

Werk

Jahr: 1941

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 GEOGR PHYS 203:17

Werk Id: PPN101433392X_0017

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN101433392X_0017 | LOG_0034

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

[7] R. Schwinner: Das Schwereprofil der Tauernbahn. Gerlands Beitr. z. Geophys. **29**, 352—416 (1931).

[8] R. Schwinner: Der Begriff der Konvektionsströmung in der Mechanik der Erde. Gerlands Beitr. z. Geophys. **58**, 119—158 (1941).

[9] R. Schwinner: Seismik und tektonische Geologie der Jetztzeit. Z. f. Geophys. **17**, 103—113 (1941).

[10] F. A. Vening Meinesz: Gravity Expeditions at Sea 1923—1932, Vol. II. Publ. Netherlands Geodetic Comm. Delft 1934.

[11] F. A. Vening Meinesz: Gravity over the Hawaiian Archipelago and over the Madeira area; conclusions about the Earth's crust. Nederl. Acad. v. Wetenschappen, Proc. Vol. XLIV, No. 1, S. 1—12 (1941).

[12] F. A. Vening Meinesz: Tables for Regional and Local Isostatic Reduction (Airy System) for Gravity Values. Publ. Netherl. Geodetic Comm. Delft 1941.

Erzeugung sinusförmiger Wechselströme in dem unter dem Hörbarkeitsbereich liegenden Frequenzgebiet

Von **Max Müller** in Jena. — (Mit 4 Abbildungen)

Es werden Schwingschaltungen beschrieben, welche unter geringem apparatellem Aufwand, insbesondere ohne Verwendung von Selbstinduktionen sinusförmige selbst-erregte Schwingungen ausführen und es wird die Koppelungstheorie und die Theorie der Anfachungsbedingungen bei der Erzeugung dieser Schwingungen gegeben. Die geoelektrischen Anwendungsmöglichkeiten dieser Schwingschaltungen werden besprochen und es wird insbesondere darauf hingewiesen, daß es durch Variation der Anfachungsbedingungen möglich ist, selektive Reaktionswirkungen zu erzielen.

I. Einleitung. Der für geophysikalische Messungen in Frage kommende Frequenzbereich liegt zwischen 0.01 und 1000 Hertz. Während bei der Untersuchung oberflächennaher Lagerstätten oder Erzvorkommen von im Tonfrequenzbereich liegenden Wechselströmen und Feldern Gebrauch gemacht wird, welche nach Intensität, Richtung und Phase gemessen werden müssen, ist die Verwendung niederperiodischer Felder bei der Erforschung tiefliegender Objekte unerläßlich. Neben der Steigerung der Eindringungstiefe der Ströme, welche bekanntlich umgekehrt proportional mit der Quadratwurzel aus der Stromfrequenz zunimmt, bietet die Verwendung niederperiodischer Ströme noch eine Reihe anderer Vorteile. Einerseits treten in niederperiodischen Feldern die Verschiebungsströme gegenüber den Leitungsströmen so stark zurück, daß man sie nicht mehr zu berücksichtigen braucht, und andererseits läßt sich bei gegebener mittlerer Erdleitfähigkeit, wie ich in einer früheren Arbeit ausführlich zeigte [1], stets eine kritische Frequenz finden, bei welcher die im Boden induzierten quellenfreien Sekundärströme verschwindend klein werden. Die Kriterien zur Bestimmung dieser Frequenz wurden in der genannten Arbeit ausführlich diskutiert. Für die praktischen Feldarbeiten waren damit erhebliche Vorteile gewonnen, da die in der Literatur für stationäre Felder bekannten Rechnungshypothesen unmittelbar für alle unter der ge-

nannten kritischen Frequenz liegenden elektromagnetischen Felder angewandt und nachgeprüft werden konnten. Von besonders großer Bedeutung werden die niederperiodischen Wechselstromfelder bei der Erforschung von Objekten, welche von sehr gut leitenden Schichten, beispielsweise von Salzwasserhorizonten oder laugenführenden Schichten überdeckt sind, oder aber bei der Untersuchung der Feinstruktur der obersten Schichten [2] [3]. Hier kommt der Einfluß der Anisotropie erst dann voll zur Geltung, wenn keine Verschiebungsströme mehr auftreten, und die Stromfrequenz die genannte kritische Frequenz nicht überschreitet.

