).$$

Bei dem nächsten Maximum

$$v' l = v' \frac{\lambda'}{4} [2(n + 1) + 1] = \frac{b}{4} 2(n + 1) + 1,$$

wo n eine ganze Zahl ist. Bildet man die Differenz dieser zwei Gleichungen, so ergibt sich

$$(v' - v) l = \frac{2b}{4} = \frac{b}{2} \quad \text{oder} \quad b = 2l(v' - v) \dots \dots \dots (8)$$

Die Resonanzfrequenzen, beobachtet an den 6 Orten, sind aus der folgenden Tabelle zu ersehen:

Tabelle 6

$l = 7.1 \text{ m}$

Ort	$x \text{ (m)}$	$v \text{ (sec}^{-1}\text{)}$	$v' \text{ (sec}^{-1}\text{)}$	$v' - v_0 \text{ (sec}^{-1}\text{)}$	$b \text{ (m/sec)}$
1	3.045	6.5	10.9	4.4	62.5
2	3.545	6.4	11.2	4.8	68.1
3	4.045	6.4	11.3	4.9	69.6
4	5.045	6.4	11.1	4.7	66.7
5	5.545	6.5	11.0	4.5	64.0
6	6.045	6.6	11.2	4.6	65.4
Mittelwert:		6.5	11.1	4.6	66.0

Bei Grundton gilt

$$b = 4 l v_0,$$

bei Vergleich mit der Gleichung (8)

$$b = 2 l (v'_2 - v_1)$$

haben wir, angenommen daß keine Dispersion in diesem Frequenzbereich stattfindet,

$$v'_2 - v_1 = 2 v_0.$$

Die Differenz zweier aufeinanderfolgender Resonanzfrequenzen ist das Zweifache des Grundtons. In der Tabelle 6 ist der Mittelwert von $\nu' - \nu_1 = 4.6 \text{ sec}^{-1}$. Die Hälfte davon ist 2.3 sec^{-1} , also

$$\nu_0 = 2.3 \text{ sec}^{-1}$$

und $\nu_0 : \nu_1 : \nu_2 = 1 : 3 : 5$. ν und ν' sind also die 2. und 3. Obertöne.

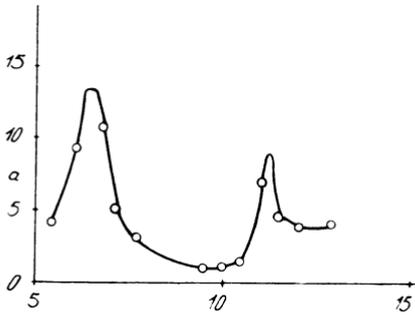


Fig. 8 a.

$$x = x_1 = 3.045 \text{ m}$$

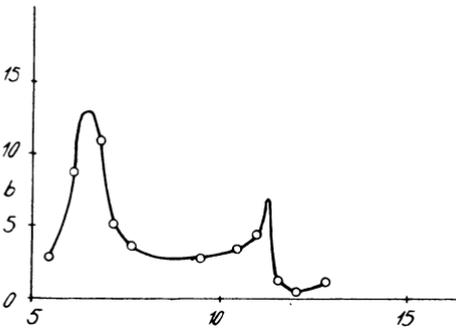


Fig. 8 b.

$$x = x_3 = 4.045 \text{ m}$$

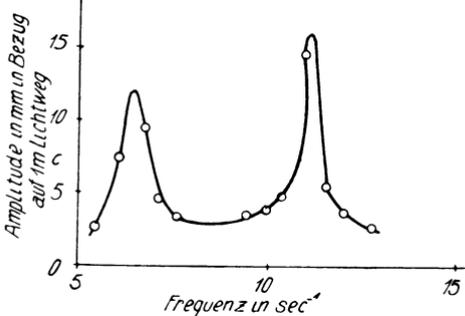


Fig. 8 c.

$$x = x_5 = 5.545 \text{ m}$$

Fig. 8 a bis c.
Amplitude-Frequenzkurve

Die Amplituden bei Resonanz ändern sich von Ort zu Ort nicht monoton mit der Entfernung abklingend, sondern wechselnd. Diese Erscheinung wird durch Interferenz hervorgerufen. Dies ist besonders klar zu sehen, wenn man die Amplitudenfrequenzkurve mit der Entfernung als Parameter aufträgt. Fig. 8 a bis c.

