SUB | NIEDERSÄCHSISCHE STAATS- UND UNIVERSITÄTSBIBLIOTHEK GÖTTINGEN

Werk

Jahr: 1940
Kollektion: fid.geo
Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:16
Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Werk Id: PPN101433392X_0016
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0016

LOG Id: LOG_0051
LOG Titel: Numerische Unteruchung über Radiusvektor und Azimut der Polbahn 1890 - 1938
LOG Typ: article

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN101433392X
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X
OPAC: http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.
Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.
Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Numerische Untersuchung über Radiusvektor und Azimut der Polbahn 1890—1938

Von **R. Schumann**, Wien. — (Mit 2 Abbildungen)

A.

Der Radiusvektor r eines Punktes der sogenannten „Polbahn" sowie seine Koordinaten x und y einzeln sind von verschiedenen Autoren (H. Kimura, W. D. Lambert, K. Ledersteger, A. Prey, R. Schumann, E. Wahl, B. Wanach u. a.) numerisch erforscht worden; wenig beachtet wurde das Azimut A. Aus den üblichen graphischen Darstellungen der „Polbahn" vermittelst x und y ersieht man

erstens, daß der Drehsinn im allgemeinen dem des Uhrzeigers entgegengerichtet ist,

zweitens, daß bei größeren Beträgen von r die Drehung nahe gleichmäßig erfolgt und

drittens, daß bei kleinem r praktisch A unsicher, sogar unbestimmt werden kann, wobei seine aus den mittleren Fehlern von x und y abzuleitende Unsicherheit in Betracht zu ziehen ist. In der Umgebung des Koordinaten-Nullpunktes können die Ausschläge 180^0 überschreiten; größere Unsicherheit kann Monate hindurch dauern. Diese Schwierigkeiten mögen bewirkt haben, daß A weniger beachtet wurde.

Vor etwa 30 Jahren äußerte R. Helmert dem Verfasser gegenüber: „es sollte auch das Azimut untersucht werden", und diesem Wunsche kommt Abschnitt C nach; jedenfalls steht dem Azimut nebst der zugehörigen Winkelgeschwindigkeit ein eigener Wert zu wegen der näheren Beziehung zur Zeit.

In den Abschnitten B und C werden besonders die in r und in A auftretenden Periodizitäten untersucht. Es bezeichnen

d mittleren Sonnentag,
P_J Dauer des siderischen Jahres 365^d25636,
P_{Ch} Dauer der 14-monatigen (Chandlerschen) Periode,
$P_{6.5}$ Dauer der 6.5-Jahres-Periode.

Für Mittelwerte über längere Zeitabschnitte ist bekanntlich die Beziehung aufgestellt worden (s. u. a. Schrifttum Nr. 1, S. 318):

$$\frac{1}{P_{Ch}} + \frac{1}{P_{6.5}} = \frac{1}{P_J} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

man erhält daraus folgende Gleichung zwischen Winkelgeschwindigkeiten:

$$+ 0^{0}.8333333 + 0^{0}.1522758 = + 0^{0}.9856091,$$

gültig im Durchschnitt über entsprechend lange Zeitspannen. Die Tabelle 1 zeigt den Zusammenhang zwischen gleichzeitigen Wertepaaren P_{Ch} und $P_{6.5}$ gemäß Gleichung (I).

Tabelle 1. Strenger Zusammenhang zwischen Chandler- und 6.5-Jahresperiode

P_{Ch}	$P_{6.5}$	P_{Ch}	$P_{6.5}$	P_{Ch}	$P_{6.5}$
380^{d}	$25^{a}.774$	414^{d}	$8^{a}.493$	448^{d}	$5^{a}.414$
384	20.487	416	8.198	452	5.211
388	17.060	420	7.672	456	5.025
392	14.658	424	7.218	460	4.855
396	12.881	428	6.821	464	4.699
400	11.513	432	6.472	468	4.555
404	$10.427._{5}$	436	6.163	472	4.422
408	9.545	440	5.887	476	4.298
412	8.814	444	$5.638._{5}$	480	4.183

In einer früheren Arbeit (Schrifttum Nr. 2, II. Mitt., S. 362) leitete ich aus Untersuchungen verschiedener Autoren für $P_{6.5}$ den Mittelwert $6^{a}.52 \pm 0^{a}.05$ ab; die Übereinstimmung mit dem Tafelwert für den bekannten Mittelwert $P_{Ch} = 432^{d} : 6^{a}.472$ ist gut. Die beiden eingerahmten Tafelwerte beziehen sich auf die beiden Wittingschen Grenzwerte für die Chandlersche Periode: 414^{d} und 464^{d}.

Seit Jahrzehnten ist bekannt (s. z. B. Schrifttum Nr. 3, S. 353), daß P_{Ch} veränderlich ist mit der Zeit. Es entsteht somit die Frage nach dem Weiterbestehen der Gleichung (I); hierzu bringen die Abschnitte B und C Beiträge.

B.

Seit 1890 ist es üblich, die Koeffizienten x und y aus der Interpolationsformel

$$\Delta\, \varphi = x \cdot \cos \lambda + y \cdot \sin \lambda \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(II)}$$

als Koordinaten für Nord- und Südpol der Erde zu verwenden; es bedeuten: $\Delta\, \varphi$ die Abweichung der beobachteten Stations-Polhöhe φ gegen einen plausiblen Mittelwert, λ die geographische Länge einer Station des Internationalen Parallels $39^{0}\,8'$ gegen Greenwich, westlich positiv. Der Abstand dieses Parallels vom Nordpol beträgt rund 5670 km, vom Südpol 14400 km.

Eine Liste der x und y von 1890 bis 1938, fortschreitend um je $0^{a}.1$, verdanke ich der Güte von E. Wahl, sie lag seinen periodologischen Untersuchungen über die Polbahn zugrunde (Schrifttum Nr. 4).

Perioden-Dauern werden nach meiner Erfahrung entweder nicht oder doch weniger als Amplituden entstellt, falls der Ansatz von Darstellungsgleichungen

oder die Behandlung der Beobachtungen nicht ganz der Natur entspricht, die Amplituden erscheinen empfindsamer. Deshalb kann man die „Polbahn", obgleich an ihrer Realität berechtigte, noch nicht geklärte Zweifel bestehen, zu Erörterungen über die Dauer von Perioden heranziehen.

