

Werk

Jahr: 1957

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 Z NAT 2148:23

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN101433392X_0023

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X_0023

LOG Id: LOG_0044

LOG Titel: Statistischer Nachweis von Gezeiten in Binnenseen, dargestellt am Beispiel des Bodensees

LOG Typ: article

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN101433392X

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN101433392X>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=101433392X>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Statistischer Nachweis von Gezeiten in Binnenseen, dargestellt am Beispiel des Bodensees

Von G. Dohr, Hannover ¹⁾

Zusammenfassung: Es wird die Frage untersucht, ob sich mittels statistischer Methoden in Binnenseen Gezeitenwellen nachweisen lassen. In ähnlicher Form wie bei der Darstellung der atmosphärischen Gezeiten werden die Aufzeichnungen von Schreibpegeln mit Hilfe der harmonischen Analyse analysiert. Zur Darstellung der Ergebnisse wird von der Periodenuhr Gebrauch gemacht.

Es ergibt sich bereits bei dem ausgewerteten Material von 279 Tagen ein Nachweis der M_2 -Welle mit einer Amplitude von 0,4 mm am Pegel Konstanz. Fehlerbetrachtungen zeigen, daß dieser Wert außerhalb des als zufällig anzusehenden Bereiches liegt und daß keine Quasi-Persistenz vorliegt. Die besprochene Methode wird als geeignet zum Nachweis von Gezeiten in Binnenseen betrachtet.

Abstract: This paper examines the question, whether statistical methods are adequate for the proof of tidal waves on inlandwaters. Similarly as in procedures for demonstrating tides of the atmosphere here the registrations of recording-water-gauges are submitted to harmonic analysis. The results are presented by use of harmonic dials.

The statistical review of 274 days gives the proof of the M_2 -wave showing an amplitude of 0,4 mm on the water-gauge at Konstanz. The material was submitted to a statistical errorinvestigation, and it could be shown that the value of 0,4 mm-amplitude ranges outside of random-fluctuation, and that no quasi-persistence is evident.

The discussed method seems to be suited for the proof of tidal waves on inland-waters.

Einführung, Allgemeines

In der vorliegenden Arbeit soll die Frage untersucht werden, ob sich anhand von Schreibpegel-Aufzeichnungen in Binnenseen Gezeiten nachweisen lassen. Als Beispiel eines relativ kleinen Sees wird der Bodensee behandelt, da für ihn Pegeldiagramme über einen größeren Zeitraum nahezu lückenlos vorliegen. Dem Verfahren liegt die Methode der harmonischen Analyse zugrunde, wie sie etwa auch bei der Ermittlung der atmosphärischen Gezeiten angewandt wurde[1].

Die kleinsten Wasservolumina, in welchen Gezeitenschwankungen nach-

¹⁾ Dr. G. Dohr, Hannover, Joh.-Trojan-Str. 1

gewiesen werden konnten, waren 150 bzw. 103 m lange, wassergefüllte Röhren. In den Untersuchungen von *Michelson* und *Gale* [15] sowie von *Egedal* und *Fjeldstad* [9] wurde der Gezeitenhub an den Enden der Röhren sehr genau visuell oder interferometrisch gemessen. Ziel dieser Arbeiten war die Bestimmung der Starrheit der Erde, die sich aus dem Vergleich der beobachteten Hubhöhen zu den theoretisch ermittelten Werten herleitet. In den genannten Arbeiten ergaben sich Werte zwischen 0,6 und 0,7 für das Verhältnis der beobachteten zur theoretischen Amplitude.

Bei entsprechenden Untersuchungen auch an natürlichen, begrenzten Wasserbecken, also Kanälen oder Binnenseen ist es von vornherein klar, daß man nicht direkte Beobachtung benutzen kann, da äußere Störungen die sehr kleinen Gezeitenwellen überlagern. Man wird aber gegebenenfalls doch mit empfindlichen Linnimetern an besonders ruhigen Tagen bei nicht zu kleinen Gewässern immerhin noch die halbmondentägige Welle nachweisen können.

Die Schwierigkeit, aus Gezeitenbeobachtungen an Binnenseen auf die Starrheit der Erde zu schließen, liegt vor allem in der unsicheren Bestimmung der theoretischen Amplituden bei größeren Gewässern. So weist z. B. *von Sterneck* [17] bei der Untersuchung der Gezeiten des Baikalsees, die er nach Registrierungen von *Schostakowitsch* durchführte, darauf hin, daß die Gleichgewichtstheorie nicht mehr in der Lage ist, die Erscheinungen theoretisch zu deuten. Bei diesem etwa 300 km langen und etwa in NO-SW-Richtung liegenden See erreicht *Sterneck* mit seiner Zerlegungs- und Kanaltheorie der Gezeiten [18] befriedigende Übereinstimmung.

Auf der anderen Seite wird man bei kleineren Gewässern, für die man die Gleichgewichtstheorie noch als erste Näherung ansehen darf, mit sehr kleinen Hubhöhen zu rechnen haben, so daß von dieser Seite eine Unsicherheit in die Rechnung kommt.

Man wird also zweckmäßigerweise einen See für die Untersuchungen wählen, der nicht so groß ist, als daß man die erste Annäherung der Gezeiten durch die Gleichgewichtstheorie geben könnte, der aber doch groß genug ist, um einigermaßen sicher nachweisbare Amplituden zu erhalten, wobei zu bemerken ist, daß *letzterer* Punkt durch das Verfahren der statistischen Periodenüberlagerung an Bedeutung verliert.

Diese Bedingungen dürfte der Bodensee \pm erfüllen. Seine in etwa WNW-OSO liegende Richtung hat in der Linie Bregenz-Bodman eine Länge von rd. 60 km. Von Interesse sind daher die Untersuchungen an dem etwa gleich großen Genfer See. Nach den *Forelschen* Messungen ermittelte *Endrös* – wieder nach Auszug besonders ruhiger Tage – für das Westende dieses Sees eine halbmondentägige Welle von 0,95 mm und die Eintrittszeit des Maximums zwischen 2 und 3 Uhr Mondzeit, sowie eine ganzsonnentägige Welle von 2,8 mm Amplitude und einem Maximum um 15 Uhr Mondzeit.

