

## **Werk**

**Jahr:** 1953

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 Z NAT 2148:19

**Werk Id:** PPN101433392X\_0019

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN101433392X\\_0019|LOG\\_0014](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN101433392X_0019|LOG_0014)

## **Terms and Conditions**

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## **Contact**

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

# Die Berechnung von $W_{zzz}$ aus Gravimetermessungen und ihre Bedeutung für die angewandte Geophysik

Von H. Haalek, Potsdam<sup>1)</sup>

Mit 5 Abbildungen

Durch die gravimetrischen Messungen erhalten wir die örtlichen Unterschiede der Schwerkraft  $g = W_z$  oder die zweiten Ableitungen des Schwerepotentials  $W_{zz}$ ,  $W_{yz}$ ,  $W_{\Delta}$  und  $W_{xy}$ . Das Ziel des die Messungen auswertenden Geophysikers ist, daraus die Form und Lage der Dichteunterschiede im Untergrund, welche die Schwereanomalien verursachen, abzuleiten. Dabei ist es von großem Vorteil, wenn die Meßergebnisse in einer Form dargestellt werden, welche die Massenverteilungen im Untergrund möglichst klar erkennen läßt. Am geeignetsten dafür ist, wie vom Verf. in einer früheren Arbeit<sup>2)</sup> gezeigt wurde, die Isanomalendarstellung der ersten 3 vertikalen Differentialquotienten des Schwerepotentials  $W_z$ ,  $W_{zz}$  und  $W_{zzz}$ . Da die Attraktionswirkung eines Massenelements in  $W_z$  mit der zweiten, in  $W_{zz}$  mit der dritten und in  $W_{zzz}$  mit der vierten Potenz der Entfernung abnimmt, so folgt, daß in  $W_{zzz}$  in erster Linie die Wirkung der oberflächennächsten Teile, in  $W_{zz}$  mehr diejenige der größeren, etwas tiefer liegenden Massen und in  $W_z$  noch stärker die ausgedehnten Massen, welche sich in größerer Tiefe befinden, eingehen. Die Berechnung von  $W_{zz}$  und  $W_{zzz}$  aus Drehwaagemessungen ist an mehreren Beispielen praktisch erläutert worden<sup>3)</sup>, wobei sich gezeigt hat, daß in jedem Falle das  $W_{zzz}$ -Isanomalenbild am vorteilhaftesten ist, besonders da seine Berechnung sehr viel einfacher ist als diejenige von  $W_{zz}$ . Naturgemäß sind solche Berechnungen auch möglich aus den Isogammenbildern, wie sie sich unmittelbar aus Gravimetermessungen ergeben, denn da nach einem bekannten Satz der Potentialtheorie die Schwerkraft für jeden Punkt außerhalb einer Fläche berechnet werden kann, wenn die Schwerkraftsverteilung in der Fläche bekannt ist, so folgt, daß sich daraus auch die höheren Differentialquotienten des Schwerepotentials berechnen lassen. Da einmal das  $W_{zzz}$ -Isanomalenbild aus dem oben angegebenen Grunde vorteilhafter ist als das  $W_{zz}$ -Isanomalenbild (als Grundlage für die praktischen Schlußfolgerungen ist der Unterschied zwischen diesen beiden Darstellungsformen der Meßergebnisse nur unerheblich), andererseits — und das ist das ausschlaggebende — die Berechnung von  $W_{zzz}$  aus dem Isogammenbild außerordentlich viel einfacher (und auch relativ genauer) ist als diejenige von  $W_{zz}$ , so werden wir uns im

<sup>1)</sup> Prof. Dr. H. Haalek, Geodätisches Institut, Potsdam.

<sup>2)</sup> H. Haalek, Welche gravimetrischen Bestimmungsstücke ergeben durch die Darstellung ihrer örtlichen Verteilung das deutlichste Bild von den die Schwerestörung verursachenden Dichteungleichheiten im Untergrund? Beiträge zur angewandten Geophysik, Bd. 10, Heft 2 (1943), S. 130—146.