Die Wahlschen x und y stammen teils aus den Bänden der „Ergebnisse des Internationalen Breitendienstes", teils aus den „Astronomischen Nachrichten"; aus der Reihe der Radien: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ bildete ich in bekannter Weise sukzessive Mittel über je 11 Jahreszehntel nach dem Schema:

$$\frac{0.0 + 0.1 + \cdots + 1.0}{11}, \qquad \frac{0.1 + 0.2 + \cdots + 1.1}{11} \text{ u. s. f.}$$

Da 11 aufeinanderfolgende Jahreszehntel 402^d umspannen und da

$$\tfrac{1}{2}\,(365^d26 + 432^a) \doteq 399^d$$

ist, so werden Einflüsse sowohl jährlicher als wie 14monatiger Periode bei diesem Glättprozeß wesentlich herabgedrückt, bei den ersteren bis auf 1 : 10, bei letzteren bis auf 1 : 12 ihres Betrages.

Die Termine für die 470 sukzessiven Mittel beginnen mit 1890.5 und enden bei 1937.5.

Die in Tabelle 2 mit : versehenen Werte sind nachträglich extrapolierte, sie können um einige 0".01 dadurch entstellt sein.

Bildet man nun, um den Verlauf des Radiusvektors r selbst kennenzulernen, die Reihe der Differenzen: Einzelwert r minus gleichzeitiges sukzessives Mittel, so zeigt sich, daß eine jährliche und eine 14monatige Periode nicht hervortreten, wie es doch bei x und bei y deutlich der Fall ist, es erscheinen nur langperiodische Schwankungen mit Amplituden von der Größenordnung 0".1. Den Verlauf ersieht man aus der späteren Tabelle 7 nebst zugehörender Skizze, das Verhalten der Amplituden aus Tabelle 8.

Setzt man, um dies näher zu verfolgen, an:

$$\begin{matrix} x \\ y \end{matrix} = a \cdot \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} 2\pi \left(\frac{t - t_0}{P_J}\right) + \alpha \cdot \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} 2\pi \left(\frac{t - \tau_0}{P_{Ch}}\right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \text{(III)}$$

so folgt:

$$r^2 = a^2 + \alpha^2 + 2\,a\,\alpha \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{P_J} - \frac{t}{P_{Ch}} - \frac{t_0}{P_J} + \frac{\tau_0}{P_{Ch}}\right)$$

oder nach (I)

$$r^2 = a^2 + \alpha^2 + 2\,a\,\alpha \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{P_{6.5}} - \frac{t_0}{P_J} + \frac{\tau_0}{P_{Ch}}\right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \text{(IV)}$$

Es bedeuten t die Zeit, t_0 und τ_0 Ausgangsepochen, a und α Konstanten. Somit tritt hier allein die 6.5-Jahresperiode auf; man vergleiche auch die etwas weitergehende Entwicklung in K. Lederstegers Analyse des Radiusvektors (Schrifttum Nr. 1, S. 321).

Tabelle 2. Sukzessive Mittel des Radiusvektors r über 1.1 Jahre

	1890	91	92	93	94	95	96	97	98	99	1900	01
.0	0″.250:	0″.263	0″.220	0″.172	0″.095	0″.076	0″.133	0″.197	0″.188	0″.153	0″.113	0″.080
.1	.260:	.261	.223	.162	.094	.079	.139	.200	.188	.150	.113	.086
.2	.266:	.263	.227	.151	.094	.081	.146	.203	.188	.146	.107	.091
.3	.268:	.268	.221	.139	.089	.084	.157	.206	.187	.139	.101	.098
.4	.272:	.269	.209	.131	.084	.090	.166	.202	.181	.128	.093	.104
.5	.273	.257	.200	.126	.081	.095	.171	.198	.175	.121	.087	.111
.6	.272	.239	.197	.122	.081	.100	.177	.195	.175	.116	.083	.118
.7	.271	.234	.200	.118	.079	.104	.184	.195	.177	.111	.080	.126
.8	.269	.234	.195	.111	.074	.110	.190	.192	.171	.108	.080	.136
.9	.266	.228	.186	.102	.073	.121	.194	.189	.160	.109	.075	.145

	1902	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13
.0	0″.159	0″.189	0″.195	0″.168	0″.129	0″.093	0″.167	0″.265	0″.315	0″.302	0″.247	0″.151
.1	.161	.190	.190	.166	.127	.092	.178	.274	.320	.300	.232	.149
.2	.159	.191	.185	.165	.122	.091	.186	.282	.319	.295	.219	.146
.3	.158	.193	.180	.164	.116	.095	.196	.290	.320	.291	.206	.141
.4	.159	.197	.176	.161	.111	.100	.205	.299	.324	.291	.194	.135
.5	.163	.199	.172	.157	.108	.106	.216	.306	.324	.287	.179	.131
.6	.169	.198	.173	.151	.102	.114	.227	.308	.320	.278	.167	.127
.7	.175	.197	.176	.143	.098	.127	.238	.309	.316	.270	.159	.127
.8	.180	.197	.176	.135	.095	.141	.247	.311	.308	.264	.154	.132
.9	.185	.198	.173	.130	.093	.154	.256	.313	.302	.258	.152	.138

	1914	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
.0	0″.141	0″.218	0″.255	0″.249	0″.154	0″.106	0″.124	0″.165	0″.177	0″.210	0″.139	0″.088
.1	.144	.227	.254	.243	.149	.097	.137	.169	.180	.208	.131	.080
.2	.151	.237	.256	.237	.139	.088	.154	.169	.179	.202	.123	.076
.3	.160	.244	.259	.226	.130	.083	.168	.166	.182	.197	.112	.074
.4	.167	.250	.262	.213	.124	.081	.174	.160	.185	.188	.103	.074
.5	.173	.257	.264	.203	.119	.082	.174	.153	.193	.180	.098	.077
.6	.180	.260	.266	.188	.111	.086	.172	.154	.205	.172	.098	.080
.7	.190	.259	.265	.169	.105	.093	.167	.157	.210	.158	.096	.077
.8	.203	.256	.261	.157	.108	.103	.162	.165	.210	.147	.097	.075
.9	.211	.255	.255	.154	.110	.113	.162	.173	.211	.144	.097	.079