Schon vor Jahren wurden deshalb Wechselstromgeneratoren [4] entwickelt, welche es ermöglichten, die Frequenzabhängigkeit der Verteilung elektrischer und elektromagnetischer Felder im niederperiodischen Frequenzgebiet zu messen. Als Generator diente hierbei ein Ultraaudion, dessen Schwingungskreis zur Vermeidung von Oberschwingungen mit eisenfreien und kapazitätsarm gewickelten Induktionsspulen ausgestattet war, und dessen Schwingungen mittels einer von einem Maschinenaggregat gespeisten Kraftverstärkeranordnung verstärkt und stabilisiert wurden. Der Frequenzbereich, welcher mit einem Ultraaudion überstrichen werden kann, ist jedoch nach unten begrenzt, da man Induktivitäten ohne Eisenkern nicht bis zu beliebiger Größe herstellen kann. Selbst unter den günstigsten Bedingungen erhält man in dem unter 5 Hertz liegenden Frequenzbereich keine einfachen und bequem transportablen Versuchsanordnungen mehr. Für die Schwingungserzeugung im Gebiet der Tiefstfrequenzen sind daher die in Technik bekannten Rückkoppelungsschaltungen mit Resonanzkreis ungeeignet. Nun gibt es aber auch Systeme, welche mit sehr geringem apparatellem Aufwand im Gebiet der tiefen und tiefsten Frequenzen zur Erzeugung sinusförmiger Schwingungen veranlaßt werden können, obwohl sie keinen Schwingungskreis und insbesondere keine Selbstinduktion aufweisen. Derartige Schwingsysteme wurden vom Verfasser anläßlich der Entwicklung von Meßmethoden zur Bestimmung des Dispersionseffektes von Gesteinmedien zur Schwingungserzeugung benutzt. Da diese auch für die anderen geoelektrischen Methoden, insbesondere für die Widerstandsmethoden von Bedeutung sind, dürfte eine Beschreibung der wichtigsten in Frage kommenden Schwingschaltungen und ihrer Wirkungsweise von allgemeinem Interesse sein.

II. Die Schwingschaltungen. In der Technik sind schon lange Rückkoppelungsschaltungen ohne Resonanzkreis bekannt, welche die bekannten verzerrten Kurvenformen der Kippschwingungen liefern [5]. Bei diesen ist die Rückkoppelung so beschaffen, daß sowohl der Betrag als auch die Phase der ans Gitter zurückgeführten Spannung für einen großen Frequenzbereich annähernd konstant ist. Die Oberwellen der selbsterregten Grundfrequenz sind deshalb so groß, und ihre Phase weicht so wenig von der für die Selbsterregung richtigen ab, daß man die bekannten Kurvenformen der Kippschwingungen erhält. Sinusförmige Schwingungen erhält man mit derartigen Kippschwingschaltungen nur dann, wenn man die Rückkoppelung so lose wählt, daß die Schwingungen gerade einsetzen, und

wenn die Röhre nur im geradlinigen Teil der Charakteristik angesteuert wird. Die Rückkoppelung muß hierbei so beschaffen sein, daß die an das Gitter zurückgeführte Steuerspannung nur für eine Frequenz die richtige Phase und zugleich eine genügende Amplitude besitzt, während für die Oberwellen entweder die Amplitude zu klein wird, oder die Phase zu stark von der für die Selbsterregung richtigen abweicht.

In der Fig. 1 ist eine Zweirohrschtaltung dargestellt. Parallel zum Anodenwiderstand R_1 der ersten Röhre liegt die Kapazität C_1 . Der Spannungsabfall an R_1 wird durch den Kondensator C_{g2} an das Gitter der zweiten Röhre übertragen, welche den Gitterableitwiderstand R_{g2} besitzt. Der Spannungsabfall des Anodenwiderstandes R_2 der zweiten Röhre wird dagegen durch Verwendung einer Anodenbatterie an das Gitter der ersten Röhre zurückgeführt. Bedeuten D_2 den Durchgriff, R_{g2} die Gitterspannung der zweiten Röhre, e_{g1} und e_{g2} die Gitter-