Da die Eigenperiode des Sees nur 73 Minuten beträgt, kann von einer Resonanzwirkung abgesehen werden. Die Gleichgewichtstheorie läßt für den 61 km langen See in OW-Erstreckung eine Amplitude von 2,6 mm und für eine NS-Erstreckung von 34 km eine Amplitude von 1,4 mm erwarten. Es ist also bei Berücksichtigung der wirklichen Lage eine Amplitude von 2,9 mm am Westende zu erwarten. Wir ersehen, daß die beobachtete Amplitude von 0,95 mm mit dem Verhältnis 0,7 der beobachteten zur theoretischen Amplitude nicht übereinstimmt. Außerdem ist die weitaus größere Amplitude von P merkwürdig. *Endrös* verweist in diesem Zusammenhang auf Störeinflüsse, etwa die tagesperiodische Schneeschmelze oder Wärmeausdehnung des Schreibarmes. Solche Einflüsse würden sich bei der harmonischen Analyse über ein Jahr als Sternzeitglieder ausdrücken. Wir haben davon noch zu sprechen.

Diese Ergebnisse sind nicht gerade ermutigend, denn beim Bodensee haben wir es, wie gesagt, mit ganz ähnlichen Verhältnissen zu tun.

Die Schwingungen des Bodensees sind im Jahre 1890 von *Forel* [12] eingehend untersucht worden. Er findet für die einknötige Schwingung eine Periode von 55,8 Minuten. Diese ist gegen die Halbtagsperiode so klein, daß wir ebenfalls von Resonanzerscheinungen absehen können. Es ist zu bemerken, daß sich der Bodensee zwar in den verhältnismäßig schmalen, aber tiefen Überlinger-See fortsetzt, daß er aber nicht etwa – was die Schwingung angeht – in Konstanz einen Wellenbauch besitzt. Nach *Forel* liegt die Knotenlinie der einknötigen Schwingung zwischen Hagenau und Immenstad, das ist etwa 10 km ostwärts Konstanz. Es ist daher klar, daß die Amplituden in Konstanz nur etwa 1/3 der in Bodman zu beobachtenden sind, ein Ergebnis, das die *Forel'schen* Untersuchungen bestätigen.

Ähnliches wird für die Gezeitenwellen gelten. Es ist anzunehmen, daß der Knoten der Gezeitenschwingung zumindest ganz in der Nähe des Knotens der einknötigen Eigenschwingung liegt. Hätten wir in Bodman auf Grund der Gleichgewichtstheorie für die M_2 -Welle eine Amplitude von 2,5-2,6 mm, so dürfen wir in Konstanz also nur 0,8-0,9 mm erwarten. Dazu tritt die Verkleinerung um den Faktor 0,6-0,7 durch die Nachgiebigkeit der Erde, so daß wir in Konstanz mit rd. 0,5-0,6 mm Gezeitenhub rechnen dürfen.

Günstiger liegen die Verhältnisse natürlich an den See-Enden. In Bodman existiert leider kein Pegel. In Lindau aber sind die Diagramme gestört und lückenhaft. Daher habe ich lieber die zu erwartenden kleinen Amplituden in Konstanz in Kauf genommen und diese Beobachtungen analysiert.

Auch an noch kleineren Seen glaubt *Endrös* [5] Gezeiten nachgewiesen zu haben. So am Chiemsee [11] eine Amplitude von 0,5 mm und am Waginger-Tachinger See eine Welle von 0,25 mm Amplitude.

Alle diese Untersuchungen sind mit transportablen, sehr empfindlichen Linnimetern an sehr ruhigen Tagen durchgeführt worden. Es soll nun im folgenden untersucht werden, ob man nicht durch Analyse des reichlich vorliegenden Materials der Pegeldiagramme ebenso zum Ziel kommt. Es ist dabei zu untersuchen, ob und wie weit man dabei von meteorologischen Einflüssen abhängig ist, ob man nicht von vornherein gewisse besonders gestörte Tage auslassen kann und mit welchem Material man zu einer hinreichend genauen Aussage über Größe und Phase der Gezeitenwellen kommen kann.

Analyse der Pegelaufzeichnungen

Ausgangsmaterial

Das Ausgangsmaterial bildeten die Schreibpegelaufzeichnungen des Konstanzer Pegels aus dem Jahre 1940, für das ein verhältnismäßig vollständiges und gut lesbares Material vorliegt. Aus den Diagrammen wurden dreistündliche Werte abgelesen, für 0^h , 3^h , 6^h usw. Die Ablesung erfolgte auf 0,5 cm genau; diese Genauigkeit war bei dem Abbildungsmaßstab 1:10 der Diagramme noch gut möglich.

In den Diagrammen zeigen sich oft Aufzeichnungen von Eigenschwingungen, deren Amplitude bis zu 10 cm betragen kann. An solchen Tagen – es folgten zuweilen 20 und mehr Schwingungen aufeinander – wurde das Mittel zwischen den Extrema als Stundenwert benutzt, Tage starker Wasserstandssteigung (größer als 5 cm) wurden ausgelassen.

Analyse der M_2 und S_2 Welle

Die Werte von 279 brauchbaren Tagen wurden nun nach Tagen gleicher Mondkulminationszeit, d. h. nach μ Zahlen geordnet. Letztere sind dem "Geophysikalischen Mondalmanach" [2] entnommen. Dabei sind die Werte μ und $\mu + 12$ zusammengefaßt. So entstanden 12 Mondblätter, welche das bereits geordnete Ausgangsmaterial darstellen. Der jeweilige Wert für 0-Uhr ist als Nullwert dieses Tages genommen. Durch diese Bezugnahme auf einen jeweiligen Tageswert ist die jahreszeitliche Schwankung des Wasserstandes von vornherein eliminiert. Sodann ist durch Summation über alle Zeilen und Division durch die Anzahl der Zeilen der mittlere Gang gebildet worden. Von diesem ist noch die "Mitternachtsdifferenz" abzuziehen, die durch Mittelbildung über die letzte Spalte oder über die Zeile der Spaltensummen erfolgt, woraus sich gleichzeitig eine Rechenkontrolle ergibt.

Diese zwölf mittleren Gänge wurden harmonisch analysiert. Der Gang dieses Verfahren ist in [1] behandelt. Der in diesem Falle für $r = 8$ Ab-

szissen pro Intervall durch die Ordinatenwerte y_ρ gegebene mittlere Gang wird dargestellt durch die Reihe

$$F_\kappa(t) = a_0 + \sum_{n=1}^r (a_n \cos n t_\rho + b_n \sin n t_\rho)$$

mit den harmonischen Koeffizienten

$$a_0 = \frac{1}{r} \sum y_\rho \quad \left\{ \begin{matrix} a_n \\ b_n \end{matrix} \right\} = \frac{2}{r} \sum y_\rho \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} n t_\rho$$

Die Periodenuhr gestattet, Phase und Amplitude einer Welle gleichzeitig darzustellen. Mit der Umformung

$$a_n \cos n t_\rho + b_n \sin n t_\rho = c_n \sin (n t_\rho + \epsilon_n)$$

und den Beziehungen

$$c_n^2 = a_n^2 + b_n^2 ; \operatorname{tg} \epsilon_n = \frac{a_n}{b_n}$$

ist durch c_n (Länge des Pfeiles = Abstand vom Nullpunkt) die Amplitude und durch ϵ_n die Phase der n -ten Teilwelle dargestellt.