	1926	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
.0	0″.082	0″.041	0″.061	0″.079	0″.139	0″.160	0″.183	0″.146	0″.116	0″.080	0″.084	0″.121
.1	.086	.039	.061	.086	.144	.164	.184	.141	.113	.067	.087	.123
.2	.087	.038	.060	.094	.146	.166	.184	.129	.115	.062	.085	.121
.3	.084	.040	.050	.102	.144	.165	.177	.116	.116	.054	.085	.124
.4	.077	.042	.060	.109	.142	.165	.174	.106	.114	.052	.090	.129
.5	.070	.049	.060	.115	.142	.172	.169	.103	.119	.060	.098	.136
.6	.063	.055	.060	.123	.144	.179	.165	.108	.119	.066	.104	.140:
.7	.056	.058	.062	.128	.147	.184	.158	.111	.116	.074	.107	.141:
.8	.050	.058	.066	.133	.152	.184	.154	.117	.104	.078	.110	.142:
.9	.045	.061	.075	.137	.156	.186	.152	.116	.092	.082	.115	.143:

Die beiden nächsten Tabellen 3 und 4 dienen dazu, den Verlauf kleiner, in der Reihe der einzelnen r noch verbliebenen Anteile jährlicher und 14monatiger Periodizitäten zu zeigen. Um die Art ihrer Veränderlichkeit zu prüfen, teilte ich die Zeitspanne 1890 bis 1938 in sechs Abschnitte; als erster bietet sich die Zeit der

Tabelle 3. Restliche jährliche Periode im Radiusvektor r

Jahres-zehntel	Kooperation der Sternwarten 1890.5–1900.4	Stationen des 39. Parallels				
		vor 1922.7			nach 1922.7	
		1900.5–07.4	1907.5–15.4	1915.5–22.4	1922.5–30.4	1930.5–37.4
.5	−0″.016	+0″.029	+0″.008	+0″.028	−0″.001	+0″.017
.6	.000	+ .027	+ .010	+ .027	+ .006	+ .006
.7	+ .015	+ .011	+ .002	+ .027	+ .006	− .011
.8	+ .017	.000	+ .001	+ .016	+ .007	− .040
.9	+ .002	− .009	+ .005	− .001	+ .001	− .054
.0	− .013	− .021	+ .002	− .016	+ .004	− .016
.1	− .018	− .025	− .013	− .020	+ .012	+ .015
.2	+ .020	− .017	− .012	− .040	− .006	+ .031
.3	+ .007	− .005	− .002	− .032	− .016	+ .034
.4	.000	+ .001	+ .001	− .001	+ .004	+ .031

„Kooperation der Sternwarten“ 1890 bis 1900. Die Spanne 1900 bis 1938 wird ungesucht zerlegt durch den Termin 1922.7, zu dem an Stelle der mit der Jahreszeit vor- und zurückgehenden Tagesstunden der Messung auf den Internationalen

Tabelle 4. Restliche Periodizität im Radiusvektor r mit einer Dauer von $1^a2 = 438^d$

Kooperation der Sternwarten 1890–1900	Stationen des 39. Parallels				
	vor 1922.7			nach 1922.7	
−0″.005	+0″.018	+0″.001	+0″.015	−0″.005	+0″.001
− .001	+ .022	+ .004	+ .021	− .022	− .009
− .002	+ .015	+ .006	+ .033	− .025	− .011
− .009	+ .003	+ .017	+ .038	− .008	− .018
− .017	− .005	+ .024	+ .027	− .004	− .027
.000	− .008	+ .025	+ .010	+ .009	− .018
+ .002	− .011	+ .014	− .002	+ .008	+ .008
+ .001	− .011	− .001	− .032	+ .013	+ .016
+ ,006	− .013	− .012	− .042	+ .010	+ .023
+ .011	− .019	− .020	− .046	+ .001	+ .027
+ .006	− .002	− .035	− .022	+ .004	+ .010
+ .010	+ .007	− .026	− .002	+ .002	+ .020

Stationen zweckmäßigerweise die konstanten Tagesstunden 23^h und 1^h festgesetzt wurden. Die beiden so entstehenden Abschnitte von 23 und 15 Jahren teilte ich in drei und zwei Teile und bildete abschnittweise Mittel für r. Einige wenige überschießende Jahreszehntel mußten wegbleiben.

Die jährlichen Restschwankungen in r, geordnet nach Jahreszehnteln, enthält Tabelle 3.

Der mittlere Betrag ist 0".02; 0".05 wird nur einmal überschritten; eine Gesetzmäßigkeit ist nur angedeutet für 1900 bis 1922.7.

Über die Reste der 14monatigen Periode erhält man einen Überblick, wenn man je 12 aufeinanderfolgende r-Reste zusammenfaßt und abschnittsweise mittelt, siehe Tabelle 4.

Der durchschnittliche Betrag ist ebenfalls 0".02, 0".05 wird nicht überschritten; Gesetzmäßigkeit, verschieden in dem ersten und dritten Abschnitt gegenüber dem zweiten, ist angedeutet.

Zwischen den Dauern von P_{Ch} und $P_{6.5}$ *vor* 1922.7 gegenüber jenen *nach* diesem Termin stellt sich ein deutlicher Unterschied heraus. Aus der Wahlschen Liste der x und y lassen sich leicht ableiten *erstens* die Epochen ihrer Nullstellen, *zweitens* diejenigen der Höchst- und Tiefstwerte, mit einer Genauigkeit von einigen 0.01. Dadurch finde ich als Periodendauern P_{Ch} für die sechs Zeitabschnitte folgende Werte (s. Tabelle 5).

Tabelle 5. Dauer der Chandlerschen Perioden P_{Ch}

Zeitspanne	Aus Nullstellen d. Kurven		Aus Höchst- u. Tiefstwerten	
	x	y	x	y
Kooperation der Sternwarten				
1890—1900	1.21	1.20	1.21	1.19
	1.20	1.20	1.22	1.20
Internationale Stationen				
1900—1922.7	1.17	1.16	1.17	1.17
	1.17	1.17	1.18	1.16
	1.19	1.21	1.22	1.20
	1.22	1.21	1.20	1.22
	1.16	1.17	1.16	1.16
	1.18	1.17	1.18	1.14
ab 1922.7 konstante Tageszeit der Beobachtung				
1922.7—1938.0	1.13	1.18	1.13	1.10
	1.12	1.14	1.10	1.13
	1.18	1.12	1.14	1.14
	1.14	1.15	1.16	1.16
Mittel { vor / nach } 1922.7	1.188	1.186	1.192	1.180
	1.144	1.148	1.133	1.133
Differenz { nach minus vor } 1922.7	− 0.044	− 0.038	− 0.059	− 0.047
	± .011	± .014	± .015	± .016

Aus den vier Differenzen im Sinne: nach minus vor 1922.7 am Fuße der Tabelle 5 folgt als Mittel: -0.047 ± 0.04; ihr entspricht eine Verkürzung der Chandlerschen Periode um 17 mittlere Sonnentage.

