

## **Werk**

**Jahr:** 1953

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 Z NAT 2148:19

**Werk Id:** PPN101433392X\_0019

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN101433392X\\_0019|LOG\\_0016](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN101433392X_0019|LOG_0016)

## **Terms and Conditions**

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## **Contact**

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

# Beiträge zur Ausbreitung elastischer Oberflächenwellen

Von **Otto Förtsch**, München<sup>1)</sup>

Mit 4 Abbildungen

*Inhaltsangabe:* Die durch Sprengungen und Schwingmaschine erzeugten Oberflächenwellen werden verglichen. Die mittels beider Methoden erhaltene Dispersionskurve wird als identisch mit der für eine spezielle Rayleigh-Welle berechneten gefunden. Plausible Erklärungen für die beobachteten Schwebungserscheinungen bei an- und auslaufenden Maschinen und für die Bodeneigenschwingungen können gegeben werden. Gleitende Reibung verursacht die Absorption elastischer Wellen.

Die durch Erdbeben und Sprengungen erzeugten Oberflächenwellen setzen sich, soweit man sie heute analysieren kann, aus Love- und Rayleigh-Wellen zusammen. Die Existenz der letzteren im unendlichen Halbraum hat Lord *Rayleigh* (1884) nachgewiesen. Die Möglichkeit des Auftretens der Quer- oder Love-Wellen hat *Love* (1911) theoretisch begründet. Diese Wellen existieren nur im geschichteten Untergrund. Im Gegensatz zu den Rayleigh-Wellen im Halbraum zeigen sie Dispersion. Dispersion wird auch bei den Oberflächenwellen von Erdbeben und Sprengungen beobachtet, nur schwingt hierbei der Boden auch in vertikaler Richtung. Der Schwingungsvektor der Love-Welle liegt aber parallel zur Erdoberfläche und steht senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung.

Als weitere Erklärungsmöglichkeit der beobachteten Oberflächenwellen kommt die Ausbreitung von Rayleigh-Wellen im geschichteten Untergrund in Frage. Hier bietet die mathematische Behandlung zwar keine Schwierigkeit, sie ist jedoch hinsichtlich der numerischen Auswertung, besonders hinsichtlich der Aufstellung der Dispersionskurve, sehr mühsam und zeitraubend. Mit diesem Problem haben sich bereits *Sezawa* (1927), *Sezawa u. Kanai* (1935 und 1940) und *Caloi* (1946) befaßt. Die von *Sezawa u. Kanai* berechneten Dispersionskurven zeigen noch nicht alle Einzelheiten der tatsächlichen Kurven auf. In den früheren Arbeiten sind sie teilweise sogar fehlerhaft dargestellt. Daher mußten sie neu berechnet werden. Bevor wir jedoch diese theoretischen Betrachtungen fortführen, ist es nötig, daß wir uns die experimentellen Möglichkeiten zur Bestimmung der Dispersionskurven näher ansehen.

Aus den Beobachtungen der Oberflächenwellen konnte man bisher noch wenig Nutzen ziehen. Man glaubte, dem Problem der Oberflächenwellen durch die Beobachtung von Maschinenschwingungen näher zu kommen. Maschinenschwingungen sind elastische, fortschreitende Wellen, die durch unausgewuchtete, rotierende Maschinenteile erzeugt werden. Die ersten Beobachtungen an solchen Wellen stellte *Mintrop* (1911) an. Einen besonderen Auftrieb erfuhr dieser Zweig der Seismik durch die erfolgreiche Zusammenarbeit der Deutschen Gesellschaft für Bodenmechanik, Berlin, und des Geophysikalischen

<sup>1)</sup> Dr. *Otto Förtsch*, München 13, Herzogstr. 60.