<sup>3)</sup> Vgl. H. Haalek, Lehrbuch der angewandten Geophysik, Teil I, Berlin 1953, S. 128 ff.

folgenden nur mit der Frage der Berechnung des  $W_{zz}$ -Isanomalienbildes befassen.

Es liegt also die Aufgabe vor, aus dem Isogammenbild, d. h. den Isodynamen von  $W_z$ , das Isodynamenbild von  $W_{zz}$  zu konstruieren. Wir teilen dazu das Meßgebiet in schmale gleichmäßige Streifen parallel zur geographischen Nord-Süd- bzw. Ost-West-Richtung, so daß kleine Quadrate entstehen, deren Seitenlänge  $d$  so klein sei, daß die 4 Eckpunkte eines Quadrats als benachbarte Punkte aufgefaßt werden können. Wir betrachten 4 nebeneinanderliegende Quadrate, welche zusammen wieder ein Quadrat von der Seitenlänge  $2d$  bilden. Die Numerierung der Punkte zeigt Abb. 1; die Schwerkraft an den einzelnen Punkten, welche dem Isogammenbild entnommen wird, sei entsprechend bezeichnet mit  $g_1, g_2 \dots g_9$ . Für  $W_{zz}$  bezogen auf den Mittelpunkt 9, ergeben sich zwei verschiedene Ausdrücke:

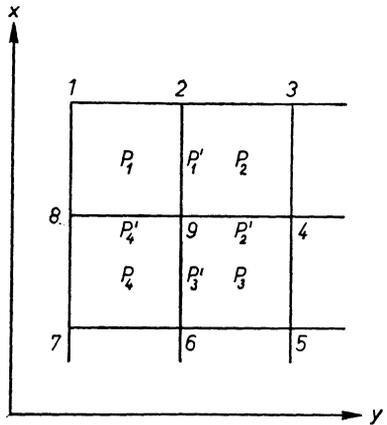


Abb. 1

a) Für die Mittelpunkte  $P_1 \dots P_4$  der einzelnen Quadratfelder gilt für die Horizontalgradienten der Schwerkraft unter Vernachlässigung der höheren Glieder der Reihenentwicklungen:

$$\left. \begin{aligned}
 W_{xz}(P_1) &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{g_1 - g_8}{d} + \frac{g_2 - g_9}{d} \right\} \\
 W_{xz}(P_2) &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{g_2 - g_9}{d} + \frac{g_3 - g_4}{d} \right\} \\
 W_{xz}(P_3) &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{g_9 - g_6}{d} + \frac{g_4 - g_5}{d} \right\} \\
 W_{xz}(P_4) &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{g_8 - g_7}{d} + \frac{g_9 - g_6}{d} \right\}
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned}
 W_{yz}(P_1) &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{g_2 - g_1}{d} + \frac{g_9 - g_8}{d} \right\} \\
 W_{yz}(P_2) &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{g_3 - g_2}{d} + \frac{g_4 - g_9}{d} \right\} \\
 W_{yz}(P_3) &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{g_4 - g_9}{d} + \frac{g_5 - g_6}{d} \right\} \\
 W_{yz}(P_4) &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{g_9 - g_8}{d} + \frac{g_6 - g_7}{d} \right\}
 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Die Laplacesche Gleichung:

$$W_{xx} + W_{yy} + W_{zz} = 2w^2$$

differenziert nach  $z$  ergibt:

$$W_{xxz} + W_{yyz} + W_{zzz} = 0. \quad (3)$$

Diese Beziehung wenden wir auf das von den Punkten  $P_1 \dots P_4$  gebildete Quadrat an. Für den Mittelpunkt dieses Quadrats, dem Punkt 9, gilt unter Vernachlässigung der höheren Glieder der Reihenentwicklung:

$$W_{xxz} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{W_{xz}(P_1) - W_{xz}(P_4)}{d} + \frac{W_{xz}(P_2) - W_{xz}(P_3)}{d} \right\}$$

$$W_{yyz} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{W_{yz}(P_2) - W_{yz}(P_1)}{d} + \frac{W_{yz}(P_3) - W_{yz}(P_4)}{d} \right\}$$