Für die Dauer der 6.5-Jahresperiode habe ich auch ältere Reihen zugezogen (Schrifttum Nr. 3, S. 328); Nr. 1, S. 318; hinzu treten die beiden Reihen: sukzessive

Mittel von r (Tabelle 2) und die 48 Jahresmittel der r (Tabelle 7), aufgetragen in der nachfolgenden Skizze.

Tabelle 6. Dauer der 6.5jährigen Periode $P_{6.5}$ aus den Epochen der Höchst- und Tiefstwerte des Radiusvektors r der „Polbahn"

Zeitspanne	„Gezeitenerscheinungen ..." S. 328 Mi	„Gezeitenerscheinungen ..." S. 328 Ma	„Lederstegers Analyse ..." S. 318 Mi	„Lederstegers Analyse ..." S. 318 Ma	Kurven der 470 sukzessiven Mittel über 1^a1 Mi	Kurven der 470 sukzessiven Mittel über 1^a1 Ma	Kurven der Jahresmittel aus den 470 Mitteln Mi	Kurven der Jahresmittel aus den 470 Mitteln Ma	
				Kooperation					
1890		6^a48		6^a41					Vor- und zurückgehende Tageszeiten
bis	5^a75		5^a76		5^a95		5^a95		
1900		6.13		6.33		6^a04		6^a30	
				Internationale Stationen					
	6.69		6.51		6.09		6.08		
1900		6.85		6.72		6.72		6.58	
bis			6.48		6.73		6.76		
1923				5.66		5.91		5.98	
			5.83		5.74		5.59		
				6.99		6.22		6.51	
				Konstante Tageszeiten 23^h und 1^h					
1923					7.96		8.04		
bis						9.39		9.06	
1938					8.17		8.42		

Nach plausibler Mittelbildung folgt als beobachtete Dauer von $P_{6.5}$

zwischen 1890—1923	$6^a26 \pm 0^a13$
„ 1923—1938	8.51 ± 0.37
beobachtete Verlängerung	$+ 2.25 \pm 0.39$

Gemäß Gleichung (I) erhält man als zugehörige Dauern von P_{Ch}:

$$1^a1901 \pm 0^a0045 \text{ und } 1^a1332 \pm 0^a0065,$$

somit als berechnete Verkürzung: $- 0^a057 \pm 0^a009$; die Übereinstimmung mit der oben mitgeteilten beobachteten Verkürzung: $- 0^a047 \pm 0^a004$ genügt.

Zu einer weiteren Kontrolle kann man die Differentialbeziehung benutzen:

$$d P_{Ch} = - \left(\frac{P_{Ch}}{P_{6.5}}\right)^2 \cdot d P_{6.5}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (V)$$

auf der rechten Seite setzt man zweckmäßigerweise Zahlenwerte für die Intervallmitte; man findet

$$d P_{Ch} = - \frac{1}{40.5} \cdot (+ 2^a25 \pm 0^a039) = - 0^a056 \pm 0^a010.$$

Somit wird bestätigt, daß Gleichung (I) nicht nur gilt für Mittelwerte über längere Zeitspannen, sondern auch für das veränderte Wertepaar P_{Ch}, $P_{6.5}$, wie es sich

nach dem um 1922.7 vorgenommenen Wechsel in der Tageszeit der Messung einstellte. Die 48 Jahresmittel von r enthält Tabelle 7.

Tabelle 7. Jahresmittel aus den sukzessiven Mitteln des Radiusvektors r

Vor- und zurückgehende Tagesstunden der Beobachtung				Konstante Tagesstunden der Beobachtung	
1890.5	0".267	1906.5	0".110	1922.5	0".193
1.5	.252	7.5	.111	23.5	.181
2.5	.208	8.5	.212	24.5	.109
3.5	.133	9.5	.296	25.5	.078
4.5	.084	10.5	.317	26.5	.070
5.5	.094	11.5	.284	27.5	.048
6.5	.166	12.5	.191	28.5	.062
7.5	.198	13.5	.138	29.5	.111
8.5	.179	14.5	.172	30.5	.146
9.5	.128	15.5	.246	31.5	.173
1900.5	.093	16.5	.260	32.5	.170
1.5	.110	17.5	.204	33.5	.119
2.5	.167	18.5	.125	34.5	.112
3.5	.195	19.5	.093	35.5	.068
4.5	.180	20.5	.159	36.5	.097
5.5	.154	21.5	.163	37.5	.132
6.5	.110	22.5	.193		

Leichtere Übersicht gewährt beifolgende Skizze:

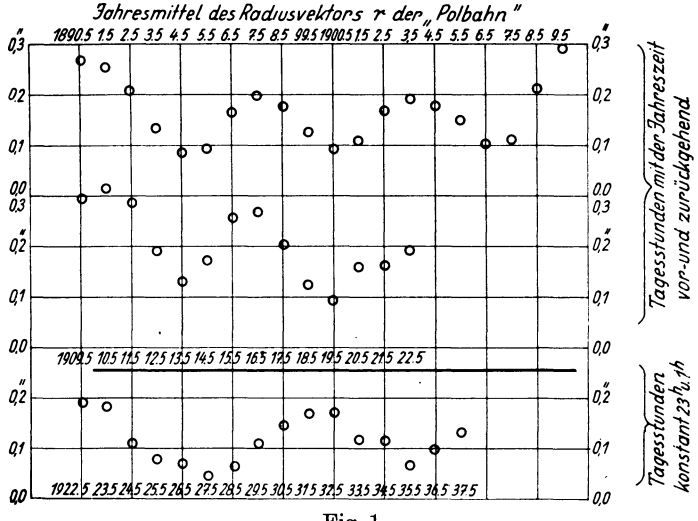

Fig. 1

Der aus den Tabellen 5 bis 8 sowie aus der Skizze ersichtliche Sprung um 1922.7 steht im Gegensatz zu dem allmählichen Übergang, wie ihn die Kimurasche

Formel für die Abhängigkeit der Chandlerschen Periode von der Zeit verlangt (Schrifttum Nr. 5; H. Kimura, V. Berg).