Instituts, Göttingen, in den Jahren 1933 bis 1939. Die Leitung dieser Untersuchungen lag in den Händen von Herrn Geheimrat *Hertwig* und von Herrn Prof. *Angenheister*. Die Arbeiten wurden hauptsächlich von den Herren Dr. *Ramspeck*, Dr. *Köhler* und Dr. *Schulze* ausgeführt. Da sich diese Untersuchungen gewissermaßen als Fortführung der Arbeiten dieser Herren auf deren Messungen gründen, möchte der Verfasser hier nicht versäumen, ihnen nochmals bestens zu danken, da ja bekanntlich die Durchführung guter Messungen wichtiger und schwieriger ist als die Auswertung vorliegender Registrierungen.

Von besonderer Bedeutung sind die Untersuchungen auf dem Gelände des Göttinger Flugplatzes in den Jahren 1933/34. Hier wurden sowohl Sprengungen wie Maschinenschwingungen beobachtet. Die Aufzeichnungen der Sprengungen hat bereits *Köhler* (1936) einmal analysiert. Der Verfasser hat sie ein zweites Mal mit der Methode der harmonischen Analyse zerlegt. Darüber hat er (1953) bereits ausführlich berichtet. Man erhält auf diese Weise direkt die Phasengeschwindigkeiten der verschiedenfrequenten Wellen. Aus der Analyse der vertikalen und horizontalen Bodenbewegungen läßt sich auch der Umlaufsinn der elliptischen Bodenbewegungen bestimmen. Ein Vergleich der so erhaltenen Ergebnisse mit denen aus Maschinenschwingungen ermittelten ergab völlige Übereinstimmung beider. Damit ist gezeigt, daß die durch Sprengungen erzeugten Oberflächenwellen von derselben Natur sind wie die durch Maschinen angeregten, was bisher in dieser Exaktheit noch nicht nachgewiesen worden ist. Damit ist aber auch eine weitere Möglichkeit der Baugrunduntersuchung mittels elastischer Wellen gegeben, die gegenüber den Maschinenschwingungen manche technische Vorteile hat.

Die beobachteten Geschwindigkeiten werden mit abnehmender Frequenz immer größer. Es deuten keine Anzeichen darauf hin, daß sie einem bestimmten Wert zustreben, wie es beim Zweisichtenproblem der Fall ist. Dies bedeutet, daß wir die Geschwindigkeit im unteren Medium sehr groß oder gar unendlich groß annehmen müssen. Das Material der unteren Schicht muß also als völlig starr angesehen werden. Wir wissen zwar, daß es kein starres Material geben kann, es deuten aber verschiedene Beobachtungen darauf hin, daß sich unter gewissen Umständen das liegende Material an einer Grenzfläche im Untergrund als völlig starr verhält. Die Fläche wirkt wie ein idealer Spiegel. Es dringt keine Energie in das untere Medium.

Aus diesem Grunde brauchte auch die Dispersionskurve nicht in ihrer allgemeinsten Form aufgestellt werden, sondern nur für den Fall, daß die elastischen Konstanten des zweiten Mediums unendlich groß sind. Dadurch vereinfacht sich die Rechenarbeit wesentlich. Die Abb. 1 zeigt die berechnete Dispersionskurve.

Die Rayleigh-Welle tritt im zweiseichtigen Untergrund paarweise auf. Dies ist nicht weiter verwunderlich, wenn man sich erinnert, daß die Rayleigh-Welle aus einer longitudinalen und einer transversalen Welle aufgebaut ist. Durch die Kopplung dieser beiden entstehen die zwei Rayleigh-Wellen, ähnlich wie durch die Kopplung zweier freier Schwingungssysteme aus den freien Eigenfrequenzen Koppelfrequenzen entstehen.

Die starke Verwandtschaft der Oberflächenwellen mit den Schwingungen von Stäben und Saiten bringt es ferner mit sich, daß neben den Grundwellen auch Oberwellen möglich sind, von denen die letzteren in der Praxis stark in den Hintergrund treten. Bei den Oberwellen bilden sich eine oder mehrere Knotenflächen aus, die parallel zu den Schichtgrenzen verlaufen.

