

## Werk

**Jahr:** 1957

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 Z NAT 2148:23

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN101433392X\_0023

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X\\_0023](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0023)

**LOG Id:** LOG\_0043

**LOG Titel:** Die hypsometrische Kurve des Mondes

**LOG Typ:** article

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN101433392X

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

## Die hypsometrische Kurve des Mondes

Von H. C. Joks ch, Münster i. W. <sup>1)</sup>

**Zusammenfassung:** Hypsometrische Kurven für den Mond werden aus den Höhenmessungen von *Ritter* sowie *Franz* und *Hopmann* abgeleitet und die Fehler diskutiert. Die hypsometrische Kurve ist wahrscheinlich aus zwei eingipfligen Häufigkeitsverteilungen zusammengesetzt.

**Abstract:** Hypsometric curves of the moon are derived from the absolute heights determined by *Ritter* and *Franz* and *Hopmann*; the errors are discussed. Probably the hypsometric curve is a composition of two unimodal frequency-distributions.

Die Gestalt der Erde ist in erster Näherung ein Rotationsellipsoid. Die Abweichungen der physischen Oberfläche davon werden statistisch zusammengefaßt dargestellt durch die hypsometrische Kurve. Sie gibt die Anteile der Erdoberfläche an, die in jeder Höhenstufe über der mittleren Oberfläche liegen. Sie zeigt zwei Maxima, die den bevorzugten Höhenstufen der Kontinente und der Meeresböden entsprechen. Eine genauere Analyse zeigt, daß sie aus drei Verteilungen zusammengesetzt ist [1].

Da die hypsometrische Kurve durch Entstehung und Entwicklung der Kruste eines Himmelskörpers bestimmt ist, liegt es nahe, auch die des Mondes zu untersuchen und mit der der Erde zu vergleichen. Man könnte so vielleicht Hinweise auf die Entstehung und Entwicklung des Mondes erhalten.

Eine gewisse Schwierigkeit besteht darin, daß nur wenig mehr als die Hälfte der Mondkugel sichtbar ist. Dies vereitelt aber nur dann die Bestimmung der hypsometrischen Kurve, wenn der unsichtbare Teil von dem bekannten wesentlich verschieden ist, so daß sie verschiedene hypsometrische Kurven haben, von denen wir nur eine bestimmen können. Ist dagegen die hypsometrische Kurve aus Häufigkeitsverteilungen zusammengesetzt, deren Elemente auf beiden Halbkugeln vorkommen, so kann man aus der hypsometrischen Kurve die einzelnen Verteilungen und ihre Parameter bestimmen; nur die Anteile der einzelnen Verteilungen an der Gesamtfläche hängen von der Lage der sichtbaren Mondhälfte auf der Kugel ab. Sie können nur durch eine Untersuchung der ganzen Mondoberfläche bestimmt werden.

---

<sup>1)</sup> H. C. Joks ch, Sternwarte der Universität, Münster i. W.

Zur Bestimmung einer Höhenverteilung braucht man eine Isohypsenkarte, die Höhen über einer mittleren Mondoberfläche gibt. Die bisherigen Vermessungen von Punkten auf dem Mond sind von *Hopmann* [2] ausführlich diskutiert worden. Die älteste Höhenkarte von *Franz* [3] ist nicht brauchbar, da sie nur nach 68 Höhenangaben gezeichnet ist und daher nur ein grobes Bild der Höhenverteilung gibt, ganz abgesehen von den Bedenken gegen diese Höhenangaben, die *Hopmann* erhoben hat. Die Isohypsenkarte von *Ritter* [4] beruht auf 2000 Meßpunkten und gibt verhältnismäßig dichte Höhenlinien. *Jakowkin* und *Belkowitsch* [5] haben auf einen systematischen Fehler bei der Reduktion der Messungen hingewiesen. Eine Neubearbeitung der Beobachtungen ist nicht möglich, da sie auf der Heidelberger Sternwarte nicht mehr vorhanden sind. Man kann aber versuchen, den Einfluß des systematischen Fehlers auf die Höhenverteilung nach *Ritters* Karte abzuschätzen, um so wenigstens eine qualitative Vorstellung von der Höhenverteilung zu bekommen. Schließlich hat *Hopmann* [2] 150 Messungen von *Franz* neubearbeitet und absolute Höhen bestimmt. Diese Punkte reichen aber nicht zum Zeichnen einer Höhenkarte aus. Man kann sie nur als eine "Stichprobe" auswerten.