Tabelle 8. Halbamplituden

ermittelt aus:	Jahresperiode x	Jahresperiode y	Chandler-Periode x	Chandler-Periode y	6.5-Jahresperiode r
			Kooperation		
1890—1900	0".12	0".08	0".14	0".16	0".06
			Internationale Stationen		
1900—1907	0.07	0.06	0.13	0.15	0.05
1907—1915	0.07	0.07	0.21	0.22	0.10
1915—1922	0.11	0.11	0.24	0.15	0.08
			Konstante Tageszeiten seit 1922.7		
1922—1930	0.08	0.08	0.07	0.07	0.07
1930—1938	0.10	0.10	0.08	0.08	0.06

Einen weiteren Beitrag für das Eintreten einer wesentlichen Änderung um 1922.7 liefern die *Amplituden*, insbesondere die der Periode P_{Ch}, s. Tabelle 8; es sei hervorgehoben, daß bei x und y die Amplituden der Chandler-Periode allein einen Sprung aufweisen, während die der Jahresperiode unverändert bleiben. Falls die Amplituden einer dieser geglätteten Schwankungen weiter verwendet werden, ist der bekannte Vergrößerungsfaktor arc/sin zu berücksichtigen.

C.

Für das Azimut A eines Polbahnpunktes gilt tg $A = y/x$, es zählt vom Greenwicher Meridian ab, westlich positiv. Der mittlere Fehler eines A folgt aus dem von x und y, dieser kann hier für beide, auf 0.1 interpolierten Koordinaten rein rechnerisch auf $\pm$ 0".03 veranschlagt werden; hierbei ist nicht berücksichtigt die Verschiedenheit zwischen den Polbahnen, die aus verschiedenen Kombinationen der Stationen zu je 3, 4 oder 5 folgen (s. Schrifttum Nr. 1, Zeitschr. f. Geophys., Jahrgang 14, K. Ledersteger). Eine Fehlerbetrachtung lehrte, daß es bei weitem genügt, A auf ganze Grade abzurunden. Soll der mittlere Fehler eines A unter $\pm$ 20° bleiben, so müssen die Beträge von x und y größer bleiben als 0".066. Demgemäß wurde ein A als unsicher gekennzeichnet, falls x *und* y kleiner wurden als 0".066. Hingewiesen sei auf die Bemerkungen im Abschnitt A dieser Arbeit über singuläres Verhalten des Azimutes, falls die Polbahn sich dem Nullpunkt der Koordinaten nähert.

In Tabelle 9 stehen die Azimut-*Differenzen* zwischen zwei benachbarten Jahreszehnteln gemäß der Koordinatenliste von E. Wahl; war *eines* der beiden Azimute unsicher, so erhielt die Differenz das Zeichen: und das Zeichen :, falls Minuend und Subtrahend unsicher waren.

Tabelle 9. Änderungen des Azimutes der „Polbahn“ von $0^a.1$ zu $0^a.1$

	1890.1	91.1	92.1	93.1	94.1	95.1	96.1	97.1	98.1	99.1
0.1—0.0	— 39⁰	— 28⁰	— 69⁰	— 39⁰	— 18⁰	+ 10⁰	— 29⁰	— 40⁰	— 51⁰	— 33⁰
.2 .1	— 29	— 34	— 35	— 37	— 12	+ 4	— 16	— 28	— 41	— 25
.3 .2	— 24	— 33	— 11	— 21	— 7:	+ 16:	— 22	— 18	— 21	— 20
.4— .3	— 28	— 31	— 11	— 18	— 73:	— 189::	— 30	— 28	— 24	— 38
.5— .4	— 41	— 40	— 59	— 39	— 14	+ 10:	— 35	— 40	— 27	— 40
.6— .5	— 38	— 51	— 47	— 35:	— 12	+ 13	— 37	— 31	— 45	— 33
.7— .6	— 29	— 30	— 23	— 47:	— 19:	— 26	— 31	— 22	— 39	— 27
.8— .7	— 35	— 12	— 29	— 26	— 61::	— 34	— 34	— 18	— 24	— 35
.9— .8	— 33	— 9	— 28	— 23	— 68:	— 36	— 24	— 44	— 29	— 22
1.0—0.9	— 31	— 21	— 32	— 15	— 10	— 43	— 41	— 28	— 36	— 54:

	1900.1	01.1	02.1	03.1	04.1	05.1	06.1
0.1— .0	— 37⁰:	— 66⁰::	— 42⁰	— 28⁰	— 37⁰	— 34⁰	— 49⁰
.2— .1	— 33:	— 30::	— 48	— 32	— 28	— 32	— 33
.3— .2	— 20	— 27:	— 34	— 41	— 30	— 24	— 27
.4— .3	— 7	— 23	— 32	— 29	— 35	— 31	— 29
.5— .4	— 6	— 20	— 32	— 22	— 34	— 44	— 28
.6— .5	— 13	— 15	— 24	— 27	— 33	— 41	— 22
.7— .6	— 15	— 17	— 31	— 30	— 28	— 29	— 25
.8— .7	— 24:	— 22	— 39	— 36	— 25	— 22	— 20
.9— .8	— 26::	— 23	— 37	— 34	— 28	— 35	— 14
1.0—0.9	— 50::	— 27	— 33	— 39	— 37	— 41	— 16

	1907.1	08.1	09.1	10.1	11.1	12.1	13.1	14.1
0.1— .0	— 39⁰:	— 31⁰	— 30⁰	— 30⁰	— 31⁰	— 41⁰	— 21⁰	— 29⁰
.2— .1	— 54:	— 31	— 29	— 34	— 33	— 33	— 23	— 46
.3— .2	— 31:	— 31	— 32	— 33	— 38	— 32	— 19	— 23
.4— .3	— 19	— 32	— 37	— 33	— 38	— 30	— 13	— 13
.5— .4	— 15	— 23	— 31	— 37	— 29	— 36	— 16	— 18
.6— .5	— 20	— 22	— 27	— 28	— 27	— 36	— 34	— 28
.7— .6	— 37	— 31	— 26	— 31	— 25	— 25	— 37	— 40
.8— .7	— 32	— 37	— 35	— 34	— 30	— 22	— 43	— 29
.9— .8	— 29	— 32	— 38	— 27	— 29	— 22	— 39	— 32
1.0—0.9	— 29	— 25	— 23	— 31	— 20	— 21	— 26	— 43