Breitet sich eine Rayleigh-Welle im geschichteten Untergrund aus, so führen bekanntlich die Bodenteilchen elliptische Bewegungen aus. Der Umlaufssinn der Ellipsen ist bei den beiden Koppelwellen jeweils entgegengesetzt. Das Verhältnis der vertikalen Ellipsenachse zur horizontalen kann alle Werte von 0 bis  $\infty$  annehmen, wie dies auch die Beobachtungen zeigen.

In Abb. 1 sind auch die gemessenen Geschwindigkeitswerte eingetragen. Sie decken sich gut mit den theoretischen Kurven. Aus ihnen leitet sich für die Transversalgeschwindigkeit in der oberen Schicht der Wert 165 m/s und für die Dicke der Schicht der Wert 6,1 m ab. In dieser Tiefe wurde der Grundwasserspiegel erhohrt.

Wenn gesagt wurde, daß sich die Untergrenze der Schicht als völlig starr verhält und daß keine Wellenenergie tiefer eindringt, so gilt das nicht allgemein, sondern nur für den Frequenzbereich bis hinab zur Grenzfrequenz. Mit Grenzfrequenz ist hier die Frequenz gemeint, bei der die Phasengeschwindigkeit der Rayleigh-Welle  $Ob \infty$  wird. Für niederfrequente Wellen ist die Grenzfläche für Rayleigh-Wellen wieder durchlässig. Zu dieser plausiblen Ansicht wurde der Verfasser durch die Beobachtung von Köhler u. Ramspeck (1936) geführt, welche in der Abb. 2 wiedergegeben ist. In diesem Falle nimmt für die Welle der Frequenz 40 Hz die Amplitude mit größer werdender Tiefe auf 0 ab, während sie für die Frequenz 14 Hz nach unten hin zunimmt.

Durch die Klärung der Dispersionsverhältnisse lassen sich auch für zwei andere Probleme, die bisher viel Kopfzerbrechen gemacht haben, befriedigendere Erklärungen geben als bisher. Das eine ist das Problem der Schwebungen.

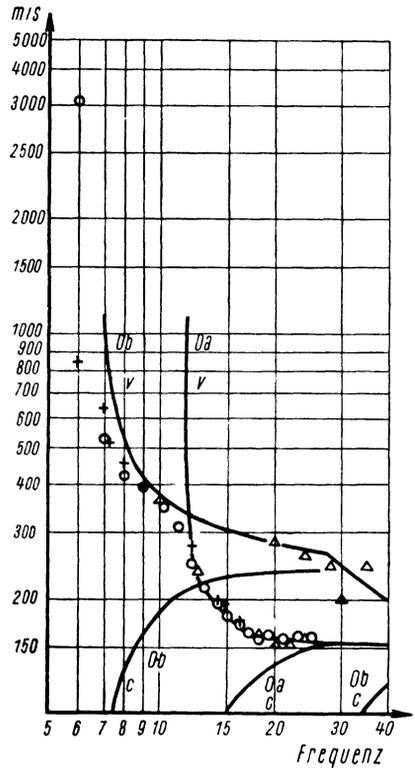


Abb. 1. Die auf dem Gelände des Göttinger Flugplatzes gemessenen Phasengeschwindigkeiten in ihrer Abhängigkeit von der Frequenz und die dazugehörigen theoretisch berechneten Dispersionskurven für die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit.  
 o aus der Analyse von Sprengungsaufzeichnungen gewonnene Werte.  
 $\Delta$  aus Maschinenschwingungen ermittelte Werte.  
 + Werte, die aus solchen Maschinenschwingungen erhalten wurden, bei denen auch die doppelte Frequenz angeregt wurde und die durch die harmonische Analyse zerlegt worden sind.  
 Die ausgezogene Kurve stellt die theoretische Dispersionskurve dar, die sich den Beobachtungen am besten anpaßt (aus Förtsch 1953)