Die Karten des Mondrandes und Mondrandprofile anderer Autoren sind für diese Untersuchung nicht zu verwenden, da auf ihnen verschiedene Teile des Reliefs übereinanderprojiziert sind und dabei tiefere Höhenstufen verdeckt werden.

### 1 Die hypsometrische Kurve nach *Ritters* Karte

Um die Höhenverteilung zu bestimmen, wurden die zwischen den Höhenlinien von *Ritters* Karte liegenden Flächen mittels eines geeigneten Netzes ausgemessen. Hierbei wurde die Randzone außerhalb 0,9 Radien der Mondscheibe nicht berücksichtigt, da in ihr kleinen Flächen auf der Scheibe große auf der Kugel entsprechen und diese daher nur unsicher zu bestimmen sind.

Die Häufigkeiten sind in Abb. 1 mit einem logarithmischen Ordinatenmaßstab dargestellt. Hätte man die Randzone mitgenommen, so wären nur die Zahlenwerte, nicht aber der Gesamtverlauf der Verteilung, geändert, die Streuung der Punkte aber wegen der Fehler bei der Bestimmung der Flächen erheblich vergrößert.

Die Verteilung ist deutlich asymmetrisch: ihr Maximum ist nach rechts verschoben und links davon ist eine Stufe vorhanden. Sie läßt sich als Überlagerung zweier Normalverteilungen darstellen, denen wegen des logarithmischen Ordinatenmaßstabs die eingezeichneten Parabeln entsprechen. Zur Methodik dieser Zerlegung vergleiche [6]. Um die Realität der Asymmetrie und damit auch die der Zerlegung in zwei einfache Verteilungen zu beurteilen, muß der systematische Fehler diskutiert werden.

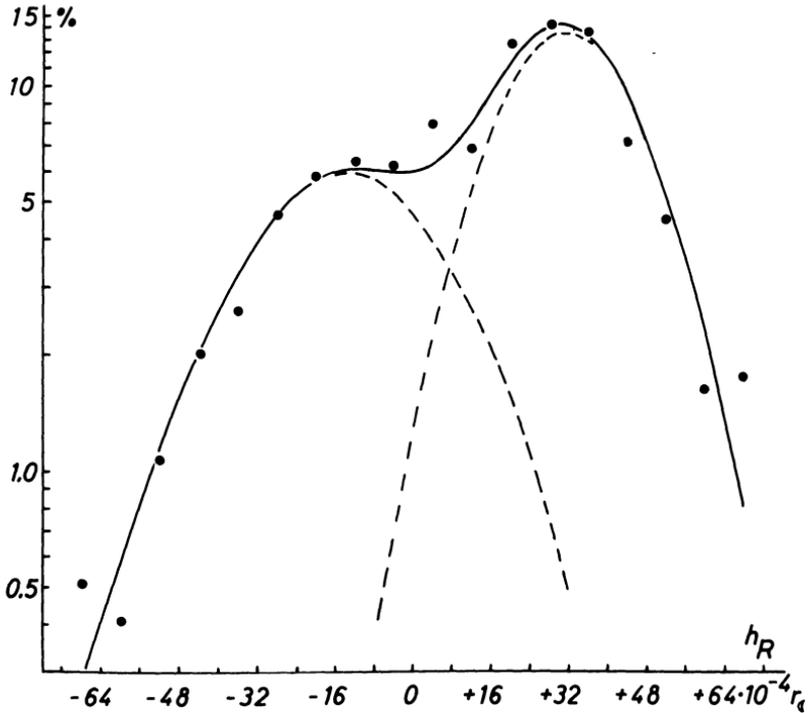


Abb. 1: Hypsometrische Kurve des Mondes nach *Ritters* Isohypsenkarte. Die Punkte geben den Anteil der Höhenstufen an dem untersuchten Teil der Mondoberfläche in Prozenten. Die ausgezogene Kurve ist aus den beiden gestrichelten Normalverteilungen zusammengesetzt. Die Ordinaten haben einen logarithmischen Maßstab, die Abszissen geben Höhen in  $10^{-4}$  Mondhalbmessern.