Setzen wir diese Ausdrücke unter Benutzung von (1) und (2) in die Gleichung (3) ein, so erhalten wir:

$$\underline{W_{zzz} = \frac{1}{2d^2} \left\{ 4g_9 - (g_1 + g_3 + g_5 + g_7) \right\}} \quad (\text{Ia})$$

b) Die zweite Möglichkeit der Berechnung von  $W_{zzz}$  ist folgende: Für die Seitenmitten  $P_1' \dots P_4'$  der Quadrate gilt

$$\left. \begin{aligned} W_{xz}(P_1') &= \frac{g_2 - g_9}{d} \\ W_{xz}(P_3') &= \frac{g_9 - g_6}{d} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} W_{yz}(P_2') &= \frac{g_4 - g_9}{d} \\ W_{yz}(P_4') &= \frac{g_9 - g_8}{d} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Für den Mittelpunkt 9 gilt:

$$W_{xxz} = \frac{W_{xz}(P_1') - W_{xz}(P_3')}{d}$$

$$W_{yyz} = \frac{W_{yz}(P_2') - W_{yz}(P_4')}{d}$$

Setzen wir diese Ausdrücke unter Berücksichtigung von (4) und (5) in Gleichung (3) ein, so erhalten wir:

$$\underline{W_{zzz} = \frac{1}{d^2} \left\{ 4g_9 - (g_2 + g_4 + g_6 + g_8) \right\}} \quad (\text{Ib})$$

Somit haben wir 2 Formeln (Ia und Ib), nach denen  $W_{zzz}$  berechnet werden kann, was eine sehr wertvolle Kontrolle bedeutet. Praktisch geht man am zweckmäßigsten so vor, daß man die Berechnung nach dem gegebenen Schema — indem man das Raster von Punkt zu Punkt weiterschiebt — für das ganze Meßgebiet nach beiden Formeln durchführt und das Mittel aus den beiden sich ergebenden Werten nimmt. Die Genauigkeit der Berechnung läßt sich beliebig steigern, je enger man das Quadratnetz wählt und je genauer man die Schwerewerte für die einzelnen Netzpunkte aus dem gegebenen Iso-gammenbild interpoliert.

Als erstes praktisches Beispiel betrachten wir das Bild der regionalen Schwereverteilung im südwestlichen Teil von Schleswig-Holstein. Abb. 2 zeigt das der Berechnung zugrunde gelegte Isogammenbild, Abb. 3 das auf Grund