Bei an- oder auslaufender Schwingmaschine werden in einiger Entfernung von ihr Schwebungserscheinungen beobachtet. Zur Erklärung derselben muß man natürlich zwei Wellen annehmen, die sich mit verschiedener Geschwindigkeit ausbreiten. *Schulze* (1935) nahm an, daß sich die zweite Welle in einer tiefer liegenden, zweiten Schicht des Bodens fortpflanzt, was allerdings gedanklich insofern Schwierigkeiten bereitet, als sich in einer tiefer gelegenen Schicht keine Oberflächenwelle mehr ausbreiten kann. Durch die Erkenntnis, daß im geschichtlichen Untergrund zwei Rayleigh-Wellen möglich sind, ist

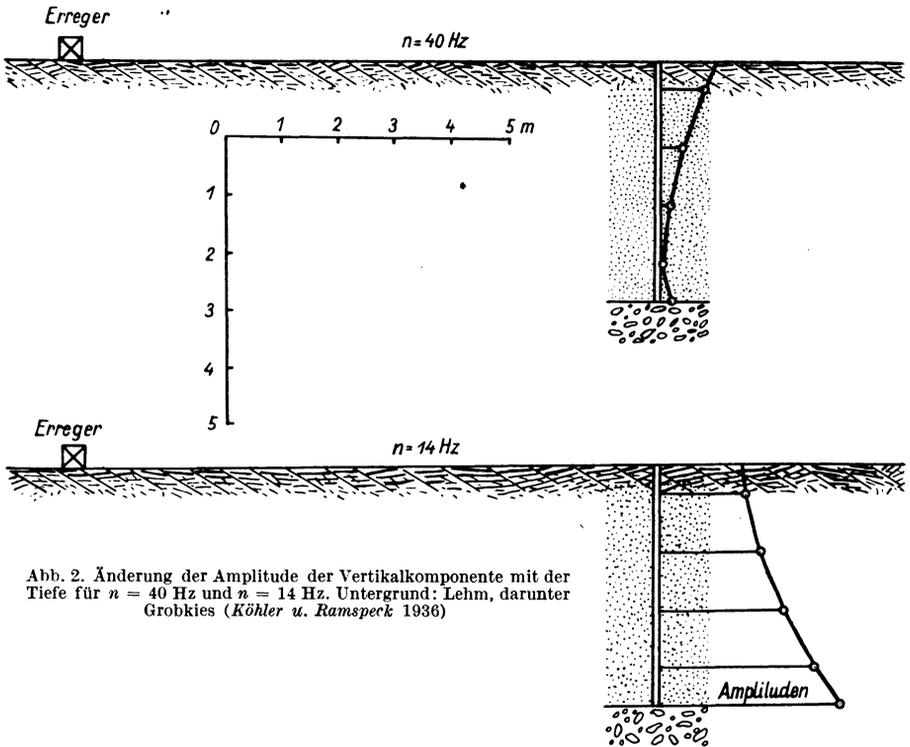


Abb. 2. Änderung der Amplitude der Vertikalkomponente mit der Tiefe für  $n = 40 \text{ Hz}$  und  $n = 14 \text{ Hz}$ . Untergrund: Lehm, darunter Grobkies (*Köhler u. Ramspeck* 1936)

diese Schwierigkeit umgangen. Die mit der Frequenz sich ändernden Geschwindigkeiten bedingen die registrierten, ungleichmäßigen Schwebungsintervalle.

Das zweite Problem ist das der sogenannten Bodeneigenschwingungen. Manche Aufzeichnung einer Sprengung im weichen Boden klingt am Ende mit einem sauber gedämpften Schwingungszug aus. Daher nimmt man bis heute allgemein an, daß es sich hier um echte Eigenschwingungen des Bodens handelt. Aber auch diese Annahme begegnet Schwierigkeiten. Eigenschwingungen sind nur in einem allseitig begrenzten Gebilde möglich. Im Untergrund fehlen aber diese Voraussetzungen in horizontaler Richtung. Die Energie, die dem Boden zugeführt wird, kann sich horizontal nach allen Seiten hin

ausbreiten und kommt nicht mehr zur Ausgangsstelle zurück. Um Mißverständnisse zu vermeiden, sei betont, daß hier nur der Energieanteil der Oberflächenwellen gemeint ist im Gegensatz zur Energie, die möglicherweise als Longitudinal- oder Transversalimpuls nach ein- oder mehrmaliger Reflexion wieder zur Erdoberfläche zurückkommt. Der gedämpfte Schwingungszug am Ende der Aufzeichnungen kann daher mit echten Eigenschwingungen nichts zu tun haben. Er ist nur durch die besonderen Dispersionsverhältnisse bedingt, was am einfachsten die Abb. 3 erklärt.