Die Methode, aus den Interferenzmaxima und -minima die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu ermitteln, ist folgende:

In einem Interferenzmaximum ist die Zeit, die die Welle von der Maximumstelle zur Reflektionsstelle und zurück zur Maximumstelle braucht, ein ganzes Vielfaches der Periode der Schwingung. In anderen Worten ausgedrückt, ist bei Interferenzmaximum der Phasenunterschied zwischen der hin- und der zurücklaufenden Wellen ein geradzahliges Vielfaches von π .

Aus Gleichung (7) sind die Phasen der hin- bzw. zurücklaufenden Wellen

$$\frac{\omega}{b} x$$

und

$$\frac{\omega}{b} (2l - x) + \pi.$$

Am Ort x_{max} , wo Interferenzmaximum auftritt, gilt die Gleichung

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{b} x_{max} - \frac{\omega}{b} (2l - x_{max}) - \pi \\ = \frac{2\omega}{b} (x_{max} - l) - \pi = 2n\pi. \end{aligned}$$

Bei der nächsten Interferenzminimumstelle x_{min} müßte dieser Phasenunterschied $2(n + 1)\pi$ betragen, also

$$\frac{2\omega}{b} (x_{min} - l) - \pi = (2n + 1)\pi.$$

Bildet man die Differenz beider Gleichungen, dann ist wegen $\omega = 2\pi\nu$

$$b = 4\nu (x_{min} - x_{max}) \dots (9)$$

b kann also bestimmt werden durch Ableseung von x_{max} und x_{min} und Anwendung der Gleichung (9).

Die Hauptschwierigkeit dieser Methode liegt in der Auffindung der Stellen x_{max} und x_{min} . Bei optischen Interferenzversuchen ist die Differenz $x_{min} - x_{max}$ genau zu messen, weil das Interferenzbild genau durch das Fernrohr beobachtet und der Abstand $x_{min} - x_{max}$ oder $x_{max_1} - x_{max_2}$ durch eine Mikrometerschraube abgemessen werden kann. In unserem Falle wurden nur die Amplituden an denjenigen Orten, die mit Spiegel versehen sind, gemessen. Die Maximum- und Minimumstellen müssen durch Interpolation (Amplituden-Entfernungskurve)

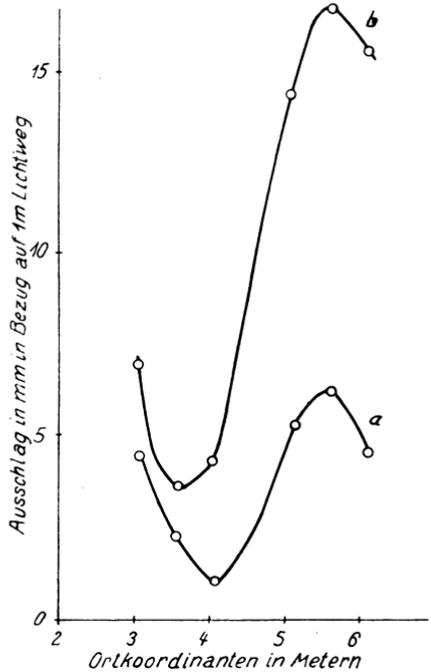


Fig. 9. Interferenzkurve
a) $\nu = 11.5 \text{ sec}^{-1}$; b) $\nu = 11.0 \text{ sec}^{-1}$

ermittelt werden. Dieses Verfahren ist aber nur genau in günstigen Fällen, wenn die Meßstellen nahe bei den Maxima und Minima liegen. Zweitens ist, wie oben erwähnt wurde, die Gleichung nur bei Resonanz angenähert streng gültig, weil dabei die Unsauberkeit an den Klemmstellen eine unwesentliche Rolle spielt. Ich habe die Amplituden-Entfernungskurve bei den Frequenzen $\nu = 11.5 \text{ sec}^{-1}$ und $\nu' = 11.0 \text{ sec}^{-1}$ ausgewählt, da die x_{max} und x_{min} ziemlich genau festzustellen sind (siehe Fig. 9). In diesen Fällen sind

$$\nu = 11.50 \text{ sec}^{-1}; x_{max} = 4.0 \text{ m}; x_{min} = 5.5 \text{ m}.$$