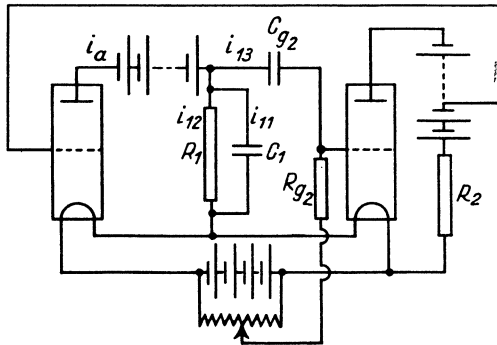


Fig. 1. RC-Schaltung zur Erzeugung von sinusförmigen Schwingungen

spannungen der beiden Röhren, e_a die Anodenspannung, i_{11} , i_{12} , i_{13} die Zweigströme des Anodenstromes der ersten Röhre, C_{g2} den Koppelkondensator und $n = -\delta + i\omega$, so erhält man bekanntlich:

$$e_{g1} = \frac{1}{D_2} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_{i2}} \cdot e_{g2} = c' \cdot e_{g2} \quad \dots \quad (1)$$

$$e_{g1} = c' e_{g2} = c' \cdot R_{g2} i_3 \quad \dots \quad (2)$$

$$e_a = \frac{i_{11}}{c_1 n} = i_{12} R_1 = i_{13} \left(\frac{1}{n \cdot c_{g2}} + R_{g2} \right) \quad \dots \quad (3)$$

$$i_a = i_{11} + i_{12} + i_{13} \quad \dots \quad (4)$$

$$e_g S - \frac{e_a}{R_i} = i_a \quad \dots \quad (5)$$

Aus (1) bis (5) erhält man die quadratische Gleichung:

$$\left(C_1 \cdot n + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{i2}} \right) \left(R_{g2} + \frac{1}{C_{g2} \cdot n} \right) = R S c' - 1 \quad \dots \quad (6)$$

Diese Gleichung läßt sich auch schreiben:

$$\left. \begin{aligned} C_1 R_{g2} n^2 + \left[R_{g2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{i2}} \right) + \frac{C_1}{C_{g2}} + 1 - R_{g2} S c' \right] n \\ + \frac{1}{C_{g2}} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{i2}} \right) = 0. \end{aligned} \right\} \dots \dots (7)$$

Sie stellt eine ungedämpfte Schwingung dar, wenn:

$$R_{g2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{i2}} \right) + \frac{C_1}{C_{g2}} + 1 = R_{g2} S c' \dots \dots \dots (8)$$

Die Frequenz dieser Schwingung ist:

$$\omega^2 = \frac{1}{C_{g2} R_{g2}} \cdot \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{i2}} \right) \dots \dots \dots (9)$$

und durch die Zeitkonstanten der aus Kapazität und Widerstand bestehenden Systeme bestimmt. Die Schwingungen laufen an, wenn:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{g2}} + \frac{1}{R_{i2}} + \frac{C_1}{C_{g2} R_{g2}} < S c' \dots \dots \dots (10)$$

Setzen wir:

$$\frac{1}{D} \cdot \frac{1}{1 + R_{i2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{g2}} \right)} = c \dots \dots \dots (11)$$

so erhalten wir unter Berücksichtigung der Barckhausenschen Gleichung:

$$S D R_{i2} = 1 \dots \dots \dots (12)$$

$$\frac{C_1}{C_{g2}} < R_{g2} S \left(c' - \frac{1}{c} \right) \dots \dots \dots (13)$$

Als notwendige Bedingung für das Entstehen von Schwingungen ergibt sich: $CC' > 1$. Diese Bedingung ist aber nicht hinreichend, und es kann stets durch Vergrößern von C_1 und Verkleinern von C_{g2} erreicht werden, daß der Gleichgewichtszustand stabil wird. Umgekehrt werden beim Verkleinern von C_1 und Vergrößern von C_{g2} die Schwingungen anlaufen. Es ist aber nicht notwendig, daß die Schwingungsamplitude von kleinsten Werten her kontinuierlich wächst. Springt die Amplitude auf einen endlichen Wert an, so wird sie bei Vergrößerung von C_1 oder Verkleinerung von C_{g2} an einem bestimmten Punkte abreißen. Werden aber die Batteriespannungen und die Vorspannung so eingestellt, daß ein Abreißen der Amplitude nicht eintritt, so besitzt die Anordnung vor dem Einsetzen der Schwingungen Dämpfungsreduktion bis zu den kleinsten Amplituden. Unter dieser Bedingung sind auch bei kleinem C_1 und großem C_{g2} sinusförmige Schwingungen möglich, sobald cc' sehr nahe bei 1 liegt. Das Aussetzen der Schwingungen gibt eine genaue Abgleichung für $cc' = 1$. Am günstigsten arbeitet die Schaltung, wenn R_1 klein gewählt wird und die Verstärkung nur durch die zweite Röhre hervorgebracht wird.