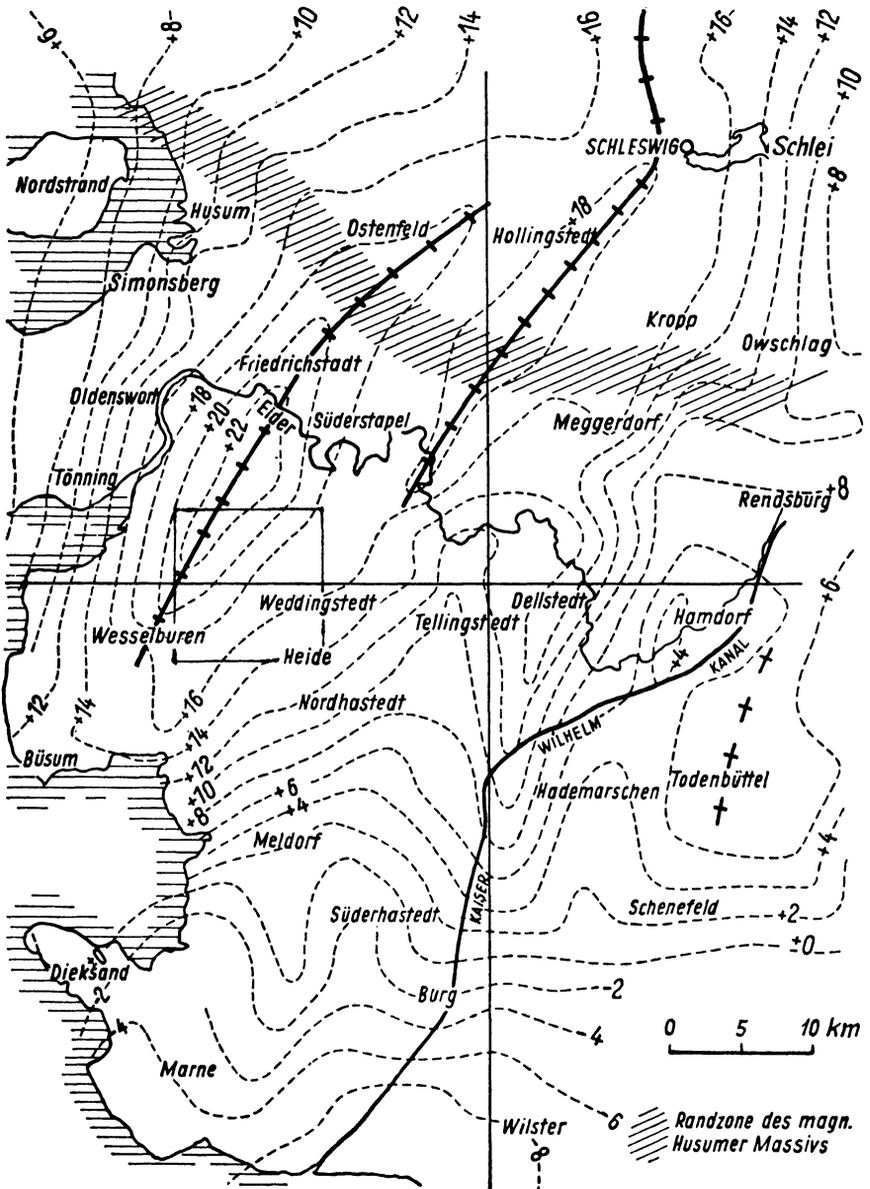


Abb. 2. Isogammen in S. W. Schleswig-Holstein

der Formeln (I) berechnete Isanomalenbild von  $W_{zzz}$  (die Isanomalen sind in Einheiten von  $\frac{10^{-3}}{2d^2}$  angegeben, wobei  $d$  zu  $3\frac{1}{4}$  km gewählt wurde. Dieser Wert von  $d$  ist wohl reichlich groß. Da es sich in diesem Beispiel aber um