Betrachtet wird nur der sehr enge Frequenzbereich von  $1,007 n_0$  bis  $1,021 n_0$ .  $n_0$  bedeutet hierbei die Grenzfrequenz der Rayleigh-Welle 0a. Dieser Bereich wird in gleiche Intervalle unterteilt und die Mittelfrequenz jeweils als repräsentativ für das Intervall angesehen. Die Unterschiede der Frequenzen sind so klein, daß sie praktisch nicht feststellbar sind. Durch eine Sprengung werden alle Wellen mit gleicher Phase, nämlich der Phase Null der Sinusschwingung, angeregt, wie der Verfasser (1950 und 1953) mehrmals beobachtet hat. Angenommen wird, daß von jeder Welle nur eine volle Schwingung angeregt wird. Da wir ein Frequenzband durch

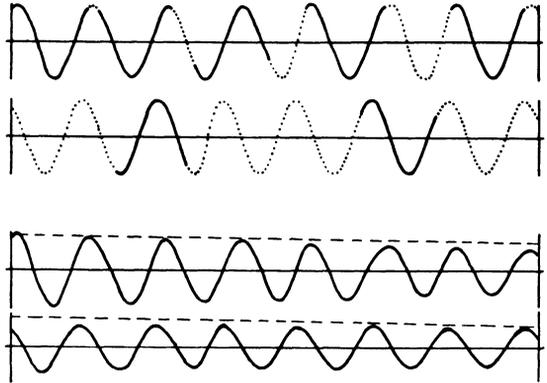


Abb. 3. Schematische Darstellung der Entstehung eines gedämpften Schwingungszuges, wie er in manchen Seismogrammen beobachtet wird, durch die besonderen Dispersionsbedingungen in der Nähe der Grenzfrequenz. Bezüglich einer näheren Erläuterung der Figur sei auf den Text verwiesen

eine einzelfrequenzen ersetzen, ist diese Annahme gestattet, wobei es im Prinzip gleichgültig ist, ob wir einen vollen Schwingungszug oder nur einen Bruchteil davon betrachten. Diese Schwingungszüge treffen an den Beobachtungsstationen nacheinander ein. Die Ankunftszeit wird durch die Gruppengeschwindigkeit bestimmt. Der Phasenwinkel, mit dem dort der Schwingungszug beginnt, wird durch die Phasengeschwindigkeit festgelegt. Eine eingehende Begründung hierfür ist einer früheren Arbeit des Verfassers (1950) zu entnehmen. In der Abb. 3 sind die einzelnen Schwingungsbögen so eingezeichnet, wie sie an einer Beobachtungsstation nacheinander registriert würden. Die Lücken dazwischen sind unter Weiterführung der Schwingungsbewegung gestrichelt ausgefüllt. Wir sehen, daß sich alle Schwingungsbögen in einen fortlaufenden Schwingungszug glatt einfügen. Je kleiner die Frequenzen werden, desto rascher nimmt die Gruppengeschwindigkeit ab, desto weiter werden die Schwingungsbögen auseinander gezogen. Damit wird auch die Energie auf immer größer werdende, zeitliche Intervalle verteilt, was eine Abnahme der Amplitude mit sich bringt. Berücksichtigt man dies, so erhält man einen exponentiell abklingenden Schwingungszug, wie ihn die Abb. 3 unten zeigt und wie er auch beobachtet

wird. In dieser Erklärung stecken keinerlei Annahmen und Voraussetzungen, sondern nur reine Beobachtungstatsachen.