Die errechneten harmonischen Koeffizienten a_2 , b_2 , d. h. die Koeffizienten für die S_2 Welle sind in Figur 1 in einer Periodenuhr dargestellt. Um aus diesen Werten die Punktwolke für die M_2 Welle zu erhalten, ist jeder Wert um $\mu \cdot 30^\circ$ zu drehen. Dann liegt in der neuen Periodenuhr 0^h Mondzeit immer auf der positiven a Achse. Diese Punktwolke ist in Figur 2 dargestellt.

Wir wenden uns nun der Betrachtung dieser Punktwolken und ihrer Schwerpunkte zu. In Figur 2 lesen wir einen Schwerpunktvektor von 0,36 mm Amplitude und eine Phase von etwa 300° ab. Das bedeutet eine Eintrittszeit des Maximum unserer Welle etwa 5 Stunden nach Mondkulmination. Da die Ablesung am Pegel nach MEZ gemacht sind, unser μ aber auf Ortszeit gezogen ist (μ = Stundenwinkel des Mondes im mittleren Mittag), so mußten wir in unserem Koordinatensystem noch die Korrektur: Ortszeit – MEZ anbringen. Dies entspricht einer Kippung des Koordinatensystems um $11,5^\circ$. Dagegen ist zu beachten, daß die μ Werte, die im Geophysikalischen Mondalmanach für 0 Uhr WZ (Greenwich) angegeben sind, auch in Konstanz gelten, denn es gilt für einen Ort der östlichen Länge

$$\mu(\lambda)_{\text{ost}} = \mu(\lambda_0) + 0,034 \cdot \lambda$$

Die hier auftretende Korrektur ist also zu vernachlässigen. Demnach erreicht die Welle etwa um 5 Uhr Mondzeit ihr Maximum. Theoretisch, d. h.

nach der Gleichgewichtstheorie, müßte es drei Stunden nach Mondkulmination eintreten.

Zur Probe wurde nun der Schwerpunkt aus den Analysen der einzelnen Tage für die M_2 Welle berechnet. Er fällt auf $1/50$ mm genau mit dem Schwerpunkt aus den zwölf mittleren Gängen zusammen, so daß man diesen Wert als richtig für die weitere Rechnung verwenden darf.

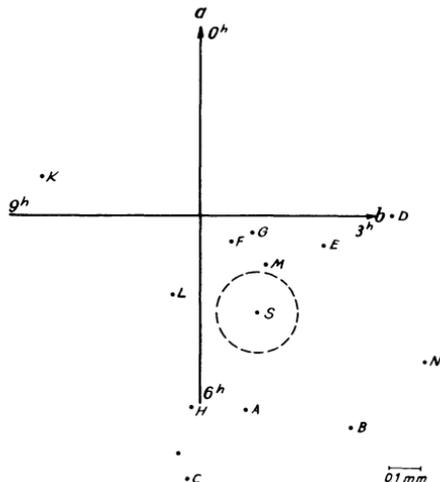
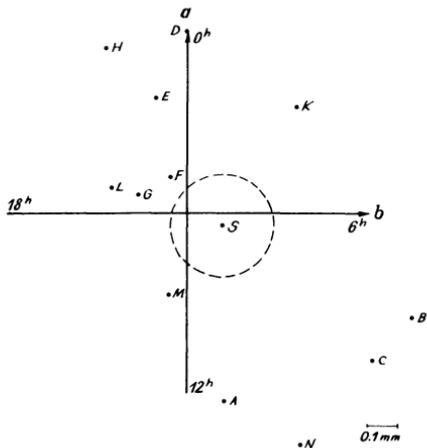


Abb. 2: Periodenuhr für die halbmondentägige Welle (M_2).

Abb. 1: Periodenuhr für die halbsonnentägige Welle (S_2). Der Maßstab ist in der rechten unteren Ecke der Abbildung eingetragen. Dargestellt sind die harmonischen Koeffizienten für 12 Tagesgruppen gleicher Mondkulminationszeit (μ Zahlen), der Schwerpunkt dieser Punktwolke sowie der mittlere Fehlerkreis des Schwerpunktes.

Analyse der O Welle

Zur Analyse der ganzmondtägigen Welle wurden 24 mittlere Gänge für die Tagesgruppen gleicher μ Zahlen gebildet und analysiert. Das Ergebnis – nach Drehung der c_1 Vektoren um $\mu \cdot 15^\circ$ ist in Figur 3 dargestellt. Man erkennt einen Schwerpunktsvektor von $0,42$ mm und als Phase des Maximums etwa 7 Uhr.

Fehlerbetrachtungen

Nach Abb. 2 liegen alle zwölf Punkte in der unteren Halbebene; hierdurch wird bereits der Gedanke an eine nicht zufällige Verteilung nahege-

legt. Ein Kriterium für die Zufälligkeit eines statistischen Ergebnisses, der Verteilung der Punkte in einer Periodenuhr, liegt in dem Verhältnis der Amplitude des Schwerpunktvektors zu dem wahrscheinlichen Fehlerkreis des mittleren Mittels. Ist m der mittlere Fehler der einzelnen Messung, so ist $m(g) = \frac{m}{\sqrt{g}}$ der mittlere Fehler des Mittels aus g Messungen.

Berechnen wir in Figur 2 den mittleren Fehler der Einzelmessung

$$m = \sqrt{\frac{\sum (c_\nu - \bar{c}_\nu)^2}{n-1}} = 0,46 \text{ [mm]}$$

so ist der mittlere Fehler des Schwerpunktes

$$m(g) = \frac{0,46}{\sqrt{12}} = 0,13 \text{ [mm]}$$

und der wahrscheinliche Fehler $w = 0,86 \cdot 0,13 \text{ mm} = 0,11 \text{ mm}$.