	1915.1	16.1	17.1	18.1	19.1	20.1	21.1
0.1— .0	— 35⁰	— 29⁰	— 23⁰	— 36⁰	+ 8⁰	— 20⁰	— 49⁰
.2— .1	— 35	— 38	— 34	— 42:	— 6:	— 17	— 40
.3— .2	— 28	— 41	— 39	— 77::	— 29:	— 22	— 55
.4— .3	— 24	— 40	— 62	— 33:	— 16	— 26	— 36
.5— .4	— 28	— 28	— 39	— 18	— 9	— 20	— 19
.6— .5	— 26	— 39	— 23	— 32	— 22:	— 20	— 15
.7— .6	— 26	— 30	— 27	— 23	— 99::	— 15	— 20
.8— .7	— 38	— 22	— 26	— 17	— 44:	— 26	— 22
.9— .8	— 32	— 25	— 27	— 8	— 37:	— 28	— 17
1.0—0.9	— 29	— 28	— 30	— 2	— 35:	— 53	— 66:

	1922.1	23.1	24.1	25.1	26.1	27.1	28.1	29.1
0.1—0.0	— 76⁰:	— 26⁰	— 33⁰	— 29⁰	— 10⁰	+ 9⁰::	— 33⁰	— 8⁰
.2— .1	— 34	— 36	— 55	— 20	— 38	— 24::	— 29	— 24
.3— .2	— 32	— 47	— 45	— 40:	— 33	0::	— 38:	— 50
.4— .3	— 29	— 38	— 26	— 70::	— 22	+ 58::	— 31:	— 21
.5— .4	— 29	— 29	— 19	— 57::	— 36:	+ 28::	— 8:	— 33
.6— .5	— 21	— 32	— 41	— 58::	— 36:	— 40::	— 82::	— 48
.7— .6	— 38	— 27	— 31	— 49::	— 47:	— 51::	— 91::	— 29
.8— .7	— 27	— 26	— 27	— 23:	— 39::	— 23::	— 70::	— 45
.9— .8	— 23	— 32	— 38	— 21	+ 7::	— 20:	— 23:	— 25
1.0—0.9	— 32	— 38	— 35	— 18	— 47::	— 33	— 20	— 28

	1930.1	31.1	32.1	33.1	34.1	35.1	36.1	37.1
0.1— .0	— 44⁰	— 42⁰	— 28⁰	— 40⁰:	— 43⁰:	— 14⁰:	— 4⁰	— 7⁰
.2— .1	— 33	— 11	— 33	— 22	— 25	— 5::	— 12	— 24
.3— .2	— 29	— 36	— 40	— 28	— 7	— 5::	— 19	— 23
.4— .3	— 26	— 17	— 5	— 23	— 12	— 7::	— 29	— 26
.5— .4	— 31	— 40	— 45	— 19	— 37	+ 4::	— 35	— 28
.6— .5	— 28	— 27	— 31	— 26	— 28	— 1::	— 16:	— 24
.7— .6	— 33	— 20	— 4	— 27	— 10	— 31::	+ 29::	— 7:
.8— .7	— 43	— 73	— 17	— 15:	— 17	+ 39::	— 221::	— 173::
.9— .8	— 55	— 36	— 78	— 48 :	+ 19:	— 6::	— 12:	— 17:
1.0—0.9	— 47	— 34	— 60:	— 118:	+ 75:	+ 18:	— 24	— 11

In dieser Reihe von 480 Azimutdifferenzen wechseln Gebiete der Ruhe mit solchen der Unruhe ab; eine versuchsweise graphische Darstellung ließ wieder keine Periodizität mit 12- oder 14monatiger Dauer erkennen. Eine Schwankung von längerer Dauer trat erst hervor in der Reihe der 48 Jahresmittel, s. Tabelle 10.

Tabelle 10. Jahresmittel der Winkelgeschwindigkeit

Tageszeiten der Beobachtung					
Vor- und zurückgehend				Konstant	
Kooperation der Sternwarten	Internationaler Parallel 39⁰				
1890.5 −32⁰7	1900.5 −23⁰1	1907.5 −30⁰5	1915.5 −30⁰1	1922.5 −34⁰1	1930.5 −36⁰9
91.5 −28.9	01.5 −27.0	08.5 −29.5	16.5 −32.0	23.5 −33.1	31.5 −33.6
92.5 −34.4	02.5 −35.2	09.5 −30.8	17.5 −33.0	24.5 −35.0	32.5 −34.1
93.5 −30.0	03.5 −31.8	10.5 −31.8	18.5 −28.8	25.5 −38.5	33.5 −36.6
94.5 −29.4	04.5 −31.5	11.5 −30.0	19.5 −28.9	26.5 −30.1	34.5 − 8.5
95.5 −27.5	05.5 −33.3	12.5 −29.8	20.5 −24.7	27.5 − 9.6	35.5 − 0.8
96.5 −29.9	06.5 −26.3	13.5 −27.1	21.5 −33.9	28.5 −42.5	36.5 −34.3
97.5 −29.7		14.5 −30.1		29.5 −31.1	37.5 −34.0
98.5 −32.7					
99.5 −33.7					

Um näheren Aufschluß über deren Verlauf zu erhalten, glättete ich die hervortretende Kurve innerhalb der sechs früheren Abschnitte nach dem Schema: $\frac{1. + 2. + 3.}{3}$, $\frac{2. + 3. + 4.}{3}$ usf.; da im Abschnitte 1922.7 bis 1938.0 noch Unruhe herrschte, unterzog ich ihn einer zweiten Drittelung. Es entstand das folgende graphische Bild der Winkelgeschwindigkeit im Azimut.

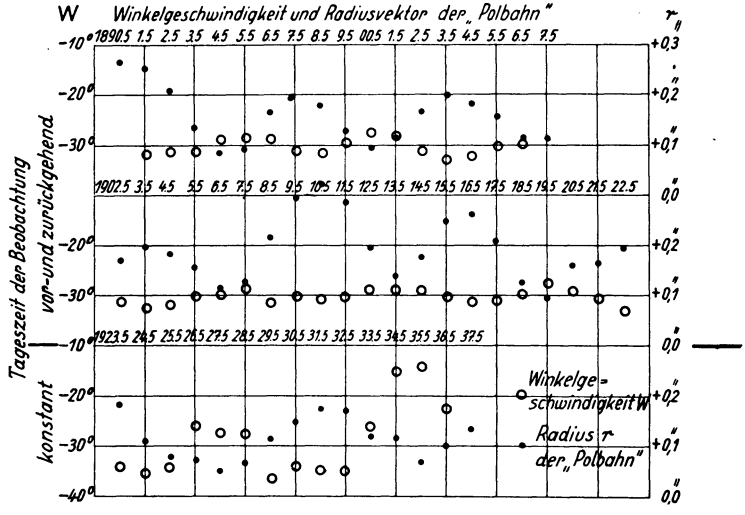

Fig. 2

Die 6.5-Jahresperiode, zwischen 1890 und 1922.7 sehr nahe gleichbleibend, erscheint verlängert zwischen 1922.7 und 1938, so wie es bei r der Fall ist; über die Größe der Amplitude siehe weiter unten.