Den zweiten Hauptpunkt dieser Abhandlung bildet die Absorption. Im Vorstehenden wurde gezeigt, daß es sich bei den Maschinenschwingungen um Rayleigh-Wellen, also um Oberflächenwellen handelt. Daher ist klar, daß sie sich nur flächenhaft ausbreiten können. In der unmittelbaren Nähe der Maschine gilt das Gesetz allerdings noch nicht. Hier muß sich die Welle erst ausbilden. Der Bearbeitung von Beobachtungen darf man also nur die Formel für die flächenhafte Ausbreitung von Wellen zugrunde legen. Eine Überprüfung der Arbeit des Verfassers (1940) über die Absorption hat ergeben, wie in einer neuen Arbeit des Verfassers (1953) näher dargelegt ist, daß die Formel für flächenhafte Ausbreitung folgendermaßen lauten muß:

$$a = a_0 \sqrt{\frac{x_0}{x}} e^{-k(x-x_0)/\lambda_c} \sin w(t-x/v).$$

$a$  = Amplitude,  $x$  = Entfernung,  $k$  = Absorptionskoeffizient,  $w$  = Kreisfrequenz,  $\lambda_c$  = Gruppenwellenlänge = Gruppengeschwindigkeit/Frequenz,  $v$  = Phasengeschwindigkeit,  $t$  = Zeit,  $x_0$  und  $a_0$  beziehen sich auf einen beliebigen Bezugspunkt. Die Gruppenwellenlänge  $\lambda_c$  ist nur eine formale Rechengröße. Das Gesetz besagt also, daß pro Gruppenwellenlänge der gleiche prozentuale Energieanteil einer Welle verschluckt wird. Wie die Beobachtungen lehren, ist der Absorptionskoeffizient  $k$  für longitudinale wie für transversale Wellen derselbe. Damit gilt er auch für jede andere elastische Welle, Oberflächenwelle, Biegewelle usw. Ebenso wird die Eigendämpfung von Schwingungen von Stäben und Platten durch diese Größe bestimmt. Nach den Feststellungen des Verfassers und denen von *Birch* und *Bancroft* (1938) und anderer Beobachter in Amerika gilt es von den niederfrequenten Erdbebenwellen von 1/30 Hz bis 8000 Hz und darüber.

Wie läßt sich nun dieses Gesetz physikalisch erklären? Die Theorie der visko-elastischen Medien, die von verschiedenen Autoren in den letzten Jahren rein theoretisch ohne Beachtung vorliegender experimenteller Ergebnisse weiter entwickelt und in den Vordergrund gestellt worden ist, kann den Beobachtungen nicht gerecht werden. Es soll nicht abgestritten werden, daß die Erdkruste nicht visko-elastisch ist, aber die visko-elastischen Konstanten der Gesteine sind so groß, daß sie auf die Wellenausbreitung keinen Einfluß ausüben können. Man hat auch schon versucht, alle möglichen anderen Effekte für die Absorption verantwortlich zu machen. Sie sind alle mehr oder weniger gescheitert.

Völlige Übereinstimmung mit den Beobachtungen wird mit folgendem Deutungsversuch erzielt. Sägt man beispielsweise ein Stück Granit auseinander und bewegt dann die Schnittflächen aneinander vorbei, so tritt gleitende Reibung auf. Warum sollte diese nicht auch auftreten, wenn man die Granitpartikelchen vor dem Zersägen gegeneinander verschiebt. Durch das Sägen werden doch nur die elastischen Bindungen getrennt und beim Durchgang elastischer Wellen werden die einzelnen Teilchen gegeneinander verschoben.