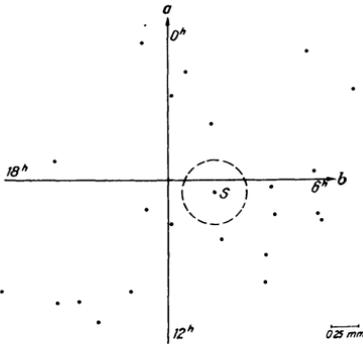


Abb. 3: Periodenuhr für die ganzmondentägige Welle (O).

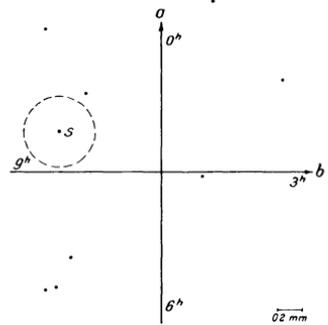


Abb. 4: Periodenuhr für die halbmondentägige Welle (M_2) aus der Analyse der Differenzen der Aufzeichnungen an den Pegeln Lindau und Konstanz.

Die Wahrscheinlichkeit, daß der Schwerpunkt der Punktwolke einen Abstand von $x \cdot m$ vom Nullpunkt erreicht, ist

$$w(x) = e^{-x^2} \approx 10^{-3} \quad (\text{für } x = \frac{3,6}{1,3} = 2,8)$$

so daß man in obigem Ergebnis keinen Zufall, sondern eine Gesetzmäßigkeit annehmen wird. Im Allgemeinen betrachtet man ja eine Schwerpunktlage außerhalb des dreifachen mittleren Fehlerkreises als nicht zufällig.

Zur Probe wurden aus der Wolke aller Tagespunkte m berechnet, wobei $m^2 = \frac{\sum c^2}{N-1}$ gesetzt wurde und mit dem Verschiebungssatz

$m^2 (A) = m^2 (M) - (A - M)^2$ auf den tatsächlichen Schwerpunkt umgerechnet wurde. Es ergab sich $m = 2,5 \text{ mm}$ $m (g) = \frac{2,5}{\sqrt{279}} = 0,15 \text{ [mm]}$ und $w = 0,125 \text{ mm}$, also im Rahmen der Ablesegenauigkeit eine befriedigende Übereinstimmung mit obigen Werten.

Für die ganzmondentägige Welle wurden die gleichen Fehlerbetrachtungen durchgeführt. Wir hatten $c = 0,42 \text{ mm}$.

Es berechnet sich

$$m^2 = 1,98 ; m = 1,4 \text{ [mm]} , m (g) = 0,28 \text{ [mm]} , w = 0,24 \text{ [mm]}$$

wir erhalten also ein Verhältnis $x = \frac{c}{m} = 1,5$.

Diesem x entspricht $W (x) \approx 0,1$, so daß man dieses Ergebnis durchaus noch als zufällig ansehen kann. Es wäre wenigstens das vierfache Material nötig, um mit einigermaßen Sicherheit sagen zu können, ob die O Welle nachweisbar ist oder nicht. Theoretisch beträgt das Verhältnis zwischen der Amplitude von M_2 und O 1 : 0,414.

Was die anderen Tiden anbelangt, so ist anhand der besprochenen Punktwolken zu bemerken, daß deren Schwerpunktsvektor zu klein ist, um auf Grund des vorliegenden Materials eine Entscheidung : Zufall oder Gesetz vornehmen zu können.

Analyse der M_2 Welle aus den Differenzen

Lindau - Konstanz

Nach dem gleichen Verfahren wie bei den Konstanzer Diagrammen wurden nun aus den Lindauer Pegelaufzeichnungen des Jahres 1940 dreistündige Werte herausgezogen. Da diese Diagramme stärker gestört waren, konnten nur die Monate Juli bis Dezember verwandt werden. Es wurden nun die Differenzen der Pegelstände Lindau-Konstanz gebildet, wieder nach zwölf Kulminationszeiten zusammengefaßt, mittlere Gänge gebildet und diese nach Elimination der Mitternachtsdifferenzen harmonisch analysiert. Das Ergebnis für die M_2 Welle ist - wieder nach jeweiliger Drehung um $\mu \cdot 30^\circ$ - in Figur 4 eingetragen. Angesichts des wesentlich geringeren Materials ist ein größerer Fehlerkreis nicht verwunderlich. Der Schwerpunkt liegt um etwa 150° (5 Stunden) gegen den Konstanzer Wert verschoben, seine Amplitude beträgt 0,88 mm. Theoretisch müßte der Punkt ja um 180° gegen Konstanz gedreht liegen und auf Grund der Lage der Knotenlinie eine drei bis vierfache Amplitude (1 - 1,5 mm) besitzen, denn die Beiträge in Konstanz und in Lindau addieren sich ja bei der Differenzenbildung.

Würde sich am Lindauer Pegel gar nichts ereignen, oder hätten wir es mit einer reinen Zufallsschwankung zu tun, so müßten wir bei Analyse der Differenz Lindau – Konstanz zwar auch eine Phasenverschiebung von 180° , aber eine gleiche Amplitude wie bei den Konstanzer Werten erwarten. Unser Wert liegt mit 0,9 mm etwa bei dem 2,5 fachen des Konstanzer Wertes. Er erreicht zwar nicht den erwarteten Wert, liegt aber wesentlich über dem Wert, den man erwarten müßte, wenn man die Lindauer Aufzeichnungen durch Zufallsschwankungen ersetzen würde. Das heißt, wir dürfen ihn doch wohl als eine Bestätigung des Konstanzer Wertes ansehen. Dabei ist zu berücksichtigen, daß die Konstanzer Analyse in Anbetracht des größeren und vor allem besseren Materials mehr Vertrauen verdient als die Lindauer. Wie bereits erwähnt, wurde daher auch auf eine Analyse der Lindauer Werte für sich verzichtet. Der mittlere Fehler des Mittels ergab sich zu

$$m(g) = 0,28 \text{ [mm]}, \quad x = \frac{c}{m(g)} = 3,2, \quad w(x) \approx 10^{-3}$$

so daß auch dieser Wert als nicht mehr rein zufällig angesehen werden kann.