Für die Epochen der Maxima und Minima folgen nach einfachem graphischen Verfahren die Zahlen der Tabelle 11.

Tabelle 11.

Epochen für Höchstbeträge der Winkelgeschwindigkeit w (Jahresmittel)

Maxima	Minima
	1895.5
1898.3	
	1900.7
1903.7	
	07.4
10.3	
	13.0
16.7	
	19.6

nach 1922.7

Maxima	Minima
1924.8	
	1927.5
31.5	
	35.0

Linearer Ausgleich dieser Reihen ergab für die Dauern:

	Tageszeit der Beobachtung	Dauer
1890—1922.7	vor- und zurückgehend	$6^a.09 \pm 0^a.10$
1922.7—1938	konstant	6.92 ± 0.36

Nach Tabelle 1 gehören zu diesen beiden Dauern als Dauern der Chandlerschen Periode: 437^d und 427^d.

Um weiter zu prüfen, ob sich in der Reihe der Winkelgeschwindigkeiten eine 14monatige Schwankung verrate, ordnete ich die Azimutdifferenzen der Tabelle 9 in Gruppen zu je 12 Jahreszehnteln, eine Gruppe umfaßt somit 438^d; sie sind in Tabelle 9 durch horizontale Striche begrenzt. Man findet die zu einem der sechs Abschnitte gehörenden Gruppen durch Abzählen von dessen Mitte aus. An den Grenzen zweier Abschnitte mußten bisweilen, um auf Vielfache von 12 zu kommen, einige Einzelwerte weggelassen oder auch in beiden Abschnitten benutzt werden.

Eine geglättete Mittelkurve verläuft regelmäßig und deckt sich nahe mit jener für die Jahresmittel, s. Tabelle 10 nebst Skizze. Die Gruppenmittel sind:

Tabelle 12. Mittel der Winkelgeschwindigkeiten über 1.2 Jahre (nahe über eine Chandler-Periode)

Tageszeiten der Beobachtung											
Vor- und zurückgehend							Konstant				
Kooperation der Sternwarten		Internationaler Breitendienst									
1890.8	−32°1	1900.5	−29°3	1907.4	−27°9	1915.5	−31°1	1922.4	−35°3	1930.2	−32°8
92.0	−32.9	01.7	−27.3	08.6	−29.5	16.7	−32.3	23.6	−34.9	31.4	−36.5
93.2	−31.2	02.9	−31.7	09.8	−31.6	17.9	−36.7	24.8	−35.1	32.6	−33.6
94,4	−27.7	04.1	−32.6	11.0	−32.0	19.1	−20.6	26.0	−33.4	33.8	−32.6
95.6	−26.7	05.3	−31.8	12.2	−29.9	20.3	−25.8	27.2	−14+1	35.0	− 2.2
96.8	−30.7	06.5	−28.5	13.4	−26.2	21.5	−39.0	28.4	−39.8	36.2	−23.9
98.0	−32.7			14.6	−30.9			29.6	−32.3	37.4	−31.3
99.2	−31.6										

Hieraus lassen sich in bekannter Weise wieder Epochen für Höchstbeträge der 6.5-Jahresperiode bestimmen, und zwar 1890 bis 1922.7 die für 5 Minima und für 5 Maxima, zwischen 1922.7 bis 1938 die für 2 Minima und 2 Maxima; s. Tabelle 13.

Tabelle 13. Epochen für Höchstbeträge der Winkelgeschwindigkeit

Maxima	Minima
1891.6	
	1895.4
98.3	
	1901.6
1904.3	
	07.2
10.4	
	13.3
16.7	
	19.5

Seit 1922.7 konstante Tageszeit der Beobachtung

1923.0	
	1927.0
30.6	
	35.8

Dank zweifacher Bestimmung (Tabellen 11 und 13) gewinnt man mittlere Fehler für eine Epoche gleichsinniger Höchstbeträge, die wertvoller sind als jene aus den Ausgleichungen; durch Vergleich findet man

	Mittlerer Fehler einer Epoche	Anzahl der Vergleiche
1890—1922.7	$\sqrt{\frac{1.33}{2 \times 9}} = \pm 0^{d}3$	9
1922.7—1938	$\sqrt{\frac{4.94}{2 \times 4}} = \pm 0.8$	4

Für die Periodendauer selbst ergibt sich durch linearen Ausgleich

	Tageszeit der Beobachtung		Dauer
1890—1922.7	vor- und zurückgehend	5 Minima	$6^{d}23 \pm 0^{d}06$
		5 Maxima	5.99 ± 0.06
1922.7—1938	konstant	2 Min. u. 2. Max.	8.40 ± 0.48

Die entsprechenden Dauern der Chandlerschen Periode nach Tabelle 1 sind 435, 439 und 415^{d}.

Für die Amplitude der Schwankung in der Winkelgeschwindigkeit ergab sich durch linearen Ausgleich:

vor 1922.7: $5^{0}0 \pm 0^{0}3$
nach 1922.7: 14.0 ± 4.4

Demnach schwankte die Winkelgeschwindigkeit für je ein Jahreszehntel, entgegengesetzt dem Uhrzeigersinne:

vor 1922.7 von $32^{0}5$ bis $27^{0}5$
nach 1922.7 von 36.5 bis 22.5

Vergleicht man in obiger Skizze die beiden Punktreihen für Winkelgeschwindigkeit und Radiusvektor, so erkennt man, daß die *Beträge* gleichsinniger Höchstwerte nahezu gleichzeitig auftreten.