Der Nachteil der oben beschriebenen Schwingungsschaltung ist, daß die Frequenz stark vom inneren Widerstand der Röhren und damit von den Betriebsdaten abhängig ist und schließlich, daß die Anordnung zwei voneinander getrennte Anodenbatterien erfordert. Will man nur eine Anodenbatterie als Stromquelle benutzen, so kann man die in der Fig. 2 dargestellte Schwingungsschaltung verwenden welche die beiden Brückenarme $r_1 c_1$ und $r_2 c_2$ enthält, und welche den Vorzug besitzt, daß ihre Frequenz in weit geringerem Maße von den Betriebsdaten der Röhren abhängig ist. In dieser Schaltung gilt für das Verhältnis der Gitterwechselspannung zur Anodenwechselspannung der vorhergehenden Röhre:

$$\left. \begin{aligned} \frac{e_{g2}}{e_{a1}} &= \cos \varphi_1 \cdot e^{i\varphi_1}; & \varphi_1 &= \arctan \frac{1}{r_1 \omega C_1}; \\ \frac{e_{g1}}{e_{a2}} &= \cos \varphi_2 \cdot e^{i\varphi_2}; & \varphi_2 &= - \arctan r_2 \omega C_2. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (14)$$

Selbsterregung tritt ein für:

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 0. \dots \dots \dots (15)$$

Sind die beiden Brückenarme genau gleich, also $r_1 = r_2$ und $c_1 = c_2$, so ist die Bedingung (14) erfüllt für die Kreisfrequenz:

$$\omega^2 = \frac{1}{r_1 r_2 c_1 c_2} \dots \dots \dots (16)$$

Der besondere Vorzug der Schaltung ist ihr erstaunlich geringer Aufwand. Beispielsweise genügen zur Erzeugung einer sinusförmigen Schwingung von

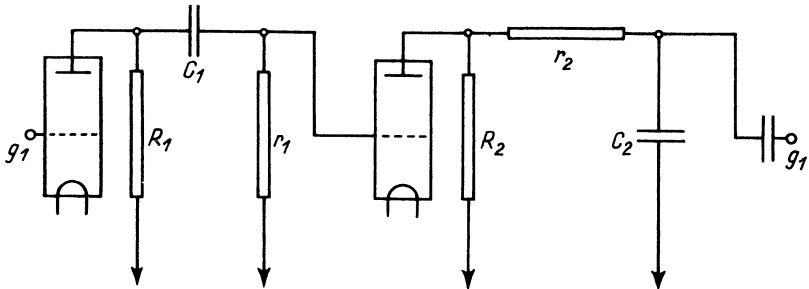


Fig. 2. Zweirohrbrückenschaltung zur Erzeugung sinusförmiger Schwingungen

$1/100$ Hertz Kondensatoren von einigen Mikrofaraad und Widerstände von einigen Megohm. Die Grenze nach unten liegt erst bei Frequenzen von mehreren Stunden Periodendauer. Nach oben liegt die Grenze da, wo sich die scheinbare Gitterkapazität störend bemerkbar macht, d. h. erst etwa bei 100000 Hertz. Es ist also mit sehr einfachen Mitteln möglich, einen Frequenzbereich von 8 Zehnerpotenzen zu überstreichen. Bei richtiger Durchbildung der Schaltung sind die erzeugten Schwingungen keineswegs überschwingungsreicher als die mit Resonanzkreisen

hergestellten Ströme. Die Rückkoppelung darf allerdings nicht höher gewählt werden, als dies für ein stabiles Arbeiten im ganzen Frequenzbereich notwendig ist.

Die in Fig. 2 dargestellte Schaltung möge nun im folgenden berechnet werden. Ist e_{g1} die Eingangs- und $e_{g1} - e^u$ die Ausgangsspannung des Verstärkers, und $a + ib$ das Betriebsfortpflanzungsmaß des Rückkoppelungsvierpoles, so ist die an das Gitter zurückgeführte Spannung $l_{g1} e^{u-(a+ib)}$. Da letztere = e_{g1} sein muß, so erhält man:

$$e^{u-(a+ib)} = 1. \dots \dots (17)$$

Das Betriebsfortpflanzungsmaß ist hierbei eine Funktion der verallgemeinerten Frequenz $p \left(= \frac{\partial}{\partial t} \right) = \delta + i\omega$, für welche die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen gelten:

$$\frac{\partial a}{\partial \delta} = \frac{\partial b}{\partial \omega}; \quad \frac{\partial a}{\partial \omega} = -\frac{\partial b}{\partial \delta} \dots \dots (18)$$