Die Gleichung für die gleitende Reibung lautet:

$$R = r P;$$

$R$  = Reibungskraft,  $r$  = Reibungskoeffizient,  $P$  = Kraft, mit der die Körper gegeneinander gepreßt werden. Im Falle elastischer Wellen muß man für  $P$  die elastischen Spannungen einsetzen. Die einfachste Gleichung für eine ebene Transversalwelle lautet:

$$\rho \frac{d^2 u}{dt^2} = G \frac{d^2 u}{dx^2} \pm r G \frac{d^2 u}{dx^2}$$

$G$  = Scherungsmodul,  $\rho$  = Dichte,  $u$  = Verschiebungskomponente,  $x$  = Koordinate in der Ausbreitungsrichtung,  $t$  = Zeit. Das Vorzeichen des letzten Gliedes richtet sich, wie bei jedem Auftreten von Reibung, nach dem Vorzeichen der momentanen Geschwindigkeit. Während einer halben Schwingungsperiode gilt das positive, während der anderen das negative. Dadurch tritt keine Dispersion auf, wie dies auch die Beobachtungen erfordern. Die Geschwindigkeitswerte, Phasen- und Gruppengeschwindigkeit, werden durch die Reibung nicht beeinflusst.

Der Absorptionsvorgang ist sehr ähnlich dem bei einem Seismographen mit Reibung. Hier ist die Reibungskraft absolut genommen konstant, daher nimmt auch die Amplitude, wie die Abb. 4 zeigt, linear mit der Zeit ab. Bei

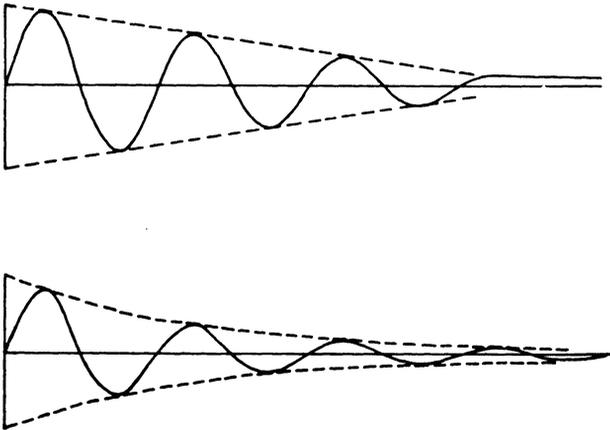


Abb. 4. Darstellung der Amplitudenabnahme, die durch gleitende Reibung verursacht wird, bei konstanter Reibungskraft (oben) und bei mit dem Ausschlag veränderlicher Reibungskraft (unten). Oben nimmt die Amplitude linear, unten nimmt sie exponentiell ab

der Absorption ist im Unterschied dazu die Reibungskraft, auch absolut betrachtet, mit den elastischen Kräften veränderlich. Deshalb ist die Abnahme der Amplitude pro Wellenlänge dem Maximalausschlag proportional. Daraus erklärt sich die beobachtete Abnahme der Amplitude längs des Wellenweges, die genau nach einer  $e$ -Funktion erfolgt. Da sich alle Absorptionsbeobachtungen an elastischen Wellen und Eigendämpfungsbeobachtungen an Stäben und Platten mittels der gleitenden Reibung erklären lassen, dürfte kein Zweifel mehr bestehen, daß diese die Hauptursache für die Vernichtung der elastischen Energie von Wellen und Schwingungen ist.

## Zusammenfassung

Auf dem Gelände des Göttinger Flugplatzes wurden sowohl Maschinenschwingungen wie Sprengungen beobachtet. Die harmonische Analyse der Registrierungen der Sprengungen führt zu dem gleichen Ergebnis wie die Beobachtungen der Maschinenschwingungen. Dadurch ist nachgewiesen, daß die durch Sprengungen erregten Oberflächenwellen von derselben Natur sind, wie die durch Maschinen erzeugten. Außerdem ist nachgewiesen, daß man die umständlichere Methode mittels der Schwingmaschine ersetzen kann durch Sprengungsbeobachtungen, die manche technische Vorteile haben. Bei den beobachteten Wellen handelt es sich um spezielle Rayleigh-Wellen, bei denen sich die Wellenenergie nur in der obersten Schicht ausbreitet und sich die untere Grenzfläche dieser Schicht als völlig starr verhält. Im geschichteten Untergrund tritt die Rayleigh-Welle paarweise auf, die Dispersionskurve setzt sich aus zwei Ästen zusammen. Daraus erklären sich zwanglos die beim An- und Auslauf einer Maschine beobachteten Schwebungserscheinungen. Die am Ende von Seismogrammen auftretenden gedämpften Schwingungszüge sind keine echten Bodenschwingungen, sondern sind durch den besonderen Verlauf der Dispersionskurve in der Nähe der Grenzfrequenz bedingt.