Daraus

$$b = 4 \nu_1 (x_{min} - x_{max}) = 4 \cdot 11.50 \cdot 1.5 = 69.0 \text{ m/sec}.$$

Bei

$$\nu' = 11.0; x_{max} = 3.7; x_{min} = 5.4, \text{ also } b = 74.8 \text{ m/sec},$$

$$\text{Mittel} = 71.9 \text{ m/sec}.$$

Wir haben bis jetzt b aus fünf Methoden ermittelt, nämlich durch μ -Bestimmung (statisch und dynamisch), durch direkte Bestimmung bei freier Seilschwingung, durch Resonanz und Interferenz bei erzwungenen Seilschwingungen. Die Ergebnisse werden tabelliert:

Tabelle 7				
Statische μ -Messung	Dynamische μ -Messung	Direkte Be- stimmung aus Seilschwingung	Resonanz bei erzwungener Schwingung	Interferenz bei erzwungener Schwingung
67.2	68.6	71.3	66.0	71.9
				Mittel: 69.0 m/sec

Die Ergebnisse aus fünf verschiedenen Messungen stimmen ziemlich gut überein.

2. *Bestimmung der Absorption aus Interferenzen.* Die Amplitude eines Interferenzmaximums ist die Summe der hin- und zurücklaufenden Wellen, diejenige eines Interferenzminimums die Differenz der beiden, also

$$A_{min} \sim e^{-k x_{min}} - e^{-k(2l - x_{min})}$$

$$A_{max} \sim e^{-x_{max}} + e^{-k(2l - x_{max})}$$

und

$$\frac{A_{min}}{A_{max}} = \frac{e^{-k x_{min}} - e^{-k(2l - x_{min})}}{e^{-k x_{max}} + e^{-k(2l - x_{max})}}.$$

In dieser Gleichung ist der Absorptionskoeffizient k die einzige unbekanntere Größe. Sie kann nach k aufgelöst werden, wenn man die gemessenen Werte von x_{max} , x_{min} , A_{min} , A_{max} einsetzt. Dies geschah durch ein graphisches Verfahren.

Bezeichnet man den Zähler mit $f_1(x_{min}, k)$, den Nenner mit $f_2(x_{max}, k)$, das Verhältnis A_{min}/A_{max} mit γ , dann lautet die Gleichung

$$f_1(k, x_{min}) = \gamma f_2(k, x_{max}).$$

Bei bestimmten x_{min} und x_{max} wurden $f_1(x_{min}, k)$ und $\gamma f_2(x_{max}, k)$ als Funktion von k aufgetragen. Der Punkt, an dem die zwei Kurven sich schneiden, gibt den gewünschten Wert von k .

Es ist nochmal zu betonen, daß dieses Verfahren nur in der Nähe der Resonanz gerechtfertigt ist. Außerdem kann man nur die Amplituden-Entfernungskurven verwenden, deren A_{max} , A_{min} , x_{max} , x_{min} festzustellen und zu messen sind.

Ich nehme also erstens den Fall

$$\nu = 11.0 \text{ sec}^{-1}, \quad x_{min} = 3.7 \text{ m}, \quad x_{max} = 5.4 \text{ m}, \quad l = 7.1 \text{ m},$$

$$A_{max} = 16.6 \text{ mm}, \quad A_{min} = 3.4 \text{ mm}, \quad \gamma = A_{min}/A_{max} = 0.205.$$

Also

$$2l - x_{min} = 14.2 - 3.7 = 10.5 \text{ m},$$

$$2l - x_{max} = 14.2 - 5.4 = 8.8 \text{ m}.$$

Das Rechnungsschema ist in folgenden Tabellen enthalten:

Tabelle 8

Für $f(x_{min}, k)$ rechnen:

k	$k x_{min}$	$e^{-k x_{min}}$	$k(2l - x_{min})$	$e^{-k(2l - x_{min})}$	$f_1(k, x_{min}) = e^{-k x_{min}} - e^{-k(2l - x_{min})}$
0.05	0.19	0.827	0.525	0.592	0.235
0.06	0.22	0.803	0.63	0.533	0.270
0.07	0.26	0.771	0.736	0.480	0.291
0.08	0.29	0.744	0.84	0.432	0.312
0.09	0.33	0.719	0.950	0.387	0.332