Sternzeitanalysen (K, P)

Es wurden nun aus den Konstanzer Werten Tage gleicher Sternzeitstunden ausgesucht, d. h. Tage, an denen für 0 Uhr WZ $\Theta = 7^h$, $\Theta = 8^h$ usw. ist. So ist z. B. für 0 Uhr WZ $\Theta = 7^h$, für Januar 1 – 12; $\Theta = 8^h$ für Januar 13 – 26. Diese 24 Gruppen wurden wieder nach Bildung ihrer mittleren Gänge und Eliminationen der Mitternachtsdifferenzen analysiert. Das Ergebnis der c_1 Vektoren (ungedreht) ist in Figur 5 wiedergegeben und entspricht der sonnentägigen Welle. Wir sehen, daß der Schwerpunktsvektor sehr klein, die Streuung aber so groß ist, daß von einer Wahrscheinlichkeit für die Realität dieses Ergebnisses nicht die Rede sein kann. In Figur 6 ist für diese 24 Vektoren ihre Amplitude aufgetragen und wir sehen trotz großer Schwankungen zwischen den einzelnen Werten einen jahreszeitlichen Gang. Die Amplitude ist offensichtlich in der zweiten Jahreshälfte, das ist Mai bis November, größer als in den Monaten Dezember bis April. Genauere Aussagen läßt die große Streuung des geringen Materials nicht zu. Der Unterschied der Amplituden beträgt etwa 0,4–0,5 mm.

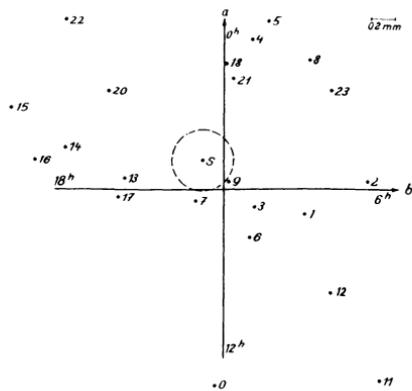


Abb. 5: Periodenuhr für die sonnentägige Welle (K).

Die Punktwolke dieser 24 Sternzeitwerte wurde nun wieder durch jeweilige Drehung eines Deckblattes im Uhrzeigersinn gezeichnet. Dieser, dem Verfahren bei den M_2 und O Wellen entgegengesetzte Drehsinn beruht

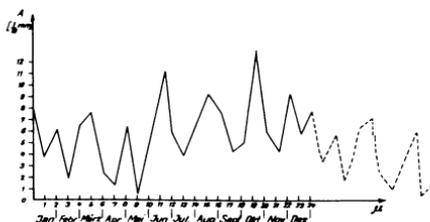


Abb. 6: Amplituden der sonnentägigen Welle für 24 Halbmonate.

auf dem negativen Vorzeichen des Lunisolaren Terms im Gezeitenpotential. Aus der Figur 7 lesen wir eine Schwerpunktamplitude von 0,62 mm und ein Maximum der Welle für $22^{\text{h}} 30^{\text{m}}$ Sternzeit an. Die Amplitude ist also größer als die der M_2 Welle. Der mittlere Fehler ergab sich zu $m = 1,17$ mm, daraus

$$m(g) = \frac{0,117}{4,8} = 0,022 \text{ [mm]}$$

so daß $c = 2,8$ $m = 3,4$ w außerhalb des als zufällig anzusehenden Bereiches liegt.

Zur Deutung sei auf das Ergebnis von Figur 6 hingewiesen, in der wir eine jahreszeitlich schwankende Amplitude des sonnentägigen Gliedes von 0,4-0,5 mm erhielten. Solche jahreszeitlich schwankenden Amplituden eines tagesperiodischen Gliedes äußern sich in der Analyse aber als Sternzeitglieder. Es gilt

$$U = (a + 2b \sin h) \sin(t + \phi) = a \sin(t + \phi) + b \sin(t - h + \phi) + b \sin(t + h + \phi)$$

$$t = \text{Tageszeit}; \quad h = \text{Jahreszeit} = \frac{t}{365}$$

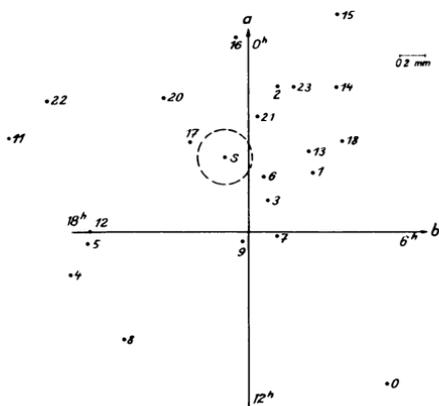


Abb. 7: Periodenuhr für die Sternzeitanalysen. Punktwolke mit den harmonischen Koeffizienten für 24 Gruppen aus Tagen gleicher Sternzeitstunden.

$$U = a \sin(t + \phi) + b \sin\left(\frac{364}{365}t + \phi\right) + b \sin\left(\frac{366}{365}t + \phi\right)$$

Sternzeitglied

Es dürfte daher naheliegen, unsere oben erhaltene sternentägige Welle nicht als reell anzusehen, sondern sie als vorgetäuscht anzunehmen.

Endrös weist bei seinen Untersuchungen am Genfer See, die eine P Welle von mehrfacher Größe der M_2 Welle ergeben, auf den evtl. Einfluß des tages- und jahreszeitlichen Ganges der Schneeschmelze als mögliche Ursache dieses Effektes hin. Ich möchte aber beim Bodensee nicht an ein Vorherrschen dieses Einflusses glauben, denn das Einzugsgebiet des Bodensees wird in erster Linie durch den Rhein entwässert, der wiederum sein Wasser an einem See-Ende mit einer großen "Phasenverschiebung" einführt, während der Genfer See doch wohl auf Grund seiner geographischen Lage in weit größerem Maße direkt und von allen Seiten aus den umliegenden Bergen gespeist wird. Freilich erscheint auch hier ein Überwiegen dieses Einflusses gegen die Temperatureinflüsse fraglich. Ein solcher Temperatureinfluß, der eine jahreszeitliche schwankende Amplitude einer tagesperiodischen Welle liefert, könnte z.B. die Wärmeausdehnung des Schreibstiftes am Pegel oder des Pegels selbst sein.

Summen-Perioden-Uhren, Frage der Quasi-Persistenz

Durch vektorielle Addition der Vektoren c_2 (a_2, b_2) aus den Analysen der einzelnen Tage wurden für alle Monate (mit Ausnahme Februar, der zu wenig verwertbare Tage enthielt) die Summen-Perioden-Uhren gezeichnet (Figur 8). Daraus wurde dann Phase und Amplitude des Summenvektors S abgelesen, wobei $\vec{S} = \sum \frac{\vec{s}_n}{N}$.