Die Absorptions- und Dämpfungsbeobachtungen führen zu der Erkenntnis, daß bei der Ausbreitung elastischer Wellen pro Gruppenwellenlänge (= Gruppengeschwindigkeit/Frequenz) stets der gleiche prozentuale Energieanteil verschluckt wird. Weiterhin zeigt es sich, daß die Absorption durch die bei den elastischen Verschiebungen auftretende gleitende Reibung verursacht ist. Der auf die Gruppenwellenlänge als Wegeinheit bezogene Absorptionskoeffizient ist gleich dem Reibungskoeffizienten.

## Literatur

- [1] *Birch, F. u. Bancroft, D.*: Elasticity and Internal Friction in a long Column of Granite. Bull. of the Seism. Soc. of Am. **28** (1938), S. 243.
- [2] *Caloi, P.*: Sulla propagazione delle onde di Rayleigh in un mezzo elastico firmo-viscoso stratificato. Pubblicazioni dell' Istituto Nazionale di Geofisica, Roma 1946.
- [3] *Förtsch, O.*: Ableitung des von der Frequenz unabhängigen Absorptionskoeffizienten aus Maschinenschwingungen. Z. f. Geophys. **16** (1940), S. 57.
- [4] . . . . .: Untersuchungen von Biegewellen in Platten. Messung ihrer Gruppen- und Phasengeschwindigkeit. Gerlands Beitr. Geophys. **61** (1950), S. 272.
- [5] . . . . .: Deutung von Dispersions- und Absorptionsbeobachtungen an Oberflächenwellen. Gerlands Beitr. Geophys. **63** (1953), S. 16.
- [6] *Köhler, R.*: Beitrag zur Deutung der verschiedenen Wellengruppen im Seismogramm von Sprengungen. Nachr. v. d. Ges. d. Wiss. z. Göttingen, Math.-phys. Kl., Neue Folge, Fachgruppe II (1936), S. 145.
- [7] *Köhler, R. u. Ramspeck, A.*: Die Anwendung dynamischer Baugrunduntersuchungen. Veröff. d. Inst. d. Deutschen Forsch.-Ges. f. Bodenmechanik (DEGEBO) a. d. Techn. Hochsch. Berlin, H. 4 (1936), S. 1.
- [8] *Love, A. E. H.*: Some Problems of Geodynamics. Cambridge 1911, University Press.
- [9] *Mintrop, L.*: Über die Ausbreitung der von den Massendruckten einer Großgasmaschine erzeugten Bodenschwingungen. Diss. Göttingen, 1911.

- [10] *Rayleigh, Lord*: On waves propagated along the plane surface of an elastic solid. Scientific papers 2 (1881—1887) Cambridge Press (1900) 447 oder Proc. math. Soc. London 17 (1885), S. 4.
- [11] *Schulze, G. A.*: Über die Ausbreitung sinusförmiger Bodenbewegungen. Z. Geophys. 11 (1935), S. 307.
- [12] *Sezawa, K.*: Dispersion of elastic waves propagated on the surface of stratified bodies and on curved surfaces. Bull. of the Earthquake Res. Inst. Tokyo 3 (1927), S.1.
- [13] *Sezawa, K. u. Kanai, K.*: Dispersive Rayleigh-waves of Positive or Negative Orbital Motion, and Allied Problems. Bull. of the Earthquake Inst. Tokyo 18 (1940), S. 1.
- [14] .....: Diskontinuity in the dispersion curves of Rayleigh-waves Bull. of the Earthquake Res. Inst. Tokyo 13 (1935), S. 251.