Die Bedingung (17) spaltet sich auf in:

$$a = u; \quad b = 0 \text{ [oder } 2\pi \text{ usw.]} \dots \dots (19)$$

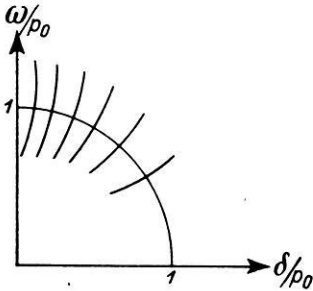


Fig. 3. Anfachungsdiagramm

Wir wollen nun annehmen, daß die Daten der beiden Röhren genau gleich und die Anodenwiderstände klein gegen die Koppelungsglieder seien. Schließlich seien auch die Brückenglieder $r_1 = r_2 = r$ und $c_1 = c_2 = c$. Dann gelangen die

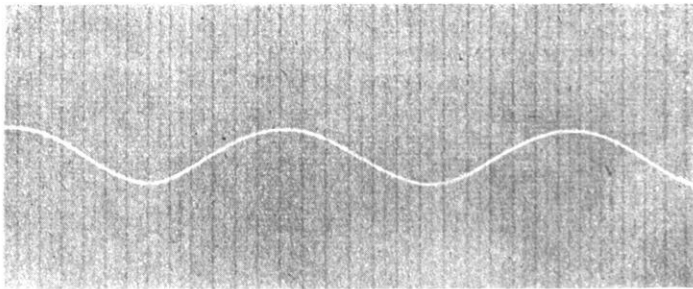


Fig. 4. Mit Zeiss-Schleifengalvanometer registrierte Schwingung von 4 Hz

Anodenwechselspannungen im Teilverhältnis $r : (r + pc)$ bzw. $\left(\frac{1}{pc} \right) : \left(r + \frac{1}{pc} \right)$ an das Gitter der nächsten Röhre und wir erhalten auf Grund der Gleichung (1):

$$\left(\frac{1}{D} \cdot \frac{R}{R + R_i} \right)^2 \cdot \frac{r \cdot p \cdot c}{(1 + r \cdot p \cdot c)^2} = 1 \dots \dots (20)$$

Nun vergleichen wir (17) mit (20) und bezeichnen $a = u$ und $b = 0$ in ein $\delta\omega$ -Diagramm ein. Die Kurve $b = 0$ wird in diesem von den für verschiedene Verstärkungsgrade geltenden Kurven $a = u_1$ usw. Kurven senkrecht geschnitten und

wir erhalten für jedes u ein Wertepaar δ, ω . Die Grenze zwischen sinusförmigen und rechteckförmigen Kurven liegt bei $\delta = \omega$. Sinusförmige Schwingungen erhält man, wenn $\delta < \omega$.

Die Fig. 3 stellt das Anfachungsdiagramm für die in Fig. 2 gezeichnete Schwingschaltung dar. Als Ordinaten sind die Werte ω/p_0 , und als Abszissen δ/p_0 aufgetragen, wobei $p_0 = \frac{1}{r \cdot c}$.

III. Anwendungsmöglichkeiten. Vom Standpunkt der Leistungsabgabe aus betrachtet sind die beschriebenen Schaltungen nicht günstig, da die gesamte erzeugte Schwingungsenergie in den Ohmschen Widerständen der Schwingung selbst verbraucht wird. Leitet man die Schwingungsenergie über einen Transformator oder auf andere Weise einem Verbraucher zu, so hängt Frequenz und Amplitude in ganz besonders hohem Maße von der Belastung ab. Die vorliegenden Schwingschaltungen sind deshalb als Stromquelle besonders für diejenigen Meßschaltungen geeignet, welche zur Bestimmung des Dispersionseffektes oder zur Messung der zeitlichen Änderung des Widerstandes von Gesteinsmedien dienen. Die dynamische Rückwirkung der Medien auf den Schwingungsmechanismus ist hier besonders groß, und durch geeignete Phasenregelung (6) ist es möglich, die Polarisationskräfte selbst zu bestimmen, deren Kenntnis gerade im Tiefstfrequenzgebiet besonders interessant und aufschlußreich ist. Durch Variation der Anfachungsbedingungen können sogar selektive Reaktionswirkungen hervorgerufen werden. So gelang beispielsweise die selektive Bestimmung des prozentualen Kieselsäuregehaltes einer Goldlagerstätte Sumatras in Übereinstimmung mit dem bergmännischen Befund [7][8]. Diese Versuche wurden mit Kreuzgliederketten ausgeführt, welche in ihrer Wirkungsweise den oben beschriebenen Schwingschaltungen insofern ähnlich sind, als die Selbsterregung der Ketten ebenfalls für diejenige mittlere Frequenz erfolgt, für welche die gesamte Phasendrehung 2π ist.