Die allgemeine Richtungstendenz der Vektoren im unteren Halbraum versteht sich nach Figur 2 von selbst, doch ist das Aussehen und die Verschiedenheit in den Summenzügen bemerkenswert. Haben wir zumeist eine mittlere Monatsamplitude von 0,4-0,6 mm, so zeigen einige Monate doch Amplituden von 1-1,2 mm. Dieses ist auf eine recht einheitliche Richtungstendenz der Vektoren zurückzuführen, es fehlen Schleifen, Zacken usw., wie wir das bei anderen Summenzügen finden.

Es ist hier jetzt die Frage zu klären, ob diese Monate mit großen Amplituden nur durch eine Quasipersistenz, d.h. ein "Gedächtnis" der einzelnen Vektoren für die Richtung ihrer Vorgänger entstanden sind. Oder ob sie auf eine persistente Periode, d.h. eine physikalische Gegebenheit zurückzuführen sind, während die Monate kleinerer Amplituden mit ihren vielfältig wechselnden Richtungen der Tagesvektoren vielleicht durch

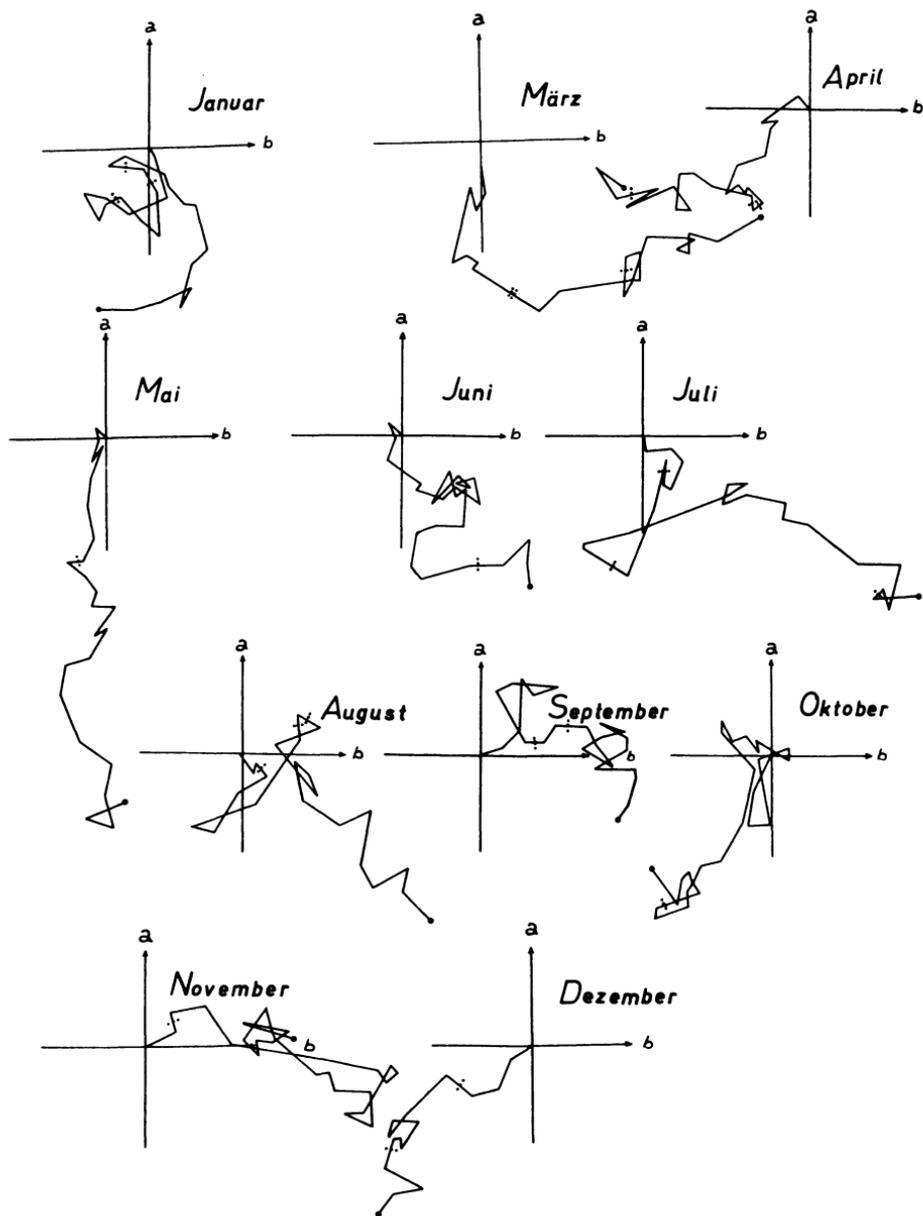


Abb. 8: Summen-Periodenröhren der M_2 -Welle für 11 Monate. Aufgetragen sind die Summenzüge der c_2 -Vektoren.

äußere Einflüsse gestört sind. Dazu ist jetzt die für alle Betrachtungen grundlegende Frage einer Persistenz oder Quasipersistenz zu klären. Im Falle einer Quasipersistenz würde unser in Figur 2 abgelesenes Ergebnis an Sicherheit verlieren, da eine Quasipersistenz ja wie eine Verringerung des Materials, also wie eine Vergrößerung des Fehlerkreises wirkt.

Betrachten wir z. B. die Summationsuhr für Januar. Die mittlere Länge der Tagesvektoren ist 0,225 cm, der Summationsvektor $S = 1,15$ cm. Bei zufälligen Werten müßte man bei N Schritten (d. h. in diesem Falle bei N analysierten Tagen) der mittleren Länge 1 nur $1 \times \sqrt{N}$ cm weit kommen. Hier ist $1 \cdot \sqrt{N} = 0,225 \cdot \sqrt{25} = 1,225$ cm. Das bedeutet S liegt noch gerade innerhalb des Zufallsbereiches. Um S über den dreifachen Zufallskreis hinauszurücken, wäre etwa $3^2 = 9$ fach soviel Material erforderlich. Wir erhalten also, wenn wir noch berücksichtigen, daß

$$\frac{S}{l\sqrt{N}} = \frac{1,15}{1,25} = 0,93$$

ist, nicht ganz ein Jahr als erforderliches Material. Das entspricht aber dem tatsächlich verwendeten Material von 279 Tagen, das ja einen Fehlerkreis in Figur 2 von etwa 6/2,8 lieferte.