## 2 Der systematische Fehler in *Ritters* Höhenkarte

*Ritter* hat eine Reihe von Lichtgrenzen gezeichnet, auf ihnen 2000 Punkte ausgemessen und aus den Abweichungen von den für eine Kugel berechneten Lichtgrenzen die absoluten Höhen  $h_R$  der Punkte bestimmt. *Jakowkin* und *Belkowitsch* wiesen darauf hin, daß *Ritter* den Böschungswinkel  $i$  des Geländes an der Lichtgrenze nicht berücksichtigt hat und seine Höhen daher um den Betrag

$$h_R - h = (1 - y^2 + h) \left( \frac{\cos(\phi - i)}{\cos \phi} - 1 \right)$$

von den wahren Höhen  $h$  abweichen.  $y$  ist die Koordinate senkrecht auf die Richtung zur Sonne und  $\phi$  der Phasenwinkel.  $y$  und  $h$  sind in Einhei-

ten des Mondhalbmessers zu rechnen. Eine anschauliche Überlegung zeigt, daß große Winkel  $i$  nur an Steilhängen auftreten, die aber nicht Lichtgrenzen sein können. Diese können nur an Stellen mit geringem Böschungswinkel verlaufen. Daher kann man in erster Näherung  $\sin i = i$  und  $\cos i = 1$  setzen, außerdem  $h$ , das die Größenordnung  $10^{-2,5}$  hat, gegen  $1 - y^2$  vernachlässigen, und hat

$$h_R - h \approx i(1 - y^2) \operatorname{tg} \phi = ik .$$

$f(h)$  sei der wahre Anteil der Mondoberfläche, der in der Höhe  $h$  liegt. Auf *Ritters* Karte scheint der Anteil  $g(h_R)$  in der Höhe  $h_R$  zu liegen. Er setzt sich aus Flächen zusammen, die in Wirklichkeit in verschiedenen Höhen  $h = h_R - ik$  liegen. Ist  $p(ik)$  die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler  $ik$ , so ist die scheinbare Häufigkeit

$$g(h_R) = \int f(h_R - ik) p(ik) d(ik)$$

die Faltung der Verteilungen  $f(h)$  und  $p(ik)$ . Um das Integral auswerten zu können, braucht man einige Angaben über  $i$  und  $k$ .

Da das Vorzeichen von  $i$  nur von der Lage des Hangs zur Sonne abhängt (positiv zu ihr hin, negativ von ihr weg geneigt), hat es für die Morphologie der Mondoberfläche keine Bedeutung und gleiche positive und negative Werte sind gleichwahrscheinlich. Nach der obigen Überlegung sind große Werte von  $i$  an der Lichtgrenze unwahrscheinlicher als kleine, also hat  $i$  eine eingipflige, symmetrische Verteilung. Außerdem soll angenommen werden, daß die Verteilung von  $i$  unabhängig von  $h$  ist.

$k$  ist von der Lage des Punktes auf dem Mond abhängig. Ein Blick auf *Ritters* Karte zeigt, daß zwischen den Höhen und der Lage auf dem Mond ein gewisser Zusammenhang besteht: negative Werte kommen fast nur im NW-Quadranten vor, sehr große Höhen fast nur im SW-Quadranten. Es könnte also eine Korrelation zwischen  $k$  und  $h$  bestehen. Eine graphische Untersuchung zeigt aber, daß dies nicht der Fall ist.

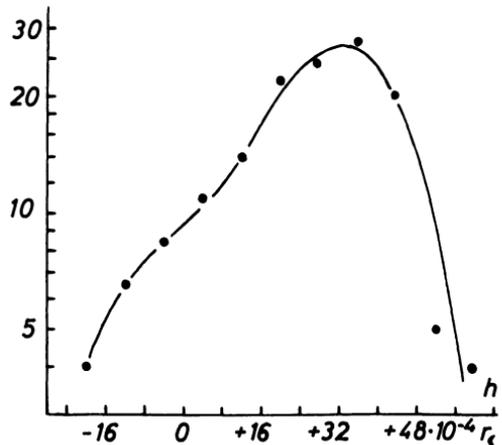
Da die  $k$ -Werte über der Mondkugel eine eingipflige Häufigkeitsverteilung haben, kann man auch für den Fehler  $ik$  eine eingipflige, von  $h$  unabhängige, Verteilung annehmen. Dann entspricht der Integration anschaulich eine gleitende Mittelbildung über  $f(h)$  mit der Gewichtsverteilung  $p(ik)$ , bei der die Gipfel der Verteilung herabgedrückt, Wellen geglättet und die Flanken verbreitert werden. Sind insbesondere  $f$  und  $p$  Normalverteilungen, so ist das Ergebnis wieder eine – breitere und flachere – Normalverteilung. Ist  $f(h)$  aus mehreren Normalverteilungen zusammengesetzt, und kann man die eingipflige Verteilung  $p(ik)$  in erster Näherung durch eine Normalverteilung ersetzen, so ist auch  $g(h_R)$  wieder eine Zusammensetzung von Normalverteilungen.