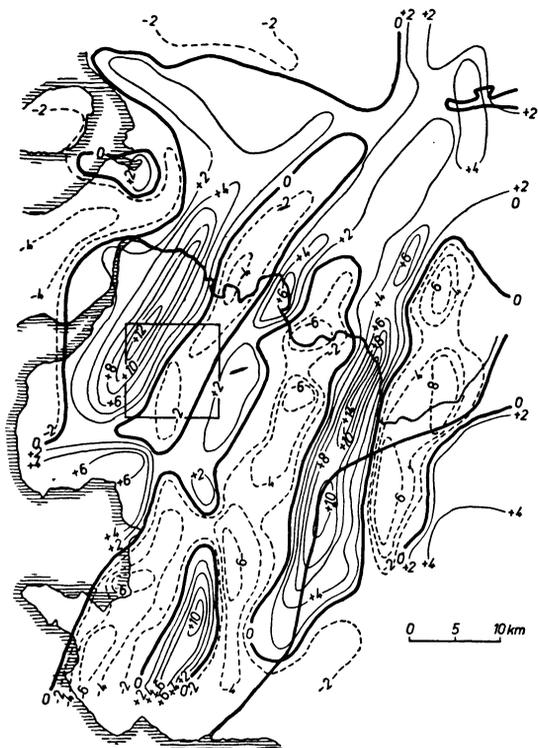


Abb. 3.  $W_{zzz}$  zu Abb. 2

ältere Gravimetermessungen handelt, die noch nicht die den heutigen Gravimetern entsprechende Genauigkeit besitzen, so ist der gewählte Wert von  $d$  gerade noch zugänglich). — In dem Meßgebiet sind noch verschiedene für die Erdölgeologie wichtige Teilfragen zu klären. Besonders das Gebiet nordöstlich bzw. östlich der Meldorfer Bucht bedarf noch einer eingehenden Detailuntersuchung, wofür entweder engmaschige Gravimetermessungen höchster Genauigkeit oder — was noch besser wäre, aber erheblich mehr Aufwand an Zeit und Geld erfordert — Drehwaagemessungen in Frage kommen.

Ein zweites Berechnungsbeispiel von  $W_{zzz}$  ist in Abb. 5 dargestellt. Es handelt sich hier um eine engmaschige Lokalvermes-

sung von hoher Genauigkeit, welche über dem Salzhorst von *Langenfelde bei Altona* ausgeführt worden ist. Der Berechnung liegt das Isogammenbild (Abb. 4) zugrunde, welches den Verlauf der Isogammen in Abständen von  $\frac{1}{2}$  Milligal zeigt. Als Seitenlänge des Quadratnetzes wurde in diesem Falle  $d = \frac{1}{2}$  km gewählt.

Zu beachten ist folgendes: Durch die Berechnung der höheren Ableitungen des Schwerepotentials aus dem Isogammenbild erhalten wir nicht die an dem betreffenden Ort herrschenden Werte der Ableitungen, sondern nur ungefähre Mittelwerte, die für eine größere Umgebung gelten und auf den Mittelpunkt dieses Gebiets bezogen werden. Mit anderen Worten: *Das  $W_{zzz}$ -Isanomalenbild ist nur das Bild, welches zu dem betreffenden Isogammenbild gehört.* Die wirklichen Werte von  $W_{zzz}$  sind stärker von den örtlichen Störungen beeinflusst und geben ein sehr viel detaillierteres Bild. Deswegen ist die Drehwaagemethode