Tabelle 9

Für $\gamma f_2(x_{max}, k)$ rechnen:

k	x_{max}	$e^{-k x_{max}}$	$k(2l - x_{min})$	$e^{-k(2l - x_{max})}$	$f_2(k, x_{max})$	$\gamma f_2(k, x_{max})$
0.05	0.27	0.763	0.44	0.644	1.407	0.290
0.06	0.32	0.723	0.53	0.589	1.312	0.278
0.07	0.38	0.686	0.616	0.540	1.226	0.252
0.08	0.43	0.650	0.705	0.494	1.144	0.234
0.09	0.48	0.616	0.79	0.454	1.070	0.218

Der Schnittpunkt liegt bei $k = 0.062 \text{ m}^{-1}$ (siehe Fig. 10), also der Absorptionskoeffizient $k = 0.062 \text{ m}^{-1}$. Nehmen wir den Mittelwert von b aus den Ergebnissen der fünf verschiedenen Messungen, $b = 68.5 \text{ m/sec}$

$$\lambda = \frac{b}{\nu} = \frac{69}{11.0} = 6.2 \text{ m},$$

$$\alpha = k\lambda = 0.06 \cdot 6.3 = 0.38.$$

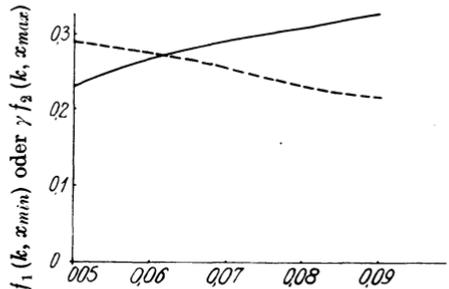


Fig. 10. Kurven zur k -Bestimmung für $\nu = 11.0 \text{ sec}^{-1}$. ——— f_1 ; - - - - f_2

Die Beziehung von Förtsch lautet:

$$\begin{aligned} \kappa &= \alpha = \ln \varepsilon^2 = \ln 1.17^2 = 2 \ln 1.17, \\ &= 0.31. \end{aligned}$$

Als zweiten Fall nahm ich

$$\begin{aligned} \nu &= 11.50 \text{ sec}^{-1}, \quad x_{\min} = 4.0 \text{ m}, \quad x_{\max} = 5.5 \text{ m}, \\ A_{\max} &= 6.2 \text{ mm}, \quad A_{\min} = 1.1 \text{ mm}, \quad \gamma = A_{\min}/A_{\max} = 0.18, \end{aligned}$$

und der Wert von k ermittelt durch dieses Verfahren

$$\begin{aligned} k &= 0.055, \\ \lambda &= \frac{b}{\nu} = \frac{690}{11.5} = 6.0 \text{ m}, \\ \kappa &= 0.055 \cdot 6.0 = 0.33 \end{aligned}$$

und

$$\alpha = \ln \varepsilon^2 = 0.31.$$

Trotz der geringen Frequenzdifferenz (11.5 und 11.0 sec⁻¹) sehen die Interferenzkurven ganz verschieden aus, weil die Amplituden-Frequenzkurve in der Nähe von 11.5 sec⁻¹ ein steiles Maximum besitzt. Trotzdem ergeben sich für k beinahe dieselben Werte.

Tabelle 10

Frequenz ν in sec ⁻¹	κ	$\ln \varepsilon^2$
11.0	0.38	} 0.31
11.5	0.33	

In unserem Genauigkeitsbereich sollen die Förtschschen Beziehungen als geltend angesehen werden.

Der zu hohe Wert von κ ist zu erwarten, da, wie erwähnt, die Energie nicht nur vom Material absorbiert, sondern auch etwas bei der Reflexion vernichtet wird.