Aus der Gleichung $\operatorname{tg} A = y/x$ folgt

$$\frac{dA}{dt} = \frac{x\,dy - y\,dx}{r^2\,dt} = \frac{m + n\cdot\cos 2\pi\left(\frac{t}{P_{6.5}} - \frac{t_0}{P_J} + \frac{\tau_0}{P_{Ch}}\right)}{a^2 + \alpha^2 + 2\,a\,\alpha\cdot\cos 2\pi\left(\frac{t}{P_{6.5}} - \frac{t_0}{P_J} + \frac{\tau_0}{P_{Ch}}\right)}, \quad \text{(VI)}$$

m und n bedeuten Konstanten, die von a, α, P_{Ch} und P_J abhängen. Wie bei r, so herrscht auch bei der Winkelgeschwindigkeit die Dauer der Periode $P_{6.5}$ vor.

Nach Gleichung (VI) würde aus den Messungen der Polhöhenschwankungen auf dem Internationalen Parallel angenähert für die Rotation der Pole einer hypothetischen Erdachse als eine Art von Flächengesetz folgen:

$$r^2\,\frac{dA}{dt} = m + n\cdot\cos 2\pi\left(\frac{t}{P_{6\,5}} - \frac{t^0}{P_J} + \frac{\tau_0}{P_{Ch}}\right).$$

Für das Verlangsamen einer Drehung könnten Reibung oder Widerstände als Ursachen genannt werden; hier bleibt die Frage nach der Kraftquelle für den periodischen Wiederantrieb offen.

Zusammenfassung

1. Für die Zeitspanne 1890 bis 1938 werden Radiusvektor und Azimut eines Punktes der sogenannten „Polbahn" numerisch untersucht unter der Voraussetzung, daß der Endkörper eine Achse habe. Es ergibt sich, daß auch in der azimutalen Winkelgeschwindigkeit die 6.5-Jahresperiode $P_{6.5}$ vorherrscht, während die jährliche Periode P_J und die Chandlersche Periode P_{Ch} nur schwach und unsicher auftreten, ein Verhalten, das beim Radiusvektor bereits bekannt war.

2. Bei dem von 1922.7 ab angeordneten Übergang zu den konstanten Beobachtungszeiten 23^h und 1^h ändern sich die Dauern von P_{Ch} und $P_{6.5}$ sprunghaft.

3. Die für langjährige Mittelwerte von P_{Ch} und $P_{6.5}$ bereits erkannte Beziehung: $\frac{1}{P_{Ch}} + \frac{1}{P_{6.5}} = \frac{1}{P_J}$ besteht weiter für das nach 1922.7 veränderte Wertepaar P_{Ch} und $P_{6.5}$.

4. S. Newcomb hat die Chandlersche Periode als die infolge der Nachgiebigkeit des Erdkörpers verlängerte, für einen starren Erdkörper gültige Eulersche Periode (305^d) erklärt; es entsteht die Frage, ob diese Auslegung bestehen bleibt, nachdem P_{Ch} als periodisch veränderlich erkannt ist.

5. Die Frage tritt auf nach der Kraftquelle, die den ständigen Antrieb für die periodisch veränderliche Drehung im Azimut eines Polbahnpunktes liefert.

Schrifttum

[1] Über die Analyse des Radiusvektors der Polbahn; von K. Ledersteger: Gerlands Beiträge zur Geophysik **26**, 318 (Wien 1930). — Eine neue Methode zur Berechnung der Polbahn; von K. Ledersteger: Astron. Nachr. **243**, Nr. 5813/14, Kiel 1931. — Polbahn und primäres z-Glied; von K. Ledersteger: Zeitschr. f. Geophys. Jahrg. 14, Heft 1/2, 1938.

[2] Erdmond, Sonne und Polhöhenschwankung, II. Mitteilung; von R. Schumann: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien, math.-naturwiss. Kl. **145**, 5. Heft, 358 (1936).

[3] Über Gezeitenerscheinungen in den Schwankungen der Stationspolhöhen; von R. Schumann: Denkschr. d. Math.-naturwiss. Kl. d. Kais. Ak. d. Wiss. in Wien **89**, 328ff. (1913).

[4] Neue Untersuchungen über die Perioden der Polbewegung; von E. Wahl; Astron. Nachr. **267**, Nr. 6403, Berlin-Dahlem 1938.

[5] Siehe unter [3], S. 353; ferner: Variations in the Fourteenth Month's Component of the Polar Motion; by H. Kimura: Monthly Notices **78**, 163 (1917). — Über die Abhängigkeit der Amplitude der Chandlerschen Periode von der Verteilung der Beobachtungen auf die Tageszeiten; von V. Berg: Astron. Nachr. **260**, Nr. 6232 (1936). — Zur Frage: Änderung der Chandlerschen Periode; von R. Schumann: Astron. Nachr. **265**, Nr. 6341, Kiel 1938.

Ergebnisse geoelektrischer Polarisationsmessungen

Von **Max Müller**, Jena. — (Mit 7 Abbildungen)

Es werden die vom Verfasser entwickelten Meßmethoden dargestellt, welche es ermöglichen, künstliche im Erdboden erzeugte Polarisationskräfte durch Dämpfungskoppelung oder durch dynamische Phasenregelung zu bestimmen. Einige in der Praxis ausgeführte Untersuchungsbeispiele, welche die hohe Selektivität und große Tiefenwirkung dieser Meßmethoden beweisen, werden beschrieben.

I. Einleitung. Wenn man elektrische Wechselströme oder periodisch veränderliche Gleichströme durch den Erdboden leitet, werden im letzteren Polarisationskräfte ausgelöst, welche eine zeitliche Änderung des Widerstandes und der Kapazität der Gesteinsmedien hervorrufen. Die dynamische Rückwirkung dieser Kräfte kann an der Erdoberfläche durch dynamische Phasenregelung oder durch Dämpfungskoppelung gemessen werden.

Die praktische Anwendung der sich auf die Bestimmung künstlich erregter Polarisationskräfte gründenden Meßverfahren ist besonders in den Fällen von Wichtigkeit, in welchen sich die Gesteinsmedien durch ihre elektrische Leitfähigkeit gar nicht oder doch nnr sehr wenig voneinander abheben. Gerade in Deutschland birgt der Erdboden mancherlei wertvolle Erzvorkommen, welche gut und schlecht leitende Erze in einem solchen Mengenverhältnis enthalten, daß sich die resultierende Leitfähigkeit von derjenigen des umgebenden Mediums kaum abhebt, und der Nachweis dieser Vorkommen mit Hilfe der Widerstands- oder Induktionsmethoden unmöglich ist.