Tabelle 1

Leitfähigkeit	$\sigma = 5 \cdot 10^{17}$	$\sigma = 10^{10}$	$\sigma = 10^8$	$\sigma = 10^6$
$\nu = 1000$	$2 \cdot 10^{-2}$	1	10	100 m
500	$2.8 \cdot 10^{-2}$	1.41	14.1	141 m
100	$6.3 \cdot 2^{-2}$	3.16	31.6	316 m
10	$2.2 \cdot 10^{-1}$	10.25	102.5	1025 m
1	$7.25 \cdot 10^{-1}$	32.5	325	3250 m
0.1	2.3	103	1030	10300 m

Will man die beschriebenen Meßschaltungen für Induktionsmessungen oder für elektromagnetische Messungen verwenden, so benutzt man sie als Steuerorgan für entsprechend dimensionierte Kraftverstärker. Die Grenze der Anwendungsmöglichkeit der Induktionsmethoden liegt bei einer Frequenz von etwa 5 Hertz, da in dem darunterliegenden Frequenzbereich selbst bei Verwendung der hochwertigsten Materialien keine hinreichende Resonanzverstärkung im Empfangsgerät mehr möglich ist.

Wesentlich wichtiger sind die beschriebenen Schwingschaltungen für die Widerstandsverfahren. Da bei der Vierpunktmethode keine großen Ausgangsleistungen erforderlich sind, genügt als Ausgangsverstärker ein einziges kräftiges Rohr. Die große Bedeutung der unter dem Hörbarkeitsbereich liegenden Stromfrequenzen für die Erzielung großer Tiefenwirkungen zeigt die vorstehende Tabelle, in welcher die Eindringungstiefe der Ströme als Funktion der Leitfähigkeit und der Frequenz eingetragen ist.

Literatur

- [1] M. Müller: Gerlands Beiträge zur Geophysik **30**, 142—195 (1931).
- [2] M. Müller: Zeitschr. f. Geophys., Heft 5 (1928).
- [3] M. Müller: Ebenda Heft 5/6 u. Heft 8 (1929).
- [4] M. Müller: Ebenda Heft 5/6 (1930).
- [5] Hudec: Arch. f. Elektrotechnik 1929.
- [6] M. Müller: Zeitschr. f. Geophys. Heft 3/4 (1939).
- [7] M. Müller: Ebenda Heft 7/8 (1940).
- [8] M. Müller: Rapporten van de Mijnbouw Mij Redjang Lebong, Batavia 1936.

Über die Ausrechnung der zweiten partiellen Ableitungen des Schwerepotentials aus den Drehwaagebeobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate

Von Boris Apsen, Agram

Nach einer kurzen Kritik des Anselnschen Rechenverfahrens bei der Auflösung des Gleichungssystems der Drehwaage, wird ein System von Formeln aufgestellt, welches die Möglichkeit bietet, das Ausrechnen der partiellen Ableitungen des Schwerepotentials nach der Methode der kleinsten Quadrate leicht und schnell durchzuführen und die mittleren Fehler aller berechneten Größen zu ermitteln.

Wird auf einem Beobachtungspunkt mit einer doppelten Drehwaage gemessen, so sind drei Doppelmessungen erforderlich, um alle sechs Unbekannten, d. h. die zweiten Differentialquotienten der Potentialfunktion der Schwerkraft

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = W_{xy}; \quad \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} = W_{yz}; \quad \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = W_{\Delta}; \quad \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} = W_{xz}$$

und die Nullpunktlagen n_0 und n'_0 der beiden Waagen (die unbekanntes Skalenablesungen bei ungedrilltem Draht) zu ermitteln. Das geschieht auf die Weise, daß man die abgelesenen Skalenwerte n in die Gleichungen des Instrumentes einsetzt und den Wert der Unbekannten ausrechnet. Um die Zuverlässigkeit der Ergebnisse zu steigern, werden die Messungen wiederholt, so daß man überschüssige Ablesungen erhält, die es gestatten, wie die Unbekannten selbst, so auch die aus ihnen berechneten Schwerkraftgradienten und Krümmungsgrößen in Bezug auf den Einfluß der Messungsfehler zu prüfen.