Zusammenfassung. Die gemessenen Werte vom Youngschen Modul E aus der statischen und verlängerungs-dynamischen Methode unterscheiden sich von dem aus direkten Geschwindigkeitsmessungen um einen Faktor 2. Um den Grund klarzumachen, wurde ein statischer Biegungsversuch zur E -Bestimmung vorgenommen, dessen Erfolg ist, daß man zwei Werte von E bekommt; der eine, der dem Wert vom statischen Verlängerungsversuch, der andere, der dem vom dynamischen Versuch entspricht. Die Geschwindigkeiten der Torsionswelle, erhalten mittels fünf verschiedener Methoden, stimmen gut überein, auch mit den Messungen von Ishimoto und Iida. Die Absorption k und Dämpfung β bei Torsionswellen wurden gemessen. In unserem Meßbereich und bei unserer Meßgenauigkeit gilt

$$k\lambda = \beta T \text{ oder } v = \frac{\beta}{k}.$$

Herrn Prof. Dr. G. Angenheister und Herrn Dr. O. Förtsch möchte ich für ihre Anregungen und Vorschläge meinen aufrichtigen Dank aussprechen.

Literatur

[1] Thomson: On the Theory of visco-Elasticity. Phil. Trans., Ser. A, 1933, S. 232. Da findet man die historische Entwicklung der theoretischen und experimentellen Erforschung über elastische Nachwirkung und innere Reibung.

[2] Gutenberg u. Schlechtweg: Viskosität und innere Reibung fester Körper. Zeitschr. f. Phys. **31**, 745 (1930).

[3] Sokoloff u. Skriabin: Experimental and theoretical Investigations on Dispersion and Absorption of elastic Waves. Gerl. Beitr. z. Geophys. **49**, 165—198 (1937).

[4] Jeffreys: The Earth. New York 1929. S. 265.

[5] Lord Rayleigh: Theorie des Schalls. Bd. I, S. 265 (1880).

[6] Zener: Internal Friction in Solids. Part I: Phys. Rev. **52**, 230—235 (1937); Part II: Phys. Rev. **53**, 90—101, 582—586 (1938).

[7] Wegel u. Walther: Internal Dissipation in Solids for small cyclic Strains. Phys. **6**, 141—157, April 1929.

[8] John M. Ide: Comparison of Statically and dynamically Determined Young's Modulus of Rocks. Proc. Nat. Aca. Sci. Febr. 1936.

[9] John M. Ide: Some Dynamic Methods for Determination of Young's Modulus. Rev. of Scien. Inst. (N. S.) **6**, Nr. 10 (1935).

[10] W. Regula: Untersuchungen elastischer Eigenschaften an Gesteinen. Zeitschr. f. Geophys. **16**, 40—56 (1940).

[11] O. Förtsch: Ableitung des von der Frequenz unabhängigen Absorptionskoeffizienten aus Maschinenschwingungen. Zeitschr. f. Geophys. **16**, 57—84 (1940).

[12] Ishimoto u. Iida: Determination of elastic Constants of soils by means of Vibration Methods. Part 1, Youngs Modulus. Bull. Earthq. Res. Inst. **14**, 632—656 (1936); Part 2, Modulus of Rigidity and Poissons Ratio. Bull. Earthq. Res. Inst. **15**, 67—85 (1937).

[13] K. Iida: Experiments on the visco-elastic Properties of Pitch-like. Materials I. Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo **13**, 198—212 (1935).

[14] K. Iida: Experiments of the visco-elastic Properties of Pitch-like. Materials II. Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo **13**, 433—455 (1935).

Geophysikalisches Institut Göttingen, Juli 1940.

Bemerkungen zu der Abhandlung „Die hydrostatische Reduktion der Schwerebeobachtungen“ von Kurt Wegener*)

Von Dr. E. Kohlschütter

Es wird auf eine Reihe von Irrtümern in der in der Überschrift genannten Abhandlung aufmerksam gemacht und die Unhaltbarkeit der von Herrn Wegener abgeleiteten Formel für seine hydrostatische Reduktion bewiesen. Eine Formel für diese Reduktion mit voller Berücksichtigung der Konvergenz der Lotrichtungen wird abgeleitet.

I.

Obwohl ich in anderem Zusammenhange Herrn Wegener die Unhaltbarkeit seiner Ausführungen, insbesondere der von ihm erfundenen hydrostatischen

*) Zeitschr. f. Geophys. **16**, 33 (1940).