Andererseits kann man die Punktwolke für Tage gleicher μ Zahlen betrachten. Es ist z. B. in der Gruppe $\mu = 0; 12$

$$\Sigma (c_{\nu} - c_0)^2 = 1,935 \quad m^2 (M) = \frac{1,935}{\sqrt{24}} = 0,806 \text{ [cm]}$$

Mit dem Verschiebungssatz $m^2 (S) = m^2 (M) - D^2$, $D^2 = 0,08$ cm, somit $M^2 (S) = 0,725$ cm; $m (S) = 0,27$ cm und

$$m (g) = \frac{0,27}{\sqrt{25}} = 0,054 \text{ [cm]}$$

Danach müßte, wenn die Schrumpfung der Punktwolke im Verhältnis $\frac{1}{\sqrt{N}}$ erfolgte (keine Quasipersistenz) sein

$$m (S) = \frac{m (S)_{25}}{\sqrt{11}} = 0,15 \text{ [mm]}$$

ein Wert, der etwas größer ist, als der in Figur 2 enthaltene mittlere Fehlerkreis von 0,13 mm. Diese Beobachtungen dürften bereits genügen, um zu zeigen, daß keine Quasipersistenz vorliegt.

Demnach gilt auch die in Figur 2 durchgeführte Fehlerbetrachtung. In unseren Summen-Perioden-Uhren dürfen wir also kein "Gedächtnis" der Tagesvektoren voraussetzen. Bei genauerer Betrachtung fällt aber auf, daß die wegen starker Steigungen oder Unleserlichkeit der Aufzeichnungen aus-

gelassenen Tage häufig, aber durchaus nicht regelmäßig in den Schleifen und Zacken der Summenzüge liegen. Der Gedanke an eine Verknüpfung mit den gestörten Tagen, etwa in Vor- und Nachstörungen, liegt natürlich nahe. Ein Vergleich mit anderen Störzonen der Summenzüge, etwa im Juni, läßt aber die Annahme einer Verbindung mit solchen, aber mehrere Tage dauernden Störzeiten ablehnen. Denn diese Störzonen zeigen keine ausgelassenen Tage, oder dieselben doch erst ganz am Ende. Auch ein Blick auf das Ausgangsmaterial zeigt, daß die in den Summen-Perioden-Uhren als gestört angesehenen Tage in Wahrheit nicht besonders ausgezeichnet sind. Man wird also auch hier ein Spiel des Zufalls annehmen müssen. Dies umso mehr, als eine Auszählung der Tage, die um mehr als 90° von der allgemeinen Richtungstendenz des Summenzuges abweichen, gegen die darauf folgenden Tage ergab, daß etwa gleich häufig diese Folgetage ebenfalls um mehr als 90° gegen die allgemeine Richtung abweicht als sie im Normalbereich liegen. Aus den Summen-Perioden-Uhren sind auch die einzelnen Monate untersucht worden, ob ein jahreszeitlicher Gang in Phase oder Amplitude zu erkennen war. Das Ergebnis war negativ.

Zusammenfassung

Auf Grund der in obigen Abschnitten erläuterten Analysen der Pegeldiagramme lassen sich aus dem vorliegenden Material – zumindest für M_2 – Gezeitenwellen nachweisen. Der Schwerpunkt der Punktwolke liegt bei etwa dem dreifachen mittleren Fehlerkreis, so daß die Wahrscheinlichkeit für einen "Zufallstreffer" nur etwa $1/1000$ beträgt. Die anderen Wellen, O, P, S_2 , lassen sich aus dem vorliegenden Material nicht nachweisen. Bei dem mit $x = 3,4$ nicht mehr als zufällig anzusehendem Sternzeitglied dürfte es sich – zumal die Amplitude erheblich größer ist als die der M_2 Welle – um ein vorgetäushtes Glied handeln. Eine jahreszeitlich schwankende Amplitude erscheint nach Figur 6 als wahrscheinlich. Auch der bei $x = 1,5$ liegende Schwerpunkt des O Gliedes verdient wenig Vertrauen, zumal die Amplitude ebenfalls zu groß ist.

Die Amplitude der M_2 Welle ist mit $0,36 \text{ mm} \approx 0,4 \text{ mm} \pm 0,13 \text{ mm}$ etwas kleiner als erwartet. Die Gleichgewichtstheorie würde bei starrer Erde eine Amplitude von $0,8\text{-}0,9 \text{ mm}$ ergeben, je nach Lage der Knotenlinie. Wie bereits ausgeführt, wäre in Konstanz mit einer Amplitude von $0,5\text{-}0,6 \text{ mm}$ zu rechnen. Unsere beobachtete Amplitude würde daher einem Verhältnis zur theoretischen Amplitude von etwa $0,4\text{-}0,45$ entsprechen.

Zur Deutung dieser Differenz ist aber zu berücksichtigen, daß man nicht einfach die Gleichgewichtstheorie auf ein Becken von der Länge des Bodensees (60 km) anwenden und dann die Hubhöhe am Ende mit dem Verhältnis der Längen Konstanz – Knoten zu See-Ende – Knoten multiplizieren

darf. Zweckmäßiger wäre eine numerische Rechnung, etwa nach der *Defant*'schen Näherungsmethode [8] oder der *Sterneck*'schen Zerlegungstheorie. In jedem Falle wird die Bestimmung des Verhältnisses: beobachtete Amplitude / theoretische Amplitude bei den gegebenen Umständen kaum möglich sein.

Angesichts dieser Unsicherheit, vor allem in der theoretischen Ermittlung des Gezeitenhubes, erscheint das Verfahren nur zur angenäherten Bestimmung der Starrheit der Erde geeignet.

Jedoch erscheint der Gezeitennachweis und die Gezeitenbeobachtung durch die Analyse von Pegelaufzeichnungen durchaus aussichtsreich. Bei größerem Material und größeren Hubhöhen ist auch auf eine Darstellung anderer Gezeitenglieder zu hoffen.

Alle Versuche jedoch, aus meteorologischen Daten besonders günstige Tage herauszusuchen, um so die Streuung des bearbeiteten Materials von vornherein zu verringern, schlugen fehl.

Bei einer Bearbeitung mit größerem Material erscheint es daher unzweckmäßig, auf meteorologische Daten zurückzugreifen. Eine andere Frage ist freilich, ob man diese Feststellung verallgemeinern darf. Es wäre an offener liegenden Gewässern – Steinhuder Meer, Holsteiner Seen, Havel-Seen usw. – erst ein Korrelationsversuch zwischen meteorologischen Größen und Wasserstandswerten durchzuführen. Vermutlich wird das Ergebnis günstiger ausfallen. Beim Bodensee und ähnlich liegenden Gewässern dürfte es zweckmäßiger sein, diese Störeinflüsse in Kauf zu nehmen und durch ein umfangreicheres Material auszugleichen. Die Analysen der einzelnen Tage – bei weitem die mühseligste Arbeit – ist in diesem Fall unnötig. Es wären also nur "Mondblätter" von Tagen gleicher μ Zahlen aufzustellen, hieraus die mittleren Gänge zu bilden und nach Abzug der Mitternachtsdifferenzen zu analysieren. Sodann müßten diese Werte noch in der Periodenuhr um $\mu \cdot 30^\circ$ gedreht werden und auf Ortszeit umgestellt werden, um die Punktwolke für die M_2 Welle zu erhalten.