Man kann daher vermuten, daß die wahre hypsometrische Kurve des Mondes ebenso wie die aus *Ritters* Karte gefundene aus zwei eingipfligen Verteilungen zusammengesetzt ist. Daß die gefundene Kurve aus einer einfachen, symmetrischen Verteilung durch die Wirkung dieses systematischen Fehlers entstanden ist, ist nach den obigen Überlegungen unwahrscheinlich.

### 3 Die Höhenangaben nach Franz und Hopmann

Für 150 von *Franz* trigonometrisch vermessene Punkte hat *Hopmann* ihre absoluten Höhen abgeleitet, indem er den stereoskopischen Effekt, der durch die Libration des Mondes entsteht, ausnutzte. Diese Höhenangaben sind völlig unabhängig von denen von *Ritter*; sie werden daher zu einem Vergleich herangezogen. Man kann sie als eine Stichprobe aus den Höhen aller Punkte der Mondhalbkugel auffassen und annehmen, daß die Häufigkeit, mit der die Punkte einer Höhenstufe auftreten, auch deren Fläche entspricht. Dabei darf man nicht übersehen, daß die 150 Punkte nicht gleichmäßig über die ganze Mondhalbkugel verstreut, sondern um die Mitte der Mondscheibe konzentriert sind und sich auch stellenweise häufen. Außerdem können die 150 für eine Vermessung geeigneten Punkte eine Auswahl darstellen, die nicht für alle Punkte der Mondoberfläche repräsentativ ist.

Abb. 2: Häufigkeitsverteilung der Höhenangaben von *Franz* und *Hopmann*. Die Punkte geben die Anzahlen der Meßpunkte in bestimmten Höhenstufen. Zwei Meßpunkte liegen außerhalb des dargestellten Bereichs. Ordinaten und Abszissenmaßstab wie in Abb. 1.



Die Häufigkeitsverteilung ist in Abb. 2 dargestellt. Sie weicht von einer Normalverteilung, die einer Parabel entsprechen würde, ähnlich ab, wie die aus *Ritters* Karte gefundene Verteilung: das Maximum liegt rechts, die linke Flanke hat einen Buckel. Die Maxima beider Verteilungen liegen an derselben Stelle, nämlich bei einer Höhe von  $+32 \cdot 10^{-4}$  Mondradien.

#### 4 Zusammenfassung

Aus *Ritters* Karte ergibt sich eine asymmetrische hypsometrische Kurve, die in zwei eingipflige Häufigkeitsverteilungen zerlegbar ist. Die Höhenangaben von *Franz* und *Hopmann* ergeben eine ähnliche asymmetrische Kurve. Die Übereinstimmung, auch in der Lage des Maximums spricht für die Realität der gefundenen Kurve. Falls nicht noch andere als der diskutierte systematische Fehler wirksam sind, oder die bei seiner Abschätzung gemachten Annahmen unzulässig sind, dürfte die gefundene Höhenverteilung reell und nicht durch den systematischen Fehler vorgetäuscht sein.

Die Höhenverteilung des Mondes scheint also ähnlich wie die der Erde in erster Näherung aus zwei eingipfligen Verteilungen zusammengesetzt zu sein. Eine genauere Untersuchung dieser Verteilungen ist mit dem vorhandenen Beobachtungsmaterial nicht möglich.

Für die Anregung zu dieser Untersuchung, die 1953 begonnen, aber aus äußeren Gründen unterbrochen wurde, und fortgesetzt wird, danke ich Herrn Prof. Dr. *Brockamp*.

#### Literatur

- [1] *Joksch, H.C.*: Statistische Analyse der hypsometrischen Kurve der Erde. Ztschr. f. Geophysik, 21 (1955), 109.
- [2] *Hopmann, J.*: Selenodätische Untersuchungen. Sitzungsber. d. österreichischen Akad. d. Wiss. Math.-nat. Klasse, Abt. IIa, 161, 1.-3. Heft (1952).
- [3] *Franz, J.*: Die Figur des Mondes. Astr. Beobachtungen Königsberg 38 (1899).
- [4] *Ritter, H.*: Versuch einer Bestimmung von Schichtenlinien auf dem Monde. Astr. Nachr. 252 (1934) 157.
- [5] *Jakowkin, A.* und *Belkowitsch, J.*: Zur Frage nach der Bestimmung der Mondfigur vermittelt Terminator-Beobachtungen. Astr. Nachr. 256 (1935), 305.
- [6] *Daeves, K.* und *Beckel, A.*: Großzahl-Forschung und Häufigkeitsanalyse. Berlin und Weinheim 1948.