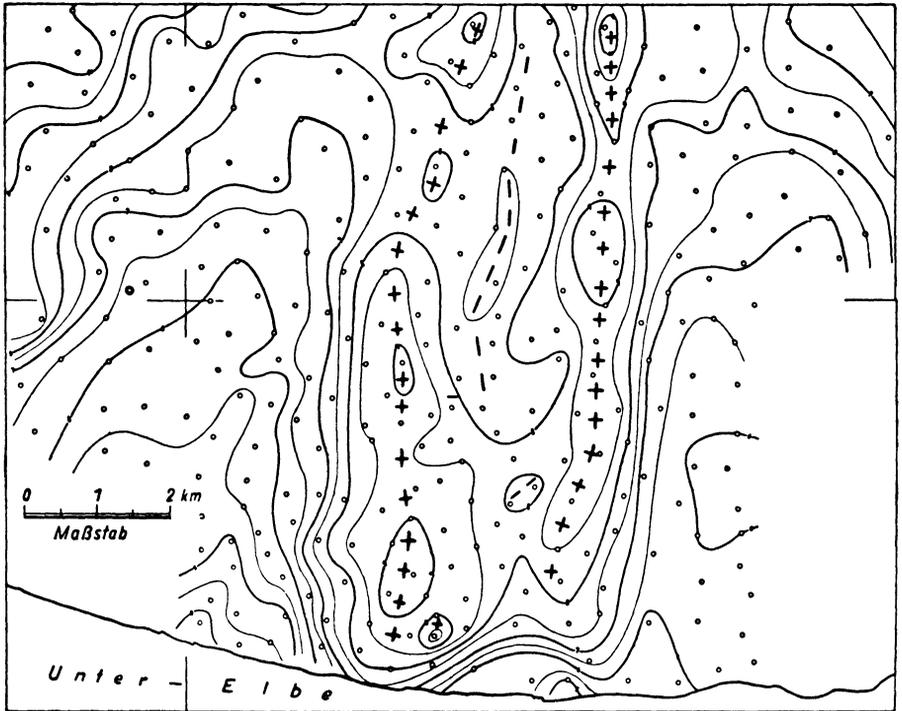


Abb. 4. Isogammen bei Langenfelde-Altona

für die Klärung von lokalen Detailfragen der Gravimetermethode überlegen. Klar zum Ausdruck kommt es in dem Beispiel des Meßtischblattes Weddingstedt, für welches die Berechnung von  $W_{zzz}$  und  $W_{zz}$  aus Drehwaagemessungen durchgeführt worden ist<sup>1)</sup>. Es ist in den Abbildungen 2 und 3 angegeben.

*Tiefenberechnungen* für die gravimetrischen Störungsmassen sind bekanntlich, da alle im Untergrund befindlichen Massen in die Schweremessungen eingehen, nur mit einer beschränkten Genauigkeit möglich. Weil die Wirkung eines Massenelements auf  $W_z$  mit der zweiten, auf  $W_{zzz}$  dagegen mit der vierten Potenz der Tiefe abnimmt, kommt in  $W_{zzz}$  vorzugsweise die Wirkung der kleineren oberflächennahen, in  $W_z$  dagegen in relativ dazu weit stärkerem Maße die Wirkung der ausgedehnteren tieferen Dichteungleichheiten zum Ausdruck. Deswegen läßt sich die Tiefe  $t$ , in welcher sie bei einer Bohrung im Punkte des Maximums von  $W_{zzz}$  angetroffen werden können, am besten an Hand des  $W_{zzz}$ -Isanomalienbildes beurteilen. Die dafür geltende Formel lautet<sup>2)</sup>:

$$t = s \left\{ 1.225 - 0.0236 \sqrt[3]{\frac{Ls}{\sigma}} \right\} \quad (6)$$

worin  $\sigma$  den Dichteunterschied,  $L$  den Maximalwert der Störung in  $W_{zzz}$  und  $s$  den Abstand des Ortes des Maximalwertes von dem Ort der Nullstörung

<sup>1)</sup> Vgl. Lehrbuch der angewandten Geophysik, Bd. I, S. 147.

<sup>2)</sup> Vgl. Lehrbuch, Bd. I, S. 135.

bedeutet.  $t$  und  $s$  sind in Meter,  $L$  in Einheiten von  $10^{-13}$  c. g. s. gerechnet (die Formel gilt streng nur unter der Annahme, daß die Dichtestörung die Form einer Kugel besitzt. Da aber andere mathematische Formen nur Werte liefern, welche innerhalb der allgemeinen Unsicherheit liegen, die der Frage der Tiefenbestimmung anhaftet, so kann man sie allgemein benutzen). Die größte Unsicherheit rührt von dem unbekanntem Dichteunterschied  $\sigma$  her,