In unserem Falle wäre es wünschenswert, wenigstens das vierfache Material zu verwenden. Ein x Wert von 5-6 würde Lage und Sicherheit des Schwerpunktvektors schon genügend gewährleisten. Die Frage nach der Darstellung der anderen Tiden läßt sich aus unseren Untersuchungen noch nicht beantworten.

Herrn Prof. Dr. *Bartels* und Herrn Dr. *Ketz* (Göttingen) möchte ich für die Anregung zu dieser Arbeit sowie für fruchtbare Diskussionen meinen herzlichsten Dank sagen.

Verzeichnis der verwandten Abkürzungen und Bezeichnungen

a_n, b_n	harmonische Koeffizienten der n-ten Teilwelle.
$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$	Amplitude der n-ten Teilwelle, dargestellt durch den Vektor c_n in der Periodenuhr.
ϵ_n	Phase der n-ten Teilwelle, in der Periodenuhr, gezählt von der Abszisse im Gegenuhrzeigersinn.
μ	Mondkulminationszeit (Stundenwinkel des Mondes im mittleren Mittag).
Θ	Sternzeit
K	sonnentägige Welle
M_2	halbmöndentägige Welle
O	möndentägige Welle
P	sternentägige Welle
S_2	halbsonnentägige Welle

Literatur

- [1] *Bartels, J.*: Über die atmosphärischen Gezeiten. Abhdl. d. Preß. Meteor. Institut., Bd. VIII, Nr. 9 (Veröff. 346) Berlin 1927.
- [2] *Bartels, J.* und *Fanslau, G.*: Geophysikalischer Mondalmanach. Zeitschr. f. Geophysik, 13, 1937. (p. 311-328).
- [3] *Bartels, J.*: Zur Morphologie geophysikalischer Zeitfunktionen I. Sitz Ber. d. preuß. Akademie d. Wissensch., Phys.-math. Klasse, 1935, XXX, Berlin 1935.
- [4] *Bartels, J.*: Zur Morphologie geophysikalischer Zeitfunktionen II. Ges. Abhdlg. z. Feier d. 200 jähr. Bestehens d. dtsh. Akad. d. Wissensch., Berlin 1950, (p. 69-81).
- [5] *Bartels, J.*: Berechnung der lunaren atmosphärischen Gezeiten aus Terminablesungen am Barometer. Gerlands Beiträge z. Geophys., 54, 1 (1938) (p. 56-75).
- [6] *Bartels, J.*: Random fluctuations, persistence and quasipersistence in cosmic periodicities. Terrestrial magnetism and atmosph. electricity, March 1935, Vol. 40, No. 1, (p. 1-60).
- [7] *Von Chohnoky, E.*: Resultate der wissenschaftlichen Erforschung des Plattensees, Bd. I, 3, Wien 1897.
- [8] *Defant, A.*: Gezeitenprobleme in Landnähe. Probleme der kosm. Physik, VI, Hamburg 1925.

- [9] *Egedal, J. und Fjelstad, J.E.*: Measurements of the rigidity of the earth. Geophysiske Publikasjoner, Vol. XI, No. 14, Oslo 1934.
- [10] *Endrös, A.*: Gezeiten in Binnenseen. Annalen der Hydrographie, 52, 1930. (p. 305-314).
- [11] *Endrös, A.*: Seeschwankungen, beobachtet am Chiemsee. Diss. München T. H. 1910.
- [12] *Forel, A.*: Die Schwingungen des Bodensees. Schriften d. Vereins f. Gesch. d. Bodensees, XXII. Heft, 1893, Lindau.
- [13] *Hayford, J. F.*: Effects of Winds and barometric pressurs on great lakes. Publication d. Carnegie Inst. 317 (1925).
- [14] *Henry, A. J.*: Wind Velocity and Fluctuation of water level on Lake Erie. Washington 1902.
- [15] *Michelson, A. A. und Gale*: Primilary results of measurements of the rigidity of the earth. Astrophysic. Journ. 1914. The rigidity of the earth. Astrophysic. Journ. 1919.
- [16] *Pollak, L. W.*: Zur Ableitung der mondtägigen Luftdruckschwankung in der Atmosphäre. Ann. d. Hydrogr. 51, 1923, (p. 25-39).
- [17] *Sterneck, R.*: Die Gezeiten des Baikalsees. Annalen der Hydrographie 56, 1928, (p. 221).
- [18] *Sterneck, R.*: Die Zerlegung- und die Kanaltheorie der Gezeiten. Zeitschr. f. Geophysik II, 1926, (p. 319).
- [19] *Wagner, G.*: Die Änderung des Luftdrucks im anomalistischen Monat. Diss. Göttingen 1911.
- [20] *Waßmund, E.*: Die Strömungen des Bodensees. Intern. Revue f. d. ges. Hydrologie und Hydrobiologie 18, 19 (1927/28).

Zusammenfassende Darstellungen

- [21] *Halbfass*: Die Seen. Handb. d. Geophysik VII (p. 134-152) Berlin 1933.
- [22] *Hopfner*: Die Gezeiten der festen Erde. Handb. d. Geophysik I Berlin 1936, (p. 340-370).
- [23] *Lamb, H.*: Hydrodynamics, New York 1945.
- [24] *Defant, A.*: Dynam. Ozeanographie. Einführung in die Geophysik III Berlin 1929.
- [25] *Krümmel*: Handb. d. Ozeanographie II Stuttgart 1911.
- [26] *Thorade, E.*: Probleme der Wasserwellen. Probleme der kosm. Physik XIII und XIV Hamburg 1933.
- [27] *Thorade, E.*: Ebbe und Flut. Verständl. Wissenschaft, Bd. 46 Berlin 1941.
- [28] *Mügge, R.*: Das Grundwasser als geophysikalischer Indikator. Zeitschr. f. Geophysik. 1954, H. 2.

Zur Erklärung der Gezeitenterme

- [29] *Bartels, J.*: Gezeitenkräfte. Handbuch der Physik, Bd. 48 (1957) 734-774.