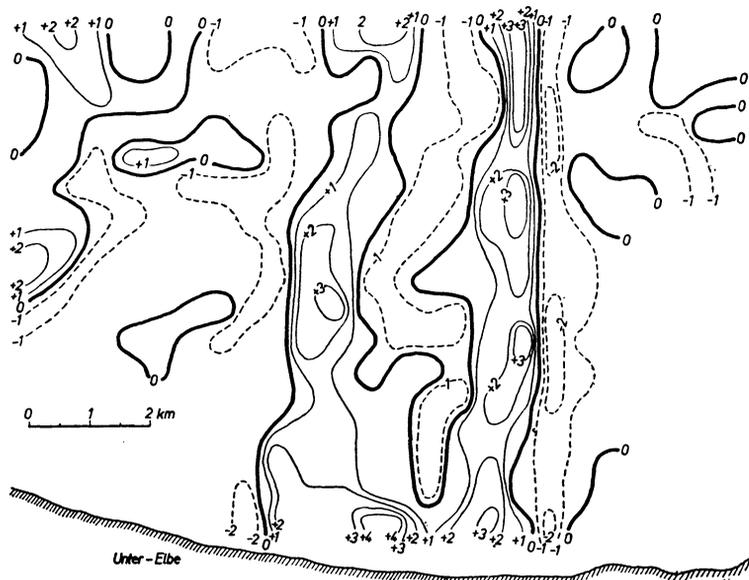


Abb. 5.  $W_{zzz}$  zu Abb. 4

für den nur nach geologischen Erwägungen ein Wert eingesetzt werden kann. Mehr als die Größenordnung der Tiefe, bis zu welcher die gravimetrischen Störungsmassen emporragen, kann man nicht erhalten (die sich aus Drehwaagemessungen ergebenden Werte sind etwas genauer). Wenn in einzelnen Fällen einmal eine genauere Übereinstimmung mit den Bohrergebnissen erreicht wird, so ist es weder dem Rechner noch der Methode zuzuschreiben, sondern lediglich dem Zufall.

(Im ersten Beispiel, in welchem die Kurvenführung infolge des großen Maßstabes nicht so sicher ist, kommen wir für die schwereren Massen ( $\sigma = 0.1$ ) auf Tiefen von rund 2000 m, für die leichteren Gesteine ( $\sigma \cong 0.02$ , Salzgesteine) auf geringste Tiefen von 5–800 m; die Dichteunterschiede sind jedoch nur ganz roh geschätzt. — Im zweiten Beispiel ist die Kurvenführung etwas sicherer: Unter Annahme der gleichen Dichteunterschiede kommen wir auf 100 bis 150 m Tiefe der schwereren Massen und auf rund 100 m Tiefe der leichteren Massen. Aber auch hier würden sich die Tiefenangaben, wenn man andere Werte für  $\sigma$  annimmt, erheblich ändern.)

Zum Schluß sei noch kurz auf einige Einwände gegen die Darstellungsmethode von  $W_{zz}$  und  $W_{zzz}$  eingegangen, welche verschiedentlich geäußert worden sind. Behauptet wird, daß die Berechnung von  $W_{zzz}$  bzw.  $W_{zz}$  praktisch nichts Neues liefert und daß die umständliche Berechnung daher völlig überflüssig sei. Die Unhaltbarkeit dieser Argumente ist offensichtlich: Selbstverständlich liefert das  $W_{zzz}$ -Isanomalienbild nichts, was nicht schon im Isogammenbild drinsteckt. *Es handelt sich hier lediglich um die Analyse des gravimetrischen Störungsfeldes mit dem Ziel, den die Messungen praktisch auswertenden Geologen das Darstellungsbild zu geben, welches die Dichteungleichheiten des Untergrundes am besten widerspiegelt.* Die Berechnungsarbeit ist so geringfügig, daß sie gar keine Rolle spielt (die Berechnungen von  $W_{zzz}$  in dem zweiten Beispiel von Langenfelde nahm z. B. für einen Rechner nur einen einzigen Tag in Anspruch). Dem Geologen, dessen Augenmerk ausschließlich auf das praktische Endergebnis gerichtet ist, ist in jedem Falle sehr wesentlich damit geholfen. In beiden Beispielen kommen in dem  $W_{zzz}$ -Isanomalienbild Einzelheiten des tektonischen Aufbaus des Untergrundes zum Ausdruck, welche in dem Isogammenbild nur sehr schwer und undeutlich zu erkennen sind. Deswegen ist es meines Erachtens nach dem heutigen Stande der angewandten Geophysik unerlässlich, das Ergebnis von Gravimetermessungen in der angegebenen Weise darzustellen.